

# MILLIKAN ÉS AZ ELEMI TÖLTÉS MEGHATÁROZÁSÁNAK TÖRTÉNETE – 2. RÉSZ

Buzády Andrea, Szegő Dóra<sup>1</sup>  
Pécsi Tudományegyetem TTK Fizikai Intézet

*Cikkünk – a korábbi számban megjelenő – első részében a híres olajcseppes kísérlet előzményeiről volt szó. Írtunk a mérések közös elvéről; megismertük, hogy miként törekedett Millikan a kortársak ötletein elindulva a kísérlet gondos kivitelezésére; a felhőszerű közeg, illetve később a csepp mozgását befolyásoló viszkozitás és hőmérséklet minél pontosabb meghatározására.*

## Az elemi töltés értékének meghatározása olajcseppek porlasztásával

Millikan tanítványától, *Harvey Fletchertől* származó ötlet [5] vezetett a – korábban sehogy sem kiküszöbölhető – párolgásból fakadó problémák megoldásához. A további kísérletekben a víz, illetve alkohol helyett nagy finomságú óraolajat használtak [4].

Millikan ezen felül számos módosítást vezetett be, ezek közül néhány:

- újra meghatározta a levegő viszkozitását;
- új, minden addiginál jobb optikai megfigyelő berendezést alkalmazott;
- a kísérleti elrendezést alkalmassá tette arra, hogy tetszőleges nyomáson vizsgálhassa a cseppek sebességét;
- a légáramlásból származó hibaforrásokat még precízebben védte ki;
- kísérletileg igazolta az alábbi három előfeltevést:
  - a töltés nagysága nem befolyásolja a cseppek-re ható közegellenállást,
  - az olajcseppek szilárd gömbökként viselkednek,
  - a cseppek sűrűsége megegyezik magával az olaj sűrűségével.

Az olajcsepp-porlasztós kísérleti elrendezést a 4. ábra mutatja.

A légköri nyomás akár tizenötszörösét is elbíró  $D$  rézkádat egy 40 l gázolajat tartalmazó  $G$  kádba merítették. Az  $e$  csapon és az  $A$  porlasztón keresztül beáramló, gondosan szárított levegőt használva porlasztással állították elő a rézkádban összegyűlő olajcseppeket. Az ebben uralkodó nyomást az  $m$  higanyma-

Jelen tudományos közleményt a szerzők a Pécsi Tudományegyetem alapításának 650. évfordulója emlékének szentelik.

<sup>1</sup> Egyetemi hallgató.

nométerrel mérték. A kísérletek során ennek értéke a cikkben közölt mértékegységben, azaz higanycentiméterben mérve 4,46-76,42 cm között volt.

A  $B$  feszültségforrást az  $S$ ,  $C$  kapcsolórendszeren keresztül kapcsolták az  $M$  kondenzátorlemezre, az  $N$  jelű másikat, illetve a rézkádat leföldelték. A kondenzátorlemezek távolsága 0,01 mm-es pontosságon belül 16 mm, a kísérletek során rájuk adott feszültség 1699 és 5174 V közötti volt.

