ELMÉLKEDÉS A RELATIVISZTIKUS SEBESSÉGÖSSZEADÁS KÉPLETÉRŐL

Valahol egyszer azt olvastam, hogy amikor *Einsteinben* először merült fel a gondolat, hogy a fénysebesség talán minden inerciarendszerhez képest c-vel egyenlő, mindenekelőtt bizonyára azt próbálta meg tisztázni, hogyan fér ez össze a sebességösszeadás törvényével. A könyv (vagy cikk) szerzője ezért elképzelhetőnek tartotta, hogy a relativitáselmélet elsőként megszületett képlete a sebességösszeadás relativisztikus törvénye volt, amelyet Einstein először próbálgatás útján talált meg. Lehet, hogy valóban így történt, mert – mint mindjárt látni fogjuk – ez a nevezetes képlet tényleg nagyon egyszerűen megkapható egy olyan heurisztikus gondolatmenet segítségével, amely kizárólag a fénysebesség állandóságán alapul.

1. ábra. A jelölések magyarázata.

Az *1. ábrán* látható szituációban a 2. test 1. testhez viszonyított relatív sebessége a newtoni fizika szerint a $V = V_2 - V_1$ különbséggel egyenlő.[1] Ez nyilván nem fér össze a fénysebesség állandóságával, mert ha a 2. „test” az 1. testről kibocsátott fényjel – vagyis $V = c$ –, akkor $V_2 = V_1 + c \neq c$. A fénysebesség állandóságának elve ezzel szemben azt követeli, hogy amikor $V = c$, akkor tetszőleges V_1 mellett V_2 is legyen c, tetszőleges V_2 mellett pedig V_1 legyen $-c$ (mert V_2-höz fénysebességet *hozzáadva* újra fénysebességet kapunk). A keresett általánosított képletben nyilván általában igaznak kell lennie, hogy amikor az egyik sebesség c, valamelyik másik pedig egy tetszőleges érték, akkor a harmadiknak $+c$-vel vagy $-c$-vel kell egyenlőnek lennie.

Ilyen képletet nem is olyan nehéz találni. Einsteinnek biztosan nem volt az (ha tényleg ezt az utat követte).

[1] A sebesség*összeadás* elnevezés a képlet $V_2 = V_1 + V$ alakjához kötődik.

Vezessük be a

$$V_1/c = x, \quad V_2/c = -y, \quad V/c = z$$

jelöléseket, amelyekkel a newtoni sebességösszeadás képlete az

$$x + y + z = 0$$

szimmetrikus alakban írható fel. Logikus arra gondolni, hogy a bal oldalt az x, y, z valamilyen lineárisnál magasabb rendű szimmetrikus kombinációjával kell kiegészíteni. A kvadratikus $xy+xz+yz$ kiegészítés nem jöhet szóba, mert az x-szel, y-nal és z-vel ellentétben ez nem vált előjelet, amikor a mozgásirányt a 0 pontra tükrözzük. A köbös xyz taggal ilyen probléma nincs, és ez el is vezet a kívánt tulajdonságokkal rendelkező általánosításhoz.

Legyen tehát

$$x + y + z + xyz = 0.$$

Ha ebben a képletben mondjuk $x = 1$, akkor

$$1 + y + z + yz = (1 + y)(1 + z) = 0,$$

ezért a kívánságunknak megfelelően a másik két változó közül legalább az egyik -1-gyel egyenlő. Mivel a képlet a változókra nézve szimmetrikus, hasonló konklúzióra jutunk akkor is, ha $y = 1$-gyel vagy $z = 1$-gyel indulunk.

Ezen kívül még az is igaz, hogy nemrelativisztikus határesetben, amikor $|x|, |y|, |z| \ll 1$, a harmadrendű tag elhanyagolhatóan kicsi a lineáris tagokhoz képest, ezért ekkor nagy pontossággal visszakapjuk a newtoni képletet.

A köbös taggal kiegészített képlet valóban nem más, mint a relativisztikus sebességösszeadás törvénye. A z-re megoldott alakja például

$$z = \frac{-x-y}{1+xy}, \quad \text{vagyis} \quad V = \frac{V_2 - V_1}{1 - \dfrac{V_1 V_2}{c^2}}.$$

Hraskó Péter