

# GRAVITÁCIÓS FÉNYELHAJLÁS SZIMULÁCIÓJA OPTIKAI LENCSEKKEL: KÉSZÍTSÜNK FEKETE LYUKAT HÁZILAG!

Barnaföldi Gergely Gábor – MTA Wigner FK RMI  
Bencédi Gyula – MTA Wigner FK RMI és ELTE  
Karsai Szilvia – ELTE TTK, Csillagász MSc hallgató

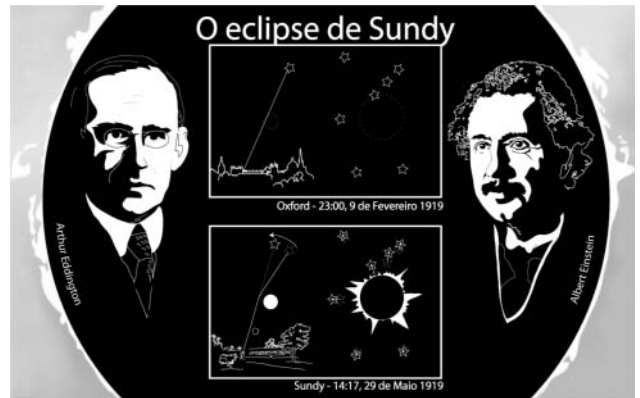
A tudományos-fantasztikus irodalomban gyakran találkozhatunk olyan történetekkel, amelyekben a Világegyetem utazói veszélyesebbnél veszélyesebb helyeket járnak be: féreglyukakon haladnak át, esetleg csapdába esnek egy fekete lyuk környezetében. A történetek megfilmesítése során gyakran kérnek fel kutatókat, hogy segítsék ezen extrém asztrofizikai objektumok megjelenítését. A *Christopher Nolan* rendezésében nemrégiben bemutatott *Csillagok között* című filmben [1] például *Kip Thorne*, a Caltech fizikusa segédkezett abban, hogy a fekete lyuk körül kialakuló, digitális effektusokkal szimulált gravitációs-lencse-hatás minél élethűbb legyen a mozivászonon.

Kapcsolódva „a fény nemzetközi éve 2015” programsorozathoz, jelen cikkünkkel azt kívánjuk bemutatni, hogy a gravitációs fényelhajlás jelensége („lencsézés”) hogyan szemléltethető egy egyszerű kísérletben, amellyel érdekessé tehetünk egy fizikaórát az optikai jelenségek témakörében. Amint látni fogjuk, néhány talpas pohár és borosüveg is elegendő ennek megvalósításához.

## A gravitációs-lencse-hatás rövid történeti háttere

A fény nagy tömegű égitest által okozott elhajlásának lehetőségével elsőként *Johann Georg von Soldner* foglalkozott 1804-es publikációjában, amelyben kiszámította egy a Naphoz közel látszó hipotetikus csillag fényének eltérülését [2]. A gravitációs-lencse-hatást, mint az általános relativitáselmélet szükségszerű asztrofizikai következményét maga *Albert Einstein* jósolta meg elmélete 1915-ös véglegesítése előtt 3 évvel. Sőt a lencsehatás alapegyenleteit is levezette: meghatározta egy pontszerű csillag nagy tömegű objektum mellett elhaladó fényének elhajlását és annak látszó fényességét. *Erwin Freundlich* csillagással a jelenség megfigyelhetőségéről beszélgetett akkortájt, és barátjának, *Heinrich Zanggernek* írt levelében is megemlítette a jelenséget 1915 végén. Azonban nem tartotta fontosnak közölni addigi eredményeit, mivel nem hitt abban, hogy ezek a jelenségek jó eséllyel megfigyelhetők lennének.

A szerzők köszönetüket fejezik ki az MTA Wigner FK Technikai Osztályán dolgozó kollégáiknak, akik a lencséket készítették. Barnaföldi Gergely Gábor köszönettel tartozik az MTA Bolyai János Kutatási Ösztöndíj, illetve a CompStar COST ACTION MP1304 pályázat nyújtotta támogatásért.

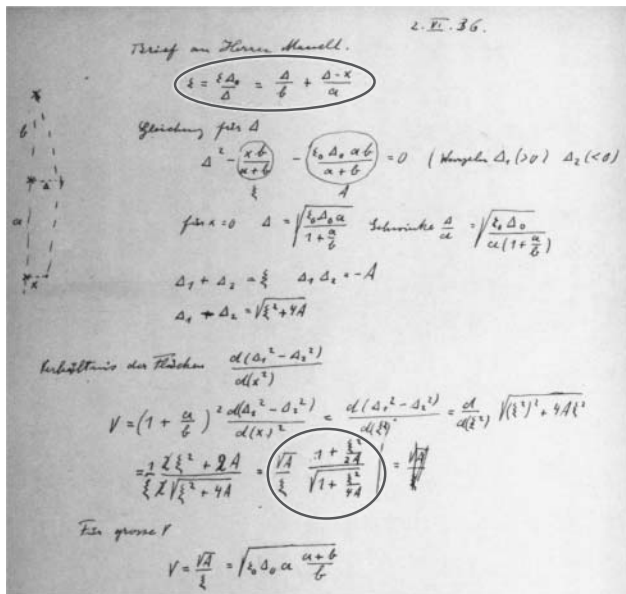


1. ábra. Eddington mérésének helyén felállított emléktábla részlete a fényelhajlás jelenségének sematikus magyarázatával.

A következő években a gravitációs lencsézés ideája több publikációban is felbukkant. *Oliver Joseph Lodge* 1919-ben a *Nature* folyóiratban közölt munkájában már erre az effektusra hivatkozott [3]. Még ugyanebben az évben *Arthur Eddington* vetette fel, hogy ha egy gravitációs lencseként ható, tömeggel bíró objektum egy távoli csillag és a megfigyelő között megfelelő pozícióban helyezkedik el, akkor – szerencsés esetben – a csillag megtöbbszörözött képeit figyelhetjük meg. Végül a fényelhajlás jelensége empirikus bizonyosságot nyert egy Eddington által 1919-ben az Afrikához közeli Príncipe szigeten vezetett expedíció során (1. ábra), a teljes napfogyatkozás adta lehetőség kihasználásával [4].

