

A FIZIKA OKTV HARMADIK FORDULÓJA

A HARMADIK KATEGÓRIA RÉSZÉRE – 2007

– Lejtő vályúban guruló golyó gyorsulásának vizsgálata

Vannay László, Fülöp Ferenc, Máthé József, Nagy Tamás

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Fizikai Intézet, Kísérleti Fizika Tanszék

A Fizika Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny – a korábbi évekhez hasonlóan – ebben az évben is három kategóriában került megrendezésre. Különböző csoportban versenyeztek a szakiskolák tanulói, az általános, valamint az emelt szintű fizikaoktatásban részesülő diákok. Mind a három csoport részére három fordulóból állt a verseny. Az első két forduló során elméleti problémákat kellett megoldaniuk a versenyzőknek, míg a harmadik fordulóban mérési feladatokkal kellett megbirkózniuk. A harmadik fordulóban az első két forduló legjobbjai mérték össze tudásukat és ügyességüket.

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Fizikai Intézet az emelt szintű fizikaoktatásban részesülő diákok (harmadik kategória) versenyének harmadik fordulóját rendezte. A versenynek ebben a fordulójában harminc fiatal vett részt. Közleményünkben erről a versenyről számolunk be.

Dolgozatunkban bemutatjuk a versenyforduló kezdetekor kiadott írásos anyagot úgy, ahogy a versenyzők megkapták. Ennek az anyagnak a segítségével akartuk megismertetni a versenyzőket a megoldandó feladattal, és a feladat megoldásához rendelkezésükre álló eszközökkel. A kiadott írásos anyagok bemutatása után vázoljuk a kitézött feladatok megoldásának módját, majd beszámolunk a verseny közben és az értékelés során szerzett tapasztalatokról, a versenyzők eredményeiről, és végül köszönetet mondunk mindazoknak, akik közreműködtek a verseny előkészítésében vagy lebonyolításában.

A versenyzők részére kiadott írásos anyag

Feladat

1. Határozza meg, hogy 60° -os – függőleges szögfelezőjű – vályúszög esetén, alumíniumfelületen milyen gyorsulással mozog a sima, illetve érdesített felületű 20 mm átmérőjű acél csapágygolyó, ha a vályú lejtésszöge 5° , 10° , 15° , 20° , 25° és 30° . Mérés adatait, és a segítségükkel meghatározott gyorsulás értékeket foglalja táblázatba.

2. Az előző pontban szereplő mérési feladatot oldja meg gumifelület alkalmazásával is.

3. Az eddigi mérési eredményeit felhasználva, rajzolja fel a kapott gyorsulásértékeket a lejtőszög függvényében.

4. Az előző három pontban szereplő mérési feladatot oldja meg 30° -os vályúszög esetén is.

5. A golyók gyorsulásának meghatározásához szóba jöhető mérési eljárások közül lehetőleg olyat válasszon, amelynél az indítás bizonytalansága miatt minimális a hiba az időmérésnél.

6. Mérés eljárásáról és az adatok feldolgozásáról készítsen jegyzőkönyvet. A jegyzőkönyv olyan részletes legyen, hogy felhasználásával minden részletre kiterjedően megismételhetők legyenek a mérései, valamint a mért adatok feldolgozása.

7. Értelmezze és értékelje mérési eredményeit.

Megjegyzés: a vályúszög: a vályút alkotó két sík által bezárt szög, a lejtőszög: a vályút alkotó két sík egymást metsző egyenesének a vízszintessel bezárt szöge.

A feladat megoldásához rendelkezésre álló eszközök

– Sima, illetve érdesített felületű (20 mm átmérőjű) csapágygolyók.

– Berendezés, amely segítségével beállíthatja a szükséges vályúszöget és a lejtőszöget, valamint megváltoztathatja a vályú felületének anyagát.

– A berendezésen két állítható helyzetű fénykaput talál, melyek időmérő elektronikához csatlakoznak. Az egyik fénykapu indítja, a másik leállítja az időmérő elektronikát. A fénykapuk működését az előttük elhaladó, a fényutat megszakító tárgy (golyó) vezérli.

