MINDENNAPOK FIZIKÁJA

Juhász András
ELTE, Anyagfizika Tanszék

A fizika a valóság megismerésének és leírásának tudománya. A fizika tanításának sikere döntően függ attól, hogy a tudomány érdekes, új eredményeinek felvillantásán túl be tudjuk-e mutatni tanítványainknak mindennapjaink fizikáját és azt, hogy a fizika segítségével jobban megérthetjük a már ismert jelenségeket is. Az alábbiakban az ELTE Fizikai Intézetében diákoknak szervezett *Atomoktól a csillagokig* sorozat keretében tartott előadás nyomán egy ilyen lehetséges mindennapi témát mutatunk be.

Miközben dobjuk, rúgjuk, ütjük a labdát, nemigen gondolunk arra, hogy a sikeres játék feltétele a megfelelő alkalmazkodás a labda mozgását megszabó alapvető fizikai törvényekhez!

Mekkora sebességgel repülhet egy labda? Milyen alakú a röppálya? Mekkora erő hat fejelő játékosra? Ilyen és hasonló kérdések könnyen felvethetők a labdajátékokkal kapcsolatban. Ritkán gondolunk azonban arra, hogy a válaszokat egyszerű, középiskolában is elvégezhető számításokkal keressük, bemutatva ezzel a középiskolai fizika mindennapi alkalmazásának lehetőségeit is.

Mekkorát üthet egy labda?

A kérdésre legtöbben saját tapasztalataink alapján tudunk válaszolni: bizony néha igen nagyot. *Meggyesi Bálint* bravúros fotója (*1. ábra*) a *Nemzeti Sport*ban jelent meg a közelmúltban – *Gera Zoltán*t, kiváló

1. ábra. Gera Zoltán fejel (fotó: Meggyesi Bálint, Nemzeti Sport)

labdarúgónkat mutatja fejelés közben. A fényképen a labda annyira belapul, hogy még az is felmerülhet bennünk, nem volt-e lyukas véletlenül? Vajon eldönthető-e ez a kérdés utólag, a felvétel alapján?

Végezzünk egy kis nyomozást! Becsüljük meg, mekkora erővel hathat a belapult labda a játékosra, majd vizsgáljuk meg, reális-e a kapott eredmény!

A fejelés során deformálódó labda és egy sima falnak ütköző, hasonló mértékben belapuló labda erőhatása nem különbözhet lényegesen egymástól. Tekintsük számításaink kiindulásaként az utóbbi esetet! A sima falnak ütköző, deformálódott labdát mutatja a *2. ábra.*

Ha az R sugarú labda belapulásának mértéke x, akkor a labda

$$\rho = \sqrt{R^2 - (R-x)^2} = \sqrt{2Rx - x^2}$$

sugarú körlapon érintkezik a fallal. A falra kifejtett nyomóerő

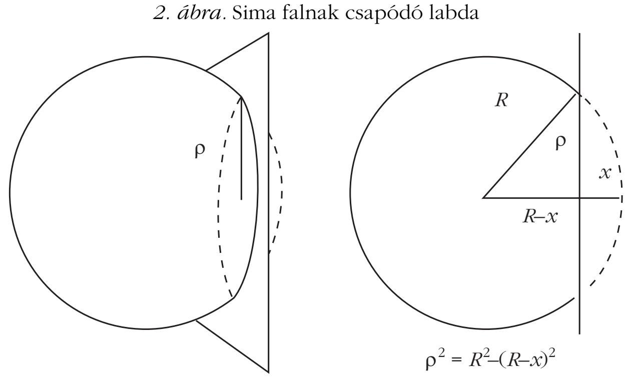
$$F = p\rho^2\pi,$$

ahol p a labdában levő levegő túlnyomása. Első közelítésként vegyük ezt a szabványosan felfújt labda $p_0 = 0{,}6 \cdot 10^5$ Pa túlnyomásának. (Ez biztosan alábecslés, hiszen a deformálódó labdában a levegő adiabatikusan összenyomódik.) A falnak ütköző és belapuló labda által kifejtett erő tehát

$$F \approx p_0\left(2Rx - x^2\right)\pi. \qquad (*)$$

A fényképfelvételen vonalzóval lemérhető a labda $2R$ átmérője, továbbá $(2R-x)$ értéke. Ismerve a szabványos futball-labda átmérőjét ($2R = 22$ cm), meghatározható a fotón látható benyomódás tényleges mértéke ($x \approx 5$ cm). A kapott x értéket a fenti erőformulába helyettesítve megkapjuk a fejelő játékosra ható erő közelítő nagyságát: $F \approx 2072$ N.

