PERDÜLETES PARADOXONOK (A)VAGY: PARADOXONOK A PERDÜLETRE

Radnai Gyula, Tichy Géza
ELTE Anyagfizikai tanszék

A jó paradoxon mindig kihívó. Nem hagy nyugodni. Segít, hogy rájöjjünk, valamit nem jól gondoltunk idáig. Vagy csak nem gondoltuk át elég alaposan. Most olyan fizikai paradoxonok közül választottunk ki néhányat, amelyik a perdület fogalmával, megmaradásával kapcsolatos. A cikk három külön részből áll. Az első részben a perdületmegmaradás tételének látszólagos megsértésére hozunk fel mechanikai és elektromos példákat. A mechanikai paradoxon feloldását tanulságos fázisábra-sorozattal, az elektromosét pedig a kvantitatív gondolatmenet főbb lépéseivel jelezzük. A cikk második és harmadik része egy-egy kiegészítése az elsőnek. R. Gy. kiegészítésében régi emlékeit eleveníti fel a dipól–dipól kölcsönhatásra vonatkozó paradoxonról, T. G. pedig az anizotróp dielektrikumok tárgyalására terjeszti ki a perdületmegmaradás látszólagos sérülésének paradoxonát.

A klasszikus mechanika egyik legfontosabb mennyisége a perdület. Több neve is van: forgásmennyiség, impulzusnyomaték, impulzusmomentum. Megmaradása a tér izotrópiájának következménye, vagyis annak, hogy a térben nincs kitüntetett irány.

Ha a perdület megmaradási törvényét a bolygómozgásra alkalmazzuk, *Kepler* második törvényéhez, a felületi sebesség állandóságának tételéhez jutunk. Ebben az esetben azért marad meg a perdület, mert a gravitációs erő centrális. Két anyagi pont között fellépő gravitációs kölcsönhatás centrális volta eléggé kézenfekvő, természetes feltevés. Elméletileg annak a szimmetriameggondolásnak a következménye, hogy a két pontot összekötő egyenesen kívül nincs más kitüntetett irány. (Ennek ellenére *Newton* harmadik törvénye *Euler* pontos és óvatos megfogalmazásában csak annyit mond ki, hogy két tömegpont kölcsönhatásakor a két testre ható erő nagysága megegyezik, irányuk pedig ellentétes. Nincs szó arról, hogy a két erő hatásvonala egybeesik, az sem szükséges tehát, hogy a kölcsönhatás centrális legyen.) Ha viszont egy tömegpontokból álló rendszerben csupán centrális erők hatnak, akkor a mechanika törvényei megkövetelik, hogy a tömegpontokra ható erők forgatónyomatékainak vektori összege bármely pontra vonatkoztatva nulla legyen. Ekkor a rendszer eredő perdülete nem változhat meg, állandó marad.

Tekintsük a következő (ellen)példát: két gyerek hason fekve napozik egy-egy gumimatracon a Balaton sima víztükrén. Hogy beszélgethessenek egymással, matracaikat szembefordítják, így fejük lesz a legközelebb, lábuk a legmesszebb egymástól. Egyszer csak az egyik gyerek játékból oldalra löki a másik matracának felé eső végét. Erre mind a két matrac forgásba jön, mégpedig azonos forgásirányban! Úgy tűnik, mégsem marad meg ebben a rendszerben az eredő perdület, hiszen belső, centrális erők hatására változott meg zérusról valamekkora nem zérus értékre (*1. ábra*).