Egy évvel később *Orest Chwolson* mutatott rá, hogy ha a csillag, a lencséző objektum és a megfigyelő egy vonalba esnek, akkor a csillagról gyűrű alakú kép keletkezik. A jelenséget végül azonban nem róla, hanem Einsteinról nevezték el *Einstein-gyűrűnek* (lásd a címképet<sup>1</sup>).

<sup>1</sup> A címlapon egy távoli galaxis gravitációs lencsézéssel szinte tökéletes Einstein-gyűrűvé széthúzott képe látható. Az eddigi legnagyobb felbontású, páratlanul éles felvételt a (szub)milliméteres hullámhosszokon működő ALMA (Atacama Large Millimeter/submillimeter Array) távcsőrendszerrel készítették Chilében 2014 végén. A finom részletek detektálása érdekében az antennarendszert hosszú alapvonalú üzemmódban használták: a legtávolabbi antennák 15 km-re voltak egymástól. A Herschel űrtávcsővel felfedezett, mintegy 12 milliárd fényév távoli – amikor az Univerzum mostani korának még csak 15%-át érte el –, még aktív csillagformáló időszakában lévő SDP.81 jelű galaxis képét a látóirányban pontosan előtte, de sokkal közelebbi (4 milliárd fényévre) galaxis gravitációs mezeje torzítja gyűrű alakúvá. A gravitációs-lencse-hatás jól értelmezhető az Einstein által éppen egy évszázada kidolgozott általános relativitáselmélet keretében. A lencsézés eredményét ezért nevezik Einstein-gyűrűnek. (Forrás: ALMA, NRAO/ESO/NAOJ; B. Saxton, NRAO/AUI/NSF)

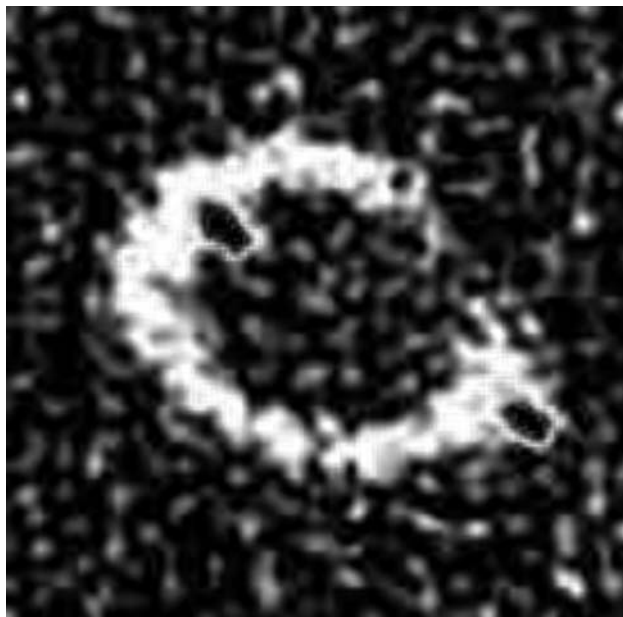
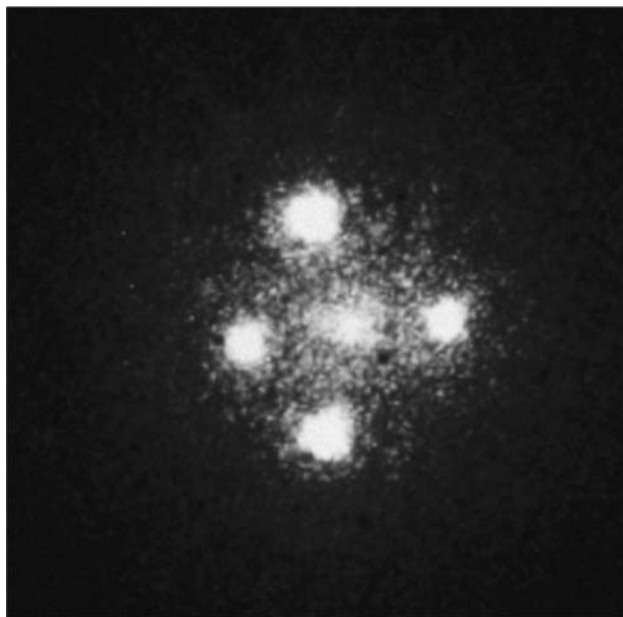


2. ábra. Albert Einstein által 1936-ban végzett gravitációs lencsehatással kapcsolatos rész-számolások (teljes azonosságban az 1912-es eredményeivel), amelyeket R. W. Mandl ösztönzésére végzett és publikált a *Science* magazinban [6].

1936-ban *Rudi W. Mandl* cseh villamosmérnök biztatására Einstein újra elvégezte korábbi, 1912-es számolásait, amelyek eredményeiről *Lens-Like Action of a Star by the Deviation of Light in the Gravitational Field* címmel számolt be a *Science* magazinban [5]. A 2. ábrán Einstein jegyzeteiből származó releváns számolások láthatók. 1937-ben *Fritz Zwicky* a gravitációs lencsézést már galaxisok tekintetében tárgyalta és kiszámította a galaxis okozta fényelhajlást. Ugyanekkor *Henry Norris Russell* pedig fehér törpék környezetében vizsgálta a fényelhajlást.

