

IZGALMAS MÉRÉSEK A MÉRNÖK-FIZIKUS HALLGATÓI LABORATÓRIUMBAN

Vankó Péter
BME, TTK, Kísérleti Fizika Tanszék

A kísérleti fizika laboratóriumi gyakorlatokon I–II. éves mérnök-fizikus hallgatók a fizika legkülönbözőbb területeiről összeválogatott mérési gyakorlatok keretében ismerkednek a fizikai mérések, a számítógépes adatgyűjtés és kiértékelés, valamint a hibaszámítás alapjaival. A legtöbb hallgató mindenféle mérési tapasztalat nélkül érkezik a középiskolából, de a háromórás mérések elvégzése, a táblázatokat, képleteket, számításokat és grafikonokat tartalmazó jegyzőkönyvek megírása a gyakorlattal rendelkezőknek sem könnyű feladat.

A mérési gyakorlat megszerzéséhez lényegében bármely mérés megfelelő lehet. A kísérletezésnek és a mérésnek azonban a rutin megszerzése mellett nagyon fontos szerepe van a fizikai szemlélet megalapozásában is. Ehhez alapvető fizikai jelenségekhez kapcsolódó, a hallgatókat motiváló, érdekes, izgalmas mérésekre van szükség.

A mérési feladatok korszerűsítésekor és új mérések tervezésekor ez a pedagógiai szempont az elsődleges.

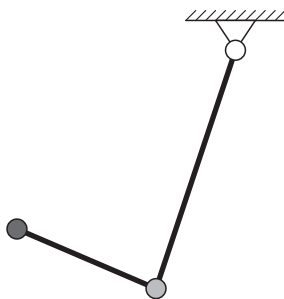
A két alapozó félév gyakorlatai, a mérések leírásai megtalálhatóak az [1] internetcímen. Ebben az írásban két olyan mérést ismertetek, melyek a fizika izgalmas, modern területeit vizsgálják, ugyanakkor – a mérési feladat szintjén – a kezdő, még csak minimális elméleti ismeretekkel rendelkező hallgatóknak is érthetőek.

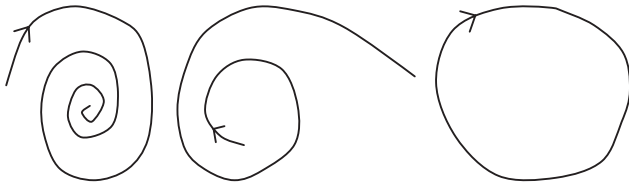
Kaotikus kettős inga vizsgálata V-scope-pal

Kettős ingát úgy készíthetünk, hogy egy fizikai inga végéhez csuklóval egy másik fizikai ingát erősítünk (*1. ábra*). A kettős inga az egyik legegyszerűbb mechanikai rendszer, ami kaotikusan viselkedik. A kaotikus rendszer viselkedése hosszú távon megjósolhatatlan. Ennek oka a kezdőfeltételekre való rendkívüli érzékenység: ha a rendszert a legcsekélyebb mértékben különböző kezdeti feltételekkel hagyjuk magára, akkor véges időn belül teljesen eltérően fog viselkedni. Ugyanakkor *pontosan* ugyanazt a kezdőállapotot soha nem tudjuk megvalósítani.

Mikor lehet egy rendszer kaotikus? Ha a rendszernek legalább három szabad paramétere van, és a rendszert leíró egyenletek nemlineáris tagot is tartalmaznak [2]. A legalább három szabad paraméter azért szükséges, mert ekkor a fázistérben kialakulhat olyan trajektória, amely

1. ábra. Kaotikus kettős inga





2. ábra. Két dimenzióban nem alakulhat ki kaotikus trajektória

nem tart sem egy véges ponthoz, sem a végtelenbe, és ugyanakkor soha nem záródik. Két dimenzióban ez nem lehetséges (2. ábra).

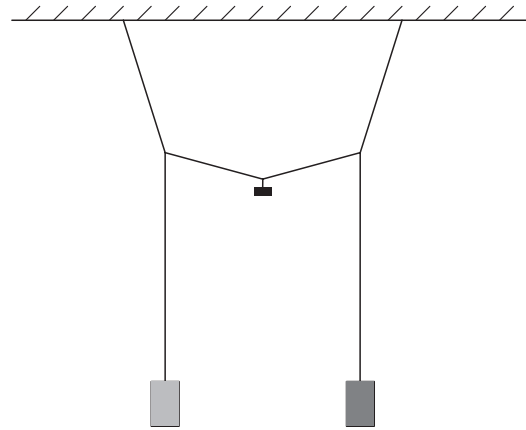
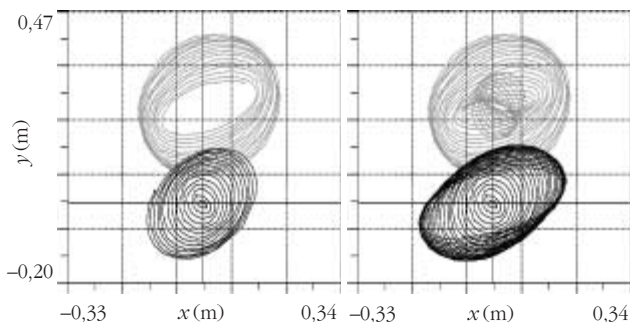
A kaotikus kettős inga mozgása nagyon látványos, ezért gyakran bemutatják. Ha a rendszer kezdő energiája elég nagy, az alsó „kis kar” – teljesen váratlanul – többször is körbefordulhat. Mérés nélkül is jól látszik, hogy a megismételt, a lehető legpontosabban ugyanonnan elindított mozgások jelentősen különböznek.