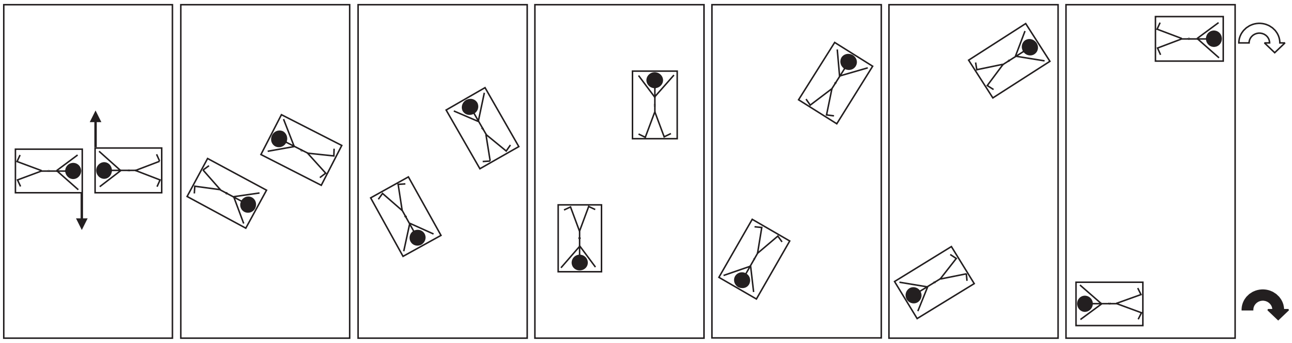
A paradoxon feloldása az, hogy kiterjedt testek rendszerében az eredő perdület nem egyenlő a testek saját perdületének összegével. Példánkban az ellökött matracok nemcsak forognak, hanem haladnak is. Tömegközéppontjaik egymással párhuzamos egyeneseken mozognak, egymással ellentétes irányban. Ehhez a haladó mozgáshoz is rendelhető perdület, valamely (bármely) rögzített pontra vonatkozólag. Ha például a közös tömegközéppontot választjuk vonatkoztatási pontnak, jól látszik, hogy a matracok haladó mozgásához rendelhető forgás éppen ellentétes értelmű, mint a matracok saját forgása.

A továbbiakban visszatérünk a pontszerű testekhez, de példáinkat elektrosztatikából vesszük, ahol a kölcsönhatást a Coulomb-törvény határozza meg, az erők centrálisak, az eredő forgatónyomatéknak tehát nullának kell lennie.

Vegyünk egy egyszerű rendszert, amely egy Q ponttöltésből és egy tőle elég messze lévő, $\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{l}$ momentumú dipólusból áll. A dipólus is legyen „pontszerű” abban az értelemben, hogy a dipólust alkotó q és $-q$ ponttöltések l távolsága legyen sokkal kisebb, mint a dipólus r távolsága a Q ponttöltéstől. Ekkor a Q töltés elektromos terében lévő $\boldsymbol{p}$ dipólusra forgatónyomaték hat. Legyen $\boldsymbol{E}$ a Q ponttöltés okozta térerősség a dipólus „helyén”, akkor a dipólusra ható forgatónyomatékot a dipólmomentum és a térerősség vektoriális szorzata adja: $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{p}\times\boldsymbol{E}$. Ez általában nem nulla, mivel $\boldsymbol{p}$ és $\boldsymbol{E}$ általában nem párhuzamosak. Ekkor tehát úgy tűnik, hogy a ponttöltésből és a dipólusból álló rendszerben egy eredő forgatónyomaték lép fel, s így a rendszer eredő perdülete nem maradhat állandó.

A téves gondolatmenet, amelybe megpróbáltuk az olvasót is becsalogatni, azon a feltevésen alapul, hogy a pontszerű dipólus kis környezetében az erőtér homogénnek tekinthető, vagyis mindkét töltésre ugyanakkora erő hat, ellentétes irányban. Ez nem igaz. Nem hagyhatjuk figyelmen kívül, hogy a ponttöltés elektromos tere inhomogén. A dipólust alkotó q és $-q$ ponttöltésekre kissé eltérő nagyságú erők hatnak, illetve nem pontosan párhuzamos a két erő hatásvonala. A dipólusra tehát nemcsak egy erőpártól származó forgatónyomaték, hanem $\boldsymbol{F}^* = \mathrm{grad}\boldsymbol{E}\boldsymbol{p}$ eredő erő is hat, ami ugyan nagyon kicsi, de a hozzá tartozó $\boldsymbol{M}^* = \boldsymbol{r}\times\mathrm{grad}\boldsymbol{E}\boldsymbol{p}$ forgatónyomaték éppen kompenzálja az erőpár $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{p}\times\boldsymbol{E}$ forgatónyomatékát.

