

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Matematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Matematikai és Physikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

LIX. évfolyam

10. szám

2009. október

NEUTRÍNÓOSZCILLÁCIÓK ÉS A KVANTUMÁLLAPOTOK ÖSSZEFONÓDÁSA

Ligeti Zoltán

Ernest Orlando Lawrence Berkeley National Laboratory
University of California, Berkeley, USA

Az elmúlt évben meglepő eredmények születtek bizonyos instabil atommagok orbitális elektronbefogási valószínűségének időfüggésére. A várt exponenciális időfüggéstől mért eltérést – sokat vitatott módon – neutrínók keveredésével próbálták értelmezni. A vitától motiválva újratárgyaljuk a neutrínóoszilláció elméletének kvantummechanikai alapjait, a kvantumösszefonódást figyelembe véve. Ezáltal a szokásos oszcillációs formula általánosabb levezetését adjuk meg. Tárgyalásunkból kiderül, hogy a megfigyelt eltérés az exponenciális időfüggéstől nem értelmezhető neutrínóoszillációként.

A neutrínók tömege és keveredése

A neutrínók tömege és keveredése különlegesen érdekes [1, 2], mert a neutrínók oszcillációjának megfigyelése az első kísérleti evidencia volt arra, hogy a standard modell kiegészítésre szorul. A standard modell a mértékcsoport, részecsketartalom, és a szimmetriasértés megadása után minden részecskefizikai jelenséget megjósol. A jobbkezes neutrínók, ν_R , nem vesznek részt egyetlen ismert kölcsönhatásban sem, ugyanis minden mértékcsoport szerint szinglettek. Emiatt nincs okunk azt hinni, hogy a tömegük összefügg az elektromos energiáskálával, és ezért nem tartoznak a standard modell szokásos definíciójába. Ha ennek ellenére hozzáadunk jobbkezes neutrínókat a standard modellhez, akkor megmagyarázhatók a

neutrínókkal végzett kísérletek eredményei, ellenben a standard modell „minimális” volta sérül.

Ha a neutrínók tömege nulla volna, mint ahogy azt a 90-es évek végéig általában hitték, akkor a gyenge kölcsönhatásban keletkező elektron-, müon-, és tau-neutrínók kizárólag ugyanilyen gyenge kölcsönhatásban vennének részt a detektorban is. Annak a megfigyelése, hogy a neutrínók keltésekor és elnyelésekor eltérő generációs töltött leptonnal kerülhetnek kölcsönhatásba – tehát megváltozik az „ízük”, azaz hogy melyik generációhoz tartoznak –, azt jelenti, hogy nem lehetnek tömeg nélküliek.

Minden tömeggel rendelkező részecskének van egy nyugalmi rendszere. Egy balkezes neutrínót egy nála gyorsabban mozgó vonatkoztatási rendszerből „visszanézve” jobbkezesnek látunk. A kérdés az, hogy mik ezek a jobbkezes neutrínók. A kvantumtérelmélet CPT-tétele szerint, ha létezik ν_L [$\bar{\nu}_L$], akkor létezik ugyanolyan tömeggel $\bar{\nu}_R$ [ν_R] is. Olyan fermionok esetén, amelyeknek tömegük és töltésük is van, mind a négy állapotnak léteznie kell. Ellenben a neutrínóknak nincs kísérletileg igazolt megmaradó töltése, így két lehetőség van: (1) a jobbkezes neutrínó lehet egy új részecske, ν_R , és ekkor a neutrínók tömegét a Lagrange-sűrűségben az $m \nu \bar{\nu}$ tag írja le; (2) a jobbkezes neutrínó lehet a balkezes antirészecskéje is, azaz $\nu_R = \bar{\nu}_L$ (ez esetben szükségszerűen $\nu_L = \bar{\nu}_R$) és ekkor a tömegtag $m \nu \nu$. Az első esetben Dirac-, a második esetben Majorana-tömegről és -neutrínókról beszélünk. A Majorana-tömeg sérti a leptonszámot, míg a Dirac-tömeg nem. Annak eldöntése, hogy melyik felelős a neutrínók tömegéért a neutrínófizika egyik legfontosabb nyitott kérdése, amivel – több mint 50 éve – Marx György elsők között foglalkozott (1. ábra) [3].

A 2009. május 28-án az Eötvös Loránd Fizikai Társulat és az ELTE Fizikai Intézet közös rendezésében elhangzott „Marx György Emlék-előadás” írott változata.

DIE WECHSELWIRKUNG DER ELEMENTARTEILCHEN UND DIE ERHALTUNGSSATZ

Von
G. MARX
INSTITUT FÜR PHYSIK DER BUDAPESTER UNIVERSITÄT IN HUNGARIEN
(Eingegangen 10. XII. 1952.)