Az 1960-as évek elején felfedezett extragalaktikus objektumok, a kvazárok megjelenése új megvilágításba helyezte az addigi elméletet. Ezek a nagyon távoli, extrém nagy energiakibocsátású galaxisok a megfigyelhető gravitációs lencsék kereséséhez ideális célpontnak bizonyultak. 1979-ben Einstein korábbi peszsimizmusa ellenére *Walsh*, *Carswell* és *Weymann* detektálták az első gravitációs lencse-effektust a *Kitt Peak National Observatory* 2,1 méteres teleszkópjával, amely egy megkettőződött képű (egymástól 6" szög alatt látszó),  $z = 1,41$  vöröseltolódású kvazár (Q0957+561) volt, a lencséző objektum pedig egy  $z = 0,355$  vöröseltolódású elliptikus galaxis [7]. Az első azonosítást újabb észlelések követték és 1985-ben felfedezték a QSO 2237+0305 kvazár által létrehozott jellegzetes Einstein-keresztet (3. ábra, fent), majd 1988-ban az MG1131+0456 által létrehozott Einstein-gyűrűt (3. ábra, alul) [8, 9].

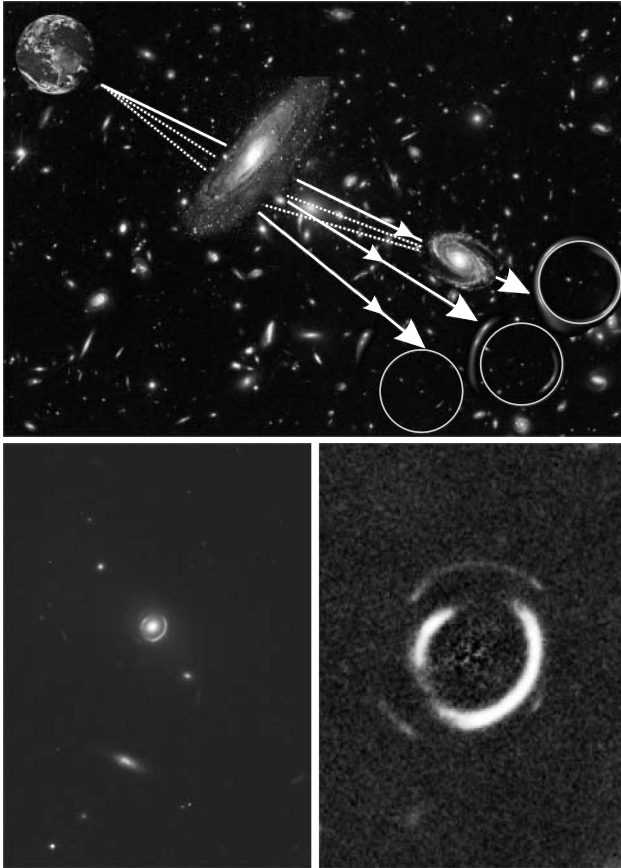
Napjainkra már több tucat gravitációs lencsét azonosítottak. A *CfA-Arizona Space Telescope Lens Survey (CASTLES)* 2005 végéig 64-et talált [10], miközben a gravitációs lencsézés aktív asztrofizikai kutatási területté fejlődött, amelyről az első, 1983-as liége-i nemzetközi konferencia óta évről évre rendszeresen tartanak összejöveteleket.



3. ábra. A QSO 2237+0305 kvazár által előidézett Einstein-kereszt (fent). Az MG1131+0456 által létrehozott, elsőként detektált Einstein-gyűrű 1,75 ívmásodperc szögátmérővel (alul) [8, 9].

## A gravitációs lencse-hatás elmélete

Az általános relativitáselméletből ismeretes, hogy egy fényforrás fényének a megfigyelőig megtett útja a nulla-geodetikust követi, ami a téridő görbültségétől függ. Nem-euklideszi térben ezt a görbültséget a lokális tömegeloszlás határozza meg. A gravitációs lencse-effektus az a folyamat, amelyben a fény „mozgása” során a lokális tömegeloszlás generálta, görbült téridőben halad a nulla-geodetikusan mentén. Nagyobb tömegsűrűség-inhomogenitás nagyobb eltérést okoz a fény eredeti útjához képest, ami egy kritikus eltérülési értéknél az Einstein-gyűrűket eredményezheti. Ennek megfelelően egy kritikus értéket el nem érő tömegsűrűségű égi objektumok (főleg galaxisok)



4. ábra. Felül: Einstein-gyűrűk és ívek. Ha a forrás és a lenséző objektum egy egyenesbe esik a megfigyelővel, akkor adódik az Einstein-gyűrű; ha a lencse és/vagy a forrás nem esik az előbbi tengelyre, akkor csak részleges Einstein-gyűrű látható (körívek). Pontszerű forrás (például kvazár) esetén a gyűrűk és körívek helyett pontszerű többszörös látszólagos képek figyelhetők meg (például Einstein-kereszt, 3. ábra fent). Mindkét jelenség az erős gravitációs lensézés effektusához köthető.

Alul: a Hubble-űrteleszkóppal 2007-ben észlelt kettős Einstein-gyűrű (SDSSJ0946+1006), amelynél mind a lenséző, mind pedig a forrásobjektum galaxis volt (NASA, ESA, R. Gavazzi és T. Treu (University of California, Santa Barbara), valamint a SLACS Team).

csupán a látszólagos képeket torzítják el. Ezek elemzéséből meghatározható például a szóban forgó lenséző objektumnak mind a barionos, mind pedig a nembarionos (sötét-) anyagtartalma.

A 4. ábra egyszerű geometriája annak viszonyát mutatja, ahogy egy forrás (galaxis) látszólagos és eredeti helyzetének ismeretében meghatározható az általa kibocsátott fény eltérülési szöge. Ez azonban erősen függ a lenséző objektum tömegeloszlásától, amely meghatározza az eltérülés szögét, a látszólagos kép fényességét és a létrehozott többszörös képek számát is. 2007-ben a Hubble-űrteleszkópnak sikerült észlelnie egy kettős Einstein-gyűrűt (SDSSJ0946+1006), amelynél mind a lenséző, mind pedig a forrásobjektum galaxis volt – utóbbiból ráadásul kettős is, a lenséző objektumtól különböző távolságokra (4. ábra, alul). Az egyik forrás szerencsésen majdnem tökéletesen egybeesett a megfigyelő-lencse tengellyel, így annak képe gyűrű, míg a tengelytől távolabbi esetben csak részleges körív látható.