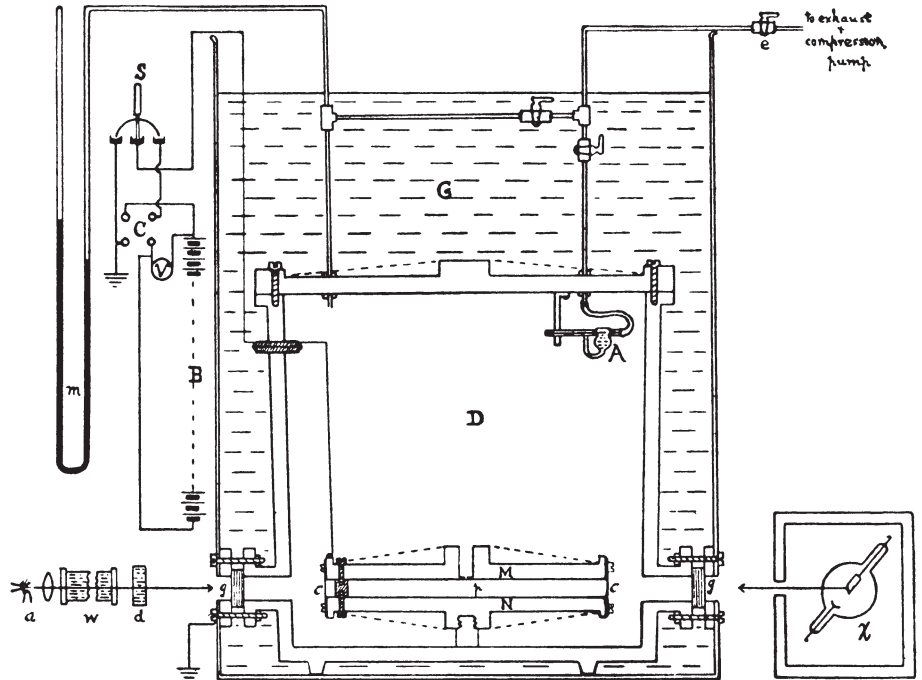
A rézkádban elhelyezett kondenzátorlemezek közötti térrészt a  $c$  ablakokkal zárták le, csak a felső lemez egy kis nyílásán keresztül juthattak olajcseppek a vizsgált térrészbe. Az ábrán két ilyen ablak látható, a megfigyelésre szolgáló harmadik a megfigyelt  $p$  olajcseppet tartalmazó vízszintes síkban, az  $Xa$  egyenessel  $18^\circ$ -os szöget bezárva helyezkedett el.

A kondenzátorlemezek közötti térrészben lévő levegőt a rézkád falán lévő  $g$  ablakon belépő  $X$  röntgensugárforrás nyalábjába ionizálta. Az ábrán nem látható új optikai megfigyelőegység egy 28 mm-es apertúrájú, 12,5 cm-es fókusztávolságú akromatikus lencséből és egy 12 mm fókusztávolságú okulárból állt. A megfigyelőtér megvilágítására az  $a$  ívlámpa szolgált. A gázolaj hőmérsékletének  $0,02^\circ\text{C}$ -on belüli ingadozása biztosította a kísérleti eredmények szempontjából létfonosságú állandó hőmérsékletet. Ez a mérések során  $22,81$ – $23,83^\circ\text{C}$  tartományban volt.

Ugyanakkor az is nagyon fontos volt, hogy a cseppek mozgását ne befolyásolja a levegő áramlása. Ezért a vizsgált térrész lezárásán kívül arról is gondoskodtak, hogy az ívlámpa melegítő hatását kiküszöböljék, a lámpa fényét két cellán vezették keresztül. A  $w$  vizet tartalmazó cella hosszúsága 80 cm volt, a  $d$  cella réz-kloridot tartalmazott, így kiszűrték az infravörös komponenseket.

## A kísérlet menete, az eredmények kiértékelése

A porlasztással előállított olajcseppek közül a kondenzátorlemezek közé bejutott cseppekből egyet kiválasztva figyelték meg annak mozgását. Távolság- és időtartammérésből határozták meg a  $v_g$  sebességet elektromos tér nélküli esetben. Ezt követően ionizálták a lemezek közötti térrészben lévő levegőt, így a cseppekre adott nagyságú töltés került. Ezután a kondenzátorlemezre feszültséget kapcsolva a cseppek



4. ábra. Az olajcseppkísérletben használt berendezés sematikus rajza [4].

elektromos tér jelenlétében mozgatták, és az így mért út, idő adatokból is számoltak sebességet ( $v_e$ ).

A levegőből gyűjthető ionok mennyiségének változtatásával ugyanarra a cseppekre más-más töltésmennyiség került. A töltés sebességekkel való kapcsolatát leíró összefüggést az első részben már levezettük, itt most más alakra rendezve közöljük. A töltésmennyiség a mért adatokból tehát a következő szerint számolható:

$$Q = \frac{4}{3} \pi^3 \sqrt{\frac{9\eta}{2}} \sqrt{\frac{1}{g(\rho - \rho_k)}} \frac{(v_g + v_e) \sqrt{v_g}}{E}, \quad (3)$$

ahol  $\eta$ ,  $\rho_k$  a levegő viszkozitása, illetve sűrűsége,  $\rho$  az olaj sűrűsége,  $E$  pedig az elektromos tér erőssége.