2. ábra. Sima falnak csapódó labda



Reális lehet ez az érték? Hathat a fejelőre négy cementes zsák súlyának megfelelő pillanatnyi erő?

Ellenőrző számításainkat a dinamika alaptörvényére alapozhatjuk. Eszerint az ütköző labda mozgásmennyiségének ΔI megváltozása megegyezik a labdára ható átlagos F erő nagyságának és az erőhatás Δt idejének szorzatával:

$$F \Delta t = \Delta I.$$

Mivel a labda, rugalmas ütközést feltételezve, közelítőleg ugyanolyan sebességgel pattan vissza, mint amilyennel becsapódott, sebessége

$$\Delta v = 2v$$

értékkel változik. Ennek alapján, ha az m, v és Δt értékeket ismerjük, a labdára ható, illetve a labda által kifejtett erő a dinamika alaptörvényéből meghatározható.

A futball-labda hivatalosan előírt tömege 0,45 kg. A labda sebességének és ütközési idejének becslésére további meggondolások szükségesek.

Az elrúgott futball-labda jellemző sebességének durva becslésére idézzük fel a TV-közvetítések során gyakran látható kirúgást. Kirúgáskor az ötösre letett labdát a hátvéd vagy a kapus rendszerint a félpályán túlra juttatja. A labda ívelt pályája, ha nem lenne légellenállás, a középiskolában is tárgyalható hajítási parabola lenne. Adott sebesség mellett a maximális hajítási távolság $\alpha = 45°$ indítás esetén adódik és értéke

$$x_{\max} = \frac{v_0^2}{g}.$$

Tegyük fel, hogy a kapus által kirúgott labda ezen az optimális pályán a felezővonalig (kb. 60 m) jut el. Az összefüggést felhasználva a labda kezdősebessége körülbelül 30 m/s (30 m/s = 108 km/óra) nagyságúnak adódik. Mivel a légellenállás a labdát erősen fékezi, biztosak lehetünk abban, hogy a felezővonalig rúgott labda kezdősebessége ezt az értéket jóval meghaladja. Ha tehát az ütköző focilabda sebességét az ütközéskor 25 m/s-nak tekintjük, nem túlzunk.

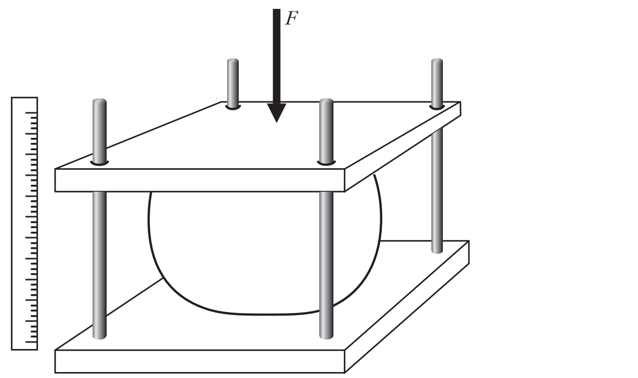
Az ütközés idő nagyságrendje szintén megbecsülhető. Ehhez érdemes visszakanyarodni a falnak ütköző labda korábban tárgyalt deformációjához. A (*) kifejezésben szereplő x^2 értéke lényegesen kisebb mint $2Rx$ értéke, ezért az utóbbi mellett elhanyagolható. Az erő és az ütközési deformáció kapcsolatát az

$$F \approx 2R\pi p_0 x$$

lineáris összefüggéssel közelíthetjük. A lineáris erőtörvény szerinti erő hatása alatt a testek rezgőmozgást végeznek. A labda ütközésének ideje a

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

rezgésidő fele, ahol m a labda tömege, és D az effektív rugóállandó ($D = 2R\pi p_0$). Az adatok felhasználásával az ütközési időre $t \approx 0{,}01$ s adódik.