Az eddig leírt lensézést a szakirodalom további típusokra osztja: erős lensézésnek (strong lensing) nevezi a fenti effektust, ahol jól látható az Einstein-gyűrű, a forrásobjektum többszörös látszó képe vagy torzulása egyértelműen megfigyelhető (például az Abell 2218 galaxishalmaz, lásd a 4. ábra felső részének háttéré [11]).

Gyenge lensézés (weak lensing) esetében a háttérobjektumok képe jóval csekélyebb mértékben torzul. Ekkor a torzulás kimutatására csak nagyszámú, egymáshoz közel látszó objektum statisztikai elemzésével van lehetőség. Bizonyos esetben – ha például a „lencse” egy galaxishalmaz – a gyenge és erős lensézés együttesen is megfigyelhető.

Ha a forrásobjektumok képe nem torzul, de a róluk detektálható fény erőssége időben változik, akkor mikrolensézésről beszélünk. A lenséző objektum tipikusan tejútrendszerbeli csillag, míg a forrás lehet egy nem túl távoli extragalaxis csillaga, vagy akár egy nagyon távoli kvazár. A fenti két jelenséggel ellentétben itt a lenséző objektum „kis” tömege miatt az eltérülés szöge helyett a fénygörbét elemzik. Emiatt – a kisugárzott fény hullámhosszától függetlenül – tanulmányozhatók a tömeggel bíró objektumok (viszonylag közeliek, akár Tejútrendszeren belüliek is), mint például a galaxis halója a benne lévő kompakt objektumokkal.

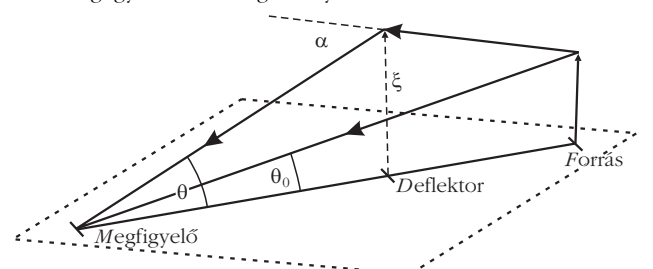
A fentiek ellenőrzésére Einstein számolása alapján tekintsünk egy  $M(\xi)$  tömegeloszlású objektumtól  $\xi$  távolságra elhaladó fénysugarat, amely  $\alpha(\xi)$  nagyságú eltérülést szenved:

$$\alpha(\xi) = \frac{4G}{c^2} \frac{M(\xi)}{\xi}, \quad (1)$$

ahol  $G$  a gravitációs állandó,  $c$  pedig a vákuumbeli fénysebesség. Érdekesképpen megjegyezzük, hogy ez az eredmény megkapható a Fermat-elv felhasználásával, ha az eikonál-egyenletben szereplő törésmutatót a Minkowski-metrikától csak kismértékben eltérő metrikából számolt tömegpont terében lévő gravitációs potenciállal fejezzük ki, és az adódó egyenletet integráljuk.

A 5. ábrán látható triviális geometria alapján könnyen megkapható, hogy egy  $\theta$  szög alatt látszó forrás esetében milyen  $\theta_0$  szög alatt kell látszania a valódi

5. ábra. Egy fényjel  $M(\xi)$  tömegeloszlás által generált gravitációs tér hatására történő eltérülése. Az  $F$  forrásból kiinduló fényjel a  $D$  pontban lévő lenséző objektum (például galaxis, fekete lyuk) hatására  $\xi$  impakt paraméternél  $\alpha(\xi)$  mértékű eltérülést szenved, majd az  $M$  megfigyelő  $\theta$  látszólagos helyen észleli.





képének, ha ismerjük az  $\alpha(\xi)$  eltérülési szöget és feltecsszük, hogy a szögek kicsik:

$$\theta_0 = \theta - \frac{d_{DF}}{d_{MD} d_{MF}} \frac{4 G M}{c^2 \theta}. \quad (2)$$

Vegyük észre, hogy az egyenletet invertálva, egy adott valódi kép látszólagos képeit már nem triviális megkapni, hiszen az eltérés szöge az objektum felületi tömegsűrűségének nemlineáris függvénye is lehet. A fenti geometria alapján látható, hogy az Einstein-gyűrű  $\theta_{Einstein}$  szögátmérője a lencséző objektum tömegeloszlásának gyökével arányos, azaz

$$\theta_{Einstein} \propto \sqrt{M(\xi)}. \quad (3)$$

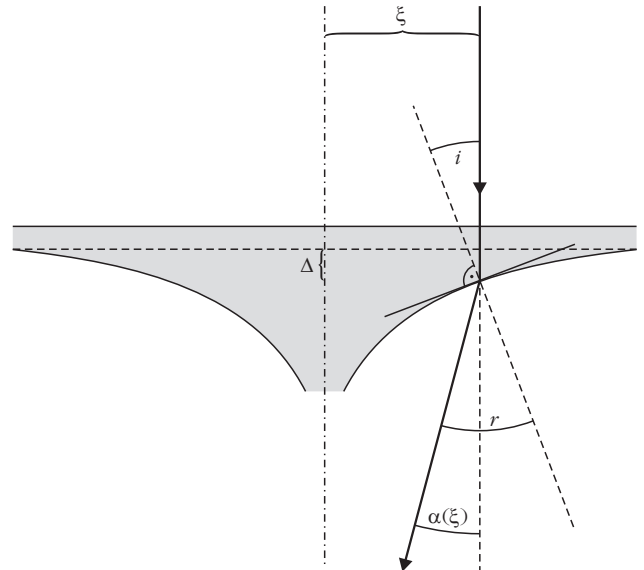
E mérőszám nyújthat segítséget például a többszörös látszólagos képek megkeresésében, azaz az egy mástól megkülönböztethető képek szögátmérőjének meghatározásában. A gyakorlatban ennek értéke a mikroív másodperctől (csillag vagy fekete lyuk esetén) a néhány száz tíz ívmásodpercig (galaxishalmaz esetén) változik a lencséző objektum tömegétől függően.