– Az időmérő elektronikáról az indítás és leállítás közötti idő ezred másodpercekben olvasható le. Indítás előtt az időmérő elektronikát az előlapján lévő kapcsolóval (egyes eszközöknél gombbal) *nullázni kell*.

– Az elektronika működéséhez szükséges feszültséget tápegység biztosítja. A tápegységet csatlakoztattuk az elektronikához. *A tápegység beállítását ne változtassa!*

– Bunsen-állvány rúddal, dióval és fogóval.

– Mérőszalag.

– A vályúszög beállításához fa ékek (2 db 30° -os és 2 db 60° -os).

– Cérnakesztyű.

– Az eredmények ábrázolásához milliméterpapír.

– Négyjegyű függvénytábla.

További információk

A verseny időtartama 4 óra.

A lejtőn leguruló golyókat lehetőleg kézzel állítsa meg a második időmérő kapu után, ne ütköztesse azokat a lejtő végét lezáró alumíniumlemezzel.



1. ábra. A kísérleti összeállítás

Ha a kiadott eszközök kezelésével kapcsolatban problémái vannak, vagy az eszközök működésénél rendellenességet tapasztal, forduljon a felügyelő tanárokhoz.

A méréseket körültekintően végezze. Gondolja meg, hogy melyik eszközt miért kapta.

Tartsa be az általános balesetvédelmi szabályokat.

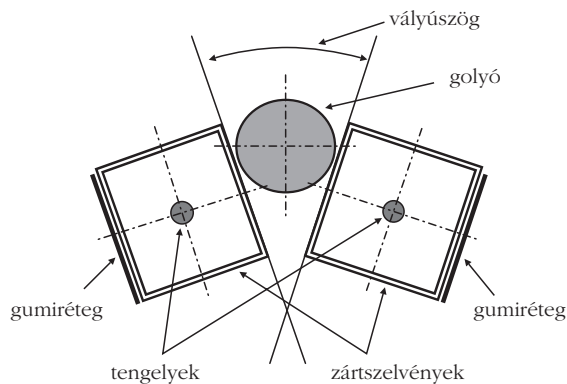
Vigyázzon saját maga és a kiadott eszközök épségére. Eredményes versenyzést kívánunk.

A feladat megoldása

A versenyzők látták a rendelkezésükre álló eszközöket, közleményünk olvasóinak azonban nincs meg ez a lehetősége. Ezért mielőtt rátérnénk a feladat megoldásának ismertetésére, röviden leírjuk a kiadott eszközök listájában szereplő „berendezés”-t. A „berendezés” véglapok közé rögzíthető, két 75 cm hosszú, 25×25 mm-es (négyzet keresztmetszetű) alumínium-zártszelvényből áll. A zártszelvények egyik oldalára 1 mm vastag gumiréteget ragasztottunk. A zártszelvények hossz tengely körüli elforgatásával egyrészt tetszőleges vályúszöget lehetett beállítani, másrészt így lehetett a vályú felületének anyagát megváltoztatni. A tengelyek egymástól való távolsága is állítható. A tengelytávolság változtatásával érhető el az, hogy a guruló golyó minden esetben a vályút alkotó síkkal érintkezzen, ne két élen gördüljön le. A két véglapot 20 mm átmérőjű alumíniumrudak fogták össze. Ezeket a rudakat lehetett az időmérő kapukat a zártszelvényekkel párhuzamosan elcsúsztatni és tetszőleges helyen rögzíteni. Ha a „berendezés” egyik véglapját az asztalon hagyjuk, és a másik véglapját a Bunsen-állványra szerelt Bunsen-fogó segítségével megemeljük, tetszőlegesen változtathatjuk a vályú hajlásszögét. Az összeállítás fényképe látható az 1. ábrán, a „berendezés” hossz tengelyére merőleges metszetének vázlatát mutatja a 2. ábra.