Bei der Erklärung zahlreicher Gesetzmäßigkeiten, die bei den Umwandlungen der Elementarteilchen beobachtet wurden, kommt das allgemeine Erhaltungsgesetz der Physik eine bedeutende Rolle zu. Das erste Gruppe der Erhaltungssätze (Energie-, Impuls-, Drehimpulssätze) weist dynamischen Charakter auf und ergibt sich aus dem Besessensprinzipien. Von diesem weicht der Erhaltungssatz der elektrischen Ladung ab, der aus Feldgleichungen, aus dem Maxwell-Gleichungen des elektromagnetischen Feldes abgeleitet werden kann. Doch diesen Satz wird A. B. die Beobachtung gegeben, dass die elektrischen Ladungen der (einander unumwandelbaren) geladenen Elementarteilchen im absoluten Wert gleich sind [1].

In letzter Zeit folgerte E. Wigner auf die Bestehen eines neuen Erhaltungsgesetzes, der dem Satz für die elektrische Ladung ähnlich ist [2, 3]. Danach gilt ein Erhaltungssatz auch für die μ -Nukleonladung, welche die Stärke der zwischen den Nukleonen und dem Mesonfeld bestehenden Wechselwirkung bestimmt und von den Nukleonen getragen wird. Dieser Satz erklärt die Stabilität der Nukleonen gegenüber einem Zerfall in Neutronen, keine μ -Ladung bestehenden Teilchen und die analoge Gleichheit der verschiedenen Wechselwirkungen im absoluten Wert gleich sind [1].

$P^0 \rightarrow P^+ + \pi^-$, $P^0 \rightarrow P^- + \pi^+$

von schweren P^0 -Teilchen. (Beim zweiten Prozess würde aus P^0 , das die gleiche μ -Ladung wie das Proton besitzt, ein Antiproton von der Ladung $-\mu$ entstehen.) Glaubt man sich an dem Gesetzmäßigkeit der elektrischen Ladung asymmetrische Zerfall des Neutrons

$N^0 \rightarrow P^+ + \pi^- + \nu^-$, $N^0 \rightarrow P^- + \pi^+ + \bar{\nu}^-$

erklärt werden?

1. Auf diesen Umstand wurde der Verfasser von G. Szamosi aufmerksam gemacht, wofür ihm auch hier die besten Dank ausgesprochen sind.

56

G. MARX

Außer den durch das elektrische Feld und das Mesonfeld übertragenen (auf den Feynman-Diagrammen in Abb. 1 und 2 dargestellten) Wechselwirkungen sind auch die beim β -Zerfall und bei ähnlichen Prozessen

beobachteten, ausnahmslos zwischen Fermionen auftretenden Wechselwirkungen lehren. Die charakteristischen Beispiele hierfür sind der Neutronenzerfall, der Zerfall des μ -Mesons und der Bildung des μ -Mesons in den Atomen (Abb. 3, 4 und 5). Der gemeinsame Zug dieser drei Vorgänge besteht

darin, dass im Knotenpunkt des Feynman-Diagramms immer vier Fermionlinien zusammenreffen. Die Wechselwirkungsentropie hat in diesem Fall (in Abhängigkeit von der Theorie des β -Zerfalls) die Gestalt:

$H = F \cdot \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 \beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4$

57

G. MARX

Hier bedeuten die ψ_i die Zustandsfunktionen der Fermionen und β die Wellenfunktionsfunktion F bei den in Abb. 3, 4 und 5 dargestellten Prozessen innerhalb der empirischen und theoretischen Genauigkeitsgrenze von diesen Gesetzen. Diese Übereinstimmung dürfte wahrscheinlich nicht zufällig sein [1].

Zur Erklärung dieser Übereinstimmung bietet sich folgende Möglichkeit: es sei angenommen, dass die durch die Dirac-Gleichung bestimmten Fermionen außer der ersten elektrischen Ladung e und der Nukleonladung μ auch eine μ -Fermionladung besitzen. (Die Fermionladung der entsprechenden Antiteilchen ist $-\mu$.) Die Wechselwirkungsentropie von vier Fermionen beträgt

$H = \int (\psi_1 \gamma_1 \psi_2 \gamma_2 \psi_3 \gamma_3 \psi_4 \gamma_4) \beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4 d\tau$

es ist also $F = f_1 f_2 f_3 f_4$. Wenn man für die Fermionladung f einen

ähnlichen Erhaltungssatz voraussetzt wie für die elektrische Ladung e und die Nukleonladung μ , dann müssen die Ladungen f aller (einander unumwandelbaren) Fermionen gleich sein. Hieraus folgt die Übereinstimmung der Wechselwirkungsentropie F der auf den Feynman-Diagrammen in Abb. 3, 4 und 5 dargestellten Vorgänge. Der Wert der für jedes Fermion gemeinamen selektierten f -Ladung lautet bei Erklärung

$f = \frac{1}{2} \sqrt{2, 2} \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}$

A. Pais [7] wies bereits darauf hin, dass wenn man zwischen dem P^0 -Teilchen und dem μ -Meson eine Fermionwechselwirkung annimmt, die durch die Wechselwirkungskonstante F gekennzeichnet ist, wie die obigen Prozesse, auch der Zerfall des μ -Mesons zum μ -Meson als indirekter Vorgang behandelt werden kann (Abb. 6).

