lapultság 10,4±12,4 ezred ívmásodperc. Ennél pontosabb mérés végezhető (10^{-8} relatív pontosság) perihélium mérésével (*Nordtvedt, Anderson* és *Colombo,* 1977).

Gravitációs vöröseltolódás

A gravitációs vöröseltolódás a kibocsátott és elnyelt elektromágneses rezgések frekvenciakülönbségében mutatkozik meg. Ez az eltolódás akkor lép fel, ha a két pont között a hullámok gravitációs potenciálban haladnak. A vöröseltolódás a geometria görbültségét jellemzi (*3. táblázat*).

Az impulzusmomentum precessziója

A Föld körül keringő pörgettyű tengelye precessziós mozgást végez annak következtében, hogy a Föld a tengelye körül forog. A precesszió szögsebessége [11]:

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{3G}{c^2}\frac{m}{r^3}(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{v}) + \frac{GI}{c^2 r^3}\left[\frac{3I}{r^2}(\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{\omega}\right].$$

Itt G a gravitációs konstants, $\boldsymbol{r}$ a pörgettyű helye, $\boldsymbol{v}$ a sebessége, m a Föld tömege, $\boldsymbol{\omega}$ a Föld szögsebessége és I a Föld tehetetlenségi nyomatéka. A jobb oldalon az első tag a geodetikus precesszió. A mesterséges hold 500 km magasságú sarki pályája esetén ez a tag 6,9 ívmásodperc/év járulékot ad. A második tag a Lense–Thirring-tag [12] vagy tömegáramtag, amely erre a pályára 0,05 ívmásodperc/év. Ezt a kísérletet *Leonard Schiff* javasolta 45 évvel ezelőtt [13]. Mesterséges holdra a cseppfolyós hélium hőmérsékletére hűtött pörgettyűket helyeznek el. A négy pingponglabda nagyságú pörgettyűt olvasztott kvarcból készítették el a skóciai Glasgowban. Ezek a világ legpontosabb golyói. Felszínüket szupravezető nióbiumréteg borítja. A pörgettyűk forgástengelyének helyzetét a mágneses dipólmomentumuk (London-nyomaték) segítségével mérik. A mágneses tér erősségét 10^{-7} Gaussra csökkentik le az erővonalak váltakozó fefúvása és összeszorítása útján. A módszert *van Kann* és *Cabrera* dolgozta ki. A műholdat sikeresen Föld körüli pályára juttatták, és jelenleg folynak a tudományos mérések előkészületei. Ennek során a műhold távcsövét a Pegasus csillagkép egyik csillagára irányították rá, és 16 parányi rakéta segítségével ezt az irányt tartósan biztosítják. A mérések egy éven át tartanak majd.

A fenti áttekintés alátámasztja, hogy a fizikai tudomány – mint a természettudományok és a műszaki tudományok általában – az ellenőrizhetőség és az áttekinthetőség szilárd alapjára épül. Az érvek és a mérések mindenki számára hozzáférhetők. Ez az átláthatóság teszi különösen stabillá fizikai világképünket.

Irodalom

1. S.R. Stein, J.P. Turneaure – IEEE Proc. *63* (1975) 1249
2. D.F. McGuigan, D.H. Douglas – Proc. 31st Annual Frequency Control Symposium, IEEE, 1977
3. C.M. Will, K. Nordtvedt Jr. – Ap. J. *177* (1972) 757
4. R. von Eötvös, D. Pekár, E. Fekete – Ann. Phys. (Leipzig) *68* (1922) 11
5. P.H. Roll, R. Krotkov, R.H. Dicke – Ann. Phys (New York) *26* (1964) 442
6. V.B. Braginszkij – Az *Experimental Gravitation* c. kötetben, Academic Press, 1974, 252. o.
7. P.W. Worden Jr., C.W.F., Everit – Az *Experimental Gravitation* c. kötetben, Academic Press, 1974, 393. o.
8. R.V. Pound, G.A. Rebka – Phys. Rev. Letters *3* (1959) 439
9. R.H. Dicke, H.M. Goldenberg – Phys. Rev. Letters *18* (1967) 313
10. H.A. Hill – A *Proceedings of the Conference on Experimental Tests of Gravitation Theories* c. kötetben, szerk. *R.W. Davies,* JPL, 1970, 89. o.
11. B.M. Barker, R.F. O'Connell – Phys. Rev. *D2* (1970) 1428
12. J. Lense, M. Thirring – Phys. Zeits. *19* (1918) 156
13. L.I. Schiff – Proc. Nat. Acad. Sci. *46* (1960) 871