Írásunkat egykori kollégánk és idősebb barátunk, *Párkányi László* (1907–1982) emlékének ajánljuk, születésének 100. és halálának 25. évfordulója alkalmából.



1. ábra. „Pillanatfelvételek” arról a folyamatról, amikor két gyerek, akik gumimatracon napoznak a Balatonon, oldalirányban szétlökik egymást. Jól megfigyelhető, hogy mindkét matrac ugyanabban az irányban kezd forogni. (T a forgás periódusideje.) Sérül a perdületmegmaradás tétele?!

Amikor két dipólus hat kölcsön, a helyzet még bonyolultabbá válik. Tetszőleges térbeli elhelyezkedésű dipólusok esetén az erők és forgatónyomatékok szemléletes végigkövetése majdhogynem lehetetlen (legalábbis a szerzőknek). A két dipólus közötti erőhatást meglehetősen hosszú képlet írja le (l. alább). A képlet diszkussziójából látható, hogy az egyik dipólus által a másikra kifejtett erő −1-szerese a másik dipólus által az egyikre kifejtett erőnek, eleget téve Newton harmadik törvényének.

Foglaljuk össze a dipól–dipól kölcsönhatást leíró legfontosabb összefüggéseket:

A koordinátarendszer origójában lévő $\boldsymbol{p}_1$ dipólus terében a potenciál az $\boldsymbol{r}$ helyen:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^3}(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{r}).$$

Ugyanitt a térerősség:

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^3}\left[\frac{3}{r^2}(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{r})\boldsymbol{r} - \boldsymbol{p}_1\right].$$

Az elektrosztatikus tér $\boldsymbol{E}$ térerősségű helyén lévő $\boldsymbol{p}_2$ dipólus helyzeti energiája:

$$W_{pot} = -(\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{E}).$$

Ugyanitt a $\boldsymbol{p}_2$ dipólusra ható erő:

$$\boldsymbol{F} = -\mathrm{grad}\, W_{pot} = \mathrm{grad}(\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{E}).$$

Homogén térben ez nyilván nulla, inhomogén térben azonban majdnem mindig hat erő a dipólusra. (Viszont nem hat erő, mert zérus a térerősség, például két azonos előjelű és nagyságú ponttöltés által létesített inhomogén térben a töltéseket összekötő szakasz felezőpontjában, ahol is a potenciálnak szélsőértéke van.)

A $\boldsymbol{p}_1$ dipólus elektrosztatikus terében tehát a $\boldsymbol{p}_2$ dipólus helyzeti energiája:

$$W_{pot} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^3}\left[(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2) - \frac{3}{r^2}(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{r})(\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{r})\right].$$

Ugyanitt a $\boldsymbol{p}_2$ dipólusra a $\boldsymbol{p}_1$ dipólus által kifejtett erő:

$$\boldsymbol{F}_{2(1)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3}{r^5}\Big[(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2)\boldsymbol{r} + (\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{r})\boldsymbol{p}_2 + (\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{r})\boldsymbol{p}_1 - \frac{5}{r^2}(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{r})(\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{r})\boldsymbol{r}\Big] = -\boldsymbol{F}_{1(2)}.$$

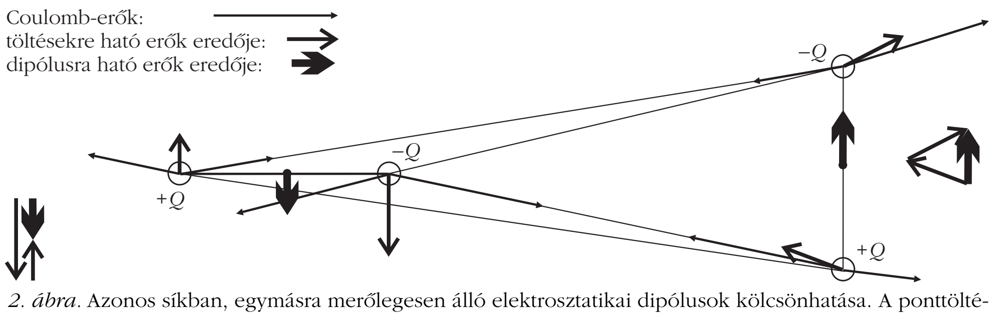
A dipólusok az elektrosztatikában a szigetelők (dielektrikumok) tárgyalásánál jutnak fontos szerephez, bárhogy is szeretné az ember megkerülni őket. Csak ritkán akad valamilyen kerülő út: homogén és izotróp dielektrikumok esetén még mindig segítségül hívhatjuk a jó öreg Coulomb-törvényt, alig kell rajta módosítanunk. Inhomogén, illetve anizotróp dielektrikumban azonban nagyon bonyolulttá válik a helyzet.