A kettős inga kaotikus viselkedését számítógépen is lehet szimulálni. Az interneten rengeteg ilyen program található (és a hallgatók is nagyon szép programokat készítettek a laborhoz lazán kapcsolódó szorgalmi feladatként). Természetesen – szemben a valósággal – a számítógép tökéletesen meg tudja ismételni a korábbi futást. Itt a kezdőállapot kis különbségét (vagy a mozgást zavaró kis zajokat) és a sűrűlődből, légellenállásból adódó csillapodást mesterségesen kell beépíteni a programba. A szimuláció érdekes és hasznos kiegészítése lehet a mérésnek, de valódi mérés nélkül akár szemléletromboló is lehet, hiszen a számítógépen bármit be lehet programozni, függetlenül a valóságtól. A kaotikus viselkedés vizsgálatához és megértéséhez fontos a kvantitatív mérés! Valódi mérésről – a szimulációkról szólókkal szemben – csak kevés cikk számol be. Az ingakarok szögelfordulását lehet mérni a csapágyakba beépített potenciométer segítségével [3], vagy a mozgás stroboszkopikus fényképezésével [4]. Iskolai vagy egyetemi tanszék szerint, rendszeresen végzett mérésről – az itt ismerttetten kívül – nincs tudomásom.

Ismerkedés a V-scope mérőrendszerrel

A BME mérnök-fizikus hallgatói laboratóriumában a kaotikus kettős inga mérése *V-scope* segítségével történik. A *V-scope* térben mozgó testek mozgását követi nyomon: a kísérletben részt vevő testek háromdimenziós koordinátáit méri és rögzíti az idő függvényében. A *V-scope* három „torony”-ből, a vizsgált testekre rögzített „gombocskák”-ból és egy mikroszámítógépből áll. Az infravörös jellel aktivált „gombocskák” ultrahangot bocsátanak ki. A „tornyok” mérik az ultrahanggal beérkezési idejét, a mikroszámítógép ebből a hang terjedési sebességének ismeretében határozza meg a „gombocskák” térbeli helyzetét. A mért adatok a rendszerhez tartozó szoftverrel megjeleníthetők, vagy további adatfeldolgozáshoz kimenthetők. (A *V-scope* működéséről [6] és felhasználásáról [6, 7] több írás is megjelent a *Fizikai Szemlében*.)

4. ábra. Csatolt kúpíngák nyoma két különböző időpontban



3. ábra. Csatolt ingák

A hallgatók a *V-scope*-pal már a kaotikus kettős inga vizsgálatára is képesek. Ebben a Szegei Tudományegyetem hallgatóinak méréséhez [7] hasonlóan csatolt ingák mozgását tanulmányozták (3. ábra). Az általam összeállított mérés – a szegei méréshez ellentétben – kihasználja, hogy a *V-scope* három dimenzióban képes a nyomkövetésre: így az ingák mozgását nemcsak a csatolással párhuzamos, hanem a csatolásra merőleges irányban is mérni lehet. A csatolatlan inga, a csatolatlan kúpíngák mérése után a csatolással párhuzamosan és a csatolásra merőlegesen kitérített csatolt ingák mérése következik (csatolási állandó mérése a csatoló tömeg függvényében). Itt csak az utolsó, leglátványosabb mérés eredményét mutatom be: csatolt kúpíngák mozgása.

A 4. ábrán a két inga vízszintes pályája látható (alulnézetben: a „tornyok” az ingák alatt, a földön elhelyezve, felfelé „nézik” az ingák aljára rögzített „gombocskákat”). Az ábra két része ugyanazt a mozgást ábrázolja két különböző időpontban megállítva. Kezdetben az ábrán felül látszó (halványabban ábrázolt) ingát kúpíngaként indítottuk el, míg a másik inga állt. Az x és y irányú csatolási állandók különbözősége miatt a körpályák ellipsziszalakúvá válnak. Ráadásul a csatolási állandók különbözősége miatt az x és y irányú periódusidők is kismértékben különböznek, ezért az ellipszisek lassan el is fordulnak.