3. ábra. Egyszerű kísérleti eszköz a futball-labda benyomódásának méréséhez

Az ütköző labda sebességét (25 m/s), az ütközési időt (0,01 s) valamint a labda tömegét (0,45 kg) felhasználva a dinamika alapegyenletéből számítható erő 2500 N, ami kicsit több, mint a fotó alapján becsült erőérték.

A bemutatott bravúros sportfotó alapján felmerülő kérdésre – „vajon nem lyukas-e a labda?” – számításaink alapján megadhatjuk a választ: *a labda valószínűleg nem volt lyukas,* mert ekkora deformáció valóban felléphet a labda ütközése során.

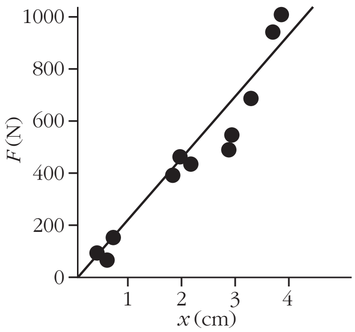
A fotóhoz kapcsolódóan, az erő meghatározása mellett, érdemes a fellépő gyorsulásokat is megvizsgálni. A gyorsulás mértékét a dinamika alaptörvénye szerint az erő és a gyorsított tömeg hányadosa adja meg. Eszerint a fejelés során a labda gyorsulása

$$a = \frac{F}{m} \approx \frac{2000}{0{,}45} \approx 400\ g,$$

azaz a szabadesés gyorsulásának közel négyszázszorosa! Természetesen a visszapattanó labda által kifejtett erő a játékos fejét is gyorsítja. Ha a fej tömegét 8–10 kg-ra becsüljük, akkor a fejeléskor fellépő gyorsulására körülbelül 25 g adódik. Ez az adat azonban természetesen nem reális! Bőven meghaladja a károsodás nélkül elviselhető maximális gyorsulás értékét. A fej pedig különösen érzékeny a nagy gyorsulásokra, mert az agyvelőt szalagok rögzítik a koponyacsontokhoz, s ezek nem tudják az agyat nagy gyorsulással mozgatni. Így a gyorsan mozgó koponyacsont mintegy nekiszorul az agyvelőnek, s azon sérülést okoz. (Így keletkeznek pl. az ökölvívók agysérülései is.)[1] A fejelő focisták azonban nem szenvednek ilyen sérülést. A fejelő ugyanis megfeszíti nyakizmait (ez a fotón is jól látszik), és ezáltal megakadályozza a fej önálló elmozdulását. Ily módon a labdával nem csak a

---

[1] Bár a labda és az emberi fej közötti ütközéskor a károsodás nélkül elviselhető gyorsulásról beszéltünk, érdemes megemlíteni, hogy valójában nem a gyorsulás, hanem az erőhatás módja az, ami az emberi szervezetet károsítja. Ha a test minden pontja úgynevezett tömegerők hatására azonos mértékben gyorsulna, azaz az erőhatás felléptekor a testen belül nem lennének deformációk, akkor az emberi szervezet tetszőleges gyorsulást elviselne. (Ilyen erő pl. a nehézségi erő.) Az erők többsége azonban nem ilyen, a testek többnyire a felületükön lépnek kölcsönhatásba, s ez a fentiekben leírt módon belső deformációkhoz és károsodásokhoz vezethet.



4. ábra. Erő–benyomódás grafikon

1. táblázat

Különböző labdajátékok labdájára jellemző ütközési adatok

Játék neve	sebesség (m/s)	tömeg (kg)	ütközési idő (s)	átlagos erőhatás (N)	átlagos gyorsulás (g)
futball	25	0,45	10^{-2}	2250	500
tenisz	30	0,06	$5\cdot10^{-3}$	720	1200
pingpong	15	0,0025	–	–	–
golf	70	0,05	$3–5\cdot10^{-4}$	23300–14000	46700–28000

fej, hanem jóval nagyobb tömeg ütközik, ezért a valóságban a gyorsulás jóval kisebb.