Hasonlóképpen megkerülhetetlen a dipólusokkal való számolás a magnetosztatikában, mivel mágneses pólusok a természetben nincsenek. Egy köráram olyan mágneses dipólusként viselkedik, amelynél a mágneses dipólmomentum nagysága az áram és a terület szorzata, és még egy árammal átjárt szolenoid is tekinthető – messziről nézve – mágneses dipólusnak, érdemes tehát megbarátkozni a dipól–dipól kölcsönhatással.

Erről, a dipól–dipól kölcsönhatás egy speciális esetéről szól az első kiegészítés.

Dipól–dipól perpetuum mobile (R. Gy.)

Fiatal tanársegédként sokszor maradtam bent késő estig a tanszéken, különösen akkor, ha a másnapi kísérleteket készítettük elő *Nagy Elemér* vagy *Párkányi László* előadására. *Schuszter Ferenc*cel együtt *Hajdu János*tól tanultam a kísérletezés csínját-bínját. Az egyik ilyen alkalommal ők ketten már hazamentek, én még bent maradtam, hogy felkészüljek a másnapi számolási gyakorlatra. Elektrosztatika volt soron, a dipólus terét terveztem meghatározni a Gauss-főhelyzetekben: a két ponttöltésen átmenő egyenes mentén, valamint a töltéseket összekötő szakasz felező merőlegesén, adott r távolságban. Eltűnődünk majd az eredményen: milyen érdekes, hogy mindkét főhelyzetben a dipólmomentummal párhuzamos a térerősség, de, ha ugyanolyan messze lévő pontokat hasonlítunk össze, akkor a dipólus tengelyén fekvő pontban kétszer akkora a térerő, mint a dipólusra merőlegesen, ugyanakkora távolságban. Mit lehetne ebből még kihozni? Támadt egy ötletem.



2. ábra. Azonos síkban, egymásra merőlegesen álló elektrosztatikai dipólusok kölcsönhatása. A ponttöltések közti Coulomb-erők centrálisak, a dipólusok közti erőhatás azonban nem az. Mindkét dipólusra forgatónyomaték, mégpedig azonos irányú forgatónyomaték hat. E két forgatónyomaték összegét kompenzálja a dipólusokra ható eredő erők által alkotott erőpár forgatónyomatéka.

Vegyünk két olyan dipólust, amelyek egymásra merőlegesek. Mindkettő forgatónyomatékot fejt ki a másikra. Mindkettő helyén a térerősség merőleges az ottani dipólmomentumra. Csakhogy az egyik esetben a térerő kétszerese a másiknak! Akkor pedig erre a dipólusra ható forgatónyomaték is kétszerese a másiknak. A két dipólusból álló rendszerben az eredő forgatónyomaték tehát nem nulla?!

Az ki van zárva! – mondtam magamban, csak azt nem értettem, hogy hol a hiba a gondolatmenetben. Sebaj, azért vagyok kísérleti fizikus, hogy ellenőrizzem a dolgot. Vettem két egyforma rúdmágnest, felerősítettem ezeket egymásra merőleges helyzetben egy vízszintes fatalpra, az egészet pedig felfüggesztettem fonállal egy magas állványra és vártam.

