1969/70. tanévi fizika feladatmegoldó verseny

Az 1969/70. tanévi fizika feladatmegoldó versenyt a miskolci Földes Ferenc Gimnázium munkaközössége rendezte 1970. január 27-én az előírásoknak megfelelően. A feladatokat *Váradi János* megyei szakfelügyelő állította össze. A jeligés dolgozatok javítását a miskolci 2. sz. Ipari Szakközépiskola (mai Kandó Kálmán Híradástechnikai és Műszeripari Szakközépiskola) fizika munkaközössége végezte *Szabó Kálmán* tanár (Földes Ferenc Gimnázium) vezetésével. Ezen a versenyen 10 iskolából 67 tanuló vett részt.

A gimnáziumok általános tantervű III. osztályai számára kiírt feladatok

1. feladat: Egy test 270 méter magasságból szabadon esik. Ezt a magasságot osszuk három részre úgy, hogy a test minden útszakaszt azonos idő alatt fusson be!

2. feladat: Az asztal lapjára 2 kp súlyú testet helyezünk, melyet vízszintes irányban, csigán átvetett kötél húz. A kötél másik végén ugyancsak 2 kp súlyú test függ. Mennyi idő alatt tesz meg a test az asztal lapján 2 méter utat, ha álló helyzetből indul és a súrlódási tényező 0,2?

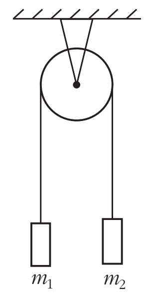
3. feladat: Egy test, amelynek súlya 100 pond, teljesen benzinbe merítve 20%-kal nehezebb, mint teljesen vízbe merítve. Mekkora a test térfogata, ha a benzin fajsúlya 0,7 pond/cm^3?

1970/71. tanévi fizika feladatmegoldó verseny

Az 1970/71. tanévi fizika feladatmegoldó versenyt a miskolci Herman Ottó Gimnázium munkaközössége rendezte 1971. február 27-én az előírásoknak megfelelően. A feladatokat *Szombathy Miklós,* az egri Gárdonyi Géza Gimnázium tanára állította össze, és a dolgozatokat is ő javította. Ezen a versenyen 14 iskolából 88 tanuló vett részt.

A III. osztályos tanulók feladatai a következők voltak

1. feladat: Az *ábrá*n látható elrendezésben a testek tömege: m_1 = 5 kg, m_2 = 4 kg. A csiga tömege 2 kg. A csiga tengelyénél a súrlódás elhanyagolható, a kötél nem csúszik meg a csigán. Mennyi idő alatt tesznek meg a testek 1 m-es utat?



2. feladat: Megnyújtható-e egy acélhuzal eredeti hosszának 1%-ával? A rugalmassági modulusa E = 2,2·10^4 kp/mm^2, szakítási szilárdsága 88 kp/mm^2.

3. feladat: Egy szabályos háromszög metszetű prizma egyik lapjára 60°-os szögben esik egy fénysugár. Hogyan halad, ha elhagyja a prizmát? A prizma anyaga gyémánt, törésmutatója n = 2,4.

NÉGYSZÖGLETES KERÉK

137. PROBLÉMA

Van egy négyzet alakú drótkeretünk, melyre vékony, hajlékony és nyújthatatlan cérnaszálból készített hurkot helyezünk. A zárt hurok hossza megegyezik a négyzet kerületével, és a hurok két átellenes (egymástól ugyanakkora hosszúságú cérnaszálakkal elválasztott) pontját a drótkeret valamelyik átlójának két végpontjához rögzítjük.

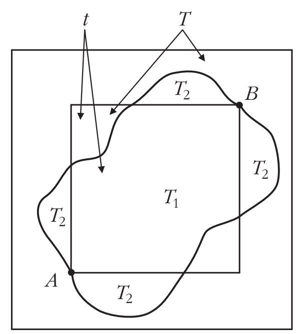
A drótkeretet egy másik (vele egy síkban fekvő, és pl. ugyancsak négyzet alakú) nagyobb drótkeretbe foglaljuk, és az egész elrendezést szappanoldatba mártjuk. A kialakuló hártyák közül a cérnaszálon belül levőket kipukkasztjuk, a cérnaszálon kívül, de a kisebb négyzeten belül levő hártyák felületi feszültségét pedig (valamilyen vegyszer hozzáadásával) az eredeti érték felére csökkentjük.