A 4. ábrán a két inga vízszintes pályája látható (alulnézetben: a „tornyok” az ingák alatt, a földön elhelyezve, felfelé „nézik” az ingák aljára rögzített „gombocskákat”). Az ábra két része ugyanazt a mozgást ábrázolja két különböző időpontban megállítva. Kezdetben az ábrán felül látszó (halványabban ábrázolt) ingát kúpíngaként indítottuk el, míg a másik inga állt. Az x és y irányú csatolási állandók különbözősége miatt a körpályák ellipsziszalakúvá válnak. Ráadásul a csatolási állandók különbözősége miatt az x és y irányú periódusidők is kismértékben különböznek, ezért az ellipszisek lassan el is fordulnak.

A kaotikus kettős inga mérése

A méréshez használt kettős inga képe az 5. ábrán, méretei a 6. ábrán láthatóak. A keményfából készült kettős inga rögzített csapágya egy stabil öntöttvas állványra van felszerelve. A „gombocskák” a két ingakart összekapcsoló csapágyánál (a nagy kar végén) és az alsó (kis kar) végpontjában vannak. Az origó a rögzített tengelyhez van

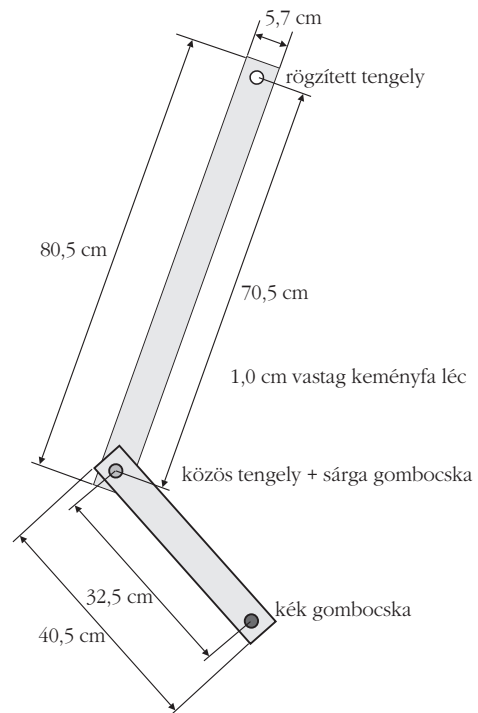


5. ábra. A méréshez használt kettős inga

beállítva. A tornyok, a mikroszámítógép és a számítógép a kettős ingától körülbelül 3 méter távolságra, egy asztalon vannak felállítva (7. ábra). A mérési gyakorlat során 7 különböző (egyre nagyobb kezdeti energiájú) helyzetből kell elindítani a kettős ingát – minden helyzetből (amilyen pontosan csak lehet, ugyanonnan) egymás után négyszer.

A 8. ábrán az egyik indítási helyzet látható (a nagy kar vízszintes, a kis kar szabadon lóg). Az indítási helyzet beállítása is a V-scope segítségével történik: a 9. ábrán látható a számítógép képernyője az indítás pillanatában. A grafikon melletti „műszereken” a (nagy kar végére szerelt) „sárga gombocska” koordinátái (és az idő) láthatóak – a kezdeti helyzetet ezek segítségével lehet beállítani. Mivel a V-scope az egész mozgást (a beállítást és a vizsgált kaotikus mozgást is) rögzíti, a mérés után a szabad mozgás előtti részt le kell vágni.

