

A káosz

Egy szokatlan és mégis gyakori mozgásforma



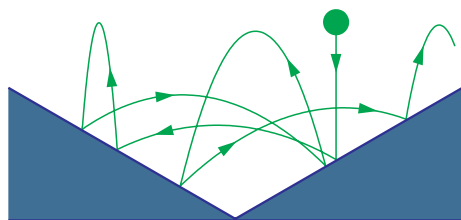
Vannak közöttünk, akik gyakran hallják a kérdést: mi ez a káosz a szobádban? A hétköznapi szóhasználatban a káosz térbeli, statikus rendezetlenséget jelent. A modern tudomány szóhasználatban viszont a káosz a *mozgás* egy fajtája, mely az iskolában tanult mozgásokhoz képest szokatlan tulajdonságokkal rendelkezik. Meglepő módon ez a mozgásfajta mégis igen gyakori.

Az alábbi – az egyszerűség kedvéért a mechanika területéről vett – példák segítenek megérteni a jelenséget.

Egyszerű példák

Kettős lejtőn pattogó golyó

A kaotikus mozgást mutató rendszerek közül talán a legkézenfekvőbb a két szemben álló lejtő és a rajtuk pattogó rugalmas labda által alkotott rendszer (1. ábra). A mozgást tetszőleges hosszú ideig követ-



1. ábra. Két, azonos dőlésszögű, szemben álló lejtőn tökéletesen rugalmasan pattogó golyó, légtüres térben.

ve (a légellenállást elhanyagoljuk) sem találunk semmilyen szabályosságot, ismétlődést. A kaotikus viselkedés abból adódik, hogy a másik lejtőre való átugrás után a labda rendszerint nem pattan vissza oda, ahonnan jött. Így állandóan új helyzetek állnak elő, az azonos oldalon történő, egymás utáni ütközések száma pedig olyan típusú véletlen számsorozatot ad, mintha dobókockákkal állítottuk volna elő!

Golyó mozgása szabálytalan edényben

Amikor egy golyót szabálytalan alakú tálba helyezünk, akkor mozgása meglehetősen szabálytalan lesz, mielőtt az edény aljának valamely pontjában megnyugodna (2. ábra). A golyó megállása a súrlódás és a légellenállás következménye. Ha állandó energiabetáplálást biztosítunk, s a disszipálódott energiát pótoljuk (pl. az edényt vízszintes síkban lassan mozgó felületre helyezzük), akkor ismét (tetszőlegesen) hosszú ideig tartó szabálytalan, kaotikus mozgást kapunk. A súrlódásmentes esetben a mozgást az edény falának alakja (mint potenciálgödör) határozza meg. Jól tudjuk, hogy szabályos, forgásszimmetrikus edényben (mely centrális potenciálnak felel meg) nem alakulhat ki szabálytalan mozgás, hiszen az impulzusnyomaték megmaradása miatt a pályák egyszerűek. A szabálytalan esettel kapcsolatos tapasztalatunk viszont azt mutatja: nem gömb alakú napok körül a bolygópályák kaotikusak is lehetnének!

Lengő ejtőgép

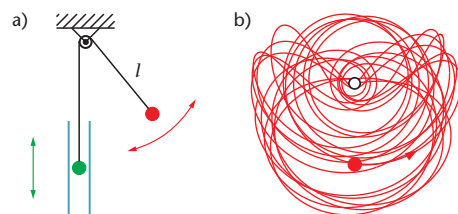
Tekintsünk egy kicsiny csigán átvett fonállal összekötött két tömegpontot (3. ábra). A jól ismert középiskolai feladatban mindkét pont csak függőlegesen mozoghat, s egyenletesen gyorsuló mozgást végez (Atwood-féle ejtőgép). Most azonban megengedjük az egyik tömegpont függőleges síkban való kilengését is (az egyszerűség kedvé-

ért mindig feszes fonállal). A csak függőleges elmozdulást lehetővé tevő hagyományos elrendezésben a nehezebb tömeg mindig lehúzza a könnyebbet, viszont az általánosí-



2. ábra. Szabálytalan alakú tál és a benne mozgó golyó

tott esetben sokkal érdekesebb a helyzet. Ha ugyanis oldalirányban elegendően meglökjük a lengésre képes testet, akkor – még ha a másik tömegpont nehezebb is, és lefelé mozog – az egyre rövidülő lengő fonálon a könnyebb test többször átfordul a csiga körül, egyre jobban bepörög, s ezzel képessé válik arra, hogy a nehezebbet visszahúzza. Így



3. ábra. Csigán lengő test: két tömegpontot egy elhanyagolható sugarú csigán átvett két kötéllal összekötünk, melyek közül az egyik síkban szabadon lenghet, míg a másik csak függőlegesen mozoghat (a). A lengő test térbeli pályája (b) (a kezdőhelyzetet egy piros pont, a csigát egy kör jelöli).

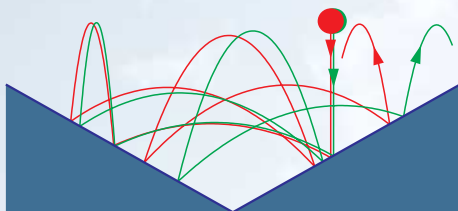
hosszú ideig tartó, bonyolult kaotikus mozgás jöhet létre. A kilengésre képes test pályáját a 3.b ábra mutatja.