BOLYGÓMOZGÁS ÉS GEOMETRIA I.

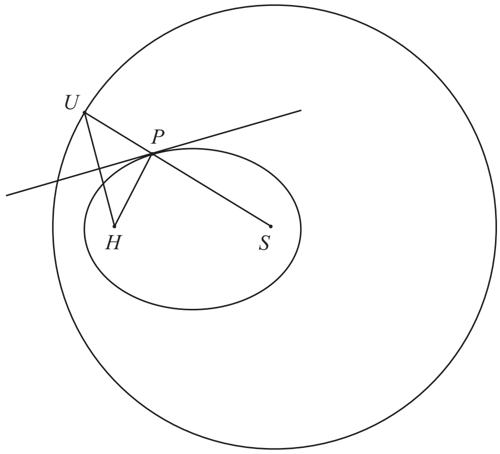
– Maxwell bizonyítása

P.A. Horváthy
Laboratoire de Mathématiques et de Physique Théorique
Université de Tours, Franciaország

Az univerzális tömegvonzás törvényének felfedezése

A bolygómozgás törvényeinek levezetése bármely tankönyvben megtalálható: Newton II. törvényébe beírjuk az inverz-négyzetes erőképletet, majd az impulzusmomentum megmaradásának felhasználásával kapott radiális egyenlet integráljuk [1, 2]. A történeti út valójában fordított volt. A XVII. század második felében a tudósokat inkább az izgatta, hogyan magyarázzák a bolygók akkor már háromnegyed évszázada – *Kepler* óta – ismert mozgását? A mechanika alaptörvényeit és az ebből következő megoldást – az univerzális tömegvonzás képletét – pedig épp a bolygómozgásból vezette le *Sir Isaac Newton* [3].

Megjegyzendő, hogy ha a tömegvonzás törvényének szabatos kimondása és meggyőző bizonyítása valóban Newton érdeme, az abban az időben szinte a „levegőben lógott” [4]. Azt, hogy a bolygópályák ellipszis formája kapcsolatban állna a tömegvonzás törvényével, *Robert Hooke* kurátor már 1666-ban felvetette a a Royal Society ülésén. Sejtése 1674-ban nyomtatásban is megjelent. 1679. november 24-i keltezésű levelében Hooke Newton



1. ábra. Ellipszis és vezérköre

véleményét kéri elképzeléseiről, aki – mint válaszában írja – „még csak nem is hallott semmi ilyenről”. Newton 1679. december 4-i levele – melyet Hooke olvasott föl a Royal Society ülésén – alapján nyilvánvaló, hogy Newtonnak akkor még fogalma se volt a helyes válaszról.[1] 1680 elején Hooke azzal a javaslattal fordult Newtonhoz, hogy dolgozzák ki együtt a tömegvonzás törvényét, nevezetesen bizonyítsák az inverz-négyzetes törvényt. Indítványára Newton soha nem válaszolt (bár Hooke levelét megőrizte).

