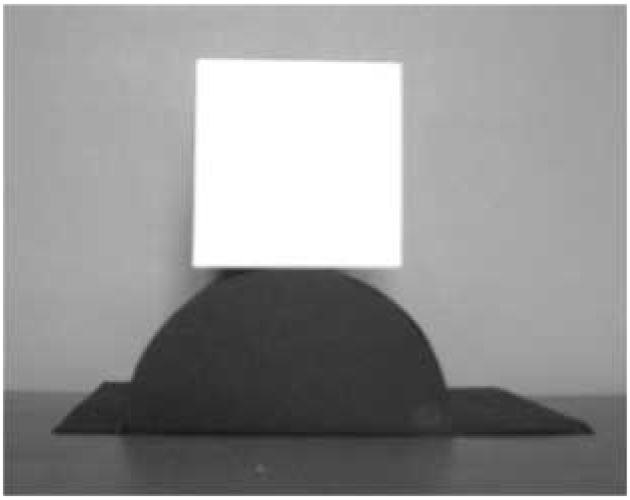


3. ábra. A kocka stabil egyensúlyi helyzetben áll a félhengeren.

A félgömb (félhenger) sugara kegyen *R,* a kocka oldala *a*. Stabil egyensúlyi helyzetben akkor van a kocka, ha kis kitérítés esetén a helyzeti energiája növekszik. A helyzeti energia nulla szintjét a félhengerből és rajta a kockából álló rendszert az asztalra helyezve, a kocka kitérítés előtti helyzeti energiájaként adhatjuk meg:

$$E_1 = m \cdot g \cdot \left(R + \frac{a}{2} \right).$$

Most gördítsük el pici α szöggel a kockát. A félhenger közepe legyen *O,* a kockának a gördítés után a hengerrel érintkező pontja *A,* a gördítés előtti hengerrel való érintkezési pontja *B,* a kocka középpontja *C.* Az α szöggel való gördítés után az *OA* távolság függőleges vetülete: $R \cdot \cos\alpha$.

Az *AB* szakasz függőleges vetülete: $R \cdot \alpha \cdot \sin\alpha$. (Itt felhasználtuk, hogy α kicsi.)

A *BC* szakasz függőleges vetülete: $(a/2) \cdot \cos\alpha$.

Most már felírhatjuk az α szöggel való elforgatás helyzetéhez tartozó helyzeti energiát:

$$E_2 = m \cdot g \cdot \left(R \cdot \cos\alpha + R \cdot \alpha \cdot \sin\alpha + \frac{a}{2} \cdot \cos\alpha \right).$$

A stabil egyensúly feltétele: $E_2 > E_1$, azaz

$$R \cdot \cos\alpha + R \cdot \alpha \cdot \sin\alpha + \frac{a}{2} \cdot \cos\alpha > R + \frac{a}{2}.$$

Ebből, felhasználva, hogy ha α kicsi és ekkor $\sin\alpha \approx \alpha$, valamint $\cos\alpha \approx 1 - (\alpha^2/2)$, rendezés után adódik, hogy

$$R > \frac{a}{2}.$$

Vagyis, ha a félgömb átmérője nagyobb a kocka oldalánál, akkor a kocka stabil egyensúlyi helyzetben áll a félgömbön.

✧

A felvázolt három probléma mindegyike többé-kevésbé ismert. Az ilyen módon való tárgyalásukat azért tartom különösen érdekesnek, mert a gyakorlat és elmélet egységének nagyon szép példáit sikerül így felvillantani.

OPTIKAI MÉRÉSEK COMPACT DISC-KEL

Molnár Miklós, SzTE TTK Kísérleti Fizikai Tanszék
Farkas Zsuzsa, SzTE JGYTFK Fizika Tanszék

Cikkünkben ismertetjük a Szegedi Tudományegyetemen 2004. április 24-én megrendezett Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny (Fizika I. kategória, harmadik, kísérleti forduló) egyik feladatát. Bemutatjuk a kiadott feladatlapot, majd részletesen ismertetjük a feladat megoldását és a mérési eredményeket.

Feladatlap

1. Általános tudnivalók

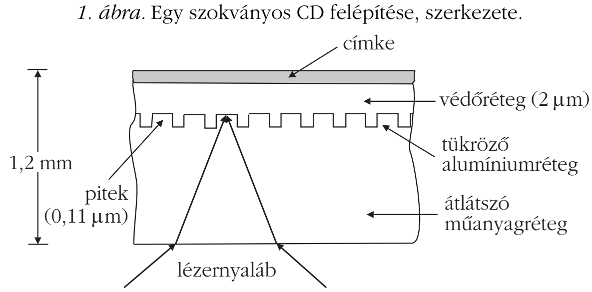
Munkahelyén egy úgynevezett egyszer írható compact disc-et (CD-t) és egy lézerceruzát talál. Ezek felhasználásával kell optikai méréseket végeznie.