A fotó alapján végzett elméleti meggondolásaink mérőkísérlettel is megerősíthetők.

Az erő–benyomódás függvény lineáris közelítése kísérletileg iskolai körülmények között is alátámasztható. Ennek elvégzéséhez célszerű elkészíteni két rajztáblából a *3. ábrá*n látható egyszerű eszközt. (Fontos, hogy a felső lap a vezetést szolgáló négy függőleges rúdon könnyen mozogjon. A méréshez a szabványosan felfújt labdát helyezzük a két deszkalap közé; majd terheljük a felső lapot egyre nagyobb erőkkel úgy, hogy a felső rajztábla mindvégig vízszintes helyzetben maradjon, és ne szoruljon a vezető rudakhoz. A terhelés kezdeti értéke 10–20 kg legyen, majd először kisebb, később egyre nagyobb súlyú tanulók álljanak rá a lapra. Mérjük meg vonalzóval a különböző terheléseknél a két lap távolságát. A *4. ábra* egy ilyen módon felvett erő–benyomódás grafikont mutat be.

A labda ütközésének idejét gyorsfilmezéssel, illetve érzékelő lapnak rúgott labda esetén a számítógépes technikával mérik. A mért ütközési idők századmásodperc értékűek.

A futball-labda esetén alkalmazott gondolatmenethez hasonlóan természetesen a többi labdajátékra jellemző erő- és gyorsulásértékek is meghatározhatók. Különböző labdák összehasonlításra alkalmas ütközési adatait tartalmazza az *1. táblázat.*

A FIZIKA TANÍTÁSA

NYUGALMI VS. RELATIVISZTIKUS TÖMEG

Szondy György
Budapest

„…a relativisztikus tömeg fogalma sok népszerű tudományos könyvben megjelenik. … *Hawking, Feynman* és mások a relativisztikus tömeg fogalmát használják, mert ez egy ösztönös és hasznos módja, ha matematika nélkül szeretnénk elmagyarázni a dolgokat. Úgy tűnik, néhány fizikus számára elfogadott szabály, hogy nyugalmi tömeget használnak tudományos, míg relativisztikus tömeget ismeretterjesztő írások esetén. Ez a terminológiai kettősség elkerülhetetlenül zűrzavarhoz vezet.” [1]

A fogalmak tisztázása a fizika tanítása során alapvető követelmény. A címben és az idézetben említett témában az elmúlt években több írás született és jelent meg a *Fizikai Szemle* hasábjain is. A vita, ha vitának nevezhetjük egyáltalán, valójában arról folyik, pontosan mi is az a mennyiség, amit tömegnek hívunk. Ennek során rendszerint figyelmen kívül szokták hagyni azt a tényt, hogy a tömeg fogalmát a fizika tudománya és a köznapi (és mérnöki) gyakorlat egyaránt használja, így az objektivitás megkívánja, hogy mindkét terület szempontjait figyelembe vegyük. Ebben az írásban tehát igyekeztem egy objektív, áttekinthető képet adni a tömeg fogalmával kapcsolatos terminológiai kettősségről, tisztázni annak okát és mibenlétét.

Miről is van szó?

A nyugalmi tömeg fogalmát mindenki érti és elfogadja. Könnyű a helyzet, hiszen nyugalmi esetben a klasszikus, newtoni tömegfogalomhoz képest semmilyen „komplikáció” nem lép fel. Más a helyzet persze relativisztikus körülmények között: a tapasztalatok azt mutatták, hogy relativisztikus hatások miatt a sebességgel a testek tömege látszólag megnő, méghozzá az alábbi képlet alapján:

$$m_{rel} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (1)$$

Ezt a mennyiséget nevezzük relativisztikus tömegnek. A képlet egyszerűsége ellenére a relativisztikus tömeg