Milyen alakot vesz fel a cérnaszál egyensúlyi helyzetben? (Feltételezhetjük, hogy a cérna – a két rögzített pontját leszámítva – szabadon elcsúszhat a drótkereten.)

(*G. P.*)

A 137. PROBLÉMA MEGOLDÁSA

Jelöljük az *1. ábrá*n látható módon a kisebb négyzet területét t-vel, a nagyobb (befoglaló) négyzetét T-vel, a cérnaszál által körülfogott, de a kisebb négyzeten kívül eső teljes (4 darabból álló) területet T_2-vel, a kis négyzeten is és a cérnaszálon is belül eső rész területét pedig T_1-gyel!



1. ábra

Ha a cérnaszálon és a kis négyzeten kívül eső $T-t-T_2$ nagyságú felületet 2σ felületi feszültségű hártyával borítjuk, a kis négyzeten belüli, de a cérnahurkon kívül eső $t-T_1$ nagyságú felületet pedig σ felületi feszültségű hártyával, akkor a rendszer teljes (felületi) energiája:

$$E = 2\sigma\cdot(T-t-T_2)+\sigma\cdot(t-T_1) =$$
$$= K-\sigma\cdot(2\,T_2+T_1) = \text{minimum.}$$

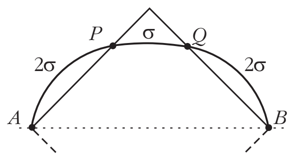
Ez a kifejezés K és σ állandó volta miatt akkor a legkisebb, amikor

$$T_1+2\,T_2 = \text{maximum.}$$

A szappanhártyás feladat megoldása tehát valóban egyenértékű a 136. problémában szereplő (a kis négyzeten kívül a benti négyzetméterárnál kétszer drágább telek) áruoptimalizálási feladattal.[1]

Az optimumfeladatot azzal a mellékfeltétellel kell megoldanunk, hogy a cérnaszál két pontban (az *1. ábrá*n A és B) rögzített, hossza pedig a négyzet kerületével egyezik meg. A vizsgálandó feladat az AB egyenesre szimmetrikus, elegendő tehát a „félmegoldással” foglalkozzunk. A kis négyzet oldalának hosszát *egységnyi*nek választhatjuk (az eredeti problémában ez 25 m, a kerítés teljes hossza 100 m volt, ezeknek megfelelő megoldás arányos nagyítással kapható az „egységnégyzetből”).

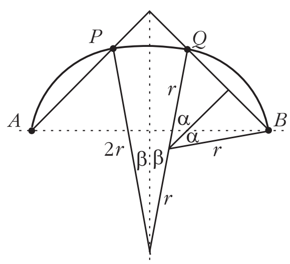
Tekintsük tehát a *2. ábrá*n látható elrendezést: mindkét végén rögzített (hajlékony és nyújthatatlan) cérnaszálat, amelyre az AP és QB görbeszakaszokon kívülről 2σ felületi feszültségű hártya feszül, a PQ ív mentén viszont csak σ a hártya felületi feszültsége. A cérnaszál hossza A és B között ugyanakkora, mint a négyzet fél kerülete, vagyis 2 egységnyi.



2. ábra

Vizsgáljuk most a problémát az erők egyensúlya szempontjából! A cérnaszálat mindenhol ugyanakkora (F) nagyságú erő feszíti; ellenkező esetben a szál valamely darabkája elmozdulna az érintője irányában. Másrészt a szál az érintőre merőlegesen sem mozdul el, ez pedig akkor teljesül, ha a felületi feszültségből származó (hosszegységenként σ, illetve 2σ nagyságú) erő egyensúlyt tart a szál görbültségéből adódó, hosszegységenként $F \cdot G$ nagyságú erővel. (G a szál görbülete, a simulókör görbületi sugarának reciproka.)