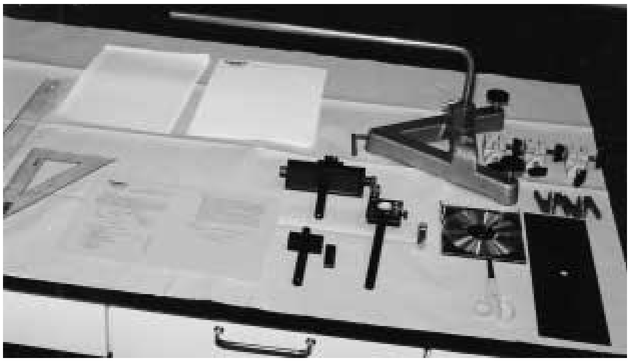
A CD-t 1,2 mm vastagságú műanyag lemezből, polikarbonátból (levegőre vonatkoztatott törésmutatója 1,584) alakítják ki (*1. ábra*). A sajtolással előállított CD úgynevezett pitekkel és bordákkal ellátott felületét 40 nm vastagságú alumíniumréteggel vonják be, tükrösítik. A tükrösítés után a CD-t még egy, körülbelül 2 μm-es védőréteggel látják el. Később erre az oldalra kerül a címke. Az úgynevezett információs sík letapogatása a lemez alsó oldalán történik. Átlátszó volta miatt ezt az oldalt transzparens rétegnek nevezik.

2. Mérésekhez rendelkezésre álló eszközök

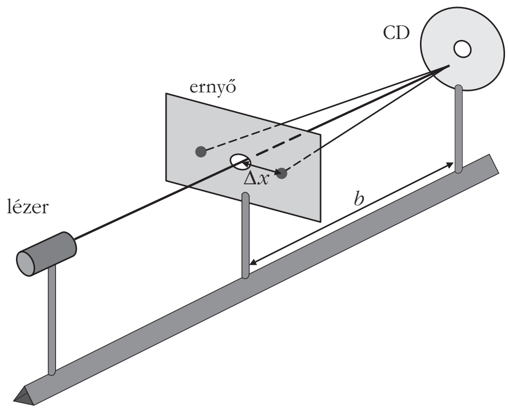
1 db CD (compact disc) • 1 db lézerceruza (az általa kibocsátott fény hullámhosszát a lézeren feltüntettük) •

1. ábra. Egy szokványos CD felépítése, szerkezete.





2. ábra. A versenyzők munkahelye a számukra rendelkezésre bocsátott eszközökkel.



3. ábra. A kísérleti elrendezés térbeli elvi vázlata.

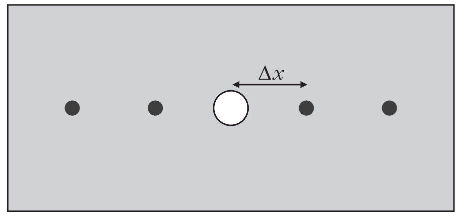
1 db állványtalp rúddal • 3 db befogó dió • 1 db állítható befogó a lézer részére • 1 db ernyő, közepén lyukkal • 1 db eltoló, az ernyő befogására • 1 db befogó távtartóval, a CD rögzítésére • 1 db műanyag csipesz • 1 db olló • 1 db egyenes vonalzó • 1 db derékszögű vonalzó • milliméterpapír • fejléces géppapír (*2. ábra*)

3. Feladatok

a) Állítsa össze a CD-ből, az ernyőből és a lézerceruzából álló elrendezést az alábbiak szerint! A három befogó dió felhasználásával a talpba helyezett rúdon rögzítheti az alábbiakban felsorolt elemeket. A lézert helyezze az állítható lézerbefogóba, majd helyezze el a tartórúd egyik végének közelében. A rúd másik végén helyezze el a befogóba tett CD-t. A lézerbefogó megfelelő beállításával elérheti, hogy a lézer fénye merőlegesen essék a CD-re. Helyezze az eltolóban rögzített ernyőt a CD és a lézer közé úgy, hogy a lézer fénye átmehessen a lyukon. Szükség szerint módosítson a befogott elemek magasságain. (Az *olvasók számára* az összeállítást a *3. ábrá*n közöljük.) A beállítást követően ejtsen fénysugarat a CD-re. Mit tapasztal?

b) Tapasztalatait felhasználva végezzen méréseket annak eldöntésére, hogy a megfigyelt jelenség vékonyrétegen létrejött interferencia vagy fényelhajlás-e.

c) Döntése alapján, szisztematikus méréssorozat és a szükséges számolások elvégzése után adja meg a vékonyréteg vastagságát (ha azt állapította meg, hogy interferenciáról van szó) vagy az optikai rács rácsállandóját (ha azt állapította meg, hogy elhajlásról van szó)!