Vártam egyrészt arra, hogy hátha eszembe jut a paradoxon feloldása, másrészt vártam arra, hogy megálljon a rendszer. Ez ugyanis egyre gyorsabban forgott, ahelyett, hogy megállt volna. Az izgalomtól elfáradva ültem le a székre, s néztem, néztem a becsavarodó fonalat. És akkor megjött a mentő ötlet: Hát persze! A fonal, amire felfüggesztettem a rendszert, közönséges cérna volt. És mivel a cérna is sodrott fonal, a megfeszítés hatására elkezdett kicsavarodni… Rájöttem a rejtélyes forgás okára. De mi a feloldása az eredeti dipól–dipól paradoxonnak?

Aki jobban utánagondol, azt nemcsak az készteti csodálkozásra, hogy az egyik forgatónyomaték kétszerese a másiknak, de hamarosan rájön arra is, hogy a két forgatónyomaték ugyanolyan irányú! Vagyis nemcsak hogy nem kompenzálják, hanem még erősítik is egymást!

Érdemes lerajzolni és tanulmányozni két azonos síkú, egymásra merőleges állású, elektrosztatikai dipólus kölcsönhatását (*2. ábra*).

Nos, áruljuk el a megoldást: a dipólusok tere inhomogén, s így mindkét dipólusra nemcsak erőpár, hanem eredő erő is hat. Ez ugyan kicsi, a dipólusok távolsága viszont nagy, így kompenzálhatja ezen két eredő erőből álló erőpár forgatónyomatéka a másik kettő összegét.

Nézzük meg ezt konkrétabban! Vegyük fel például a $\boldsymbol{p}_1$ és $\boldsymbol{p}_2$ egymásra merőleges momentumú dipólusokat úgy, hogy a második dipólus az első irányában, tőle r távolságra legyen. Ekkor a második dipólusra ható erő $\boldsymbol{p}_2$ irányú lesz, mégpedig a számolás eredménye szerint:

$$\boldsymbol{F}_{2(1)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3p_1}{r^4}\boldsymbol{p}_2 .$$

Az első dipólusra ható erő ennek −1-szerese, vagyis az első dipólusra ható erő erre a dipólusra merőleges és $-\boldsymbol{p}_2$ irányú,

$$\boldsymbol{F}_{1(2)} = -\boldsymbol{F}_{2(1)},$$

és a két erő hatásvonala egymástól r távolságra van.

A részletszámítások mellőzésével a további eredmények:
Az első dipólusra ható erőpár forgatónyomatéka:

$$\boldsymbol{M}_{1(2)} = \boldsymbol{p}_1\times\boldsymbol{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^3}\boldsymbol{p}_2\times\boldsymbol{p}_1 .$$

A második dipólusra ható erőpár forgatónyomatéka:

$$\boldsymbol{M}_{2(1)} = \boldsymbol{p}_2\times\boldsymbol{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^3}2\boldsymbol{p}_2\times\boldsymbol{p}_1 .$$

A két dipólus helyén fellépő $\boldsymbol{F}_{1(2)}$, illetve $\boldsymbol{F}_{2(1)}$ erők alkotta erőpár forgatónyomatéka:

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^3}3\boldsymbol{p}_1\times\boldsymbol{p}_2 .$$

A három forgatónyomaték összege tehát zérus, ahogy azt vártuk is.

Mi a helyzet akkor, ha a töltések nem vákuumban, hanem dielektrikumon-dielektrikumban helyezkednek el? Erről szól a második kiegészítés.

Anizotróp dielektrikum (T. G.)

Ha a hangyák fejlesztették volna ki a fizikát, akkor a felületi feszültség tulajdonságai előbb lettek volna tisztázva, mint a gravitáció, mert számukra az a fontosabb. Egy hangya, ha beleragad egy vízcseppbe, a felületi feszültség olyan erősen odaköti, hogy nem képes elmenekülni. Leesve az emeletről semmi baja nem lesz. Hasonló ok miatt nem találjuk meg tankönyvekben az anizotróp közegek elektrosztatikáját, de az anizotróp közegek fénytörése, vagyis a kettős törés, minden optikakönyvben szerepel.

