

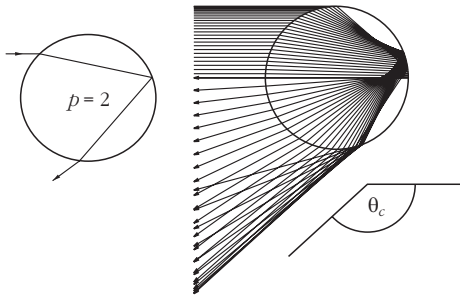
FIZIKUS SZEMMEL A SZIVÁRVÁNYRÓL

Esős nyári délutánon a ragyogó Nap fényében gyakran látható egy, esetleg két színes ív az égbolton, a jól ismert szivárvány. Nemcsak festőket, költőket ihlette meg, de a természettudósokat is régóta izgatta e gyönyörű légköri jelenség. A századok alatt, az optika tudományának fejlődésével párhuzamosan egyre tökéletesebb elméleteket dolgoztak ki a fizikusok a szivárvány értelmezésére.

Mielőtt részletesebben áttekintenénk ezeket az elméleteket, szóljunk néhány szót a szivárvány keletkezésének alapvető vonásairól. A szivárványt akkor láthatjuk, ha az előttünk hulló esőcseppekre a mögöttünk lévő Nap rásüt. Alakja körív, két fő íve figyelhető meg: a *főszivárvány* és a halványabb *mellékszivárvány*. A főszivárványban a belső körív kék, míg a külső vörös színű. A mellékszivárványban a színek sorrendje fordított, a belső körív vörös, a külső kék. Alaposabb megfigyelésekből kiderül, hogy a

szivárvány két íve közti tartomány jelentősen sötétebb, mint az ég más része. Ezt a sötét sávot az ókori *Aphrodisias Alexander* tiszteletére, aki Kr. e. 200-ban figyelte meg ezt a jelenséget, *Alexander-féle sötét sávnak* nevezik. Az interneten több helyen is található fényképeket a szivárványról és más légköroptikai jelenségekről [1]. A főszivárvány alatt ritkán további *járvulékos íveket* láthatunk (angolul *supernumerary arcs*). Egy róluk készült kitűnő felvétel [2] internetcímen található. Mint látni fogjuk, ezen járvulékos ívek magyarázata alapvető szerepet játszott a szivárvány pontosabb elméletének kidolgozásában.

Már az ókori világ természettudósait is foglalkoztatta a szivárvány értelmezése. *Arisztotelész* még úgy vélte, hogy a szivárvány a napfény felhőkön történő visszaverődésének a következménye. De arab tudósok is jelentős eredményeket értek el az optikai kutatások terén, köztük *Ibn*

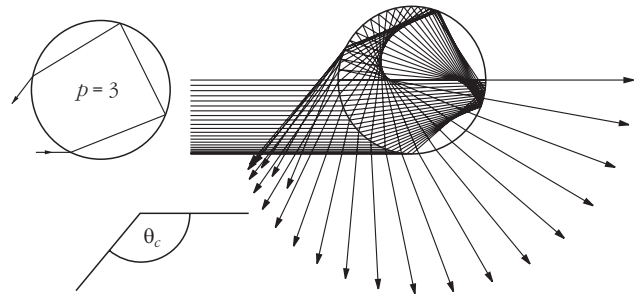
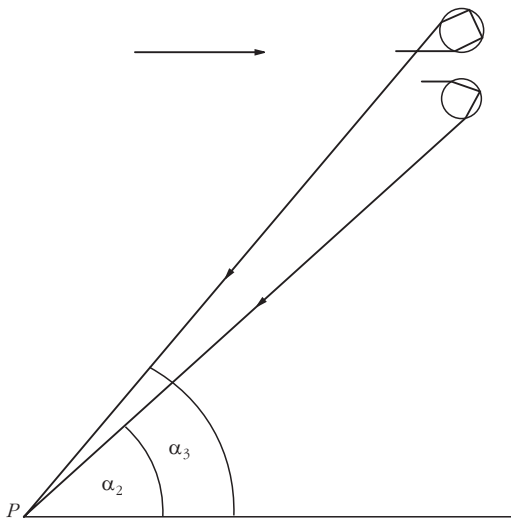


1. ábra. A vízszintesen balról beeső fénysugarak menete főszivárvány-nál (a húrok száma $p = 2$).