1684-ben *Edmund Halley* – aki később a róla elnevezett üstököst fölfedezte – Cambridge-be látogatott, hogy Newtonnal az égi mechanika problémáiról értekezzen. „Igen, a problémát megoldotta, de nem tudja, hová tette számításait; majd elküldi, ha megtalálja” – szabadkozott Newton. Pár hónap elteltével, 1684 novemberében, el is küldött Halleynek egy 9 oldal terjedelmű, a kérdéses felfedezéseket tartalmazó értekezést. Annak nyilvánosságra hozatalához azonban nem járult hozzá, mert fejtegetését maga sem érezte teljesen kielégítőnek. További három év elteltével, 1687-ben jelent meg aztán (Halley költségére!) a *Principia* [3], melytől a modern fizika születését számítjuk.

Newton eredetileg egyetlen előfutárának nevét sem említette. Kiadója, Halley sürgetésére aztán – szinte foghegyről – beszúrta *Wren,* Hooke és Halley nevét. Az utóbbi kettőről már szóltunk. Az első, Sir Christopher Wren ma, mint London városának újjáépítője él a köztudatban. Ő tervezte például a St. Paul katedrálist. Ha nincs az 1666-os nagy tűzvész, ma mint kiváló matematikusra emlékeznénk rá.

Newton bizonyításának paradox vonása, hogy – bár az infinitezimálszámítást épp ő fedezte föl – tételeit *geometriailag* bizonyítja. Vajon mi ennek az oka? Egyrészt az, hogy Newton kortársai nem lehettek még járatosak Newton (és *Leibniz*) forradalmi újításaiban. Másrészt, az ókor óta a tudományos szigor mércéje a geometria volt. A Tudomány a Geometria volt. *Spinoza* is *more geometrico,* azaz geometriai módon tárgyalja *Etiká*ját.

[1] Jól illusztrálja ezt például levelének egy rajza, mely szerint az eső test, ha a Földdel való ütközés nem állítaná meg, *spirális* mentén közeledne a Föld középpontjához.

Bár a ma általánosan használt analitikus közelítés [1, 2] előnye nyilvánvaló, mégis érdekes betekintést nyerhetünk a geometriai érvelés követésével. Newton eredeti fejtegetése rágós olvasnivaló.

Kétszáz évvel Newton után az elektromosságtan tudományának nagy beteljesítője, *James Clerk Maxwell* mutatott egy, a mai olvasó számára Newtonénál követhetőbb, geometriai levezetést [5], melyet alább ismertetünk.

Egy kis ellipszis-geometria

Newton és kortársai jól ismerték a kúpszeleteket: a téma nagy klasszikusának, a hellenisztikus korban élt pergai Apolloniosnak erről szóló könyvét épp ekkortájt fordította, egészítette ki és adta ki Halley.

Felidézzük az ellipszis néhány, számunkra hasznos tulajdonságát. Tekintsünk két, S-sel és H-val jelölt pontot, és legyen $2a > \overline{SH}$. Az ellipszis azon P pontok mértani helye, melyre

$$\overline{SP} + \overline{HP} = 2a. \qquad (1)$$

S és H a két fókusz, és $2a$ a nagytengely.

Mérjük föl az $\overline{HP}$ távolságot az SP egyenes P-n túli meghosszabbítására. Legyen a végpont U. Ekkor

$$\overline{SU} = \overline{SP} + \overline{PH} = 2a.$$

Ezért, ha P végigfut az ellipszisen, U egy S középpontú, $2a$ sugarú kört – az ellipszis *vezérkörét* (*1. ábra*) – írja le. Az ellipszis minden P pontjában vonható érintő, mely a P kivételével teljes egészében az ellipszisen kívül halad. Megfordítva, ez a tulajdonság jellemzi az érintőt.[2]