A téridő ilyen nagy tömegű objektumai – fényeltérítésük szempontjából – földi körülmények között, laboratóriumban, sőt akár otthon is modellezhető. Konkrét kísérlet(ek)ben látjuk majd, hogy egy nem forgó fekete lyuk stacionárius gravitációs terében (Schwarzschild-féle fekete lyuk) eltérülő fénysugár által alkotott kép ekvivalensen modellezhető egy alkalmas profilú optikai lencse képalkotásával. Vizsgáljuk továbbá a különböző tömegeloszlású objektumok vagy galaxishalmazok gravitációs terének eltérítő hatását modellező különböző lencsealakokat, és az utolsó fejezetben – egyebek mellett – megadjuk a tesztelésük során eredményezett látszólagos képüket.

## A gravitációs lencse-hatást szimuláló lencsealakok

A gravitációs lencse-hatás szemléltetésére három, csilágászati módszerekkel jól vizsgálható objektumtípushoz rendelhető tipikus lencsealakot vettünk figyelembe. E három jellemző alak: (i) fekete lyuk, azaz a pontszerű gravitációs forrás, (ii) izoterm gázgömb, azaz a konstans tömegeloszlású, kiterjedt objektum, (iii) spirálgalaxis, azaz exponenciális felületi tömegeloszlású „lencse”. Az alábbiakban megmutatjuk, hogy ezen feltételezések mellett milyen alakú profil jellemzi a gravitációs lencse-hatást szimuláló lencsét.

A lencsealakok mindegyikének meghatározásánál azzal a közelítéssel élünk, hogy az optikai tengelytől mért távolság ( $\xi$  impakt paraméter) jóval nagyobb a lencséző objektum Schwarzschild-sugaránál, továbbá, hogy a gravitációs tér gyenge, aminek következtében az optikai utak eltérése kismértékű. Emellett a lencsét az egyszerűség kedvéért egyik oldalukon



6. ábra. Gravitációs fényelhajlást modellező lencse és az optikai utak.

síknak vettük, ezáltal a számítandó profilok függvényalakja, valamint a kivitelezhetőség sokban egyszerűsödött.

A gravitációs fényelhajlás jelensége során a téridő görbülete változik meg a lencséző objektum különböző tömegeloszlása és az objektumtól mért távolság függvényében. Ez a jelenség analóg lehet azzal, hogy a geodetikussok torzulása nem a téridő anomáliájából adódik, hanem sík téridőben a törésmutató válik helyfüggővé. Ez az effektus nem ismeretlen az optikában, hiszen a délibáb (*fata morgana*) hasonló okokra vezethető vissza: a közegbeli hőmérsékletgradiens a törésmutató helyfüggését eredményezi, amely a törés és visszaverődés törvényeit alkalmazva jól leírható. Jelen esetben is a Snellius–Descartes-törvényből indulhatunk ki, ahol a 6. ábra jelölésrendszert használva:

$$\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{c_r}{c_i} = n \approx \frac{r}{i}. \quad (4)$$

Ahol  $i$  és  $r$  a beesési és törési szögeket,  $c_i$  és  $c_r$  a közegbeli fénysebességeket és  $n$  a második közeg (itt a lencse) elsőre vonatkoztatott törésmutatóját jelöli. Levezetésünkben ez adott helyen, lokálisan igaz marad, azonban a törésmutató helyfüggése miatt a szögek közötti összefüggés változni fog. A Snellius–Descartes-törvényt alkalmazva feltételezzük, hogy az optikai felület normálisa és a beeső, illetve a megtört fénysugár által meghatározott beesési és eltérülési szögek kicsik. Ekkor a törésmutató – a trigonometrikus függvények Taylor-sorfejtése alapján – közelíthető a két szög arányával is.

Einstein levezetése alapján az eltérülő fénysugár és az optikai felület normálisa által bezárt  $r$  szög az alábbiak szerint fejezhető ki:

$$r = \alpha(\xi) + i = \frac{4 G}{c^2} \frac{M(\xi)}{\xi} + i, \quad (5)$$

ahol az optikai tengely és a lencse síkja által meghatározott koordináta-rendszer  $(\xi, \Delta(\xi))$  pontjában lokálisan  $i$  a beesési szög,  $r$  a törési szög,  $\alpha(\xi)$  pedig az optikai tengelyhez viszonyított fényelhajlás szöge a tengelytől mért  $\Delta(\xi)$  távolság függvényében. A képletben megjelent az (1) egyenletben szereplő  $M(\xi)$  tömegeloszlás is. A lencse profiljának meghatározásához szükséges a görbe deriváltja a  $(\xi, \Delta(\xi))$  pontban, amelyre könnyen adódik, hogy:

$$\frac{d\Delta(\xi)}{d\xi} = -i. \quad (6)$$

Egymásba helyettesítve a (4), (5) és (6) egyenleteket, felírható a  $\Delta(\xi)$  függvényre az alábbi differenciálegyenlet:

$$\frac{d\Delta(\xi)}{d\xi} = -\frac{4G}{c^2(n-1)} \frac{M(\xi)}{\xi}. \quad (7)$$

A lencse alakját tehát a feltételezett tömegeloszlás, az alkalmazott anyag törésmutatója és a lencse fizikai méretei határozzák meg, amelyeket most a korábban említett speciális tömegeloszlások eseteire mutatunk be.