Millikan a mérési sorozatokban az elemi töltésmennyiség meghatározásához egy – a mérési hibán belüli – multiplikatív jellegű kapcsolatot keresett. A korábbi elrendezésekkel kapott, különböző cseppekre vonatkozó mérési sorozatokból származó eredmények azonban nem mutattak meggyőzően ilyen kapcsolatot, ami ellentmondott az eredeti feltevéseknek. Ezért Millikan újra részletesen megvizsgálta, és megpróbálta kiküszöbölni a lehetséges hibaforrásokat. A kísérleti hibák csökkentésének módját alább még ismertetjük.

A kísérleti megvalósítás finomítása után már csak az az elméleti hibaforrás maradt, hogy a Stokes-törvény nem érvényes. Ezt az elgondolást látszott alátámasztani az a tény, hogy az eltérés az eredményekben akkor jelentkezett legmarkánsabban, ha az olajcseppek átmérője a levegőmolekulák átlagos szabad úthosszának nagyságrendjébe esett. Millikan arra jutott, hogy a közeg mozgást akadályozó hatásának modellezésére Stokes törvénye eredeti formájában nem alkalmazható.

A cikkben közöltek alapján ezt úgy vette figyelembe, hogy az  $e$  elemi töltést a mérési adatokból a következő korrekcióval számolta:

$$e = \frac{Q^*}{\left(1 + A \frac{l}{r}\right)^{3/2}}, \quad (4)$$

ahol  $Q^*$  az ugyanazon – de más és más töltésmennyiségekkel bíró – cseppel végzett megfigyelésekben mért adatsorokból nyerhető olyan legkisebb töltésegység, aminek minden mért töltésmennyiség – a mérési hibán belül – egész számú többszöröse,  $l$  az átlagos szabad úthossz,  $r$  a csepp sugara,  $A$  pedig egy tapasztalati úton meghatározott (többször módosított) állandó.

Millikan külön kiemelte, hogy a nevezőben lévő tagot elsősorban  $l/r$  pontosítására vezette be, továbbá, hogy a különböző cseppek megfigyelésével kapott töltésadatsorokat elemezve  $A$  értékét grafikus módszerrel, empirikus úton állapította meg.

Ábrázolta az átlagos szabad úthossz és a csepp sugara arányának függvényében a  $Q^*$  hatványait. Új változókat bevezetve:

$$x := \frac{l}{r}, \quad y := (Q^*)^{2/3} \quad \text{és} \quad y_0 := e^{2/3},$$

a (4) egyenlet a következő alakra írható át:

$$y_0 (1 + Ax) = y \quad (5)$$

Ebből átrendezéssel kapható az  $A$  korrekciós konstans:

$$A = \frac{\frac{dy}{dx}}{y_0} = \frac{\text{meredekség}}{\text{tengelymetszet}}. \quad (6)$$

A különböző cseppekkel kapott mérési adatokból elkészítve az (5) grafikont a módszer közvetlenül alkalmas az elemi töltés értékének a meghatározására is, hiszen a tengelymetszet  $e^{2/3}$ -nal egyenlő.

A lehetséges kísérleti hibaforrások elemzéséből Millikan arra jutott, hogy az elemi töltés nagyságának meghatározásánál a pontosságot a (3) alapján kiszámolható töltésmennyiségek pontossága, tehát az alábbi hat – mérésből származó – fizikai mennyiség meghatározásának pontossága befolyásolja:

- a  $\rho - \rho_k$  sűrűségi tényező,
- az  $E$  elektromos térerősség nagysága,
- a levegő  $\eta$  viszkozitása,
- a  $v_e$  emelkedési és  $v_g$  süllyedési sebességek,
- az olajcseppek  $r$  sugara és
- az  $A$  állandó, mint korrekciós tényező.