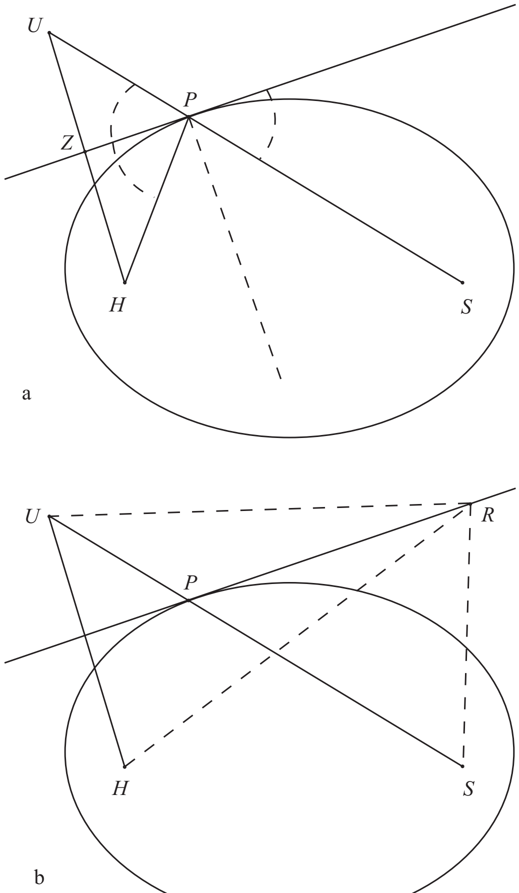
Tétel: Az ellipszis P-beli érintője a $\overline{HU}$ felezőmerőlegese. Megfordítva, ha az S centrumú, $2a$ sugarú kör valamely H belső pontját összekötjük a kör egy U pontjával, a $\overline{HU}$ felezőmerőlegesének az SU egyenessel vett P metszéspontja az ellipszisen fekszik. U-t futtatva P a teljes ellipszist leírja, $\overline{HU}$ felezőmerőlegese pedig az ellipszis P-beli érintőjét adja.

Bizonyítás: Az ellipszis P pontjában az érintőre emelt merőleges felezi a fókuszoktól a P-hez vont egyenesek szöget. Ezért az $\overline{SP}$ és $\overline{HP}$ egyeneseknek az érintővel bezárt (az előzőket 90°-ra kiegészítő) szögei is egyenlőek[3] (*2.a ábra*).

Legyen az érintő és a $\overline{HU}$ egyenes metszéspontja Z. A fentiek szerint az érintő felezi a HPU egyenlőszárú háromszög P-beli szögét, ezért $\overline{PZ}$ az $\overline{UH}$ felezőmerőlegese, mint állítottuk.

[2] Az érintő ma használatos definíciója (az érintő a szelők határhelyzete) csak később terjedt el.

[3] Kepler az 1600-as évek elején megmegfigyelte, hogy egy ellipszis formájú tükrön visszaverődve, az egyik fókuszpontból kiinduló összes fénysugár a másik fókuszban találkozik. Ezért is adta Kepler ezeknek a pontoknak a „fókusz” = „tűzhely” nevet.



2. ábra. A tétel bizonyításához

Megfordítva, az *UPH* egyenlőszárú háromszög, s ezért

$$\overline{HP} + \overline{PS} = \overline{UP} + \overline{PS} = \overline{US} = 2a.$$

P tehát az ellipszisen fekszik.

Legyen *R* a felezőmerőleges tetszőleges pontja (*2.b ábra*). Ekkor a háromszög-egyenlőtlenség miatt:

$$\overline{UR} + \overline{RS} \geq \overline{US} = 2a,$$

és az egyenlőség csak $R = P$-re teljesül. De $\overline{HR} = \overline{UR}$, mert $\overline{PR}$ az $\overline{UH}$ felezőmerőlegese, ezért

$$\overline{HR} + \overline{RS} > 2a,$$

kivéve, ha $R = P$. A felezőmerőleges tehát egyetlen pont (*P*) kivételével az ellipszisen kívül halad, azaz az ellipszis *P*-beli érintője.