7. ábra. A V-scope „tornyok” és a számítógépek

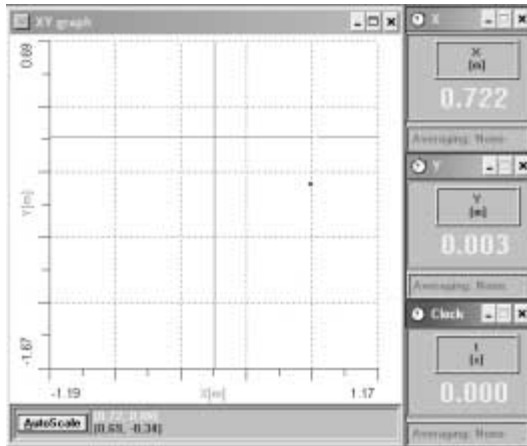


6. ábra. A méréshez használt kettős inga méretei

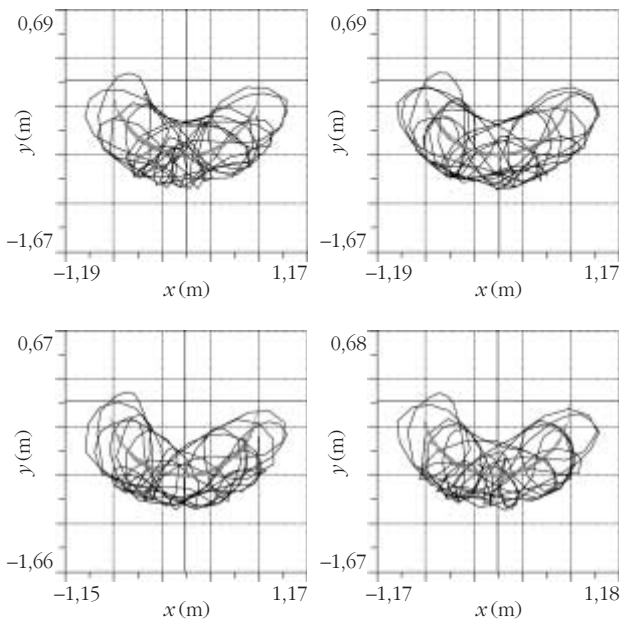
A 10. ábrán látható a négy „azonos” helyről (8. ábra) indított mozgás első 15–15 másodpercének grafikonja. A kicsit halványabb, félkör alakú vonal értelem szerűen a nagy kar végének („sárga gombocska”), míg a sötétebb, szabálytalan vonal a többször körbeforduló kis kar végpontjának („kék gombocska”) a nyoma.

8. ábra. A kettős inga indítása





9. ábra. Az inga kezdeti helyzetének beállítását a V-scope segíti



10. ábra. Négy ugyanonnan indított mérés első 15–15 másodperce

A mérési adatok feldolgozása

A V-scope-hoz tartozó szoftverrel egyszerre csak egy mérés ábrázolható, elemezhető. A négy „azonos” helyről indított mozgás összehasonlításához az adatokat más programok által is használhatóvá kell tenni. Sajnos a szoftver által kínált adatexportálási lehetőség ilyen nagy adatállományok esetében nem működik (a program „lefagy”). Szerencsére a V-scope által tárolt .vsw és .ves kiterjesztésű fájlok elég könnyen megfejthető formátumban tárolják az adatokat, így azok egy egyszerű pascal programmal könnyen .txt formátumú fájlakká alakíthatóak, melyekben a két gombocská x , y és z koordinátái, valamint az időadatok szerepelnek.

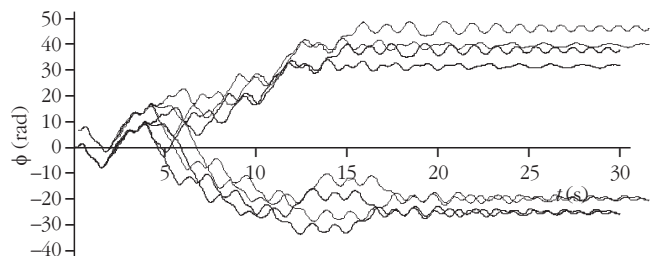
A hallgatóknak ezekből az adatokból kell mindkét karra szögelfordulás–idő grafikonokat készíteniük. A feladatot a kis kar esetében több körülmény is nehezíti. A kis kar két végpontjának koordinátáit a V-scope nem egyszerre, hanem felváltva méri – emiatt a lassabban mozgó vég koordinátáit a megfelelő időpillanatban interpolációval kell meghatározni. A kis kar többször is kör-

befordulhat a mozgás során – ezeket az átfordulásokat megfelelően kezelni kell. A hallgatók szabadon választhatják meg a számításokhoz az eszközöket: a feladatot pascal vagy C programmal és excel táblázatkezelővel is megoldható.

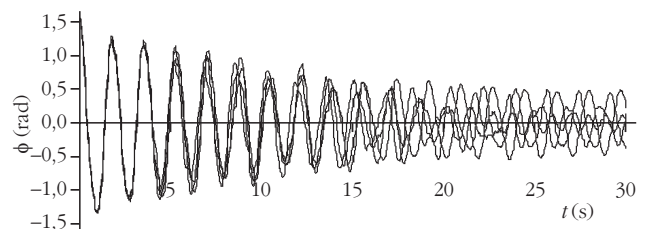
A 11. és 12. ábrán a kis kar és a nagy kar szögelfordulása látható az idő függvényében. Mindkét grafikonon látható, hogy a görbék vonalvastagságon belül ugyanúgy indulnak, de körülbelül 4 másodperc után szétválnak egymástól. A kis kar elfordulását ábrázoló grafikonon különösen feltűnő a különbség: az egyes mérések végállapotai között 60–65 rad (10 teljes körfordulás!) különbség is lehet. A 13. és 14. ábrán a mozgás első 6 másodperce látható kinagyítva: itt még jobban megfigyelhető a szétválás folyamata.