A sűrűségi tényezőtől fakadó bizonytalanság minimálisra csökkent a nagyfinomságú óraolaj használatával, mert annak 23 °C-on mért sűrűsége a vizsgálódás négy hónapja alatt 0,0001%-on belül állandó volt. Az olaj sűrűségére a mértékegység nélkül közölt 0,9199-et használták.

4. táblázat

| Millikan kortársainak a levegő viszkozitására kapott eredményei |            |
|---|------------|
| szerző és a publikálás ideje                                    | $\eta$     |
| I. M. Rapp (1913)   | 0,00018227 |
| L. Gilchrist (1913)   | 0,00018257 |
| J. L. Hogg (1905)   | 0,00018227 |
| H. B. A. Tomlinson (1886)                                       | 0,00018258 |
| J. H. Grindley és A. H. Gibson (1908)                           | 0,00018232 |
| átlag   | 0,00018240 |

A kondenzátorlemezek között mérhető feszültséget kétféle hitelesített feszültségmérővel ellenőrizték, amelyeknek mérési bizonytalansága 0,05%, illetve 0,1% volt, és a megfigyelés két éve alatt a két készülék mért adatai közötti eltérés legfeljebb 0,04% volt.

A levegő viszkozitásának (újra) meghatározását Millikan hat kortársa – 4. táblázatban látható – eredményeinek összevetésével végezte. Az  $\eta$  értékének ismerete kiemelt jelentőségű, hiszen ennek 0,5%-os pontatlansága  $e$  értékében már 0,75% eltérésként jelenik meg.

Mivel az átlag egy esetben sem tért el 0,1%-nál jobban bármelyik értéktől, ezért Millikan arra a következtetésre jutott, hogy  $\eta$  ezen értéke felhasználható a számításokban.

A sebességek méréséhez szükséges távolságméréshez alkalmazott megfigyelőegység 0,5 mm-es lépésekben volt mozgatható, az objektív 25 cm-re volt az olajcsepptől. Ennek fókuszát minden esetben élesre állították, hiszen 0,5 mm eltérés már elhomályosította a képet.

Az időmérésnél az addigiakhoz képest újdonság volt, hogy kronográf helyett egy hitelesített Hipp-kronoszkópot használtak, amely 0,002 másodperces időintervallumok mérésére is képes volt. Ezt a Ryerson-laboratórium legfeljebb 0,2% eltéréssel működő órájával kalibrálták. A sebességek meghatározásához egy adott távolság felének, harmadának a megtételéhez szükséges időket is megmérték, így kontrollálva a sebesség egyenletességét. A tapasztalat szerint az áthaladások időtartamát 10 és 40 másodperc között tartva, a kronográf hibája és a Brown-mozgásból adódó pontatlanságok is kiküszöbölhetőek voltak.

Millikan felvetette, hogy az elektromos tér bekapcsolásával a cseppek torzulhatnak és a hőmozgás hatására a cseppek az azonos tömegű és átmérőjű szilárd részecskéktől eltérően viselkedhetnek – a kísérlet kivitelezése során azonban ilyen jelenségek nem jelentkeztek.

A csepp sugara csupán a korrekciós tényezőben jelenik meg, meghatározása az elektromos tér nélküli mérésekből lehetséges, értéke 0,0001183–0,0005856 cm közötti volt. Millikan számításai – lásd (4) – szerint az  $e$  nagyságában megjelenő pontatlanság a részecske sugarának 5-6%-os eltéréséig elhanyagolható.

A mért adatokból – a fentebb ismertetett grafikus módszerrel – meghatározott  $A$  korrekciós tényező értékéről Millikan maga is elismerte, hogy csak nagy bizonytalansággal adható meg.

A fenti alapos meggondolások, precíz kísérleti megvalósítás ellenére is a pontatlanságok további csökkentése érdekében kellően nagyszámú mérésből, adatból kell  $e$  értékét meghatározni.