Die hier behaupteten Fermionwechselwirkungen, die im Feynman-Diagramm als Vertikalknotenpunkte in Erscheinung treten, unterscheiden sich von den elektromagnetischen bzw. den als Kernkräfte erscheinenden Wechselwirkungen, die hier ebenfalls an den Knotenpunkten auftretenden Teilchen über eine Fermionladung verfügen. (In Abb. 1, lassen sie die mit voll aus-

58

G. MARX

geprägter Linie beschriftete Elektron eine elektrische Ladung. In Abb. 2 sind das mit einer dicken Linie beschriftete Proton ein Nukleonladung. Der verschiedene Charakter der Fermionwechselwirkung kommt auch in seiner von der elektrischen Ladung abweichenden Dimension zum Ausdruck. Man kann sich vorstellen, dass auch die Fermionladung f mit einer gewissen Röhrengröße verbunden ist. Diese ist aber f^2 proportional (Abb. 7), also um

viele Größenordnungen kleiner als die elektromagnetische Röhrengröße des Elektrons. (Diese Frage würde im Zusammenhang mit der Röhrengröße des Neutrons eine ausführlichere Untersuchung verdienen.)

Der die elektrische Ladung e , die Fermionladung f und die Nukleonladung μ betreffende Erhaltungssatz gibt einen tieferen Sinn für die bei den Wechselwirkungskonstanten beobachteten Gleichheiten. Die auf die Wechselwirkungskonstanten bezüglichen Erhaltungssätze dürften wahrscheinlich aus den Feldgleichungen abgeleitet werden können [8]. Bei der Abarbeitung einer genauen Theorie der Kernkräfte und des β -Zerfalls wird vielleicht ein Anhaltspunkt durch die Forderung gegeben, dass die richtigen Feldgleichungen — ähnlich wie die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes — auch die entsprechenden Erhaltungssätze enthalten müssen.

LITERATUR

1. E. Fermi: Elementary Particles, 1951.
2. E. Fermi: Proc. Amer. Phys. Soc., 40, 141, 1946.
3. E. Fermi: Proc. Nat. Acad. Sci., 38, 248, 1952.
4. E. Fermi: Phys. Rev., 92, 731, 1953.
5. S. E. Socolov: Zhurnal Atomnoj Energ. 36, 201, 1952.
6. S. E. Socolov: Zhurnal Atomnoj Energ. 36, 201, 1952.
7. A. Pais: Phys. Rev., 86, 661, 1952.
8. F. J. Ypsilanti: Nature, 70, 481, 1952.

1. ábra. Marx György *Acta Physica Hungarica*-ban megjelent cikke elsőként tárgyalta a leptontöltés megmaradásának kérdését.

A Majorana-tömeg bizonyos értelemben a standard modell legegyszerűbb kiterjesztése. Egyetlen 5-ös tömegdimenziójú mértékinvariáns operátor alkotható standard modell terekből,

$$\mathcal{L}_{\text{dim-5}} = \frac{1}{\Lambda} (L\phi)(L\phi), \quad (1)$$

ahol L a balkezes $SU(2)$ lepton-dubletteket, ϕ pedig a skalár Higgs-dubletteket jelöli. Elektrogyenge szimmetriasértés után $m\nu\nu$ alakú tagot kapunk, ahol $m = \mathcal{O}(v^2/\Lambda)$, v a Higgs-vákum várható értéke, Λ pedig egy magas energiaskála. Ezt hívják „see-saw” mechanizmusnak, ami egy lehetséges magyarázat a neutrínók pici tömegére. Az (1) tagot nem generálhatják standard modell effektusok, mert az elektron-, müon-, és tau-szám a standard modell külön-külön megmaradó szimmetriái, amit ez a tag sért. Nemperturbatív effektusok sem okozhatnak ilyen járulékot, ugyanis a barion- mínusz leptonszám, $B-L$, a standard modell egy anomália-mentes szimmetriája, amit (1) úgyszintén sért. Így Λ feltehetően egy magasabb energiás ismeretlen fizikával összefüggő skála. A modern szemlélet szerint a standard modell egy alacsony energiás effektív elmélet, amiben a nagyenergiás, még ismeretlen fizika ilyen magasabb dimenziós tagokon keresztül adhat járulékot. Ilyen értelemben nem lenne meglepő, ha a neutrínóknak Majorana-tömegük lenne.

Ha egyszer tudjuk, hogy a neutrínóknak tömegük van, akkor a gyenge kölcsönhatási íz-sajátállapotokat, ν_α ($\alpha = e, \mu, \tau$), és a tömeg-sajátállapotokat, ν_i ($i = 1, 2, 3$), egy 3×3 -as unitér mátrix köti össze,

$$|\nu_i\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha i} |\nu_{\alpha}\rangle.$$