A mérési feladat 7 ilyen grafikonpár megrajzolása és a szétválás idejének meghatározása (különböző kezdőállapotból induló mozgások esetén). Kis kezdeti energiáknál, amikor a kis kar nem tud átfordulni, a kaotikus jelleg

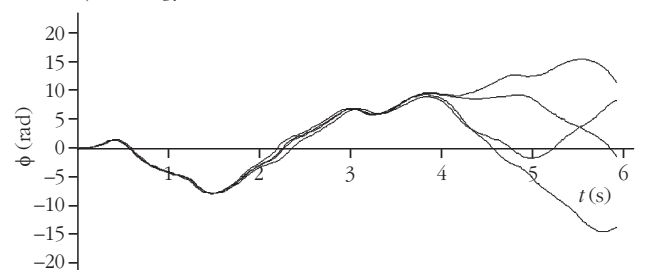
11. ábra. A kis kar szögelfordulása az idő függvényében



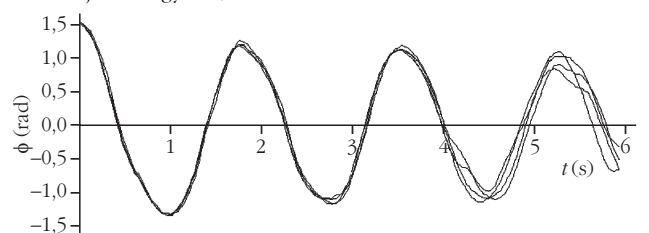
12. ábra. A nagy kar szögelfordulása az idő függvényében

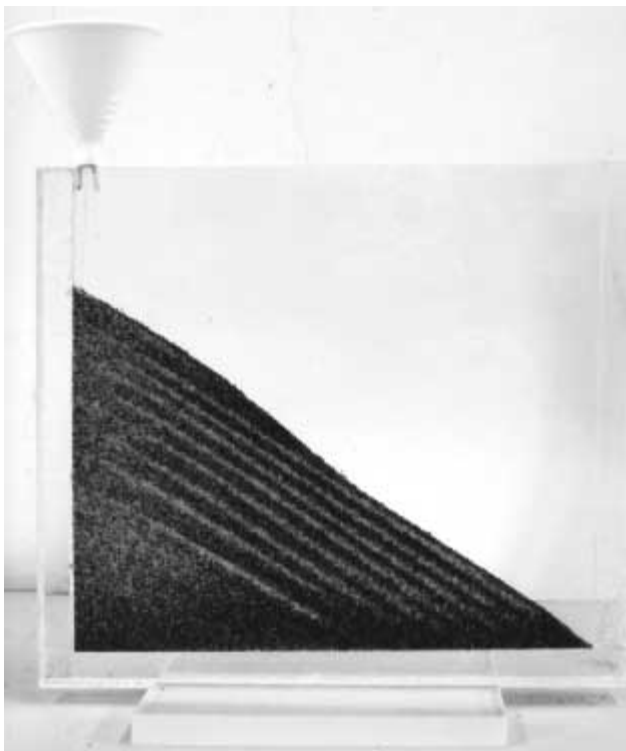


13. ábra. Az azonosan induló grafikonok szétválása (kis kar – a 11. ábra elejének nagyítása)



14. ábra. Az azonosan induló grafikonok szétválása (nagy kar – a 12. ábra elejének nagyítása)





15. ábra. Eszköz a rézsűszög méréséhez

nem, vagy csak kevéssé figyelhető meg. A kaotikus mozgás részletesebb vizsgálatához (például a Ljapunov-exponens meghatározásához) a másodéves hallgatók még nem rendelkeznek előismeretekkel, így az természetesen, nem is feladat.

Granulált anyagok vizsgálata

A granulált (szemcsés, granuláris) anyagok nagyszámú, szilárd szemcséből állnak. A természetben és az ipari gyakorlatban nagyon sok egymástól különböző anyag tartozik ebbe a csoportba a néhány mikrométeres festékpороktól a kőomlások méteres nagyságú szikladarabjaiig, a szabályos kis golyóktól a teljesen szabálytalan, szögletes formákig. Meglepő, látványos viselkedésükre még csak részben sikerült elméleti magyarázatot találni [8, 9].