Az optikai kettős törés akkor jön létre, ha az átlátszó anyag polarizálhatósága különböző irányokban más és más. Az elektromos tér polarizálja a szigetelőt, de, mivel minden komponens másképpen polarizál, a polarizáltság iránya nem mindig esik egybe az elektromos mező irányával. Mindig van három egymásra merőleges irány, a polarizálhatóság sajátirányai, amely irányokban éppen abba az irányba polarizálódik az anizotróp szigetelő, amerre az elektromos tér mutat. Ezeket az irányokat véve koordinátarendszerünk tengelyeinek,

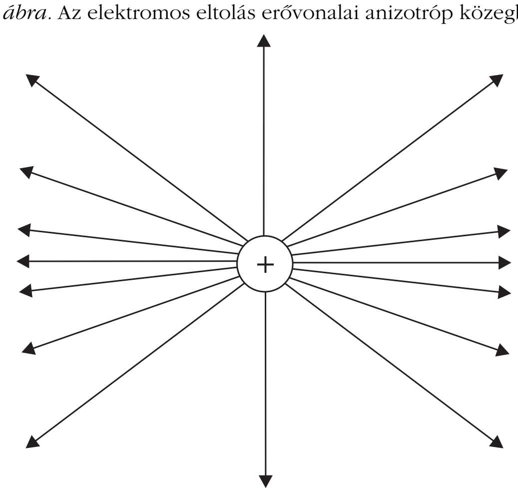
$$D_x = \varepsilon_x E_x; \qquad D_y = \varepsilon_y E_y; \qquad D_z = \varepsilon_z E_z.$$

Az anizotróp kristályt azért nevezik kettős törő anyagnak, mert rajta keresztül általában kettősen látjuk a világot. Ezen kívül érdekes tulajdonsága, hogy ha az anizotróp kristályra eső fény az x irányból jön, mivel a fény transzverzális hullám, az elektromos térerő az y–z síkban rezeg. Ha éppen az y irányban rezeg, akkor a fény terjedési sebességét ε_y határozza meg, ha z irányban, akkor ε_z. Ennélfogva e két polarizált fény között a hullám előrehaladtával fáziskülönbség lesz. Érdekes eset, ha a kristály éppen olyan vastag, hogy a két különbözően polarizált fény között az útkülönbség a vákuumbeli hullámhossz negyede. Ekkor az a beeső fény, mely az y–z között éppen 45 fokban polarizált, körkörösen, azaz cirkulárisan polarizált fényt eredményez a kimeneten. Ha a vastagság ennek duplája, azaz az útkülönbség éppen félhullámhossz méretű, akkor az előbb említett beeső fény polarizációs síkját a kristály éppen 90 fokkal fordítja el.

Hasonló, érdekes kettős törési jelenségek fordulnak elő a mikrohullámú technikában is.

A gyakorlat tette szükségessé az anizotróp szilárd anyagok rugalmasságának kidolgozását. Az ottani módszereket használva meghatározhatjuk a Coulomb-törvényt anizotróp dielektrikumra. Ebben az esetben a dielektromos együttható már nem skalár, hanem tenzor jellegű mennyiség. A Maxwell-egyenletek meghatározzák a térerősséget és az elektromos eltolás vektorát is. Az elektromos eltolás vektora

3. ábra. Az elektromos eltolás erővonalai anizotróp közegben



$$\boldsymbol{D} = \frac{Q}{4\pi\sqrt{\det(\varepsilon)}}\,\frac{\boldsymbol{r}}{\left(\boldsymbol{r}\,\varepsilon^{-1}\boldsymbol{r}\right)^{3/2}}.$$