Millikan 58 olajcsepp adatait közölte, amelyeket részletesen és kimerítően elemzett. Véggkövetkeztetése az volt, hogy a kísérletsorozat alapján az elemi elektromos töltés értéke:

$$e = (4,774 \pm 0,009) \cdot 10^{-10} \text{ esu} = \\ = (1,592 \pm 0,003) \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Mivel a Faraday-állandó meghatározható az elemi elektromos töltés és az Avogadro-szám szorzataként, így Millikan az utóbbi értékét  $6,062 \cdot 10^{23}$ -ban állapította meg.

## Az eredmények fogadtatása

Millikan publikációi nagy vitákat váltottak ki a tudományos életben, de a legkitartóbban és legszenvedélyesebben az az osztrák *Felix Ehrenhaft* bírálta azokat, aki 1909-ben még maga is jelentetett meg az elemi töltés meghatározására irányuló kísérleti eredményeket.

A vitát nem Ehrenhaft, hanem maga Millikan indította 1910-es cikkével [3], amiben a kortársak eredményeivel vetette össze sajátját, és külön szövegezte Ehrenhaft 1909-es eredményéről. Bár az elemi töltés nagyságát tekintve az eltérés csak 1,096% volt – négy elvi hibát is felfedezett Ehrenhaft eljárásában, ezért nem fogadta el érvényesnek:

– Ehrenhaft a Stokes-törvényt módosítás nélkül, eredeti formájában alkalmazta igen kisméretű részecskékre, amelyeknek szférikussága is kétséghatározható volt.

– Nem egyazon részecskén mérte a sebességeket, hanem a megfigyelések átlagát használta.

– Nem egyértelműen állapította meg a részecskék sugarát.

– Semmi nem utalt arra, hogy egy-egy részecske több töltésegységet is hordozhat.

Ehrenhaft nem fogadta jól a kritikát, igazának megkérdőjelezését a tudományos kihíváson kívül személyes provokációnak is tekintette, és a következő években – egészen 1925-ig – egy tucat publikációja jelent meg a témában. Tanítványaival azt a célt tűzték ki maguk elé, hogy érdemben megkérdőjelezhessék az elektromosság kvantált természetét – az osztrák fizikus ugyanis elvetette az atomista szemléletet.

Első ilyen munkájában, az 1910. április 21-én kiadott, *Über die Kleinsten Messbaren Elektrizitätsmengen* [6] című publikációjában Ehrenhaft háromszáznál is több cseppen végzett mérések eredményét közölte. A figyelemre méltó műben ezek közül 22 adatait közölte részletesen: ezen cseppek között nem csak egy-

vagy kétszeresen töltött ionizált részecskéket talált, hanem az egység alatti, illetve a többszörösök közötti értékeket is,  $4,600 \cdot 10^{-20}$  C-től  $2,512 \cdot 10^{-19}$  C-ig ( $1,38 \cdot 10^{-10}$  esu és  $7,53 \cdot 10^{-10}$  esu) tartó terjedelemben. Következtetése szerint a nagy tartományt felölelő értékek nem a mérési eljárás hibájából származtak, hanem – egyszerűen fogalmazva – így léteznek a természetben.

Ehrenhaft 1910-es cikkeiben [6, 7] alaposan elemzte Millikan munkáját. Minden egyes csepp esetén újraszámolta az arra eső töltést az adott mérési adatok felhasználásával (Millikan maga az emelkedési és süllyedési idők átlagát használta saját publikációjában); így Ehrenhaft eredményei igen nagy szórást mutattak,  $2,869 \cdot 10^{-19}$  C-től  $9,948 \cdot 10^{-19}$  C-ig.<sup>2</sup> Ehrenhaft olyan következtetésre jutott, hogy Millikan eljárása paradox helyzetet teremt: egy  $5,200 \cdot 10^{-19}$  C töltésű csepp a mérések szerint három elektront hordozott, míg az  $5,114 \cdot 10^{-19}$  C töltésű<sup>3</sup> négyet.

A vita folytatásaként Millikan több új munkát is megjelentetett, amelyek az ő elméletét támasztották alá. Fletcherrel új, kevésbé párolgó anyagokon kísérletezett, például higanyon, olajon és glicerinen, és nagyszámú méréseik konklúziója az volt, hogy a cseppeken minden esetben az  $e$  egész számú többszörösével – a mérési hibán belül – egyenlő mennyiségű töltést találtak. Az új cseppalkotó közegekkel végzett, száznál is több mérés eredménye egyre inkább Millikan igazát támasztotta alá és az 1913-as cikk után az osztrák tudós neve lassan kikopott a köztudatból.