A feladat megoldásához szükséges mérések elvégzése

a) A vályúszög beállításához a mérőhelyen található két-két 30°-os, illetve 60°-os egyenlőszárú háromszög alapú fahasábot használtuk fel. A hasábokat a zártszelvények közé téve, olyan helyzetet állítottunk be, hogy a hasábok alaplapja vízszintes legyen. Ezzel biztosítottuk az elrendezés szimmetriáját a függőleges síkra. A zártszelvények tengelyének távolságát úgy állítottuk be, hogy a golyók a kialakult vályú síkjain



2. ábra. A „berendezés” hossz tengelyre merőleges metszete

guruljanak, de annyira kiemelkedjenek a vályúból, hogy az időmérőt működtessék.

b) A lejtőszögeket a berendezés hosszának (789 mm) és a lejtőszög szinuszának ismeretében mérőszalag felhasználásával állítottuk be a Bunsen-állvány és fogó felhasználásával.

c) A gyorsulások meghatározásának legegyszerűbb módja az lenne, ha megmérhetnénk azt az időt, amely alatt az álló helyzetből induló golyó egy adott utat megtesz. Az út és az idő ismeretében a gyorsulás könnyen meghatározható lenne. Ez a megoldás azonban csak közelítőleg valósítható meg, mert az időmérést indító kapu előtt a golyónak már sebessége van. A golyóindítás bizonytalanságai erősen befolyásolják a mérés eredményeit.

Mi a feladatokat az alábbiakban leírt mérések segítségével oldottuk meg.

A golyókat mindig a lejtő véglapját alkotó alumíniumlaphoz érintettük és innen indítottuk álló helyzetből. Az időmérést indító kaput, a véglaptól ismeretlen távolságban (~12 cm) rögzítettük. Feltételezhetjük, hogy adott elrendezés esetén ide mindig azonos sebességgel (v_0) érkezik a golyó. A továbbiakban az indító kaputól 25 cm-es (s_1), illetve 50 cm-es (s_2) út megtételéhez szükséges időket (t_1 és t_2) mértük. A mért adatokból a keresett gyorsulás:

$$a = \frac{2(s_1 t_1 - s_2 t_2)}{t_1 t_2 (t_1 - t_2)}$$

A kifejezés egyszerűsíthető, ha $s_2 = 2s_1$. Ekkor

$$a = \frac{2s_1(t_1 - 2t_2)}{t_1 t_2 (t_1 - t_2)}$$

A versenyzőktől ilyen típusú megoldásokat vártunk. Egy-egy szakasz megtételéhez szükséges időt 5-ször megmérve, a feladatok megoldásához elvégzendő mérések mintegy két órát vesznek igénybe.

Elvégeztük a méréseket úgy is, hogy út-idő-grafikont vettünk fel, a mérési pontokra másodfokú görbét illesztettünk, majd a görbe egyenletének kétszeres deriválásával határoztuk meg a gyorsulást. (Ilyen megoldást – elsősorban időigényessége miatt – nem vártunk a versenyzőktől!) Ehhez a megoldáshoz szükséges méréseket az előzőekben ismertetett eljáráshoz

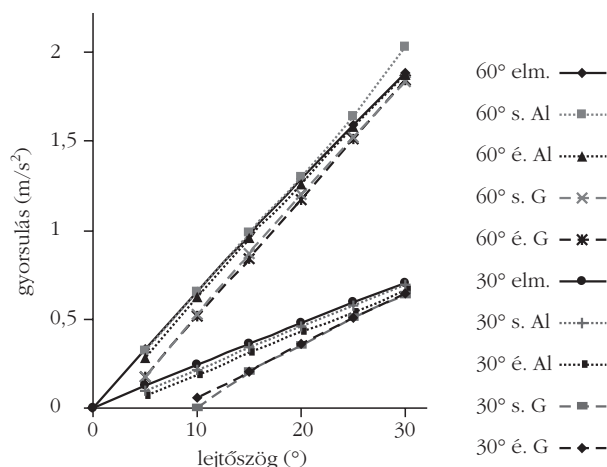
20 mm átmérőjű csapágygolyók gyorsulása alumínium-, illetve gumifelületen, különböző vályú- és lejtőszög esetén (m/s²)