al-Haitham, csillagászként *Albazen* néven is ismert. Szerinte a nedves és sűrű levegő gömb alakú tükröként veri vissza a napsugarakat [3]. A szivárvány ívének szögét elsőként *Roger Bacon* mérte meg 1266-ban. Eredményei szerint a főszivárvány esetében a szivárvány ívének egy pontjából a Nap felé és a megfigyelő felé mutató irány 42° -os szöget zár be. Mellékszivárványra ez a szög 50° . Csak 17 évszázaddal Arisztotelész után adott pontosabb magyarázatot a jelenségre *Freiberger Theodorich* német szerzetes. Kísérleteihez vízzel töltött üveggömböt használt, és megfigyelte a szivárványt létrehozó fénysugarak menetét. Három évszázadon át elfelejtették Theodorich eredményeit. 1637-ben *René Descartes* mutatta meg újra, Theodorichtól függetlenül, hogy a főszivárvány keletkezésénél a fény először megtörik a vízcsepp felületén, majd annak belső felületén *egyszer* visszaverődik, és aztán ismételt fénytöréssel kilép belőle. Mellékszivárványnál a vízcseppben belül *két* visszaverődés történik. Theodorich és Descartes megállapították, hogy a szemünkbe érkező különböző színű fénysugarak különböző vízcseppekből jönnek.

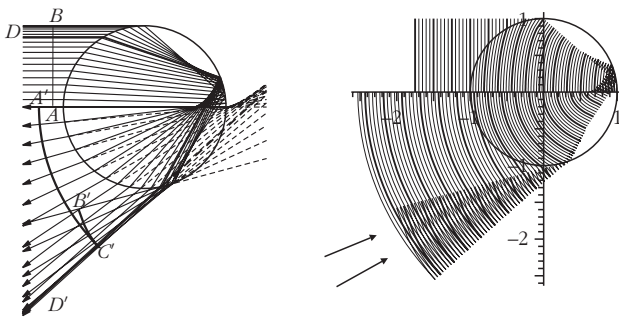
A szivárvány megértésében kulcsfontosságúnak számító elméletek, a fény természetének pontosabb megismerésének megfelelően, három fő témakörhöz csoportosíthatók: (i) Descartes geometriai optikán alapuló elmélete, (ii) a fény hullámtermészete, (iii) a Maxwell-egyenletek alapján kidolgozott Mie-elmélet. A továbbiakban áttekintjük a fenti elméletek alapjait.

3. ábra. A P megfigyelőhöz érkező legintenzívebb fénysugarak iránya a beeső vörös színű fény irányához viszonyítva $\alpha_2 = 42,5^\circ$ -os és $\alpha_3 = 50,1^\circ$ -os fő- és mellékszivárványnál.



2. ábra. A vízszintesen balról beeső fénysugarak menete mellékszivárvány-nál (a húrok száma $p = 3$).