Az elmondottak alapján az energiaminimumot szolgáltató „optimális megoldásban” a cérnaszál görbülete szakaszonként állandó, tehát körívekből áll, de a felületi feszültségek (az eredeti feladatban a telekárak) különbözősége miatt az AP és QB körívek sugara fele akkora, mint a PQ körívé. A P és a Q pontokban – ugyancsak az erőegyensúly miatt – a körívek törésmentesen, folytonosan változó érintővel csatlakoznak egymáshoz, továbbá a három körív teljes hossza 2 egység kell legyen. Ezek a megszorítások már – elemi geometriai összefüggésekkel – meghatározzák a körívek sugarát és az ívek középponti szögeit.



3. ábra

[1] Az érdekes fizikai–közgazdasági ikerfeladványt – a problémát eredetileg megfogalmazó – *V. Sedach* (Seattle, USA) más geometriai feltétellel adta meg egy internetes versenyen. A *Négyszögletes kerék* hangulatához közelebb álló változatot *Nagy Győző* (Budapest) dolgozta ki.

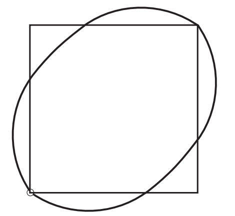
A *3. ábra* jelöléseit követve felírhatjuk, hogy

$$r \cdot 2\alpha + 2r \cdot \beta = 1,$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{4},$$

$$r(\sin\beta + \cos\beta) = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

melyekből $r = 2/\pi$, valamint $\cos\alpha = \pi/4$, azaz $\alpha = 38{,}2°$ és $\beta = 6{,}8°$ adódik. A teljes megoldás megoldás vázlatos rajza a *4. ábrá*n látható.


4. ábra

Megjegyzés: A megoldás során (a feladat szimmetriájára gondolva) hallgatólagosan feltettük, hogy a cérnaszál (illetve a 136. problémánál a kerítés) nemcsak az AB egyenesre, hanem annak felező merőlegesére is szimmetrikus, vagyis hogy a kerület összesen 6 körívből rakható össze. Ez egyáltalán nem nyilvánvaló! Ha egy szívószál két végére egy-egy szappanbuborékot illesztünk, a pontosan egyforma sugarú buborékok esete egyensúlyi állapotnak felel meg, azonban ez az állapot *instabil,* az összenergiának *nem* minimuma. A stabil egyensúlyi állapotban (energiaminimumban) az egyik buborék sugara nullává válik, s a gáz teljes mennyisége a másik buborékba kerül, tehát az elrendeződés aszimmetrikus lesz, jóllehet a probléma tükörszimmetrikus! Hasonló módon elképzelhető lenne, hogy a *3. ábrá*n látható szimmetrikus állapot egyensúlyi ugyan, de instabil, és a stabil egyensúly aszimmetrikus: a P és az A pont egybeesik, a teljes határgörbe pedig nem 6, hanem csak 4 körívből áll. Ténylegesen nem ez a helyzet, de a megnyugtató megoldásnak ezen lehetőség vizsgálata is részét képezi.

(*G. P.*)

138. PROBLÉMA

Egy tavon lebegő, álló vízibicikliről fejest ugrik a tóba egy gyerek. Melyik állítás igaz a vízibicikli és a gyerek vízszintes irányú lendületére az ugrás pillanatában?

a) Vízibiciklinek és a gyereknek azonos lesz a lendülete.

b) Egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú lesz a lendületük.

c) A gyereknek nagyobb, a vízibiciklinek ezzel ellentétes irányú és kisebb lesz a lendülete.

(A 2005. évi középszintű fizika érettségi egyik – *hibásan értékelt* – feladata.)

Szerkesztőség: 1027 Budapest, II. Fő utca 68. Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682
A Társulat Internet honlapja http://www.elft.hu, e-postacíme: mail.elft@mtesz.hu
Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős: Németh Judit főszerkesztő.
Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.
Nyomdai előkészítés: Kármán Tamás, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.
Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.
Megjelenik havonta, egyes szám ára: 700.- Ft + postaköltség.
HU ISSN 0015–3257