vályú- szög	golyófelület és lejtőfelület	lejtőszög							
		0°	5°	10°	12,5°	15°	20°	25°	30°
60°	elmélet	0,0000	0,3288	0,6552	0,8166	0,9765	1,2905	1,5946	1,8865
	sima, alumínium		0,3250	0,6552		0,9908	1,3034	1,6416	2,0322
	érides, alumínium		0,2824	0,6232		0,9524	1,2628	1,5858	1,8788
	sima, gumi		0,1714	0,5303		0,8654	1,2022	1,5252	1,8395
	érides, gumi		0,1735	0,5155		0,8388	1,1736	1,5108	1,8468
30°	elmélet	0,0000	0,1226	0,2444	0,3046	0,3642	0,4813	0,5947	0,7036
	sima, alumínium		0,0932	0,2172		0,3418	0,4622	0,5756	0,6938
	érides, alumínium		0,0688	0,1894		0,3102	0,4342	0,5394	0,6620
	sima, gumi			0,0000	0,1248	0,2082	0,3560	0,5066	0,6338
	érides, gumi			0,0634	0,1334	0,2046	0,3622	0,5030	0,6434

hasonlóan végeztük el. A golyókat mindig a véglap-tól, álló helyzetből indítottuk. Az indító kaput ugyanott rögzítettük, mint az előbb ismertetett módszerrel, majd ettől a kaputól 10, 20, 25, 30, 40, 50, és 60 cm-re helyeztük a leállító kaput. Mindegyik szakasz megtételéhez szükséges időt 10-szer mértük meg és a mérési eredmények átlagát vettük figyelembe. Az időmérő elektronika a nullázásig mért idők összegét jelzi ki, így 10 mérés esetén egyszerű az átlagok meghatározása. (A kijelzőn megjelenő számot tízzel kell osztani.) A mérési pontok igen jól illeszkednek a másodfokú görbékre, a regressziós állandóra minden esetben: $R^2 = 1$ adódott. A mérési eredmények felhasználásával kapott gyorsulásértékeket az 1. táblázat mutatja. A táblázatban szereplő gyorsulásértékeket a fent leírt mérési módokon határoztuk meg. A 60°-os vályúszögnél, gumifelületen 25 és 50 cm-es utak megtételéhez szükséges idők mérésével, a többi esetben út-idő-görbék felvételével. A táblázat adatainak felhasználásával készült a 3. ábra.

A mérések eredményeinek értékelése előtt vizsgáljuk meg, hogy miként viselkedik a síkon mozgó golyó, ha gördül, vagy ha fúró mozgást végez.

3. ábra. A gyorsulás 60° és 30°-os vályúszögeknél a lejtőszög függvényében (s.: sima, é.: éresített golyófelület, valamint Al: alumínium- és G: gumifelületű vályú)



Egy merev test golyó akkor gördül egy merev test síkon, ha

– a golyónak a síkkal való érintkezési pontjában nincs a síkhoz képest sebessége;

– a golyó érintkezési pontján átmenő pillanatnyi forgástengely a két test közös érintősíkjában fekszik. A golyó szögsebességvektora egybeesik a pillanatnyi forgástengellyel.

Ha a gördülésnél a testek nem ideális merev testek, akkor az érintkezés helyén deformáció jön létre, ami a gördülést akadályozó nyomatékot eredményez.

A merev test golyó akkor végez fúró mozgást az ugyancsak merev test síkon, ha forgástengelye, és ezzel szögsebességvektora merőleges a síkra. Ilyenkor, mivel a golyó csak egy pontban érintkezik a síkkal, elvileg nem lép fel fékező nyomaték.

Ha a fúró mozgásnál a testek nem ideális merev testek, deformáció lép fel. Ekkor már a golyó egy felületen érintkezik a síkkal, és ez a forgást akadályozó nyomatékot eredményez.

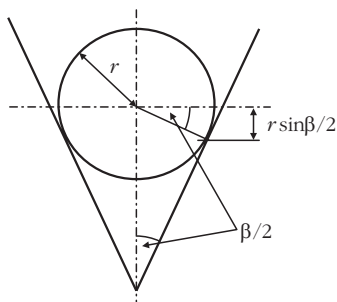
Amikor merev test vályúban merev test golyó mozog, a golyó két pontban érintkezik a vályút alkotó síkokkal. A két pontot összekötő egyenes a golyó pillanatnyi forgástengelye, ebbe az irányba mutat a golyó szögsebességvektora. Ennek a szögsebességvektornak van a lejtő síkjába eső és erre merőleges komponense is. Tehát a vályúban guruló golyó gördül és egyidejűleg fúrómozgást is végez. Ideális esetet feltételezve sem a gördülés, sem a fúrómozgás miatt nem lép fel fékező nyomaték. Ilyenkor a golyóra felírt mozgásegyenletből, vagy az energiamegmaradás törvényéből meghatározhatjuk a golyó gyorsulását.