Rézsűszög és szegregáció

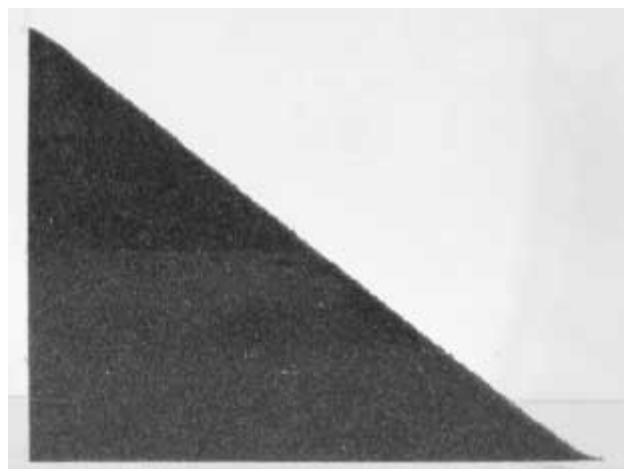
Ha a kohézió (száraz anyag esetében) elhanyagolható, akkor a granulált anyag egyensúlyát a gravitáción kívül kizárólag a szemcsék közti és a külső határoló felületek által kifejtett nyomó és súrlódási erők határozzák meg. A probléma ennek ellenére nagyon bonyolult: nemcsak a szemcsék nagy száma és általában szabálytalan alakja, hanem a tapadási súrlódási erők következtében létrejövő befeszülések, beékelődések miatt is. A nyugalomban lévő granulált anyag termodinamikai szempontból tipikus nem-egyensúlyi rendszer. A lehetséges minimális értéknél jóval nagyobb potenciális energiájú elrendeződések is „befagyhatnak”, hiszen az atomi méreteknél jóval nagyobb szemcsék aktiválásához szobahőmérsékleten a termikus ger-

jesztés nagyon kevés, a külső mechanikai hatások megszűnése után a szemcsék rugalmatlan ütközései pedig hamar felemészti a rendszer kinetikus energiáját.

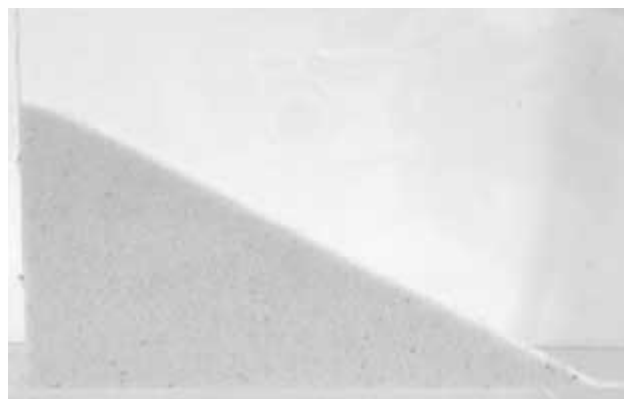
A granulált anyagok sztatikájának legegyszerűbb kísérleti vizsgálata a *rézsűszög* mérése. A mérés első felében két párhuzamos plexilap közé tölcseren át különféle homogén és kevert granulált anyagokat öntenek a hallgatók (15. ábra). Bár a granulált anyagok a folyadékokhoz hasonlóan önthetőek, az edényben nem terülnek teljesen szét, hanem az anyag minőségétől (valamint a két lap távolságától, az öntés sebességétől) függő meredekségű lejtőt alkotnak. A lejtő – többé-kevésbé egyenes – vonalának a vízszintessel bezárt szöge a rézsűszög. A 16. ábrán egy (pirosra festett) díszhomok aránylag meredek, a 17. ábrán apró, közel gömb alakú (világossárga) üvegyöngyök sokkal laposabb rézsűje látható. A rézsűszög könnyen mérhető.

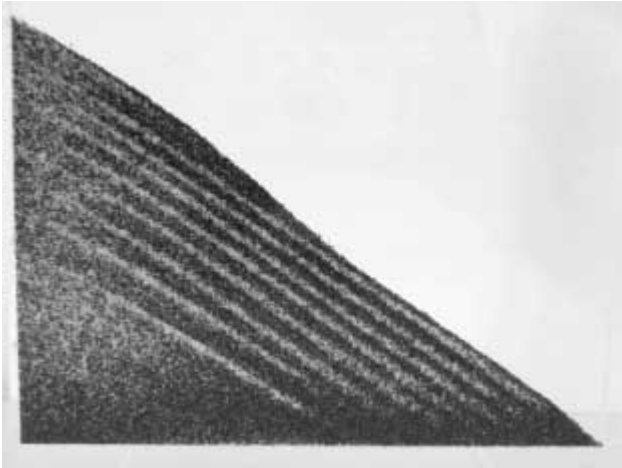
A mérés izgalmasabb és látványosabb része a keverékek viselkedése. Már az öntés előtt furcsa jelenséget lehet megfigyelni: rázás hatására a keverék két komponense általában nem összekeveredik, hanem szétválk. (Összekeverni – úgy-ahogy – legfeljebb egy kiskanállal lehet.) A különböző alakú, méretű, sűrűségű szemcsék spontán szétválása a szegregáció. A keverékek beöntésekor a különböző méretű és alakú (különböző rézsűszögű) szemcsék másképp gurulnak le a lejtőn, és emiatt – nem túl gyors beöntés esetén – többé-kevésbé szabályos rétegekbe rendeződnek. A 15. és 18. ábrán az előbb bemu-