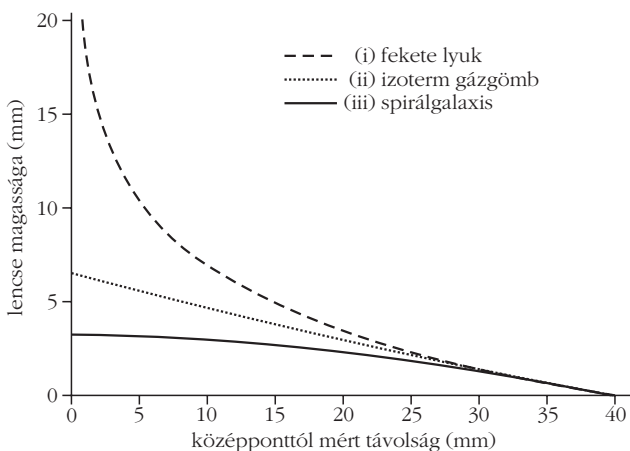
#### (i) Pontszerű gravitációs forrás esete

A tömegpontot reprezentáló optikai lencse esetében definíció szerint a modell  $M$  tömege egy pontba koncentrálódik. Ez az eset felel meg a fekete lyuknak, ahol az  $M(\xi) = M$  tömegeloszlású forrás lencseprofilját a (7) egyenlet integrálásával a következő függvény adja meg:

$$\Delta(\xi) = \Delta(\xi_0) + \frac{2R_s}{n-1} \ln\left(\frac{\xi_0}{\xi}\right), \quad (8)$$

ahol az  $R_s = 2GM/c^2$  kifejezés a Schwarzschild-sugarat jelöli. Ebben az esetben a kapott lencsealak középén csúcsos, az optikai tengelytől távolodva logaritmikusan lecsengő lesz.

7. ábra. A három különböző tömegeloszlás esetére számolt lencseprofilok függvényalakjai az  $R_s/(n-1) = 0,5$  érték rögzítése mellett: (i) fekete lyuk, azaz a pontszerű gravitációs forrás; (ii) izoterm gázgömb, azaz a konstans tömegeloszlású, kiterjedt objektum, valamint (iii) spirálgalaxis, azaz „exponenciális felületi tömegeloszlású” lencse esetére.



#### (ii) Izoterm gázgömb esete

A konstans tömegeloszlású, úgynevezett izoterm gázgömbbel modellezhető galaxis esetében az objektum  $M$  tömege lineárisan nő a  $\xi$  impakt paraméterrel, azaz:  $M(\xi)$  és  $\xi$  egyenesen arányosak. A lencse alakját meghatározó differenciálegyenlet a következő alakú:

$$\frac{d\Delta(\xi)}{d\xi} = -K, \quad (9)$$

ahol  $K$  pozitív konstans. A fenti egyenlet megoldásával a lencseprofil függvénye:

$$\Delta(\xi) = \Delta(\xi_0) + K(\xi - \xi_0). \quad (10)$$

Ebben az esetben a  $K$  konstanssal megadott meredekségű egyenes lesz a kúp alakú lencse alkotója.

#### (iii) Spirálgalaxis esete

Az exponenciális felületi tömegsűrűségű,  $\xi_c$  karakterisztikus mérettel jellemezhető spirálgalaxis tömegeloszlása a következő formula szerint alakul:

$$M(\xi) = 2\pi \xi_c^2 \Sigma_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\xi}{\xi_c}\right) \left(\frac{\xi}{\xi_c} + 1\right) \right], \quad (11)$$

ahol  $\Sigma_0$  a spirálgalaxis felületi tömegsűrűsége a középpontban. Annak változása a  $\xi$  függvényében:

$$\Sigma(\xi) = \Sigma_0 \exp\left(-\frac{\xi}{\xi_c}\right). \quad (12)$$

A lencse alakját leíró differenciálegyenletbe helyettesítve  $M(\xi)$ -t, a következő lencseprofil leíró függvényt kapjuk az integrálás után:

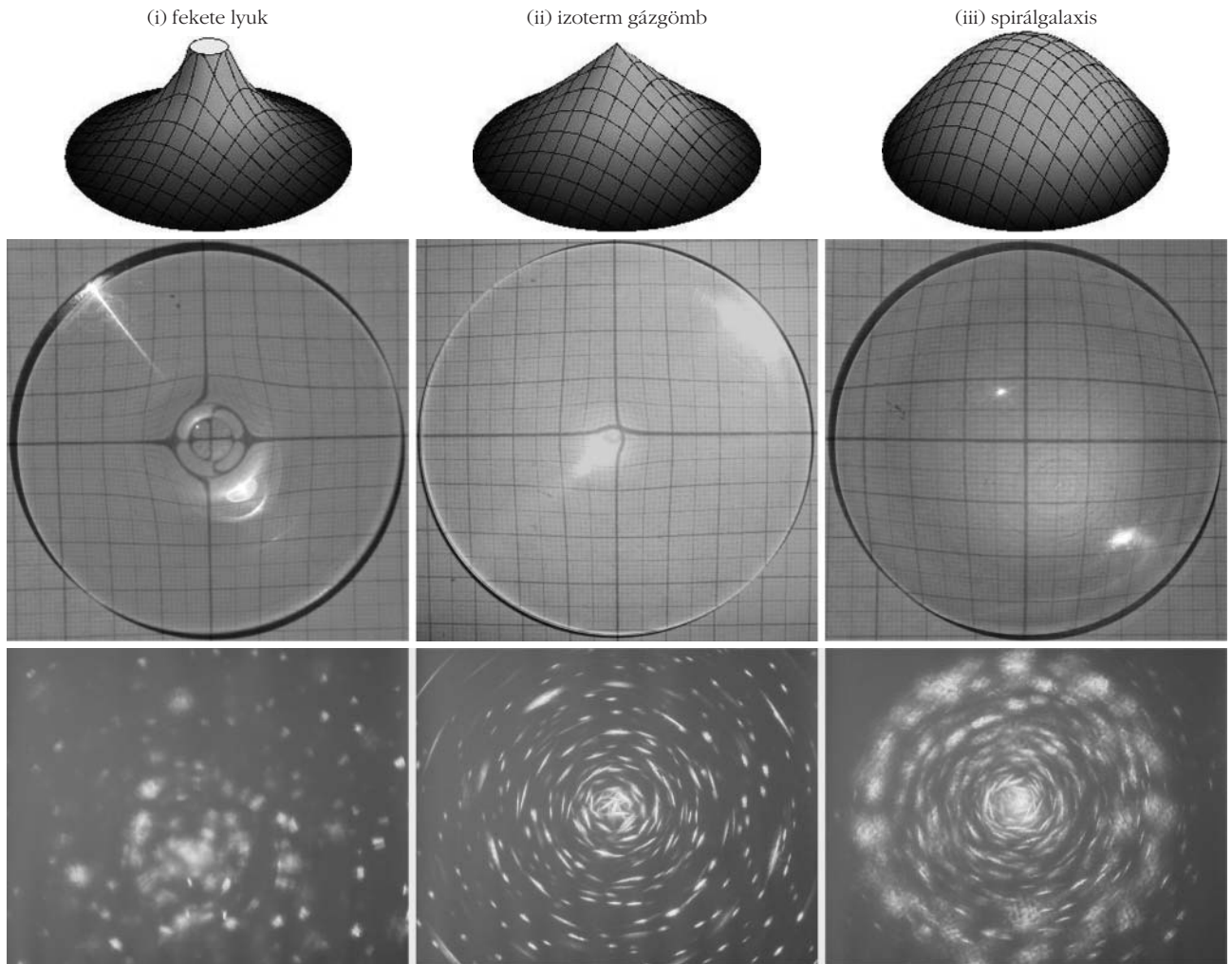
$$\Delta(\xi) = \Delta(\xi_0) + \frac{8\pi G \xi_c^2 \Sigma_0}{(n-1)c^2} \Pi, \quad (13)$$