A szivárvány egységes geometriai optikai értelmezése Descartes nevéhez fűződik. Descartes geometriai optikai magyarázatához a ma már jól ismert, *Snellius–Descartes-törvénynek* is nevezett töréstörvényt alkalmazta, amely szerint a levegőből α beesési szöggel érkező fénysugár iránya megtörik, ha egy másik közeg (pl. víz) határához érkezik. Az α beesési szög és a megtört sugár β törési szögére a következő egyenlet teljesül: $\sin\alpha/\sin\beta = n$, ahol n az anyag törésmutatója, ami a fény levegőben és közegben mért terjedési sebességének az arányával egyezik meg. A Nap fénye közel párhuzamosan érkezik az esőfelhőben lévő vízcseppek felületéhez. Egy fénysugár menete egyszeres belső visszaverődés esetén az 1. ábra bal oldali részén látható (a belső visszaverődések száma helyett az irodalomban szokásos módon, a vízcseppben belüli húrok p számát adtuk meg). Descartes nagy türelemmel, körzővel és vonalzóval, illetve a Snellius–Descartes-törvényt felhasználva szerkesztette meg közel száz párhuzamosan beeső fénysugár menetét. Ma már könnyen írhatunk olyan számítógépes programot, amellyel ezt a feladatot gyorsan megoldhatjuk. Az eredmény a 1. ábra jobb oldali részén látható. A vízcseppből kilépő fénysugarak irányát jellemezhetjük a θ szórási szöggel, ami a belépő és kilépő sugár közti szög. Az 1. ábrából szembetűnő, hogy a vízcseppből kilépő összes fénysugár θ szórási szöge *nagyobb* egy kritikus θ_c szögnél. A θ_c szög csak a víz n törésmutatójától és a húrok p számától függ [4]. Ezt a speciális sugármenetet *Cartesius-sugármenet* nevezzük. Jól látható az 1. ábrából, hogy a Cartesius-sugármenet közelében beeső párhuzamos sugarak a vízcseppből kilépve közel párhuzamosak maradnak, a nyaláb ebben az irányban a legintenzívebb [4]. Más esetekben a nyaláb a vízcseppből kilépve szétszóródik. Így a Cartesius-sugármenetnek kitüntetett szerepe van. Pontos matematikai számításokkal megmutatható, hogy a főszivárványt a bejövő fénysugár irányához képest $\alpha_2 = 180^\circ - \theta_c(p=2) = 42,5^\circ$ irányból látjuk legintenzívebbnek vörös színű fényre (azaz $n = 1,330$ törésmutatóval számolva) [4]. Hasonló módon alakul ki a halványabb mellékszivárvány, amikor a vízcseppben belül *két* visszaverődés történik (a húrok száma $p = 3$). Ekkor a balról párhuzamosan beeső sugarak a 2. ábra szerint egy kritikus $\theta_c(p=3)$ szögnél *kisebb* szórási szöggel lépnek ki a vízcseppből (megjegyezzük, hogy $\theta_c(p=3) < \theta_c(p=2)$). A mellékszivárványt a bejövő fénysugár irányához képest $\alpha_3 = 180^\circ - \theta_c(p=3) = 50,1^\circ$ irányból látjuk legintenzívebbnek vörös színű fényre (azaz $n = 1,330$ törésmutatóval számolva) [4].



4. ábra. A bal oldali ábra mutatja, hogyan változik a kezdeti AB egyenes síkú hullámfront alakja egy bizonyos idő elteltével ($A'C'B'$ görbe). A D és D' pontokon átmenő vastag vonal a Cartesius-sugármenetet jelöli. A jobb oldali ábra a hullámfront időbeli fejlődését mutatja. A nyílak irányában látjuk az első két járulékos ívet.

A fentiek alapján már könnyen megérthetjük, hogy miként alakulnak ki a szivárvány ívei. A 3. ábra az esőfelhő két különböző helyén lévő vízcseppben a Cartesius-sugármenetet mutatja vörös színre a fő- és a mellékszivárványnál. Mint láttuk, ezekből az irányokból érkezik az esőcseppekről a legintenzívebb fény egy távoli P megfigyelőhöz. Ha a cseppből kilépő Cartesius-sugár egyenesét a P pont körül úgy forgatjuk el, hogy közben az egyenes mindig α_2 , illetve α_3 szöget zárjon be a bejövő fény irányával (a 3. ábrán vízszintes vonal), akkor az egyenes egy kúppaláston mozog, és a cseppekből induló végpontja egy körívet ír le, amely a szivárvány íve adott színű fénysugarra. A víz törésmutatója függ a fénysugár színétől, ezért az α_2 és α_3 szögek nagysága is. Egyszerű számítások szerint főszivárványnál α_2 vörös színre nagyobb, mint kék színre, így a külső ív vörös, a belső kék színű, ahogy ezt a természetben megfigyelhetjük. Mellékszivárványnál a számítások szerint a színek sorrendje, a megfigyelésekkel összhangban, fordított a főszivárványhoz képest [4]. Megmutatható, hogy a $42,5^\circ$ -os és $50,1^\circ$ -os szögek közti irányban (a fő- és mellékszivárvány között) egy sötét tartomány alakul ki, az Alexander-féle sötét sáv [4].

A továbbiakban a szivárványnak a fény hullámtermészetén alapuló elméletét ismertetjük. Közismert a fénynek a hullámtermészetéből fakadó két alapvető tulajdonsága: a polarizálhatósága és az interferencia-képessége. A szivárvány jelenségének jobb megértésében nem tekinthetünk el a fény e két tulajdonságától. A vízcseppeken megtört fény polarizálódik, és így a szivárványról érkező fény síkban poláros. A fény polarizációjáról bővebben *Härtlein Károlynak* a *Mindentudás az iskolában* sorozat 2006. márciusi számában megjelent cikkét, illetve e cikk szerzőjének korábbi tanulmányát [4] javasoljuk az érdeklődő olvasó számára.