4. ábra. A középen lyukas ernyő, rajta a CD-ről reflektált fényfoltokkal.

d) Megfigyeléseiről, méréseiről készítsen jól áttekinthető, részletes jegyzőkönyvet! A mérési adatokat foglalja jól áttekinthető táblázatba. Jegyzőkönyve tükrözze a méréseinek, gondolkodásának menetét. Térjen ki a hibaforrásokra, a mérések pontosságára is!

A lézerrel gondosan dolgozzon. *Ügyeljen arra, hogy a lézer fénye se a saját, se mások szemébe ne juthasson.* A megoldásra rendelkezésre álló idő: 120 perc.

Megoldás

A feladatlap 3. a) pontban leírtaknak megfelelő beállítások elvégzése után az ernyőn – a lyukra szimmetrikusan elhelyezkedő – világos pontsorozatot láthatunk (*4. ábra*).

Először tehát azt kellett megvizsgálni, hogy a látható jelenség vékonyrétegen létrejött interferencia vagy fényelhajlás-e. Ha vékonyrétegen létrejött interferenciáról van szó, akkor az első maximumra vonatkozóan (visszavert fényben) az *5. ábra* alapján fenn kell állnia az alábbi összefüggésnek (a részletes levezetést lásd később):

$$2\,l\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = \frac{\lambda}{2},$$

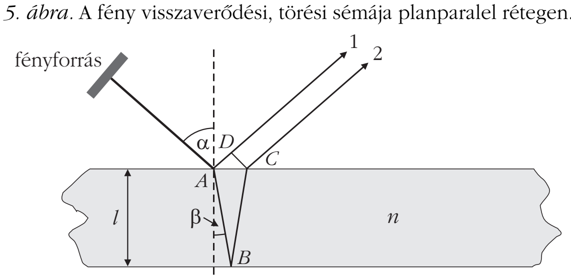
ahol n a réteg törésmutatója (polikarbonátra $n = 1{,}584$), λ a fény hullámhossza, l a rétegvastagság. Ebből átrendezéssel a l rétegvastagságra az alábbi formula adódik, ahol Δx az első rendű maximum távolsága a középső világos helytől, b pedig az ernyő és a CD közötti távolság:

$$l = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \operatorname{arctg}\dfrac{\Delta x}{b}}}.$$

Ha a tapasztalt jelenséget úgy értékeljük ki, mintha interferenciakép lenne, akkor $\lambda = 649{,}2$ nm esetén az *1. táblázat*ban látható értékek adódnak a l rétegvastagságra (két, eltérő gyártótól származó CD-re vonatkozóan).

A mérések alapján a vékonyréteg vastagságának $l_{átlag}$ ~ 106 nm-nek kellene lennie, de ez a valóságban 1,2 mm,

5. ábra. A fény visszaverődési, törési sémája planparalel rétegen.



1. táblázat

Interferencia feltételezésével számolt CD-vastagságok két különböző gyártó esetén

b (cm)	$2\Delta x$ (cm)	l (nm)	$l_{\text{átlag}}$ (nm)	$l_{\text{szórás}}$ (nm)
24,25	23,17	106,481		
23,30	22,35	106,508		
22,00	21,10	106,507		
21,00	20,05	106,476	106,610	0,281
20,00	19,15	106,496		
19,00	18,35	106,556		
18,00	19,05	107,244		
27,6	24,90	106,099		
26,0	23,45	106,098		
25,0	22,55	106,098		
24,0	21,70	106,113	106,226	0,342
23,1	20,80	106,087		
22,0	19,85	107,000		
21,0	18,90	106,084		

ami 11300-szor, tehát 4 nagyságrenddel nagyobb $l_{\text{átlag}}$-nál. Mindebből az következik, hogy *nem interferenciáról,* hanem *elhajlásjelenségről* van szó.