Az íz-sajátállapotokkal egyszerű a gyenge kölcsönhatás leírása, míg a tömeg-sajátállapotok azok, amelyekhez szabad-részecske kép társítható, és jól meghatározott időfüggésük van,

$$|\nu_i(t)\rangle = |\nu_i(0)\rangle e^{-iE_i t}.$$

Minden kísérletben a neutrínók kibocsátása és elnyelése gyenge kölcsönhatással történik, és annak a valószínűsége, hogy egy kezdeti α íz-sajátállapotú, E energiájú neutrínót l távolságban β íz-sajátállapotban érzékelünk (a CP-sértőt tagot elhanyagolva),

$$P_{\alpha\beta} = |\langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(t) \rangle|^2 = \left| \sum_{i,j=1}^n U_{\alpha i} U_{\beta j} \langle \nu_j(0) | \nu_i(t) \rangle \right|^2 = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{Re} \left[U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \right] \sin^2 \left(\frac{m_i^2 - m_j^2}{4E} l \right). \quad (2)$$

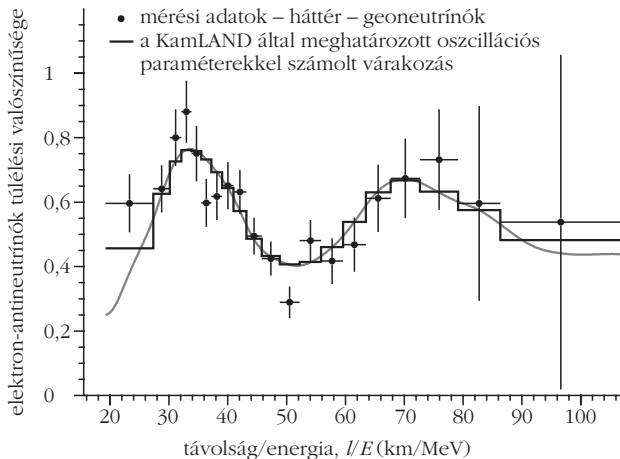
Hasonlóan a kvarkok keveredéséhez, ha két generáció dominál, akkor azok keveredése egy szöggel írható le, és az oszcilláció valószínűsége

$$P_{\text{oszc}} = \sin^2(2\theta) \sin^2 \left(1,27 \frac{\delta m^2}{\text{eV}^2} \frac{l}{\text{km}} \frac{\text{GeV}}{E} \right), \quad (3)$$

ahol $\delta m^2 = m_1^2 - m_2^2$. Ilyen mérésekből próbálják rekonstruálni a keveredési szögeket és a tömegnégyzetek különbségeit.

A Napban és a Föld atmoszférájában keltett neutrínók vizsgálatával eddig két keveredési szöveget sikerült megmérni, amelyeket rendre θ_{12} -vel és θ_{23} -mal jelölnék. Mivel a két tömegnégyzet-különbség nagyon eltérő, $\delta m_{12}^2 \ll \delta m_{23}^2$, így (3) jó közelítéssel érvényes. Az atmoszférikus neutrínók mérésénél azt találták, hogy a felfelé haladó (Föld túoldalán keltett) müon-neutrínók fele eltűnik, míg a lefelé haladó neutrínók száma konzisztens a várakozásokkal. A Napból jövő neutrínók oszcillációját atomreaktorokban keltett neutrínókkal is ellenőrizték Japánban, a KamLAND kísérlet eredményét mutatja a 2. ábra [4]. Ez eddig az egyetlen mérés, amelyben látható az elektron-neutrínók túlélési valószínűségének többszöri fel-le változása. Az eddigi ismereteink tehát [5]:

$$\begin{aligned} \delta m_{12}^2 &= (7,6 \pm 0,2) \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \\ \sin^2(2\theta_{12}) &= 0,87 \pm 0,03, \\ \delta m_{23}^2 &= (2,43 \pm 0,13) \times 10^{-3} \text{ eV}^2, \\ \sin^2(2\theta_{23}) &> 0,92 \text{ (90\% CL)}. \end{aligned} \quad (4)$$



2. ábra. Az elektron-antineutrínók intenzitásának az oszcilláció nélküli várakozáshoz mért aránya a forrástól mért távolságnak az energiával átskálázott értéke (L/E) függvényében [4]. A folytonos görbe a θ_{12} és δm^2_{12} oszcillációs paraméterek illesztésének eredménye.

Ezen túl a WMAP kozmológiai méréseiből tudjuk, hogy $\sum m_i \leq 1$ eV. De számos kérdésre nem tudjuk a választ: (i) mekkora a neutrínók abszolút tömege? (ii) a két könnyebb vagy a két nehezebb állapot között van-e kisebb tömegkülönbség? (iii) mekkora a jelenleg még ismeretlen harmadik keveredési szög, θ_{13} ? (iv) mekkora a CP-sértés a neutrínók keveredésében? (v) és a legfontosabb, hogy a neutrínók Dirac- vagy Majorana-részecskék? Jó esély van arra, hogy a következő 10–20 évben e kérdések jelentős része kísérletileg megválaszolható lesz.