ahol

$$\begin{aligned} \Pi = & \ln\left(\frac{\xi}{\xi_0}\right) - \exp\left(-\frac{\xi}{\xi_c}\right) + \exp\left(-\frac{\xi_0}{\xi_c}\right) + \\ & + \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{\exp(-z)}{z} dz. \end{aligned} \quad (13a)$$

Ebben az esetben a lencsealak a (13a) egyenlet utolsó tagja miatt nem adható meg kompakt analitikus alakban, azonban adott értékek mellett numerikusan kiszámítható.

A lencsék elkészítéséhez a (8), (10), (13) és (13a) egyenleteket felhasználva kiszámíthatjuk az (i), (ii) és (iii) esetekhez tartozó lencsealakokat a megfelelő paraméterek választása mellett. A megvalósítás során az eszterga tokmánya a lencsék átmérőjét 8 centiméterben, a befogáshoz szükséges 0,5 centiméteres ráhagyás pedig a lencseprofilok magasságát – a plexilap



8. ábra. Felső sor (balról jobbra): a kiszámított lencsealakok, (i) fekete lyuk (pontoszerű gravitációs forrás), (ii) izoterm gázgömb (konstans tömegeloszlású, kiterjedt objektum), valamint (iii) spirálgalaxis („exponenciális felületi tömegeloszlású”) lencse esetére. Középső sor: az MTA Wigner FK Technikai Osztályán készített megfelelő lencsék. Alsó sor: az egyes lencsék által okozott fénytérülésről készült felvételek.

2,5 cm vastagságából adódóan – 2 centiméterben maximalta. A lencsék tervezése során a (7) egyenletet vettük alapul, amelyben úgy igyekeztünk megválasztani a paramétereket, hogy a lencsék optimálisak legyenek. Jó választásnak bizonyult az  $R_s/(n-1) = 0,5$  érték, így számolásainkban is ezt használtuk. A 7. ábrán láthatók az ezen választás mellett kiszámított lencseprofil-függvények a fenti (i)–(iii) esetekre.

A fent ismertetett képletek alkalmazásával kiszámítottuk a három tipikus lencsealakot, amelyet a 8. ábra felső során mutatunk be. Az ábra középső sorában az MTA Wigner FK Technikai Osztályán készített 8 cm átmérőjű lencsék láthatók, amelyeket 2,5 cm vastag plexiből esztergáltunk. Megjegyezzük, hogy konkavítása okán az (i) lencse elkészítése technikailag igen nehézkes, mivel a marófej tipikusan konvex felületek megmunkálását teszi lehetővé. A további két (ii), (iii) lencse esetében ez a probléma nem lépett fel.

Az elkészített lencsékkel tesztelhetjük, hogy a valóságban hogyan működik az Einstein-lencsésítés. Legegyszerűbb esetben pontoszerű forrás (például lézermutató) fényét bocsátva a lencsékre, majd er-

nyőn felfogva a jellegzetes gyűrűket kapjuk. Jól alkalmazható a lézeres mutatókhoz kapható pontrács is, amellyel a „szabályos” csillagos égbolt képének torzulását láttathatjuk. További lehetőség, hogy az égbolt egy részét bemutató fényképet kivétítve, a vetítő nyalábjába helyezett lencsével megmutatjuk, hogyan torzulna a keletkezett kép, ha egy nagy tömegű sötét objektum lenne a forrás és a megfigyelő között. A számításaink alapján esztergált lencsékkel a 5. ábrán bemutatott esethez hasonló mérés-összeállítással készített képeket a 8. ábra alsó sora tartalmazza.

## Fekete lyuk a konyhában

A fentiekben bemutatott lencsék az MTA Wigner FK Technikai Osztályának műhelyében készültek. Limitált költségvetés esetén felmerül a kérdés, hogyan készíthetünk vagy kereshetünk ilyen lencséket a környezetünkben. Miként mutathatjuk be a fenti kísérleteket akkor, ha nem áll rendelkezésünkre technikai műhely? A válasz, mint sokszor, most is a kony-



9. ábra. Egy borosüveg és „spirálgalaxis” alja, illetve pezsgőspohár, valamint „fekete lyuk” talpa.