A fentiekben alkalmazott, az l rétegvastagságra érvényes formula levezetéséhez tegyük fel, hogy az *5. ábrá*n jelölt fényforrásból a környező levegőn át λ hullámhosszúságú fény esik α szög alatt az n törésmutatójú, átlátszó, planparalel rétegre. Az A pontban visszavert 1 és az egyszeres törés után a B pontban visszavert, majd az első felületen megtörve kilépett 2 koherens sugarak között Δ optikai útkülönbség van, amelyre az ábra alapján felírható:

$$\Delta = n(\overline{AB} + \overline{BC}) - \overline{AD} = 2\,n\,\overline{AB} - \overline{AD}. \qquad (1)$$

Felírhatók továbbá az ábra alapján az alábbi összefüggések is, belátva, hogy az ACD szög szintén α:

$$\overline{AB} = \frac{l}{\cos\beta}, \qquad (2)$$

$$\overline{AD} = 2\,l\,\mathrm{tg}\beta\,\sin\alpha. \qquad (3)$$

A (2) és (3) egyenleteket behelyettesítve az (1) egyenletbe az alábbi összefüggéshez jutunk:

$$\Delta = 2\,n\,l\left(\frac{1}{\cos\beta} - \frac{\mathrm{tg}\beta\,\sin\alpha}{n}\right). \qquad (4)$$

Alkalmazva a törés törvényét:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n, \qquad (5)$$

és trigonometriai azonosságot felhasználva az útkülönbségre adódó formula:

$$\Delta = 2\,l\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}. \qquad (6)$$

Figyelembe kell még venni azt a hullámtanból ismert tételt, hogy optikailag sűrűbb felületről való visszaverődéskor π fázisugrás lép fel (esetünkben ez az 1-es fénysugárra igaz), amely $\lambda/2$ útkülönbségnek számít, ezért a fázisugrást is beszámítva az útkülönbség visszavert fényben:

$$\Delta = 2\,l\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2}. \qquad (7)$$

Az erősítésre vonatkozó

$$\Delta = 2\,m\,\frac{\lambda}{2} \qquad (8)$$

feltételt figyelembe véve

$$2\,l\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = (2\,m + 1)\,\frac{\lambda}{2}, \qquad (9)$$

ahol $m = 0, 1, 2, \ldots$. Ez a formula $m = 0$ értékénél visszaadja a megoldásban korábban már alkalmazott formulát.

A feladatlap utasításait követve és megvalósítva a *3. ábrá*n látható elvi elrendezést, elhajlási képet állíthatunk elő az ernyőn. Ennek az a magyarázata, hogy a CD barázdái reflexiós rácsként működnek. Az elhajlási kép (pontos beállítás után: a CD síkja függőleges, normálisa egybeesik a lézersugár vízszintes irányával, a CD megvilágítása valahol a vízszintes átmérőjén történik) vízszintes és az ernyőn található nyílásra szimmetrikus; az erősítési helyek első rendben láthatók. Az erősítési helyek egymástól való távolsága változik, ha a rendelkezésre álló eltolóval változtatjuk az ernyő–CD távolságot.

Ha az elsőrendű maximumok egymástól való távolságát $2\Delta x$-szel, az ernyő–CD távolságot b-vel jelöljük, akkor az erősítési helyek α irányaira fennáll az alábbi összefüggés:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{2\,\Delta x}{2\,b}. \qquad (10)$$

Mint ismeretes, az optikai rácsnál – akár transzmissziós, akár reflexiós – azokban az irányokban kapunk fénymaximumot, amelyekre az egymással szomszédos, egymástól rácsállandónyi (d) távolságra levő rések szélső sugarai között az optikai úthosszkülönbség a félhullámhossz páros számú többszöröse:

$$\Delta s = 2\,k\,\frac{\lambda}{2}. \qquad (11)$$

Az α_k irányt kifejezhetjük az útkülönbséggel és a rácsállandóval:

$$\sin\alpha_k = \frac{\Delta s}{d}, \qquad (12)$$

így a fénymaximumok irányaira az alábbi összefüggés adódik:

$$\sin\alpha_k = \frac{2\,k}{d}\,\frac{\lambda}{2}, \qquad (13)$$

ahol k az elhajlás rendjét jelöli. Az általunk végzett mérőkísérletben az elhajlás rendje $k = 1$ volt. A (10) és (13) egyenleteket összevetve a rácsállandó az α értékének meghatározása után közvetve a

$$d = \frac{\lambda}{\sin\alpha}$$

összefüggés alapján, vagy az alábbi kifejezésből közvetlenül kiszámolható:

$$d = \frac{\lambda}{\sin \operatorname{arctg} \frac{2\,\Delta x}{2\,b}}.$$

A mérési feladatot két különböző, a kereskedelmi forgalomban kapható CD-re végeztük el, a kiadott lézerceruza által kibocsátott fény hullámhossza, λ = 649,2 nm volt. A kapott rácsállandóértékek 1500,4±6,5 nm, illetve 1579,3±1,9 nm volt a belőlük számolható $Z = 1/d$ karcolatszám pedig 666±2,65 1/mm és 633±0,78 1/mm-nek adódott. A mérés részletes eredményeit *2. táblázat* tartalmazza.