A GSI kísérlet

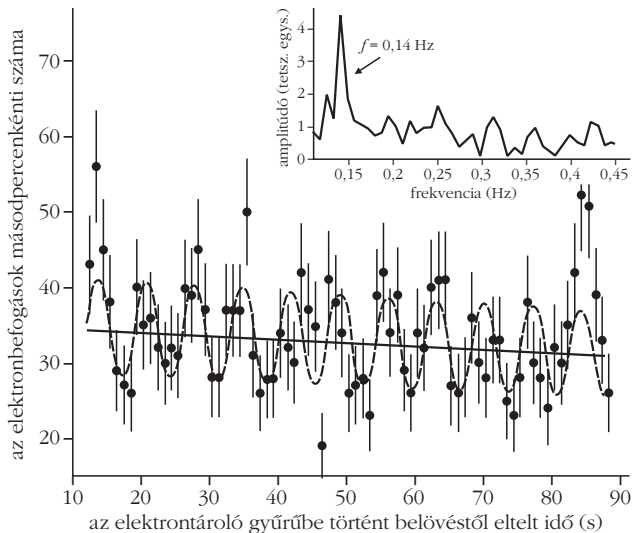
A közelmúltban a GSI-ben (Gesellschaft für Schwerionenforschung, Darmstadt), egy nehézion tárológyűrűben, ^{140}Pr és ^{142}Pm ionok K-héjról történő elektronbefogásának időfüggését tanulmányozták. A kísérletben a várt exponenciális időfüggéstől, a 3. ábrán látható, szinuszosan oszcilláló eltérést találtak [6]. Bár ezen $(Z, N) + e^- \rightarrow (Z-1, N) + \nu_e$ folyamat során keltett neutrínó nem detektált, a megfigyelt körülbelül 7 másodperces modulációt neutrínóoszcillációval magyarázták [7–9], míg mások szerint ez lehetetlen [10–13]. Az elképzelés az, hogy

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\delta m^2}{2\gamma M},$$

ahol γ a Lorenz-boost, M pedig az ion tömege. Ez a következő eredményt adja:

$$\delta m^2_{12} = (2,22 \pm 0,03) \times 10^{-4} \text{ eV}^2. \quad (5)$$

Érdekes módon ez az érték nagyságrendileg egyezik a nap-neutrínók méréséből kapott δm^2_{12} értékkel (4), bár annak majdnem háromszorosa. A GSI mérési eredménye statisztikusan szignifikáns, ráadásul előzetes adatok szerint ^{122}I elektronbefogásában ~6 másod-



3. ábra. A GSI-ben mért [6] $^{140}_{59}\text{Pr}^{58+} \rightarrow ^{140}_{58}\text{Ce}^{58+}$ elektronbefogási reakció bekövetkezésének időegységre jutó száma periodikusan változik a nyaláb keringése során. A folytonos görbe az adatok moduláció nélküli, a szaggatott a modulált illesztést adja. Az inzert az adatok időbeli gyors Fourier-transzformált spektruma látható, amely egyértelműen 0,14 Hz frekvenciájú jelet ad laboratóriumi rendszerben.

perces oszcillációt mértek, ami konzisztens a várt $1/M$ -es iontömegtől való függéssel.

Ugyanakkor az eredmény kísérletileg sem ellentmondásmentes. Berkeley-ben előállítottak ^{142}Pm atomot ^{124}Sn -nak $^{23}\text{Na}^{5+}$ -mal való (a 7 másodperces periódushoz képest) rövid ideig tartó bombázásával. A ^{142}Pm elektronbefogását vizsgálva, a GSI mérésnél sokkal kisebb eltérést sem találtak az exponenciális időfüggéstől [14]. A két kísérlet csak akkor konzisztens, ha az effektus szempontjából valamilyen módon lényeges szerepet játszhat a GSI tárológyűrűjében a mágneses tér, vagy az, hogy a GSI-ben szabad részecskéként és nem egy szilárd anyagban van jelen az atom.

Neutrínóoszcilláció és kvantum-összefonódás

Mint említettük, az irodalomban a gyenge bomlásokban keletkező neutrínókat általában a különböző értékű tömegek sajátállapotainak szuperpozíciójaként írják le. Az egyszerűség kedvéért korlátozzuk a tárgyalást két részecskecsaládra. Ekkor

$$|\nu_e\rangle = \cos\theta |\nu_H\rangle + \sin\theta |\nu_L\rangle,$$

ahol a H és L indexek a nehezebb és könnyebb tömeg-sajátállapotra utalnak. Ezen állapot időfüggése

$$|\nu_e(t)\rangle = \cos\theta |\nu_H\rangle e^{-iE_H t} + \sin\theta |\nu_L\rangle e^{-iE_L t}.$$

Az évtizedek során az oszcillációt eredményező fáziskülönbséget hol úgy vezették le, hogy a neutrínóknak egyforma momentumot, hol pedig úgy, hogy egyforma energiát tulajdonítottak. Mivel a neutrínók minden kísérletben relativisztikusak,

$$\begin{aligned}
E_H - E_L &= \sqrt{p^2 + m_H^2} - \sqrt{p^2 + m_L^2} = \\
&= \frac{m_H^2 - m_L^2}{2p} \equiv \frac{\delta m^2}{2p}, \\
p_H - p_L &= \sqrt{E^2 - m_H^2} - \sqrt{E^2 - m_L^2} = \\
&= \frac{m_L^2 - m_H^2}{2E} = -\frac{\delta m^2}{2E},
\end{aligned} \tag{6}$$