Maxwell levezetése

Most térjünk rá a tömegvonzás képletének Maxwell-féle levezetésére. Maxwell mindig is szerette a geometriát [6], már 15 éves korában cikke jelent meg a *Royal Society of Edinbourgh*-nál oválisok geometriai konstrukciójáról. Másik fiatalkori szenvedélye az égi mechanika volt, még edinbourgh-i diák korában figyelemre méltó tanulmányt írt a Szaturnusz gyűrűinek stabilitásáról. Halála előtt két évvel, 1877-ben – már a cambridge-i *Cavendish Laboratory* professzoraként – publikált könyvecskéje [5] a fizikai ismeretterjesztés felsőfoka.

Mint Newton óta mindenki, Maxwell is Kepler II. törvényével indul, melyet ő már a ma megszokott módon, a megmaradó impulzusmomentummal hoz kapcsolatba. Ezután bevezeti a szögsebességet, $\dot{\varphi}$-t. A területi sebesség kétszerese az impulzusmomentum, *h,* mely a Naptól vett távolsággal és a szögsebességgel a

$$h = r^2\,\dot{\varphi} \tag{2}$$

alakban fejezhető ki. Mivel *h* megmarad, $\dot{h} = 0$, adott bolygópálya esetén a szögsebesség a távolság négyzetével fordítva arányos.

Rajzoljuk most föl a különböző pontoknak megfelelő sebességvektorokat a „sebességsík” *O*-val jelöl origójából kiindulva. Így a *hodográf*nak nevezett görbét kapjuk.[4]

A második lépésben Maxwell megmutatja, hogy a hodográf (melyet 90°-kal elforgat) kör. Ehhez bevezeti a Nap mint centrum körül a kétszeres nagytengellyel mint sugárral rajzolt vezérkört, majd belátja:

Tétel: A másik (*H*) fókuszból a vezérkör *P*-nek megfelelő *U* pontjába vont $\overline{HU}$ szakasz hossza arányos sebességgel:

$$v = \frac{1}{2}\,\frac{h}{b^2}\,\overline{HU}. \tag{3}$$

A *bizonyítás*hoz Maxwellnek szüksége van a következőre (*3.a ábra*).

Lemma: Legyen az *S,* illetve *H* fókuszokból a *P*-beli érintőre bocsátott merőlegesek talppontja *Y,* illetve *Z*. Ekkor az $\overline{SY}$ és $\overline{HZ}$ mértani közepe a kistengely:

$$\overline{SY} \cdot \overline{HZ} = b^2. \tag{4}$$

A Lemma bizonyítása: Legyen az ellipszis nagytengelye $\overline{AB}$. *U* az *S* középpontú, 2*a* sugarú körön fekszik. Az ábrát a másik, *H* fókuszból felére zsugorítva, a vezérkör egy *a* sugarú körbe megy át, melynek átmérője beláthatóan $\overline{AB}$. Eközben *U* a *Z*-be kerül: *Z* tehát az ellipszis nagytengelye mint átmérő fölé írt körön fekszik.

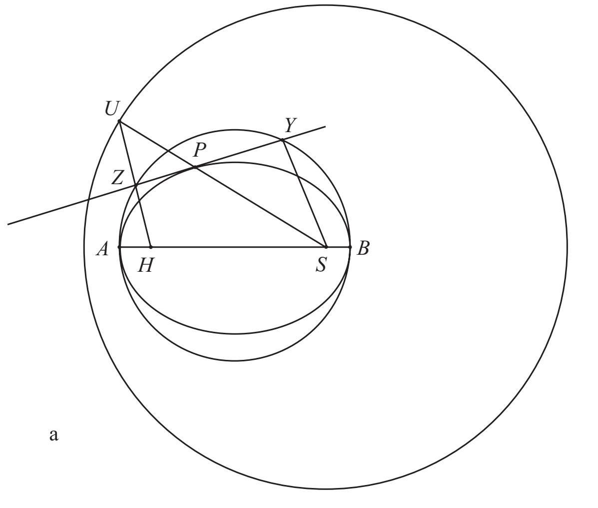
Hasonlóan, a *H* központú vezérkört az *S*-ből vett fele méretű zsugorítással azt kapjuk, hogy *Y ugyanezen* a körön fekszik.

