LOUIS-ACHILLE BROCOT (1818–1878)

Laczik Bálint
BME Gyártástudomány és -technológia Tanszék

A mechanikus óraművek szerelmesei jól ismerik a *Brocot* nevet. A 18–19. században alkotó, legendás francia órásdinasztia remekmívű szerkezetei mindmáig a leghíresebb múzeumok és magángyűjtemények féltett kincsei (lásd a címlapon).

A különleges járatpontosságú, művészi kivitelű órák a konstrukciós zsenialitás és a – döntően egyedi, kézi megmunkálási – technológia páratlan remekművei. A kizárólag mechanikus alkatrészekből felépült szerkezetek megannyi eleme a mai mérnökök számára is hasznos ötletekkel szolgál.

A Brocot-család legsikeresebb tagja, *Louis-Achille* számos nagyszerű megoldást hozott létre.

A mechanikus óraműveket súlyhajtás vagy rugómotor működtette. Louis-Achille Brocot (napjainkra természetesen régen lejárt védettségű) szerkezeti szabadalmainak egy része az órák pontos működését biztosító úgynevezett gátszerkezet tökéletesítését szolgálta.

Az ingás gátszerkezet egyszerűsített működési elvét az *1.a ábra* szemlélteti. Az A pont körül billegő, és az E ingával mereven összekapcsolt horgony B és C karmai a speciális fogprofillal kialakított, és az m tömeg által egy irányban forgatott D gátkerék mozgását szakaszossá teszik.

A különféle (legtöbbnyire feltalálóik nevével jelölt, például Brocot, *Graham, Clement* stb.) gátszerkezetek a kapcsolódó horgonykarmok és a gátkerék fogprofilok geometriai kialakításában térnek el egymástól. A gátkerék mozgása további fogaskerék-áttételeken keresztül adódik át az óra más szerkezeti elemeire.

Louis-Achille Brocot több további, ötletes szabadalma az *1.b ábrán* szemléltetett elvű hőkompenzációs ingához kapcsolódik.

Az L hosszúságú, elhanyagolható tömegű rúdra felfüggesztett, m tömegű pontnak tekintett ingatest lengésidejét a középiskolai fizikából jól ismert

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

formula állítja elő.[1]

A környezeti hőmérséklet változásának következtében az inga hossza például $L+\Delta L$ értékre változik, a lengésidő ekkor

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L+\Delta L}{g}}.$$

Ha a hőmérséklet nő, $\Delta L > 0$, tehát az inga lengésideje növekszik, vagyis az óra késni fog.

Az L_1 hosszúságú rúd végén m_1, az L_2 hosszúságú rúd végén m_2 tömeg van; a rudak lineáris hőtágulási együtthatói c_1, illetve c_2. Elhanyagolva a rudak tehetetlenségi nyomatékait, az inga S tömegközéppontjának helye az

$$m_1 L_1 + m_2 (L_1 - L_2) = (m_1 + m_2) L_3 \tag{1}$$

egyenletből

$$L_3 = \frac{m_1 L_1 + m_2 L_1 - m_2 L_2}{m_1 + m_2}. \tag{2}$$

Legyen az L_1, L_2 rúdhosszak esetén a hőmérséklet $T = T_0$. Változzon a hőmérséklet $T = T_0 + \tau$ értékre. Ekkor az egyes rúdelemek hosszváltozásai a τ hőmérséklet-változás következtében:

$$\delta_1 = c_1 L_1 \tau \text{ és } \delta_2 = c_2 L_2 \tau. \tag{3}$$

Tetszőleges τ hőmérséklet-változás esetén az $m_1 + m_2$ össztömegű inga S tömegközéppontjának $T = 2\pi(L_3/g)^{1/2}$ lengésideje változatlan, amennyiben

$$m_1(L_1 + \delta_1) + m_2\left(L_1 + \delta_1 - [L_2 + \delta_2]\right) = \\ = (m_1 + m_2) L_3. \tag{4}$$

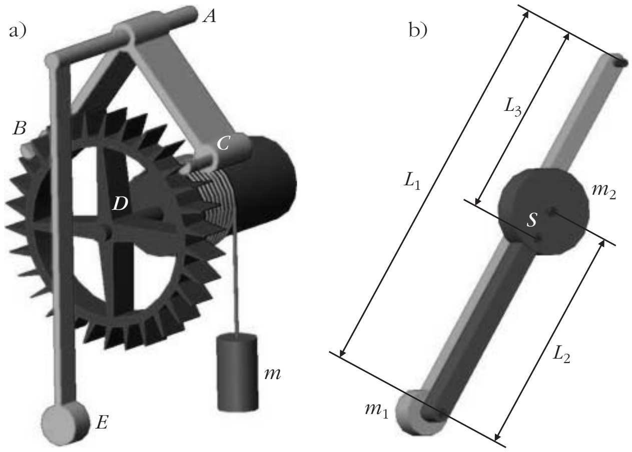
Vagyis, ha az L_2 hossz

$$L_2 = \frac{c_1 L_1 (m_1 + m_2)}{m_2 c_2}, \tag{5}$$

az inga lengésideje az aktuális hőmérséklettől független lesz.

Az igényesebb kivitelű időmérők az órák, percek és másodpercek múlása mellett a napok, hetek, hónapok, évek, évszakok, holdfázisok pontos jelzését is szolgáltatták. A 24 órás, óránként 60 perces, percenként 60 másodperces napok a Föld egy fordulatának időtartamát – a középnap hosszát – jellemzik. Bolygónk egy év alatt végzett Nap körüli keringése azon-

1. ábra. Az ingás gátszerkezet (a) és a hőkompenzációs inga elve (b).