Millikan az 1923-as Nobel-díj átadó ünnepségén elmondott beszédében visszatekintett addigi munkásságára, és a maga részéről lezárta a vitát. 1926-ban Ehrenhaft is elismerte, hogy az elemi töltés létének további támadása felesleges.

## A Millikan-kísérlet későbbi megítélése

A Millikan munkásságáról szóló vita azonban akkor még nem ért véget. Néhány évtizeddel ezelőtt, 1978-ban *Gerald Holton* a Caltech levéltárában rábukkant Millikan két eredeti jegyzetfüzetére, amelyek az 1913-as cikkhez tartozó nyers adatokat tartalmazzák.

Holton a *Subelectrons, Presuppositions and the Millikan–Ehrenhaft Dispute* című cikkében [8] részletesen elemzi Millikan és Ehrenhaft munkásságát, a közöttük létrejött konfliktust, és az eredeti jegyzetfüzetekben találtakat is feldolgozta. Már az 1910-es Millikan-cikk után vádolták a szerzőt azzal, hogy szelektált az adatai között, és csak azokat az eredményeket hozta nyilvánosságra, amelyek jól illeszkedtek a korábban felállított modelljébe.

A maitól eltérően az akkori szokásoknak megfelelően a tudományos közleményekben közvetlen mérési adatokat – mérési jegyzőkönyv szintű információkat – is olvashatunk. Millikan tehát részletesen beszámolt

<sup>2</sup>  $8,6 \cdot 10^{-10}$  esu és  $29,82 \cdot 10^{-10}$  esu.

<sup>3</sup>  $15,59 \cdot 10^{-10}$  esu és  $15,33 \cdot 10^{-10}$  esu.

a mérésekről és közölte, hogy bizonyos cseppekről nem szolgáltat adatot. Millikan 1910-es cikkében például három, általa nagyon jónak tartott cseppet a feszültség- és távolságtérképek bizonytalansága miatt zárt ki, másik három részecske nem volt megfelelően kiegyensúlyozva és egy további mérés eredménye, amelyben 30%-kal alacsonyabb töltéstartékot kapott, mint  $e$ , szintén nem került kiadásra. Millikan osztályozta a kapott értékeket: három csillagot kaptak a „legjobb”, kettőt a „nagyon jó”, egyet a „jó” cseppek; a többi, csillagozás nélküli részecskét az író a „túrhető” kategóriába sorolta. A jegyzetfüzetek nyilvánosságra kerülése még további részletekre világított rá.

Az első füzet egy 1911. október 28-i bejegyzéssel kezdődik az óraolaj sűrűségének meghatározásával, és 110 oldallal később egy 1912. március 11-i méréssel ér véget. A második 1912. március 13-án kezdődik és ugyanezen év április 16-án ér véget, és csak méréseket tartalmaz. Általában egy oldalon egy mérés adatai találhatóak, összesen mintegy 140 olajcseppek kísérlet leírása szerepel a körülbelül félvényi időtartam alatt.

A füzetekből tudhatjuk, hogy a tanítványokkal sora végzett mérések egyenként körülbelül fél órán át tartottak és közöttük általában negyed óra szünet volt. Az ezalatt elvégzett előzetes számításokból kiderült, hogy mennyire volt „jó” a kísérlet. Millikan gyakran látta el személyes megjegyzésekkel az adatokat: az 1912. március 15-i első mérés például „szép” volt, és a „mindenképpen kiadni, ez gyönyörű” gondolatot keltette a fizikusban. A második viszont már kevésbé volt sikeres:  $e$  mellett olyan olvasható, hogy „[a] hiba magas, nem [fogom] használni”, majd később azt, hogy „rendbe lehet hozni és valószínűleg oké, de [a pont] nem érdekes”. Több esetben a kísérlet egyéb körülményeiről, például a feszültségforrással vagy a nyomással kapcsolatos problémákról ír. Az 1912. március 15-i mérések közül nem az első volt a legjobb és nem a második a legrosszabb. Nyilvánvaló, hogy amennyiben Ehrenhaft hozzáfért volna ezekhez a füzetekhez, új támadási felületet talált volna Millikannal szemben, és megállapítható, hogy Millikan valóban „szelektálta” az adatokat.