Időnként a főszivárvány belső köríve alatt járulékos íveket is megfigyelhetünk, amelyekre pontos matematikai elméletet elsőként *George Biddell Airy* adott 1838-ban. Röviden tekintsük át az elmélet főbb gondolatát! A vízcseppekre különböző beesési szöggel érkező „fénysugarak” azonos idő után különböző utat tesznek meg. Ezért a 4. ábra bal oldalán látható, a bejövő fénysugarakra merőleges síkú AB hullámfront a vízcseppből kilépve már nem lesz sík. Kiszámítottuk, hogy a vízcseppben való áthaladás után miként torzul a hullámfront, az eredményt

a $A'C'B'$ görbe mutatja. Látható, hogy a hullámfront a C' pontban „megtörik”, de minden elemi szakasza továbbra is merőleges lesz az adott elemi szakaszon átmenő fénysugarra. A 4. ábra jobb oldali részén a hullámfront időbeli fejlődése látható. Mivel minden hullámfront két „megtört” szakaszból áll, ezek különböző hosszúságú utakat tesznek meg a megfigyelőig, és így egymással interferálnak. Az ábrán jól látható, hogy a nyíllal jelzett irányokban erősítik egymást a frontok. Ezekben az irányokban láthatók a járulékos ívek. Airynek sikerült közelítőleg kiszámítani a megfigyelőhöz érkező fény intenzitásának a szögfüggését [4]. Az Airy-elmélet jól közelíti a mért szögfüggést, és csak kisméretű vízcseppekre ($R \leq 0,1$ mm), illetve $\theta \gg \theta_c$ szögekre (a főszivárvány irányától „távol”) nem ad helyes eredményt.

Meglepő módon csak a 20. század elején sikerült kidolgozni a szivárvány értelmezésének egzakt elméletét. A vízcseppekre érkező fény elektromágneses síkhullámnak tekinthető. Ez a síkhullám szóródik a vízcseppben. Az \mathbf{E} elektromos és \mathbf{B} mágneses tereket a Maxwell-egyenletek írják le. Ezen egyenletek alapján tetszőleges méretű és törésmutatójú gömb alakú anyag fényszórására elsőként 1890-ben *Ludvig V. Lorenz*, majd jóval később, tőle függetlenül, 1908-ban *Gustav Mie*, és egy évvel később henger alakú szórótestekre *Peter J.W. Debye* vezetett le analitikus megoldást (az irodalomban az egzakt elméletet egyszerűen *Mie-elméletnek* nevezik). Numerikus szempontból reménytelennek látszott abban az időben az elmélet jóslatait összevetni a kísérleti eredményekkel. Sokáig feledésbe is merült az elmélet. Csak az utóbbi évtizedekben, a számítógépes lehetőségek javulásával került ismét az érdeklődés középpontjába a Mie-elmélet [4]. Segítségével sikerült értelmezni két másik, közismert légköroptikai jelenséget, a koszorút és a glóriát is [4]. Végül érdemes megjegyezni, hogy a 20. századbeli fizika egyik legfontosabb eredménye, a kvantummechanika alapján több neves fizikus is rámutatott a szivárvány és az atomokon szóródó részecskék kvantummechanikai szórási problémája közti hasonlóságra [4].

Arisztotelész óta több neves fizikus tanulmányozta az egyik legismertebb és legszebb légköri jelenséget, a szivárványt. A szivárvánnyal kapcsolatos jelenségek egzakt tárgyalása nem nélkülözheti mindazt a tudást, amit a fényről tudunk. Az optika tudományának fejlődésében mindig nagy szerepet játszott az újabb elméletek alkalmazása a szivárvány leírására.

Cserti József

Eötvös Egyetem, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

Irodalom

1. <http://www.atoptics.co.uk/>
<http://my.unidata.ucar.edu/content/staff/blynds/rnbw.html>
http://www.usna.edu/Users/oceano/raylee/RainbowBridge/Chapter_8.html
<http://hjem.get2net.dk/Hemmingsen/Rainbow/>
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/Rainbow/rainbow.html>
2. <http://www.sundog.clara.co.uk/rainbows/supers.htm>
3. MÉSZÁROS E.: *Az arab tudomány öröksége* – História 2006/3 26
4. CSERTI J.: A szivárvány fizikája, az esőcseppek fényszórási jelenségei I–III. – Fizikai Szemle 55 (2005) 297, 349, 422
<http://www.kfki.hu/fszemle>
<http://complex.elte.hu/~cserti/Szivarvany.pdf>