16. ábra. Piros homok meredek rézsűje

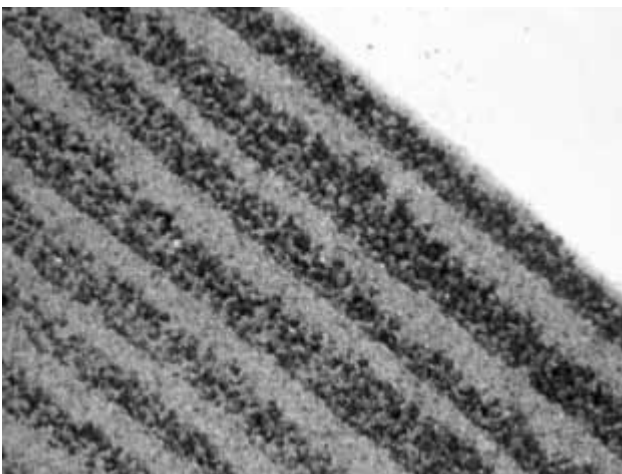


17. ábra. Sárga üvegyöngy lapos rézsűje





18. ábra. Piros homok és sárga gyöngy szegregációja



19. ábra. Homok és mák réteges szegregációja

tatott piros homok – sárga üvegyöngy keverék beöntésekor kialakuló mintázat látható. A rétegek úgy jönnek létre, hogy az egyik anyag lavinaszerűen legurul a másikon, majd alulról felépít egy réteget. A 18. ábrán felül jól látszik egy, a beöntés végén félbemaradt lavina. A 19. ábrán mák és játszótéri homok az előzőhöz hasonló szegregációja látható. A beöntési sebességtől is erősen függő rétegvastagság akár a helyszínen, akár a fényképeken egyszerűen mérhető.

Mintázatképződés

A granulált anyag folyamatosan mozgásban tartható, ha a szemcsék rugalmatlan ütközése során elvesző (elsősorban hővé alakuló) energiát külső mechanikai gerjesztéssel (rázással, keveréssel, öntögetéssel stb.) folyamatosan pótoljuk. A mérés második részében granulált anyag rázásakor kialakuló mintázatok vizsgálata a feladat. A rázás hatására, ha a maximális gyorsulás nagyobb, mint a g nehézségi gyorsulás, a szemcsék egymáshoz képest is mozogni kezdenek, egymással és az edény falával ütköznek, az ütközések között pedig a gravitáció és a közegellenállás által meghatározott pályán repülnek.

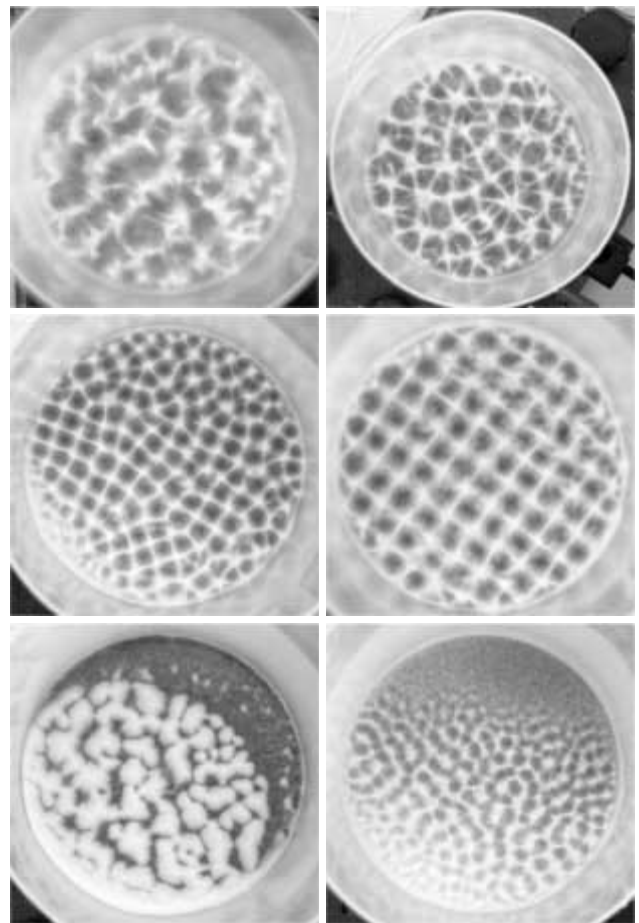
Egyetlen szabadeséssel függőlegesen mozgó és egy harmonikusan rezgő vízszintes lemezzel ütköző golyó