és mindkét feltételezés ugyanazt az eredményt adja a fáziskülönbségre,

$$\begin{aligned}
\delta(q \cdot x) &= \delta(Et - p^i x^i) = \\
&= \frac{\delta m^2 t}{2p} \approx \frac{\delta m^2 t}{2E} \approx \frac{\delta m^2 l}{2E},
\end{aligned} \tag{7}$$

ahol t a neutrínók keltése és detektálása közti idő, l pedig ezen események távolsága. Bár relativisztikus neutrínók esetén nincs numerikus különbség, a kvantummechanikából egyértelműen következnie kell, hogy melyik tárgyalás a helyes.

Tekintsük a $N \rightarrow n\nu_e$ folyamatot, ami jelölheti az eddig tárgyalt elektronbefogást, vagy akár a szokásos β -bomlást, amikor n egy kétrészecske-rendszer. Mi a neutrínó kvantumállapota? Nem lehet a korábban felírt $|\nu_e\rangle = \cos\theta |\nu_H\rangle + \sin\theta |\nu_L\rangle$, hiszen akkor az impulzus és az energia megmaradása közül legalább az egyik sérül. Ez csak akkor elkerülhető, ha a különböző tömeg-sajátállapotokra való bomlásokat független csatornáknak tekintjük,¹ és a hullámfüggvényt az alábbi módon írjuk fel [15]:

$$\begin{aligned}
|\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[\int D_2(k_L, q_L) \cos\theta |n(k_L) \nu_L(q_L)\rangle + \right. \\
&\quad \left. + \int D_2(k_H, q_H) \sin\theta |n(k_H) \nu_H(q_H)\rangle \right],
\end{aligned} \tag{8}$$

ahol \mathcal{N} egy (irreleváns) normalizációs konstans,

$$D_2(k, q) = \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2E_k} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2E_q} (2\pi)^4 \delta^4(P - k - q) \tag{9}$$

a szokásos két-részecske fázistér,

$$E_p \equiv \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$$

a megfelelő tömeggel számolva, és P az N részecske momentuma. Az így felírt $|\psi\rangle$ az energia és momentum sajátállapota. Az eltérő neutrínó tömeg-sajátállapotoknak pedig automatikusan különböző a momentuma és az energiája. (Szokatlan lehet, hogy a fázistér az amplitúdóban és nem annak négyzetében, a folyamat valószínűségében szerepel, de ezt a kifejezést négyzetre emelve úgyszintén a szokásos eredményt kapjuk.)

¹ Ebben semmi különös nem kellene legyen, hiszen a kvarkok esetén mindig a tömeg-sajátállapotokról beszélünk (az íz-sajátállapotoknak nevük sincs). Például a $D \rightarrow K\pi$ és $D \rightarrow \pi\pi$ bomlások a gyenge kölcsönhatás szempontjából akár azonosnak is tekinthetők, de evidens, hogy a kétféle végállapotban a részecskéknél eltérő energiája és momentuma van.

Hogyan kapunk az így felírt állapotból neutrínó-oszcillációt? A legtöbb kísérletben a neutrínókat a gyenge kölcsönhatásukkal keltett töltött leptonok révén detektálják. Mivel a neutrínó összefonódott más (nem detektált) részecskével vagy részecskével [16], fel kell írjunk a sűrűségmátrixot és összegeznünk kell a nem detektált szabadsági fokokra [15]:

$$\begin{aligned}
\rho_\nu &= \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[\int D_2(k_L, q_L) D_2(\tilde{k}_L, \tilde{q}_L) \cos^2\theta \right. \\
&\quad \langle n(k_L) | n(\tilde{k}_L) \rangle | \nu_L(q_L) \rangle \langle \nu_L(\tilde{q}_L) | \\
&\quad + \int D_2(k_L, q_L) D_2(\tilde{k}_H, \tilde{q}_H) \cos\theta \sin\theta \\
&\quad \langle n(k_L) | n(\tilde{k}_H) \rangle | \nu_L(q_L) \rangle \langle \nu_H(\tilde{q}_H) | + \text{h.c.} \\
&\quad + \int D_2(k_H, q_H) D_2(\tilde{k}_H, \tilde{q}_H) \sin^2\theta \\
&\quad \left. \langle n(k_H) | n(\tilde{k}_H) \rangle | \nu_H(q_H) \rangle \langle \nu_H(\tilde{q}_H) | \right]
\end{aligned} \tag{10}$$

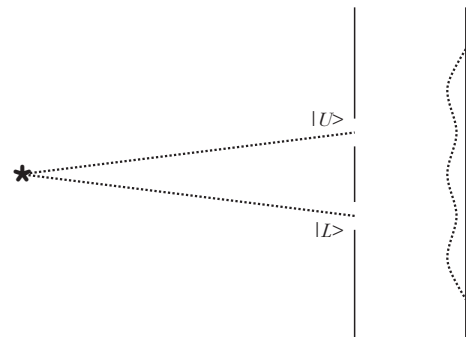
Neutrínóoszcillációt a második tagban levő nem-diagonális $|\nu_L\rangle \langle \nu_H|$ operátor adhat. Ellenben ez a tag zérus, ugyanis