## Összegzésül

Millikan munkásságának részletesebb megismerése után megállapíthatjuk, hogy bár nem ő próbálta meg először megmérni az elemi töltés értékét, de ő volt a legeredményesebb. A mások megelőző ötletein alapuló, vízpárát tartalmazó felhőkkel való vizsgálódásai után porlasztással állított elő cseppeket, végül az olaj-

cseppek – mint nem párolgó közeggel végzett – kísérletek vezettek jó eredményre. Míg mások és Millikan kezdeti kísérleteiből származó értékek körülbelül 3-4%-ban, addig az 1913-as eredmény csak 0,62%-ban tér el az elemi töltés ma is elfogadott értékétől. Sikérének többek között az lehetett a titka, hogy a kísérleteket, a használt mérőeszközöket gondosan megtervezte és különös figyelmet fordított a kivitelezésre, a kiértékelésre is. Hiszen az iskolában is tanított – a csepp mozgását befolyásoló erőhatásokat figyelembe vevő – egyszerű modell a nagyon gondosan tervezett berendezésen elvégzett kísérleti kivitelezés mellett is csak „közelítőleg” érvényes. Millikan az adatok értékelését – a mérés körülményeinek, nehézségeinek, problémáinak ismeretében – tapasztalt kísérletező tudósként végezte. A döntésben, hogy melyik kísérletben, melyik csepp mozgásának megfigyeléséből származó adatokat használja fel, szerepet kapott a cseppek mérete, töltése, párolgása és sebessége is; tekintettel az alkalmazott modell elfogadható érvényességére.

Ma már természetesen nem kérdőjelezzük meg az elemi töltés létezését. Értéke a CODATA 2010-es ajánlása alapján  $2,2 \cdot 10^{-8}$  relatív standard hibával:

$$1,602176565 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

A 2018-ban újra definiált mértékegységrendszerben viszont várhatóan rögzített (hiba nélküli) természeti állandónak választjuk, és az áramerősség mértékegységének a definíciójában lesz szerepe [1].

## Irodalom

1. Bureau International des Poids et Mesures: Resolution 1 of the 25<sup>th</sup> CGPM (2014). <http://www.bipm.org/en/news/full-stories/si-roadmap.html>
2. R. A. Millikan, L. Begeman: On the Charge Carried by the Negative Ion of an Ionized Gas. *Physical Review* 26/2 (1908) 197–198.
3. R. A. Millikan: A New Modification of the Cloud Method of Determining the Elementary Electrical Charge and the Most Probable Value of that Charge. *Philosophical Magazine and Journal of Science* 6/110 (1910) 209–228.
4. R. A. Millikan: On the Elementary Electrical Charge and the Avogadro Constant. *The Physical Review* 2/2 (1913) 109–143.
5. H. Fletcher: My work with Millikan on the oil-drop experiment. *Physics Today* 35 (1982) 43–47.
6. F. Ehrenhaft: Über die kleinsten messbaren Elektrizitätsmengen. Zweite vorläufige Mitteilung der Methode zur Bestimmung des elektrischen Elementarquantums. *Anzeiger Akademie der Wissenschaften in Wien. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse* 4 (1910) 118–119.
7. F. Ehrenhaft: Über die Messung von Elektrizitätsmengen, die Ladung des einwertigen Wasserstoffions oder Elektrons zu unterschreiten scheinen. Zweite vorläufige Mitteilung seiner Methode zur Bestimmung des elektrischen Elementarquantums. *Anzeiger Akademie der Wissenschaften in Wien. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse* 5 (1910) 215.
8. G. Holton: Subelectrons, Presuppositions, and the Millikan–Ehrenhaft Dispute. *Historical Studies in the Physical Sciences* 9 (1978) 161–224.