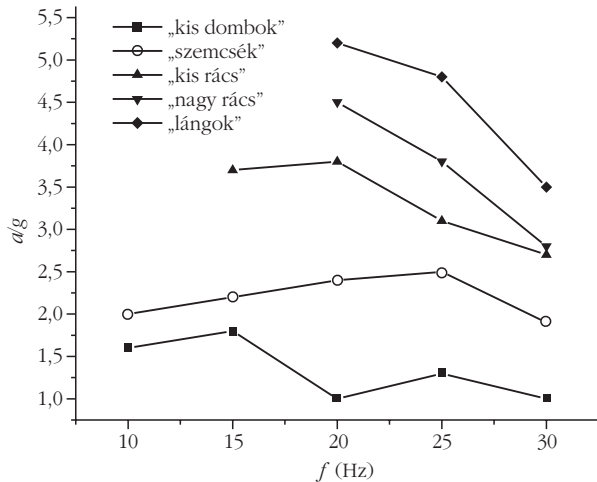


20. ábra. Mérési elrendezés a mintázatképződés vizsgálatához

mozgásának leírása se könnyű, hiszen a kialakuló mozgás nem periodikus. Nagyon nagy számú szemcse háromdimenziós mozgása (amit kis szemcseméret esetén a közegellenállás is jelentősen befolyásol) és (az általában szabálytalan alak miatt) bonyolult ütközései teljesen kiszámíthatatlan mozgást sejtetnek. Ezzel szemben a tapasztalat szerint a szemcsék rezgetésekor gyakran többekévesb szabályos mintázatok keletkeznek. Miközben az egyes szemcsék mozgása hosszú távon valóban teljesen megjósolhatatlan, a sokaság kollektív mozgása mégis rendezettnek tűnik. A szemcsék tulajdonságainak, a rá-

21. ábra. Különböző jellegzetes mintázatok (0,15 mm-es üvegyöngy 1 mm vastag rétege)





22. ábra. Hallgatók által mért a - f fázisdiagram

zott granulált anyag mennyiségének, valamint a rázási frekvenciának és az amplitúdónak függvényében nagyon változatos formák jelenhetnek meg: állóhullámok, négy- és hatszöges mintázatok, örvénylés, „fortyogás”, dombképződés stb.

A mérési feladat a mintázatok megfigyelése és feltérképezése a maximális gyorsulás–frekvencia (a - f) fázistérben. A mérési berendezés a 20. ábrán látható: a rázó-gép függőleges tengelyű hengeres műanyag edényét egy hangszórómembrán hozza függőleges irányú rezgőmozgásba. A rezgés frekvenciája és amplitúdója a hangszórómembránra kapcsolt szinuszos jel frekvenciájától és nagyságától függ. Az edény gyorsulását egy gyorsulásmé-

rő csip méri (a képen egyelőre csipesszel rögzítve az edényhez). A mérési gyakorlat során 0,15 mm átmérőjű üvegyöngy 1 és 3 mm vastag rétegét, valamint homokot rezgetnek a hallgatók. A mintázatképződés a 10–30 Hz frekvencia- és 1 g–5 g gyorsulástartományban figyelhető meg. A 21. ábra hat darab fényképén jellegzetes mintázatok láthatók, a 22. ábrán pedig egy, a hallgatók által kimért fázisdiagram.

Tapasztalataink szerint a hallgatók szeretik ezeket a méréseket. Sokan szívesen fordítanak a kötelezőnél több időt és energiát a mérés elvégzésére és a jegyzőkönyv elkészítésére is. A szokatlan és izgalmas feladatok gyakran a kevésbé érdeklődő hallgatókat is fellelkesítik, és elkezdnek „játszani”.

Irodalom

1. *Kísérleti fizika labor I-II.* <http://goliat.eik.bme.hu/~vanko/labor/labor.htm>
2. TÉL T., GRUIZ M.: *Kaotikus dinamika* – Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.
3. BÉKÉSSY L.I., BUSTYA Á.: *Fizikai kettősinga vizsgálata* – Fizikai Szemle 55(2005) 185
4. T. SHINBROT, C. GREBONI, J. WISDOM, J.A. YORKE: *Chaos in a double pendulum* – Am. J. Phys. 60(1992) 491
5. M. RONEN, A. LIPMAN: *A vektorszóp – háromdimenziós mozgások nyomkövetése és elemzése* – Fizikai Szemle 45(1995) 395
6. ERLICHNÉ BOGDÁN K., DEDE M., DARAI J., DEMÉNY A.: *Hely- és időmérés, adatfeldolgozás V-scope és számítógép alkalmazásával* – Fizikai Szemle 55(2005) 213
7. FARKAS ZS.: *A vektorszóprendszer alkalmazása a kinematikában* – Fizikai Szemle 54(2004) 345
8. JÁNOSI I.: *A homok titkai* – Természet Világa 129(1998) 19
9. JÁNOSI I.: *Zajongó homokdombok és egyéb furcsaságok: új fejlemények a granuláris anyagok fizikájában* – Fizikai Szemle 45(1995) 78