A 4. ábra jelöléseit használva, valamint a vályú és a golyó között fellépő súrlódási erőt F -fel jelölve, a golyó súlypontjára felírhatók a mozgásegyenletek. A haladó mozgásra:

$$m g \sin \alpha - F = m a,$$

ahol α a lejtőszög, a forgó mozgásra:

$$F r \sin \frac{\beta}{2} = \frac{2}{5} m r^2 \epsilon.$$



4. ábra. Az elrendezés geometriája

A gyorsulás és a szöggyorsulás (ϵ) közötti kapcsolat:

$$a = r \sin \frac{\beta}{2} \epsilon.$$

Az energiamegmaradás törvényéből:

$$m g s \sin \alpha = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \frac{2}{5} m r^2 \omega^2,$$

ahol $v = \omega r \sin(\beta/2)$, $s = at^2/2$ és $v = at$. Természetesen mind a két egyenletrendszerből azonos végeredményre jutunk, a legrugó golyó gyorsulása:

$$a = \frac{g \sin \alpha}{1 + \frac{2}{5 \sin^2 \frac{\beta}{2}}}.$$

Az 1. táblázatban „elmélet” megjelöléssel szereplő gyorsulásértékeket ennek a kifejezésnek a segítségével határoztuk meg. A 3. ábrán a számított gyorsulásértékek határozzák meg az „elm” jelű görbét. (A gyorsulás ilyen módon történő meghatározását nem vártuk a versenyzőktől.)

Ha a golyó, vagy a lejtő nem ideális merev test, a jelentkező deformációk hatására a gördülés, és az ezzel együtt jelentkező fúrómozgás következtében fékező nyomatékok lépnek fel, és ezek csökkentik a golyó gyorsulását.

A fentiek ismeretében értelmezhetők a 3. ábrán látható görbék.

A golyók viselkedése 60°-os vályúszög esetén:

- „60° s. Al” görbe (60°-os vályúszög, sima golyó alumíniumfelületen). A merev testnek tekinthető vályúfelület és golyó viselkedésének (az „ideális” esetnek) megfelelő a görbe menete a 20°-os lejtőszögig. A testek elhanyagolható mértékben deformálódnak és ezért a gördülés és a fúrómozgás következtében jelentkező fékezőnyomatékok hatása nem észlelhető. 25°-os lejtőszögtől a vonal felfelé görbül, jelezve, hogy a golyó a lejtőszög emelkedésével egyre jobban megcsúszik.

- „60° é. Al” görbe (60°-os vályúszög, érdesített felületű golyó alumíniumfelületen). Az érdesítés miatt fellépő kis súrlódás a fúrómozgás közben fékező nyomatékot hoz létre, ezért a gyorsulásértékek kissé elmaradnak a sima felületű golyónál kapott értékektől. A megnövekedett súrlódás a gördülő mozgásnál is

jelentkezik, hatására a 25–30°-os lejtőszögnél sem tapasztalható megcsúszás. A görbét a kis lejtőszögek irányában visszafelé meghosszabbítva látható, hogy a tengelyt nem a nulla helyen metszi. Ez azt jelenti, hogy az érdesített golyó kis lejtőszög esetén a fékező nyomatékok miatt már nem gurul le.

- „60° s. G” és a „60° é. G” görbe (60°-os vályúszög, sima és érdesített felületű golyó gumifelületen). A gumifelületbe a golyó benyomódik, nem egy pontban érintkezik a golyó a vályúval, hanem egy felületen. A felület deformációja a gördülést és a fúrómozgást is akadályozza. A megnövelt fékezőnyomatékok miatt a gyorsulások elmaradnak az alumíniumfelületen mért értékekhez viszonyítva. Az érdesített felületű golyó gyorsulása valamivel elmarad a sima felületű golyóéhoz képest, az érdesítés miatt megnövelt fékező nyomaték hatására. A lejtőszögek növekedésével a görbék közelednek az alumíniumfelület esetén mért görbékhez. Ennek az oka az, hogy a növekvő lejtőszögek hatására csökken a golyók súlyának a vályú felületére merőleges komponense, ami a benyomódás, és ezzel a fékező nyomaték csökkenését eredményezi.