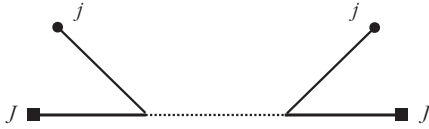
$$\langle n(k_L) | n(\tilde{k}_H) \rangle = (2\pi)^3 2E_{k_L} \delta^3(\mathbf{k}_L - \tilde{\mathbf{k}}_H). \tag{11}$$

Momentummegmaradás miatt $k_L - \tilde{k}_H = \tilde{q}_H - q_L$, és ez a különbség nem lehet nulla, mert a ν_H és ν_L tömege eltérő. Első ránézésre meglepő lehet ez az eredmény, az oszcilláció hiánya, azonban ezt kellett kapnunk, hiszen ha meg tudnánk mérni az n részecske (vagy részecskék) momentumát tetszőlegesen pontosan, akkor meg tudnánk határozni, hogy a bomlásban ν_H vagy ν_L keletkezett [17]. Megállapíthatjuk, hogy ha egy momentum-sajátállapotban levő kezdeti állapot bomlási termékei további kölcsönhatás nélkül propagálnak, akkor a neutrínó nem oszcillálhat [15].

Hogy megértsük miért oszcillálhatnak mégis a neutrínók, érdemes egy gondolat-kísérlet erejéig egy kis kitérőt tenni. Tekintsünk egy „szokásos” kettős lyuk interferenciakísérletet, ahol egy kis intenzitású forrásból (egy időben csak egy részecske van a berendezésben) fotonok két lyukon át érhetnek el egy ernyőt (4. ábra). Ha az ernyőn kellően jó felbontású detektort használunk, és pontosan megmérjük a két lyukat tartalmazó anyag „visszalökődését”, akkor elvben meghatá-

4. ábra. Kettős lyuk kísérlet sematikus elrendezése.





5. ábra. A GSI kísérlethez kapcsolódó amplitúdó négyzetét ábrázoló Feynman-diagram.

rozhatjuk, hogy egy foton melyik lyukon ment keresztül. Ebben az elrendezésben összefonódik a két lyukat tartalmazó anyag momentuma a foton állapotával. Hogyan kapunk mégis interferenciaképet? Kell-e valamit tennünk, hogy eltöröljük ezt a kvantum-összefonódást? Ha a momentum megmérése semmilyen információt nem tartalmaz, akkor nem lehet szerepe a kvantum-összefonódásnak. Márpedig a kísérlet térbeli lokalizációja a határozatlansági elv alapján sokkal nagyobb momentumbizonytalanságot eredményez, mint annak mérésnek a pontossága, ami ahhoz kellene, hogy meghatározhatassuk melyik lyukon haladt át a foton. Mindez azt demonstrálja, hogy egy kísérlet részleteitől függően folytonos átmenet lehetséges a klasszikus Einstein–Podolsky–Rosen (EPR) paradoxonbeli kvantum-összefonódás és az összefonódás teljes hiánya közt. Neutrínó-oszcilláció esetén is egy folytonos változó (a neutrínó momentuma) fonódik össze egy diszkrét változóval (melyik tömeg-sajátállapotban van a neutrínó).

Tehát ahhoz, hogy neutrínóoszcilláció felléphessen, valamilyen fizikai effektus (11) megsértését kell eredményeznie. Például az atmoszférában keltett neutrínók döntően pion és müon bomlásból származnak, és a v_H és a v_L momentumának különbsége,

$$q_L - \tilde{q}_H \sim \frac{\delta m^2}{m_{\pi,\mu}} \sim 10^{-12} \text{ eV},$$

sokkal kisebb mint $\Gamma_\pi \sim 3 \times 10^{-8} \text{ eV}$ vagy $\Gamma_\mu \sim 3 \times 10^{-10} \text{ eV}$. Emiatt $\langle n(k_L) | n(k_H) \rangle \neq 0$, és (10) középső sora nem nulla. Ugyanezt eredményezi, ha a neutrínót keltő elbomló állapot egy szűk intervallumban levő momentum-sajátállapotok szuperpozíciója, vagy ha a forrás lokalizált valamelyest; ha megtudható (elvben) a neutrínó keltésének helye bizonyos pontossággal, akkor az összefonódás szerepe elhanyagolható ($2 \text{ km} \sim 10^{-12} \text{ eV}$). Ilyen effektusok miatt tekinthetjük a neutrínó állapotát egyszerűen $|v_H\rangle$ és $|v_L\rangle$ szuperpozíciójának.