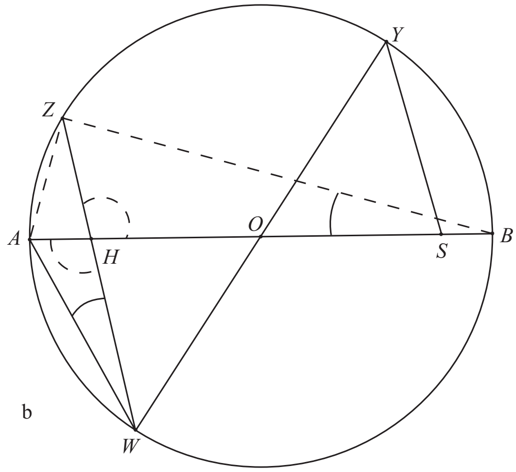
A $\overline{ZH}$ és $\overline{YS}$ egyenesek párhuzamosak, mivel mindkettő merőleges a *P*-beli érintőre. *Y*-t az ellipszis *O* centrumára tükrözve a *W* pontot kapjuk (*3.b ábra*). Eközben *S* *H*-ba megy át, így *H* az $\overline{AB}$ és $\overline{ZW}$ húrok metszéspontja.

Az *AHW* és *ZHB* háromszögek hasonlóak, hiszen két – nevezetesen a *H*-nál, illetve *W*-nél és *B*-nél lévő – szögük megegyezik. Ezért

$$\overline{AH} : \overline{HW} = \overline{ZH} : \overline{HB}.$$

[4] A hodográfot a Mechanika nagy kiteljesítője, *W.R. Hamilton* vezette be a XIX. század derekán.





3. ábra. Maxwell Lemmájának bizonyításához

Végezetül,

$$\overline{SY} \cdot \overline{HZ} = \overline{HW} \cdot \overline{HZ} = \overline{AH} \cdot \overline{HB} =$$
$$= (a - c)(a + c) = a^2 - c^2 = b^2.$$

(c a fókuszok centrumtól mért távolsága.) Ezzel a Lemmát beláttuk.

A Lemmából Maxwell tétele következik: a kétszeres területi sebesség a *4. ábra* szerint

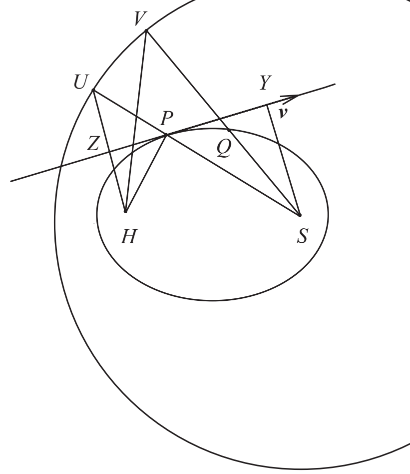
$$h = v \cdot \overline{SY}. \tag{5}$$

Mivel $\overline{HU} = 2\,\overline{HZ}$, innen Maxwell (3) képletét kapjuk.

A $\overline{HU}$ egyenes merőleges a sebességre. Ezért megfelelő időegységet választva, *az S centrumú,* 2*a sugarú vezérkör az ellipszispálya hodográfjának* 90°*-kal való elforgatottja,* mint állítottuk.

A mozgást létrehozó erőt Maxwell a következő módon származtatja. Míg a bolygó a P pontból a trajektória egy közeli Q pontjába megy át,[5] sebességének változása első rendben a $\overrightarrow{HU}$ és $\overrightarrow{HV}$ (ahol V a Q megfelelője a vezérkörön) vektorok különbségének, azaz

[5] Ábránkon a bolygó az óramutatú járásának irányában mozog.