Az m tömegű golyó súlyának a lejtő síkjára merőleges komponense (F_{ny}) nagysága:

$$F_{ny} = \frac{m g \cos \alpha}{2 \sin \frac{\beta}{2}}.$$

A két görbét meghosszabbítva a kis lejtőszögek irányában megint tapasztalható, hogy nem a nulla értéknél metszik a tengelyt, jelezve, hogy kis lejtőszögeknél a golyók a fékező nyomatékok miatt már nem gurulnak le. (Méréseink szerint ez az eset 2,6°–2,8°-nál következik be.)

A golyók viselkedés 30°-os vályúszög esetén:

- A kisebb vályúszög hatására az alumíniumfelületen leguruló golyók gyorsulása kisebb, mint 60°-os vályúszög esetén. Megnövelt a golyók súlyának a síkokra merőleges komponense. Az alumíniumfelületen mozgó golyók gyorsulását jellemző görbék menete hasonló módon értelmezhető, mint ahogy azt tettük a fentiekben, 60°-os vályúszög esetében. Eltérésként tapasztalható, hogy itt már nem jelentkezik a sima felületű golyó megcsúszása nagyobb lejtőszögeknél. A súly lejtőre merőleges komponensének növekedése a golyó és a lejtő között fellépő súrlódási erő növekedését eredményezi, ami csökkenti a megcsúszás megjelenésének lehetőségét.

- Gumifelületet használva nagyobb lejtőszögeknél a gyorsulás hasonló módon alakul, mint 60°-os vályúszög esetén, és a magyarázata itt is a lejtő síkjaira merőleges nyomóerő-komponensek csökkenésében, és az ezzel járó fékező nyomaték csökkenésében keresendő.

- Érdekes a golyók viselkedése és a görbék alakulása gumifelület alkalmazásánál kis lejtőszögek esetén. A sima felületű golyó gyorsulását mutató görbe a 10°-os lejtőszögnél metszi az abszcisszát. Azaz 10°-os

lejtőszögnél gumifelületen a sima felületű golyó nem gurul le. Ugyanakkor az érdesített felületű golyó 10° -os lejtőszögnél még legördül. A gyorsulását ábrázoló görbe csak kisebb lejtőszögnél metszi az abszcisszát. A tapasztalt jelenség oka abban keresendő, hogy a sima golyó a felületénél jelentkező kisebb súrlódás következtében mélyebben sülyed a vályút alkotó síkok közé, jobban benyomódik a gumifelületbe és nagyobb felületen érintkezik a gumival, mint az érdesített felületű golyó.

A mérésekkel kapcsolatos néhány megjegyzés:

- Általában elmondható, hogy reprodukálható eredményeket csak gondosan elvégzett mérések esetén kaphatunk. Ez a megállapítás fokozottan érvényes súrlódással kapcsolatos feladatok esetén. A súrlódási erő látszólag kis hatásokra is érzékenyen reagál. Például, ha a golyókat kézzel fogjuk meg, a zsíros felületű golyó már másképp viselkedik, mint a tiszta felületű. Ezért adtunk cérnakesztyűt a versenyzőknek.

- Elsősorban gumifelületek esetén a mérési eredményeket befolyásolja a golyók lejtőre helyezésének módja is. Ha a golyót lendületesen „rádobjuk” a lejtőre, beékelődik a felületek közé és másként indul, mint amikor óvatosan helyezzük a felületre.

A versennyel kapcsolatos tapasztalatok

– A versenyzőknek feltehetően kevés alkalmuk volt arra, hogy önállóan méréseket végezzenek, ezért lassan dolgoztak és a rendelkezésükre álló idő alatt sokan nem tudták elvégezni a szükséges méréseket. Így a mérési eredmények értékelésére már nem jutott idejük.