Ez egy centrális vektortér, az erővonalak radiálisan haladnak a töltésből, az anizotrópiát csak az jelzi, hogy az eltolás vektorának nagysága egy – középpontjában a töltéssel – gömbön nem állandó, a sugaras erővonal sűrűség változó. Olyan, mint egy középen marokra fogott vesszőköteg vagy mint a macska bajusza (*3. ábra*). Az erőhatást a térerő határozza meg, amely már nem lesz centrális, azaz a Coulomb-törvény anizotróp esetben a következő alakú:

$$\boldsymbol{F}_{1(2)} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\sqrt{\det(\varepsilon)}}\,\frac{\varepsilon^{-1}\boldsymbol{r}_{12}}{\left(\boldsymbol{r}_{12}\,\varepsilon^{-1}\boldsymbol{r}_{12}\right)^{3/2}},$$

ahol $\boldsymbol{F}_{1(2)}$ a Q_2 ponttöltés által a Q_1 ponttöltésre ható erőt jelenti. Az $\boldsymbol{r}_{12} = \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2$ vektor a Q_2 töltéstől a Q_1-re mutat.

A fenti egyenleteket vektoros jelöléssel írtuk fel. Az elvontabb jelölés egyszerűsíti ugyan a képleteket, de elvonja a figyelmet lényeges összefüggésektől. Amennyiben koordinátarendszerünket a fent említett módon vesszük fel, az eltolás vektora és a Coulomb-törvény a következő lesz:

$$D_x = \frac{Q}{4\pi\sqrt{\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z}}\,\frac{x}{\left(\dfrac{x^2}{\varepsilon_x}+\dfrac{y^2}{\varepsilon_y}+\dfrac{z^2}{\varepsilon_z}\right)^{3/2}};$$

$$F_x = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\sqrt{\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z}}\,\frac{x/\varepsilon_x}{\left(\dfrac{x^2}{\varepsilon_x}+\dfrac{y^2}{\varepsilon_y}+\dfrac{z^2}{\varepsilon_z}\right)^{3/2}};$$

$$D_y = \frac{Q}{4\pi\sqrt{\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z}}\,\frac{y}{\left(\dfrac{x^2}{\varepsilon_x}+\dfrac{y^2}{\varepsilon_y}+\dfrac{z^2}{\varepsilon_z}\right)^{3/2}};$$

$$F_y = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\sqrt{\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z}}\,\frac{y/\varepsilon_y}{\left(\dfrac{x^2}{\varepsilon_x}+\dfrac{y^2}{\varepsilon_y}+\dfrac{z^2}{\varepsilon_z}\right)^{3/2}};$$

$$D_z = \frac{Q}{4\pi\sqrt{\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z}}\,\frac{z}{\left(\dfrac{x^2}{\varepsilon_x}+\dfrac{y^2}{\varepsilon_y}+\dfrac{z^2}{\varepsilon_z}\right)^{3/2}};$$

$$F_z = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\sqrt{\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z}}\,\frac{z/\varepsilon_z}{\left(\dfrac{x^2}{\varepsilon_x}+\dfrac{y^2}{\varepsilon_y}+\dfrac{z^2}{\varepsilon_z}\right)^{3/2}};$$

Ha a két ponttöltést összekötő egyenes a dielektromos tenzor sajátirányába esik, akkor az erő centrális lesz. A többi irányban is megegyezik a két erő nagysága, irányuk pedig ellentétes, azaz Newton harmadik törvénye teljesül, de a két erő hatásvonala nem esik egybe, hanem csupán párhuzamos egymással, így a két erő erőpárt alkot.

Amint említettük, a perdület megmaradása a tér izotrópiájának következménye. A kérdés tehát az, hogy most is izotróp-e a tér. A két ponttöltés meg akarja csavarni a dielektrikumot. Ez a dielektrikum is rendszerünk tagja, forgásba is jöhet, tehát a dielektrikum anizotrópiája nem rontja le a perdület megmaradását.

A paradoxon megint megjelent, de most már tudjuk, miként kell keresnünk a megoldást. Az erőhatás nem a két töltés közötti kölcsönhatás, hanem a fizikai rendszert a két töltés és a sok-sok dipólusból álló dielektrikum alkotja. Ezek a dipólusok a tér hatására elfordulnak, ezáltal létrehoznak egy teret, és a töltés terét ezek módosító hatásával együtt vesszük figyelembe.