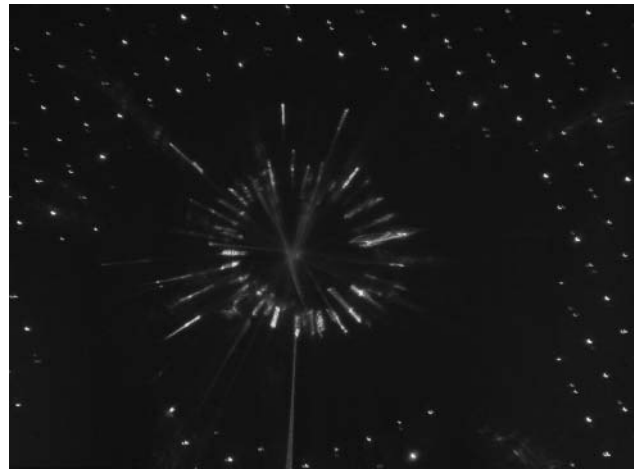
hában keresendő, és további „örömekeket” is okozhat – például egy üveg kellemes bor vagy pezsgő elfogyasztása során.

Ha megfigyeljük, a borosüvegek alja sok hasonlóságot mutat a fenti (iii) lencsealakokkal (9. ábra, balra és középen). Ez elsősorban a vörös- és rozéborok üvegeire igaz, amelyekben a befelé horpadó alj a mechanikai tulajdonságok javítása mellett lehetővé teszi, hogy e borokra jellemző, lerakódó seprő kevésbé keveredjen fel a kitöltés során. Már csak az a feladatunk, hogy keressünk egy alkalmas átlátszó üveget, és lencsévé alakítsuk.

Az üres üveget függőlegesen fejjel lefelé fordítjuk, és rögzítjük egy kémcsőállványon, majd a felülre kerülő üvegaljat feltöltjük például vízzel. Erre azért van szükség, hogy tömör lencsét kapjunk. Megjegyezzük, hogy az üveg  $n_{\text{üveg}}$  törésmutatója tipikusan 1,42–1,59, így jobb lencse előállításához víz ( $n_{\text{víz}} = 1,33$ ) helyett használhatunk nagyobb törésmutatójú, áttetsző folyadékot (például cukrozott vizet vagy olajat). Ezek után helyezünk el egy fényforrást (például izzót vagy lézermutató-pálcát) az üveg szájába úgy, hogy felfelé, a plafonra világítson. A plafonon kialakult kép hasonló lesz az Einstein-lencsézés során megismert alakokkal.

Sokáig nézegetve az előző fejezetben kiszámított lencsealakokat, felismerhetjük bennük a boros- vagy pezsgőspoharak talpának tipikus alakját (9. ábra, középen és jobbra). Üvegvágó segítségével óvatosan megkarcolva egy ilyen pohár lábát a talp közelében, konyharuhába csavarva egy bátor mozdulattal könnyen letörhetjük a talpat. Az így kapott lencse általában az (i) vagy az (ii) lencsealaknak felel meg. Érdekes sík aljú pohártalpat „feláldozni”, hiszen így a fenti lencséknek megfelelő alakot kapjuk.

Diákoknak feladható mérési feladatnak is megfelel, ha a borosüveg mögé négyzethálós lapot helyezve, majd oldalról lefényképezve és a képet megmérve meghatározzák, hogy a bemutatott profilok melyikéhez áll legközelebb a lencsealak. Az (1–4) képletek felhasználásával – például illesztés után – megállapíthatják, hogy mekkora Schwarzschild-sugár tartozhat hozzá. Végül kiderül, hogy „konyhánk univerzumába” fekete lyukat (10. ábra) vagy spirálgalaxist sikerült-e „beszuszakolni”.



10. ábra. A felvételen egy borospohár „fekete lyuk” talpa szolgált lencseként a lézermutató fényének eltérítéséhez.

## Utószó

A modern fizika elsődleges célja az alapvető természeti jelenségek és folyamatok feltérképezése, megismerése. Ennek során, mint a fizika minden ágának oktatásánál, sarkalatos szempont a szemléletesség, az effektusok bemutatása, így nem mentesülhet ez alól a nagyenergiás asztrofizika vagy a nagyenergiás részecske- és magfizika oktatása.

Manapság már ritka, hogy a legújabb felfedezések akár egy tanteremben bemutathatók legyenek. Különösen igaz ez a részecskefizikai, kozmológiai vagy csillagászati jelenségekre. Jogosan merül fel a kérdés, hogyan lehet olyan jelenségeket bemutatni, amelyek természetüknél fogva extrém körülményeket igényelnek. E cikk célja annak bemutatása volt, hogyan szemléltethető osztályteremben „konyhai” módszerekkel és eszközökkel az általános relativitáselmélet egy, a távoli extrém égi objektumokkal tesztelhető jelensége.

## Irodalom

1. <http://www.interstellarmovie.net>
2. Soldner, J. G.: On the deflection of a light ray from its rectilinear motion by the attraction of a celestial body at which it nearly passes by. *Berliner astronomisches Jahrbuch* (1804) 161–172.
3. Lodge, O. J.: Gravitation and Light. *Nature* 104 (1919) 354.
4. Dyson, F. W.; Eddington, A. S.; Davidson, C. R.: A Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field, from Observations made at the Solar Eclipse of May 29, 1919. *Phil. Trans. Roy. Soc. A* 220 (1920) 291–333, 571–581.
5. Einstein, A.: Lens-Like Action of a Star by the Deviation of Light in the Gravitational Field. *Science* 84 (1936) 506–507.
6. Jürgen Renn, et al.: The Origin of Gravitational Lensing: A Postscript to Einstein's 1936 Science Paper. *Science* 275 (1997) 184, DOI: 10.1126/science.275.5297.184
7. Walsh, D.; Carswell, R. F.; Weymann, R. J.: 0957 + 561 A, B – Twin quasistellar objects or gravitational lens. *Nature* 279 (1979) 281.
8. [http://www.einstein-online.info/spotlights/grav\\_lensing\\_history](http://www.einstein-online.info/spotlights/grav_lensing_history)
9. NASA and ESA (September 13, 1990): The Gravitational Lens G2237 + 0305. *HubbleSite* <http://hubblesite.org/newscenter/newsdesk/archive/releases/1990/20/image/a> Retrieved July 25, 2006., <http://www.nrao.edu/pr/2000/vla20/background/ering>
10. <https://www.cfa.harvard.edu/castles>
11. <http://www.spacetelescope.org/static/archives/images/screen/heic0606a.jpg>