[1] A fonálinga lengésidejének ez az egyszerű formulája csak körülbelül 5° kitérésig érvényes.

ban nem egész számú körülfordulás alatt történik. A keringési idő közelítőleg 365,2425… középnap – amely tény miatt vagyunk kénytelenek 4 esztendőnként szökőéveket alkalmazni.

A Hold fázisváltozásai ugyancsak nem egész számú középnaponként ismétlődnek: a Föld körül végzett keringésének és egyben a tengelye körül végzett körülfordulásainak (a sziderikus hónap) ideje 27,3 középnap. Louis-Achille Brocot igényes óraszerkezetei a Föld és a Hold naptári adatai mellett az 1582 óta szokványos Gergely-naptár mellett a holdfázisokra épülő, 354 napos mohamedán naptárat is megjelenítették.

Brocot a mai mérnök számára is fontos, remek eredménye a kalendáriumszerkezetek fejlesztése során keletkezett. A mechanikus óraművek működését a z_1, z_2, …, z_n egész számú fogakkal kialakított fogaskerekek biztosítják. A minél pontosabb kalendárium-mechanizmusokhoz szükség volt az adott i áttételt a

$$\delta \le \left| \frac{z_2}{z_1} - i \right|$$

hibakorláton belül megvalósító fogaskerekek z_1, z_2 fogszámaira.

A szellemesen egyszerű – és például a gépiparban mindmáig széles körben használt váltókerekes megmunkáló gépek beállítására igen jól alkalmazható – számítási módszer a következő:

1. Vegyünk két, a megvalósítandó i áttételt közelítő

$$\frac{m_1}{n_1} < i < \frac{m_2}{n_2}$$

törtet (m_1, n_1, m_2, n_2 természetes számok).

2. Állítsuk elő az

$$\frac{m_3}{n_3} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}$$

törtet. Ha

$$\delta \le \left| \frac{m_3}{n_3} - i \right|$$

akkor a megoldáshoz eljutottunk, azaz $z_2 = m_3$, $z_1 = n_3$. Ellenkező esetben

3. ha $i < m_3 / n_3$, akkor $m_2 = m_3$ és $n_2 = n_3$; egyébként $m_1 = m_3$ és $n_1 = n_3$.

4. A hibakorlát eléréséig az algoritmus a 2. lépéssel ismétlődik.

Számpélda: legyen $i = 365{,}2425/64 = 5{,}706914062 \approx 5{,}70691$. A Brocot-féle számítás részleteit az *1. táblázat* tartalmazza. Vagyis például a mechanikus naptár mechanizmus nap/év áttétele például az 1:64 módosítású előtéttel és a $z_2 = 234$, $z_1 = 41$ fogszámú fogaskerék hajtással igen pontosan létre hozható.

Louis-Achille Brocot nem volt képzett matematikus, algoritmusát a maga korában csak a szűk szakmai közösség által olvasott óraipari szaklapban publikálta [1]. Ismertetett eljárását kortársa, a göttingeni egyetem professzora, a döntően számelmélettel foglalkozó *Moritz Stern* (1807–1894) tőle függetlenül ugyancsak felfedezte, és a szükséges bizonyítással a [2] matematikai folyóiratban közölte. Az utókor méltányos módon az algoritmust kettejük nevével jelzi [3].

1. táblázat

Adott áttétel Brocot féle közelítése

	$\frac{m_1}{n_1}$	$\frac{m_2}{n_2}$	$\frac{m_3}{n_3} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}$	$\frac{m_3}{n_3} - i$
1	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{1}$	$\frac{11}{2} = 5{,}5$	−0,20690
2	$\frac{11}{2}$	$\frac{6}{1}$	$\frac{17}{3} = 5{,}66666…$	−0,0402333…
3	$\frac{17}{3}$	$\frac{6}{1}$	$\frac{23}{4} = 5{,}75$	0,04310
4	$\frac{17}{3}$	$\frac{23}{4}$	$\frac{40}{7} = 5{,}71428…$	0,00738…
5	$\frac{17}{3}$	$\frac{40}{7}$	$\frac{57}{10} = 5{,}70$	−0,00690
6	$\frac{40}{7}$	$\frac{57}{10}$	$\frac{97}{17} = 5{,}70588…$	−0,00107…
7	$\frac{40}{7}$	$\frac{97}{17}$	$\frac{137}{24} = 5{,}70833…$	0,001433…
8	$\frac{97}{17}$	$\frac{137}{24}$	$\frac{234}{41} = 5{,}70731…$	0,000417…

Irodalom

1. Brocot, A.: Calcul des rouages par approximateion, nouvelle méthode. *Revue chronométrique 3* (1861) 186–194. (közlésre benyújtva 1860. december).
2. Stern, M.: Über eine zahlentheoretische Funktion. *Journal de Crelle 55* (1858) 193–220.
3 http://mathworld.wolfram.com/Stern-BrocotTree.html

Függelék

A fonalinga lengésidejének egyszerű megjegyzésére hadd álljon itt a szerző egyik kedvenc memoritere:

1. Az inga körpályán leng, tehát a T lengésidő formulájában okvetlen szerepel a körre jellemző π:

$$T \sim \pi.$$

2. Az inga egy mozgásperiódus során egyszer oda, egyszer viszszafelé, összesen 2 mozgáselemet végez:

$$T \sim 2\pi.$$

3. Az inga hossza L, a fonal vége felül van:

$$\begin{matrix} L \\ T \sim 2\pi. \end{matrix}$$

4. A tömegvonzást a g (lefelé ható) gravitációs állandó jellemzi, a felső és alsó világot a „—" vonal választja el.

$$T \sim 2\pi \frac{L}{g}.$$

5. Az ingát természetesen egy alkalmas kampóra ($\sqrt{}$) fel kell függeszteni, ezzel a végformula:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}.$$