

# fizikai szemle

A photograph showing a person in a white lab coat and safety glasses working inside a large, complex, copper-colored scientific instrument. The person is kneeling and using a tool to adjust a component. The instrument features a central longitudinal structure with several large, cylindrical components and is surrounded by a dense array of copper-colored coils or wires. The lighting is warm, highlighting the metallic surfaces.

2009/10



Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat  
havonta megjelenő folyóirata.  
Támogatók: A Magyar Tudományos  
Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya,  
az Oktatási és Kulturális Minisztérium,  
a Magyar Biofizikai Társaság,  
a Magyar Nukleáris Társaság  
és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete

Főszerkesztő:

Szatmáry Zoltán

Szerkesztő bizottság:

Bencze Gyula, Czitrovsky Aladár,  
Faigel Gyula, Gyulai József,  
Horváth Gábor, Horváth Dezső,  
Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Lendvai János,  
Németh Judit, Ormos Pál, Papp Katalin,  
Simon Péter, Sükösd Csaba,  
Szabados László, Szabó Gábor,  
Trócsányi Zoltán, Turiné Frank Zsuzsa,  
Ujvári Sándor

Szerkesztő:

Füstöss László

Műszaki szerkesztő:

Kármán Tamás

A folyóirat e-mailcíme:

szerkesztok@fizikaiszemle.hu

A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A folyóirat honlapja:

<http://www.fizikaiszemle.hu>

A címlapon:

A darmstadti Nehézion-fizikai Kutató  
Intézetben (GSI) működő 120 m  
hosszú lineáris gyorsító, UNILAC  
részlete szerelés közben. Az UNILAC  
az ionokat a fénysebesség mintegy  
20%-ára gyorsítja fel, táplálva  
a GSI tárológyűrűjét.

A hátsó borítón:

A 2,2 méteres ESO/MPG távcsőre  
szerelt WFI kamerával négy szűrőn  
(B, V, R és H $\alpha$ ) keresztül rögzített  
felvételekből összeállított kép az  
NGC 6822 galaxisról. A látómező  
mérete 35'x34'.

## TARTALOM

<i>Ligeti Zoltán:</i> Neutrínóoszillációk és a kvantumállapotok összefonódása	329
<i>Gabányi Krisztina Éva:</i> Kvazárok gyors fényességváltozásai rádiótartományban	334
<i>Varga Péter:</i> A Jánossy-kísérletek – II.	339

### A FIZIKA TANÍTÁSA

<i>Eichbardt Iván, Jaloveczki József:</i> Numerikus módszerek a diákköri munkában	348
<i>Jubász Nándor, Ősz György, Vida József:</i> A XIX. Öveges József Fizikaverseny országos döntője	351
<i>Holics László, Sükösd Csaba:</i> A hangsebesség hőmérséklettől való függésének kísérleti igazolása	357

### VÉLEMÉNYEK

<i>Grandpierre Attila:</i> Csillagászat és civilizáció – a csillagászat jelentősége a tudomány és a pedagógus társadalom jövője számára	362
---	-----

### KÖNYVESPOLC

### HÍREK – ESEMÉNYEK

<i>Z. Ligeti:</i> Neutrino oscillation and quantum entanglement	
<i>K. É. Gabányi:</i> Fast luminescence variations of quasars in the radio frequency band	
<i>Varga Péter:</i> L. Jánossy's experiments – II.	

### TEACHING PHYSICS

<i>I. Eichbardt, J. Jaloveczki:</i> Numerical methods in students' circle work	
<i>N. Jubász, G. Ősz, J. Vida:</i> The final round of the XIXth Öveges József Students' Competition	
<i>L. Holics, Cs. Sükösd:</i> Experimental proof of the temperature dependence of sound's velocity	

### OPINIONS

<i>A. Grandpierre:</i> Astronomy and civilization – the importance of astronomy for the future of science and of the community of pedagogues	
--	--

### BOOKS, EVENTS

<i>Z. Ligeti:</i> Neutrino Oscillation und die Verschränkung der Quantum Zustände	
<i>K. É. Gabányi:</i> Schnelle Helligkeitswechsel von Quasaren im Bereich der Radiofrequenzen	
<i>Varga Péter:</i> L. Jánossy's Experimente – II.	

### PHYSIKUNTERRICHT

<i>I. Eichbardt, J. Jaloveczki:</i> Numerische Methoden in der Arbeit von Studentenzirkeln	
<i>N. Jubász, G. Ősz, J. Vida:</i> Die Endrunde des XIX Öveges-József-Wettbewerbs in Physik für Studenten	
<i>L. Holics, Cs. Sükösd:</i> Experimenteller Nachweis der Temperaturabhängigkeit der Tongeschwindigkeit	

### MEINUNGSÄUSSERUNGEN

<i>A. Grandpierre:</i> Astronomie und Zivilisation – die Bedeutung der Astronomie für die Wissenschaft und den Stand der Pädagogen	
--	--

### BÜCHER, EREIGNISSE

<i>З. Лигети:</i> Нейтринные осцилляции и квантовой сцепленности	
<i>К. Э. Габани:</i> Быстрые изменения яркости квазаров в диапазоне радиочастот	
<i>И. Варга:</i> Эксперименты Л. Яноши – II.	