Megjegyezzük, hogy az irodalomban a CD-k rácsállandójának értékére általában 1600 nm-t adnak meg. Ennyi a jellemző rácsállandója a CD-ROM-oknak és az újraírható CD-knek is. Egy német szabvány szerint d megengedett értéke: d = 1,6±0,1 μm.

Sűrűbb karcolatszám jellemzi viszont a több információt tartalmazó DVD-t, ott a jellemző rácsállandó 740 nm, a Z karcolatszám mm-enként ennek megfelelően körülbelül 1350.

2. táblázat

CD-k, mint optikai rácsok rácsállandói két különböző gyártó esetén

b (cm)	$2\Delta x$ (cm)	d (nm)	$d_{átlag}$ (nm)	$d_{szórás}$ (nm)
24,25	23,17	1506		
23,30	22,35	1501		
22,00	21,10	1501		
21,00	20,05	1507	1500,4	6,5
20,00	19,15	1503		
19,00	18,35	1493		
18,00	19,05	1492		
27,6	24,90	1579		
26,0	23,45	1579		
25,0	22,55	1579		
24,0	21,70	1576	1579,3	1,9
23,1	20,80	1581		
22,0	19,85	1579		
21,0	18,90	1582		

Irodalom

1. B. Eckert, W. Stetzenbach, H.J. Jodl: *Low Cost – High Tech Freihandversuche Physik* – Aulis-Verlag Deubner, Köln, 2000.
2. C. Biaesch-Wiebke: *CD lemezjátszó és digitális magnó* – Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1991.
3. Budó Á., Mátrai T.: *Kísérleti fizika III.* – Tankönyvkiadó, Bp., 1977.

KOVÁCS MIHÁLY (1916–2006), A PIARISTA TANÁR

A fizikatanárok közül a legidősebbek még emlékeznek a Tanár Úrra. Talán az egyik utolsó képviselője volt annak a nagy, klasszikus fizikatanár-nemzedéknek, amelyet többek között *Vermes Miklós, Kunfalvi Rezső, Csekő Árpád* neve fémjelez. Legendákat mesélnek kísérleteiről, technikai ötleteiről, szakköreiről és az első számítógépekről, amelyek iskolai elterjesztésének nagy apostola volt. Először diákként találkoztam vele. Mint kecskeméti piarista diák egy osztálykiránduláson jártam Budapesten, és a fizikumban megcsodáltam a „Csodamalmot” és a „Műegeret”. Tisztelettel és csodálkozással néztem azokat a kortársaimat, akiknek lehetőségük volt arra, hogy ilyen munkában részt vegyenek.

Ifjúsága

Szegeden született 1916. január 2-án, az első világháború kellős közepén, mint szüleinek hetedik, legkisebb gyermeke. Édesapja jómódú asztalosmester volt, több segéddel dolgozott. Az asztalosműhelyben a kis Mihály nagy érdeklődéssel nézte a segédek munkáját és ő is megtapasztalta a munka élményét. Édesapja korai halálával a család viszonylagos jóléte véget ért. Az özvegy édesanya szegénységben nevelte fel gyermekeit.

Az elemi elvégzése után az édesanya tehetséges fiát a szegedi Dugonics András Gimnáziumba adta. Itt végezte el a nyolc gimnáziumi osztályt, itt ismerkedett meg a piarista élettel és a cserkészettel. Ez olyan nagy hatással volt rá, hogy jelentkezett a piarista rendbe szerzetesnek.

Budapesten teológiai és ezzel párhuzamosan egyetemi tanulmányokat is végzett. Ebben az időben jelentkezett egy repülős tanfolyamra, az esztergomi repülőtérre, ahol vitorlázórepülő-igazolványt szerzett. Haláláig érdeklődő figyelemmel kísérte a repülés fejlődését és az űrrepülést is.

1941-ben pappá szentelték. Ugyanebben az évben szerezte meg a budapesti Pázmány Péter Tudományegyetemen a matematika-fizika szakos tanári oklevelet. Iskolai vezető tanára fizikából Öveges József volt, akihez egy életen keresztül szakmai és emberi barátság is kötötte. Az Öveges-hagyatékot haláláig gondozta. Öveges József emberi és tanári munkásságáról – az érte mondott gyászmisén – így emlékezett meg Kovács tanár úr a piarista kápolnában: „Nagy ambíció volt benne, s ez kellett