Ha a két töltés a szilárd dielektrikumhoz van rögzítve, akkor ez az erőpár a dielektrikumot akarja elforgatni. Ezekre a dipólusokra is hat a megfelelő forgatónyomaték ugyanabból a két okból, amelyeket fent említettünk. A dipólusok helye kötött a szilárd dielektrikumban, így kialakul egy helyről helyre változó belső feszültség is, amely a forgatónyomatékot közvetíti a dielektrikum egyik pontjától a másikig.

Az ilyen dielektrikumban a mechanikai feszültség sajátos. Molekuláról molekulára, atomról atomra nemcsak az erő adódik át, hanem forgatónyomaték is. Ezt a forgatónyomatékot egy forgatónyomaték feszültségi tenzorral írják le. Ezt a tenzort, a most nem szimmetrikus feszültségtenzor antiszimmetrikus része hozza létre. Itt nem a szokásos deformációs egyenletekkel találkozunk, hanem egy sokkal gazdagabb, változatosabb világgal.

Ha a két töltés elmozdulhat, akkor ugyanúgy nincs eredő forgatónyomaték, de mind a dielektrikum, mind a ponttöltések mozogni kezdenek, mégpedig úgy, hogy a perdületek összege nulla marad.

A ismertetett példák egyszerűek voltak, mégis elég bonyolult átgondolni bennük a forgatónyomatékok hatását. Közben azt is megértjük, miért találjuk néha „misztikusnak” a forgó rendszerek viselkedését.

KÖNYVESPOLC

Inzelt György: VEGYKONYHÁJÁBAN SZINTÉN MEGTESZI

A KÉMIÁRÓL ÉS MÁS DOLGOKRÓL

Akadémiai Kiadó, Budapest, 2006. 348 o.

A szokásos ismeretterjesztő munkáktól több tekintetben is eltér *Inzelt György* könyve. Mindenek előtt „nem ijed meg” képletek, egyenletek, bonyolult grafikonok közlésétől sem,[1] ugyanakkor történelmi (pl. az angol–német–orosz uralkodói családok összefonódása), nyelvészeti (pl. az angol nyelv kialakulása) és a számos szépirodalmi idézet *Homérosz*tól *Goethé*n, *Arany János*on keresztül *József Attilá*ig (maga a könyv címe is *Madách*-idézet), sőt még képzőművészeti utalások is (*Rubens, Veronese* képei) gazdagítják a művet.

Miről is szól tulajdonképpen a könyv? Minden érthetővé válik, ha azt mondjuk, hogy a könyvnek azt a címet adjuk, hogy „fejezetek a fizikával összefonódott kémia történetéből”. A szerző maga fizikokémikus, az elektrokémia aktív művelője, de már a fentiekből is világos, hogy látóköre igen széles, és nemcsak a természettudományokban.

A fejezetek közül az első a súllyal, a tömeggel, továbbá ezek mérésével és mértékegységeikkel foglalkozik, majd „színkémia” következik kitérővel a tudomány és az ipar társadalmi hatásaira.

Egy másik fejezetben is visszatér még az ipar kérdésére a fenntartható fejlődéssel kapcsoltban, és utalva az úgynevezett „zöld” technológiák fontosságára így fogalmaz: „…a XIX. század második felében a vegyészek elkezdtek színezékeket, gyógyszereket, fehérítő-, tisztító- és fertőtlenítőszereket, műtrágyákat előállítani, majd a XX. században polimereket, vitaminokat, antibiotikumokat és még hosszan sorolhatnánk”.

Nem fogunk itt sorrendben mind a tizenegy fejezeten végigmenni, inkább csak egyes fontosabb témákról, néhány benyomásunkról számolunk be a következőkben. Így megemlítjük, hogy szó van olyan aktuális kérdésekről, mint az úgynevezett tüzelőanyagelemek, amelyek a „hidrogén-energetika” bevezetésében alapvető jelentőségűek – természetesen belehelyezve az elektrokémiai áramforrások fejlődéstörténetébe és ezek családjában történő elhelyezkedésére –, de történik kitérés a napenergia hasznosításra, valamint külön fejezetben a szívritmus-szabályozóra

[1] Bár ezek kihagyásával is élvezhető a mondanivaló.