– Többen voltak olyanok, akik észrevették, hogy az $s = at^2/2$ összefüggés alkalmazásánál mérési hibát okoz az, hogy az időmérés kezdetekor a golyónak már van sebessége. A hiba kiküszöbölése érdekében azonban nem tettek lépéseket.

– A versenyzőknek csak egy része vizsgálta a golyók gyorsulást úgy, ahogy vártuk, a „két utas” módszerrel.

– A gyorsulás meghatározását az út–idő–függvény felvételével és deriválással két versenyző kísérte meg.

– Néhányan ideális esetet feltételezve (a fékező nyomatékokat figyelmen kívül hagyva) megpróbálták a golyók gyorsulását a mozgásegyenletek segítségével számítással is meghatározni. Egy részük hibásan írta fel a kiindulási egyenleteket, a másik részük a helyesen felírt egyenletekből hibás eredményt hozott ki.

– Sokan nem illesztettek görbét a mérési pontokra, hanem egyszerűen összekötötték a mérési pontokat.

– A mérési eredmények értékelésénél még a helyes eredményt elért versenyzők sem értelmezték, ha a felrajzolt grafikon nem a (0;0) pontban metszette a koordinátatengelyeket.

– Többen igyekeztek a mérési pontokra olyan görbét (rendszerint egyenest) illeszteni, amely minden esetben az origóban metszi a tengelyeket.

– Kevesen vették csak észre, hogy 30° -os vályúszögnél, gumifelület és kis lejtőszög esetén az érdesített golyó gyorsulása nagyobb, mint a sima golyóé.

– Sajnos több jegyzőkönyv szinte olvashatatlan volt.

– Azok, akik elemezték a golyók mozgását, valamennyien tiszta gördülést állapítottak meg.

Megítélésünk szerint a mérési eredmények értékelése sok tanulságot szolgáltatott volna. Sajnálatos, hogy a versenyzőknek erre kevés idejük maradt. Reméljük azonban, hogy a verseny így is tanulságos volt, és bővítette a résztvevők fizikai ismereteit.

A harmadik fordulón elért pontszámok 40 és 16 között változtak.

A verseny végeredménye

Az összesített eredmények alapján a verseny első 11 helyezettje:

1. VARGA GÁBOR ISTVÁN a miskolci Hermann Ottó Gimnázium diákja 91 ponttal,

2. KÖNYA GÁBOR a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium tanulója 90 ponttal,

3. HUJTER BÁLINT a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium versenyzője 89 ponttal,

4. SZABÓ ISTVÁN a budapesti Berzsenyi Dániel Gimnázium tanulója 89 ponttal,

5. *Gilyén András* (Budapest, Szent Margit Gimn., 79 pont), 6. *Tóth Dávid* (Eger, Szilágyi Erzsébet Gimn. és Kollégium, 77 pont), 7. *Beck Zoltán* (Fazekas Mihály Fővárosi Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 77 pont), 8. *Roósz Gergő* (Szeged, Radnóti Miklós Gyak. Gimn., 75 pont), 9. *Petrás András* (Budapest, Árpád Gimn., 75 pont), 10. *Meszéna Balázs* (Fazekas Mihály Fővárosi Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 74 pont) és 11. *Farkas Ádám László* (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., 74 pont).

Köszönetnyilvánítás

A verseny lebonyolításához szükséges anyagi hátteret részben az Országos Közoktatási Értékelési és Vizsgaközpont biztosította. Ezt ezúton is köszönjük.

A verseny lebonyolításához szükséges – igen munkaigényes – eszközök esztétikus kivitelezéséért *Horváth Bélának* és *Halász Tibornak*, a megfelelő körülmények megteremtéséért *Gál Bélánénak* és *Mezey Miklósnak* mondunk köszönetet. A feladat kitűzésével, a verseny lebonyolításával kapcsolatos hasznos tanácsaiért *Kálmán Péternek*, *Keszthelyi Tamásnak* és *Tóth Andrásnak* mondunk köszönetet.

A versennyel kapcsolatos adminisztrációs és gazdasági ügyek intézéséért *Köves Endrénét* és *Gál Bélánét* illeti köszönet.

Elismerés és köszönet illeti mindazokat (szülőket, tanárokat, barátokat stb.), akik segítették a versenyzők munkáját és ezzel hozzájárultak a verseny sikeréhez.