Más kísérletekkel szemben, a GSI méréseiben [6] a neutrínó nem detektált, és az elbomló atom bomlási valószínűségében figyeltek meg időbeli oszcillációt. E folyamat amplitúdójának négyzetét sematikusan mutatja az 5. ábra. A végállapotban levő neutrínót a szaggatott vonal ábrázolja, amihez az elvágott propagátor tartozik, $\delta(q^2 - m_i^2) \theta(q^0)$. A teljes amplitúdó négyzetét a neutrínó tömeg-sajátállapotok járulékaiknak összege adja meg. Az eddigi érvelésünkből következik, hogy bármely kísérlet, amely nem detektálja a neutrínót, nem figyelhet meg interferenciát a különböző tömeg-sajátállapotok között [15]. Ekkor a sűrűségmátrixban a neutrínóállapotokra kell összegezni, és nem kaphatunk oszcillációt adó nem-diagonális tagot, mert az eltérő tömegű neutrínóállapotok a mo-

mentumuktól függetlenül ortogonálisak. Emiatt a bomlási szélesség egyszerűen $\Gamma(N \rightarrow n\nu_H) + \Gamma(N \rightarrow n\nu_L)$, és ezáltal a mérési eredményeket nem lehet neutrínó-oszcillációval megmagyarázni.

Összefoglalás

A gyenge bomlásokban keltett neutrínókat az irodalomban általában egyszerűen íz-sajátállapotoknak tekintik, amelyek a különböző tömeg-sajátállapotok szuperpozíciói. Egy ilyen leírás nem lehet teljes, ugyanis ez a szuperpozíció nem lehet egyszerre sajátállapota az energia- és momentumoperátornak. Mindez az azonos energia vagy azonos momentum tárgyalás ellentmondásaihoz, az idő-energia határozatlanság nem megfelelő alkalmazásához és egyéb problémákhoz vezetett.

Megállapítottuk, hogy valójában a neutrínó összefonódott kvantumállapotban van a bomlásban keletkezett másik részecskével vagy részecskékkel. Így a neutrínó-oszcillációkat meg lehet érteni a szokásos kvantumtérelméleti tárgyalással. Analízisünk a neutrínóoszcillációk mellett semleges mezonokra is érvényes, és az ismert eredményeket reprodukálja. Tárgyalásunkból következik, hogy a GSI eredményeit nem lehet a neutrínó tömeg-sajátállapotok oszcillációjaként értelmezni.

Irodalom

1. B. Pontecorvo: Neutrino experiments and the question of leptonic-charge conservation. *Sov. Phys. JETP* 26 (1968) 984 [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 53 (1967) 1717].
2. V. N. Gribov, B. Pontecorvo: Neutrino astronomy and lepton charge. *Phys. Lett. B* 28 (1969) 493.
3. G. Marx, *Z. f. Naturforschung* 211 (1954) 22; *Acta. Phys. Hung.* 3 (1953) 55.
4. S. Abe et al. [KamLAND Collaboration]: Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with KamLAND. *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008) 221803 [arXiv:0801.4589].
5. C. Amster et al. [Particle Data Group], *Phys. Lett. B* 667 (2008) 1; és 2009 részleges változtatás 2010-es kiadáshoz.
6. Yu. A. Litvinov et al.: Observation of Non-Exponential Orbital Electron Capture Decays of Hydrogen-Like ^{140}Pr and ^{142}Pm Ions. *Phys. Lett. B* 664 (2008) 162 [arXiv:0801.2079].
7. H. J. Lipkin: New method for studying neutrino mixing and mass differences. arXiv:0801.1465; H. J. Lipkin: The GSI method for studying neutrino mass differences – For Pedestrians. arXiv:0805.0435.
8. A. N. Ivanov, R. Reda, P. Kienle: On the time-modulation of the K-shell electron capture decay of H-like $^{140}\text{Pr}^{38+}$ ions produced by neutrino-flavour mixing. arXiv:0801.2121.
9. H. Kleinert, P. Kienle: Neutrino-Pulsating Vacuum and Neutrino Mass Difference. arXiv:0803.2938.
10. C. Giunti: Comment on the Neutrino-Mixing Interpretation of the GSI Time Anomaly. arXiv:0801.4639.
11. M. Peshkin: Comment on 'New method for studying neutrino mixing and mass differences'. arXiv:0804.4891.
12. H. Kleinert, J. Kopp, M. Lindner, A. Merle: The GSI anomaly. *J. Phys. Conf. Ser.* 136 (2008) 022049 [arXiv:0808.2389].
13. A. Gal: Neutrinos do not oscillate yet at GSI. arXiv:0809.1213.
14. P. A. Vetter et al.: Search for Oscillation of the Electron-Capture Decay Probability of ^{142}Pm . *Phys. Lett. B* 670 (2008) 196 [arXiv:0807.0649].
15. A. G. Cohen, S. L. Glashow, Z. Ligeti: Disentangling Neutrino Oscillations. *Phys. Lett. B* 678 (2009) 191 [arXiv:0810.4602].
16. M. Nauenberg: Correlated wave packet treatment of neutrino and neutral meson oscillations. *Phys. Lett. B* 447 (1999) 23 [Erratum-ibid. B 452 (1999) 434] [hep-ph/9812441].
17. B. Kayser: On The Quantum Mechanics Of Neutrino Oscillation. *Phys. Rev. D* 24 (1981) 110.