4. ábra. Maxwell a pályaellipszis vezérkörét a hodográffal azonosítja.

$$\overrightarrow{UV} = \overrightarrow{HV} - \overrightarrow{HU}$$

derékszögű elforgatottja, mely a P-beli, pillanatnyi (ΔT-vel szorzott) *gyorsulást* reprezentálja. $\overrightarrow{UV}$ merőleges a kör $\overline{SU}$ sugarára, $\overrightarrow{UV}$ derékszögű elforgatottja ezért S felé irányul.

De az USV szög ugyanaz, mint PSQ, ezért az UV ív az S körüli szögmozgást írja le. A gyorsulás így a szögsebességgel arányos. (2) szerint tehát adott bolygópálya esetén *a gyorsulás a Nap irányába mutat és a távolság négyzetével fordítva arányos,* $F \propto r^{-2}$.

Végezetül megmutatjuk, hogy az arányossági tényező a pálya választásától független. Az ellipszis területe πab. Ha a bolygó keringési ideje T, akkor a kétszeres területi sebesség

$$h = \frac{2\pi\, a\, b}{T}. \tag{6}$$

Ezt (3)-ba írva,

$$v = \frac{\pi\, a}{T b} \cdot \overline{HU}.$$

Ezért a

$$\text{gyorsulás} = \frac{\pi\, a}{b\, T} \frac{\overline{UV}}{\Delta T}. \tag{7}$$

Ha a bolygó P-ből ΔT idő alatt ér a „közeli” Q-ba, akkor az SPQ háromszög területének kétszerese:

$$h\, \Delta T = \dot{\varphi}\, r^2\, \Delta T.$$

U és V a 2a sugarú körön mozog $\dot{\varphi}$ szögsebességgel. Ezért

$$\overline{UV} = 2\, a \cdot \dot{\varphi} \cdot \Delta T = 4\pi \frac{a^2\, b\, \Delta T}{T r^2}.$$

Az erő ezért (7) szerint:

$$F = \frac{m \pi\, a}{T b} \frac{\overline{UV}}{\Delta T} = m\, 4\pi^2 \left(\frac{a^3}{T^2}\right) \frac{1}{r^2}. \tag{8}$$

Használjuk most Kepler III. törvényét, mely szerint a^3/T^2 a pályától független állandó, melyet jelölhetünk $GM/4\pi^2$-nel. (8)-ba írva végezetül megkapjuk az univerzális tömegvonzás

$$F = G\frac{m M}{r^2} \tag{9}$$

törvényét.

Jegyezzük meg, hogy az inverz-négyzetes erőtörvény bolygómozgásból történő leszármaztatásával *Györgyi Géza* is foglalkozott [7].

Ki nyerhette volna az 1969. évi Eötvös-versenyt?

Fejtegetéseinket egy szórakoztató megjegyzéssel zárjuk. Az 1969. évi Eötvös-verseny első feladata a következőképpen hangzott: *M* tömegű, *R* rádiuszú égitest felszíne felett *h* magasságban egy űrhajó kering körpályán. Fékezőrakétáját rövid ideig menetiránnyal szemben működtetve olyan ellipszis pályára tért, amelyben az égitest átellenes pontján elérte annak felszínét. A fékezéskor mozgási energiájának hányad részét kellett elveszítenie?

A feladat Maxwell módszerével is megoldható.[6] Tekintsük az ellipszis egy tetszőleges *P* pontját. Az „optikai tulajdonság” miatt a *HPZ* és *SPY* szögek egyenlőek, s így a *HZP* és *SYP* háromszögek hasonlóak, s ezért:

$$\frac{\overline{SY}}{\overline{HZ}} = \frac{\overline{SP}}{\overline{HP}} = \frac{r}{2a - r}.$$

Ezt (4)-gyel megszorozva,

$$\overline{SY}^2 = \frac{b^2 r}{2a - r}.$$

(5)-be (6)-ot helyettesítve és négyzetre emelve azt kapjuk, hogy pálya tetszőleges pontjában a sebesség négyzete

$$v^2 = \frac{4\pi^2 a^2 b^2}{T^2}\cdot\frac{1}{\overline{SY}^2} = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2}\left(\frac{2a}{r} - 1\right). \tag{10}$$