Rezgő lemezen pattogó golyó

Tekintsünk egy időben szinuszosan fel-le mozgó vízszintes lapon, például rezgő hangszórólemezen, függőlegesen pattogó kisméretű golyót. A lemez rezgése periodikus, a lemezzel való ütközés azonban már nem feltétlenül az. A kaotikus viselkedést az okozza, hogy a golyó repülési ideje általában nem azonos a lemez periódusidejével, így az ütközések mindig különböző fázisokban követik egymást.

A káosz jellemzői

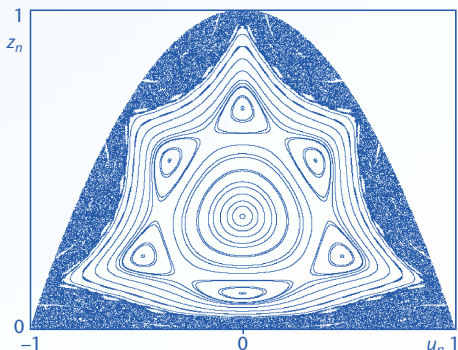
A példáink eddig a kaotikus mozgás egyetlen tulajdonságát hangsúlyoz-



4. ábra. A kettős lejtő fölött közel azonos kezdőhelyzetből leejtett golyók pályája. A mozgás érzékeny a kezdőfeltételre (a végső fázisban a sebességek vízszintes komponense már ellenkező előjelű) és ezért előre jelezhetetlen.

ták: a szabálytalan időbeli viselkedést. Mindegyik esetben megfigyelhető azonban, hogy ez a vonás

5. ábra. A kettős lejtőn pattogó golyó lehetséges mozgásainak képe adott összenergia mellett olyan ábrázolásban, ahol a vízszintes tengelyre az elpattanási sebesség u_n lejtővel párhuzamos komponensét, a függőlegesre pedig a lejtőre merőleges komponens z_n négyzetét mérjük fel. A pöttyözött tartományok kaotikus mozgást jeleznek. Ezeket ellipszisszerű rajzolatok szakítják meg, melyek szabályos mozgásra vezető kezdőfeltételekhez tartoznak. A lejtők dőlésszöge 73° , s harminc különböző kezdőfeltételből indítottunk mozgást.



mindig együtt jár két további szokatlan tulajdonsággal is. Az egyik az, hogy a két közeli pontból induló mozgás rövid idő után erősen különbözővé válik: a kis kezdeti különbségek drasztikus későbbi különbségre vezetnek! Ennek megfelelően a két, azonos magasságból egymás mellett leejtett golyó kaotikus mozgása is gyorsan szétválik (4. ábra). A kaotikus mozgás ezért hosszú távon előre jelezhetetlen.

Amennyiben a lehetséges mozgások összességéről áttekintő képet kívánunk kapni, érdemes bizonyos mintavételezést alkalmazni. A golyók esetében például úgy, hogy az n -edik ütközés pillanatában ábrázoljuk az elpattanási sebesség két komponensét a sík egy pontjaként (5. ábra). Így – a megfelelő ábrázolás segítségével – világgossá válik, hogy a káosz mégsem a teljes rendezetlenség, hanem határozott struktúrával rendelkező bonyolult mozgás. Ezt az újfajta struktúrát – melynek léte a másik „szokatlan” tulajdonság – *fraktálszerkezetnek* nevezzük.

Káosz a hétköznapi életben

Mint példáink sejtetik, a káosz számos hétköznapi jelenséggel kapcsolatos, melyeket itt csak röviden említünk. Kaotikus folyamat például a flipperautomata golyójának mozgása, a hulló falevél esése szélmentes időben, vagy a rádió begerjedése is.

A térszotyúrák során a kezdetben adott helyre koncentrálódott anyagok (tojás, só, cukor stb.) rövid idő alatt az egész térszotyában nagyjából egyenletesen oszlanak el. Emögött az rejlik, hogy a sodrás és nyújtás során minden egyes részecske kaotikus mozgást végez. (Azaz, ha a szabályos, periodikus hajtogatások során egyetlen részecskére szegez-

nénk a tekintetünket, akkor annak mozgásában semmilyen szabályosságot sem találnánk.)

A festékek keveredése és a környezetszennyezést okozó részecskék szétterjedése is kaotikus folyamat.

A káosz szerepel számos műszaki jelenségben, például a kerekek és



6. ábra. Tükröződő karácsonyfadísz. A négy gömb érintkezik, középpontjaik egy tetraéder csúcsain helyezkednek el. A képen a vaku villanásának visszaverődési mintázata látható.

szerszámgépelemek berezgésében, a vontatott pótkocsik kilengésében. Számos országban ezért tiltották be a pótkocsi-szerelvények országúti vontatását.

Négy érintkező karácsonyfadísz esetén nem golyók, hanem fénysugarak verődnek vissza (többször is) sima felületekről, mielőtt szemünkbe jutnak. A karácsonyfadísz egymáson való tükröződésének érdekes fraktálképei (6. ábra) tehát a fénysugarak kaotikus „pattogásának” hétköznapi életben is megfigyelhető következményei.

A káosz előfordul bizonyos kémiai reakciók időbeli színváltozásaiban, biológiai jelenségekben, például egyes járványok váratlan felbukkanásában.

Jóval nagyobb léptékben, a Naprendszer alkotóelemeinek mozgásában is találkozunk káosszal. Kevésbé ismert, hogy amikor az augusztusi éjszakákon hullócsillagok jelennek meg az égbolton, kisméretű aszteroidák kaotikus mozgásának végső fázisát látjuk.

Gruiz Márton, Tél Tamás
ELTE, Elméleti Fizikai Tanszék