Körpálya esetén

$$v_0^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T_0^2}.$$

Tehát a kinetikus energiák viszonya:

$$\frac{v^2}{v_0^2} = \frac{a^2}{r^2}\,\frac{T_0^2}{T^2}\,\frac{2a - r}{r}. \tag{11}$$

Ugyanakkor Kepler III. törvénye szerint: $T_0^2/T^2 = r^3/a^3$. Így végezetül:

$$\delta \equiv \frac{v^2}{v_0^2} = \frac{2a - r}{a}, \tag{12}$$

azaz, *a pálya tetszőleges pontjában az elliptikus mozgás és az ugyanazon ponton átmenő körmozgás kinetikus energiáinak aránya egyenlő a másik fókusztól mért távolság és a fél nagytengely arányával.* A feladatban a vizsgált pont az aphelium, $r = R + h$, a nagytengely $2a = 2R + h$, és (12) a [8]-ban talált

$$\delta = \frac{2R}{R + r} = \frac{2R}{2R + h}$$

kifejezésre redukálódik.

Maxwell megoldása az előzőeknél általánosabb, hiszen az tetszőleges pontban érvényes. Eleganciájában is felülmúlja azokat.

1856-ban Maxwell második „wrangler” lett a cambridge-i egyetem (azóta is) híres *tripo*ján, a mai tanulmányi versenyek ősén [6]. Ha lett volna türelme „kicsit” (113 évet) várni, akkor az 1969. évi Eötvös-verseny eredménye másként alakulhatott volna. Különösen, hogy neki az elektromos példa se okozott volna gondot…!

Köszönetnyilvánítás

A szerző köszönetet mond *Sükösd Csabá*nak és *Balog János*nak érdeklődésükért és tanácsaikért, *Szegedi Péter*nek Newtonnal és a *Principiá*val kapcsolatos levelezésért és *Komornik Vilmos*nak Maxwell Lemmája geometriai bizonyításáért.

Irodalom

1. BUDÓ ÁGOSTON: *Mechanika,* Negyedik kiadás – Tankönyvkiadó, Budapest (1965).
2. L. LANDAU, J. LIFSIC: *Mechanika*
3. SIR ISAAC NEWTON: *Principia…* (A természetfilozófia matematikai elvei) – Prometheus Books, N.Y. 1995.
4. A bolygómozgás törvényeinek felfedezésével kapcsolatos történelmi áttekintés során V.I. ARNOLD: *Huygens & Barrow, Newton & Hooke* – Birkhäuser (1990) könyvét követjük
5. J.C. MAXWELL: *Matter and Motion* (1877) – Utánnyomás: N.Y., Dover, 1991.
6. A Maxwellel kapcsolatos adatokat EMILIO SEGRÈ: *Personaggi e scoperte della fisica classica* – Mondadori (1996) című könyvéből vesszük.
7. GYÖRGYI GÉZA: *A Kepler-mozgás és a gravitációs törvény* – Fiz. Szemle *21* (1971) 205
8. P. HORVÁTHY: *Bolygómozgásról, egy versenyfeladat kapcsán* – Fiz. Szemle *53* (2003) 405

[6] Egy előző cikkben [8] a feladatra hét, többé-kevésbé különböző megoldást mutattunk. Mint arra *Kürti Jenő* rámutatott, a probléma a radiális egyenlet vizsgálatával is tárgyalható lenne.

Szerkesztőség: 1027 Budapest, II. Fő utca 68. Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682
A Társulat Internet honlapja http://www.elft.hu, e-postacíme: mail.elft@mtesz.hu
Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős: Berényi Dénes főszerkesztő.
Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.
Nyomdai előkészítés: Kármán Tamás, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.
Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.
Megjelenik havonta, egyes szám ára: 600.- Ft + postaköltség.
HU ISSN 0015–3257