### ОБУЧЕНИЕ ФИЗИКЕ

<i>И. Эйхбардт, Й. Яловецкий:</i> Числовые методы в работе студенческих кружков	
<i>Н. Югас, Д. Ёс, Й. Вида:</i> Конечный раунд XIX. физического конкурса им. Й. Эвегеша	
<i>Л. Голлич, Ч. Шюкёнд:</i> Экспериментальное продемонстрирование зависимости скорости звука от температуры	

### ЛИЧНЫЕ МНЕНИЯ

<i>A. Grandpierre:</i> Астрономия и цивилизация – значение и важность астрономии для науки и для будущего педагогического общества	
--	--

### КНИГИ, ПРОИСХОДЯЩИЕ СОБЫТИЯ

**Fizikai Szemle**  
MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

megjelenését anyagilag támogatják:



**nka**  
Nemzeti Kulturális Alap

**mym**  
paksi atomerőmű

**NCA**  
Nemzeti Civil Alaprogram

**196**  
A FIZIKA BARÁTAI

# Fizikai Szemle

## MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Matematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította  
A Matematikai és Physikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

LIX. évfolyam

10. szám

2009. október

## NEUTRÍNÓOSZCILLÁCIÓK ÉS A KVANTUMÁLLAPOTOK ÖSSZEFONÓDÁSA

Ligeti Zoltán

Ernest Orlando Lawrence Berkeley National Laboratory  
University of California, Berkeley, USA

Az elmúlt évben meglepő eredmények születtek bizonyos instabil atommagok orbitális elektronbefogási valószínűségének időfüggésére. A várt exponenciális időfüggéstől mért eltérést – sokat vitatott módon – neutrínók keveredésével próbálták értelmezni. A vitától motiválva újratárgyaljuk a neutrínóoszilláció elméletének kvantummechanikai alapjait, a kvantumösszefonódást figyelembe véve. Ezáltal a szokásos oszcillációs formula általánosabb levezetését adjuk meg. Tárgyalásunkból kiderül, hogy a megfigyelt eltérés az exponenciális időfüggéstől nem értelmezhető neutrínóoszillációként.

### A neutrínók tömege és keveredése

A neutrínók tömege és keveredése különlegesen érdekes [1, 2], mert a neutrínók oszcillációjának megfigyelése az első kísérleti evidencia volt arra, hogy a standard modell kiegészítésre szorul. A standard modell a mértékcsoport, részecsketartalom, és a szimmetriasértés megadása után minden részecskefizikai jelenséget megjósol. A jobbkezes neutrínók,  $\nu_R$ , nem vesznek részt egyetlen ismert kölcsönhatásban sem, ugyanis minden mértékcsoport szerint szinglettek. Emiatt nincs okunk azt hinni, hogy a tömegük összefügg az elektromos energiáskálával, és ezért nem tartoznak a standard modell szokásos definíciójába. Ha ennek ellenére hozzáadunk jobbkezes neutrínókat a standard modellhez, akkor megmagyarázhatók a

neutrínókkal végzett kísérletek eredményei, ellenben a standard modell „minimális” volta sérül.

Ha a neutrínók tömege nulla volna, mint ahogy azt a 90-es évek végéig általában hitték, akkor a gyenge kölcsönhatásban keletkező elektron-, müon-, és tau-neutrínók kizárólag ugyanilyen gyenge kölcsönhatásban vennének részt a detektorban is. Annak a megfigyelése, hogy a neutrínók keltésekor és elnyelésekor eltérő generációs töltött leptonnal kerülhetnek kölcsönhatásba – tehát megváltozik az „ízük”, azaz hogy melyik generációhoz tartoznak –, azt jelenti, hogy nem lehetnek tömeg nélküliek.

Minden tömeggel rendelkező részecskének van egy nyugalmi rendszere. Egy balkezes neutrínót egy nála gyorsabban mozgó vonatkoztatási rendszerből „visszanézve” jobbkezesnek látunk. A kérdés az, hogy mik ezek a jobbkezes neutrínók. A kvantumtérelmélet CPT-tétele szerint, ha létezik  $\nu_L$  [ $\bar{\nu}_L$ ], akkor létezik ugyanolyan tömeggel  $\bar{\nu}_R$  [ $\nu_R$ ] is. Olyan fermionok esetén, amelyeknek tömegük és töltésük is van, mind a négy állapotnak léteznie kell. Ellenben a neutrínóknak nincs kísérletileg igazolt megmaradó töltése, így két lehetőség van: (1) a jobbkezes neutrínó lehet egy új részecske,  $\nu_R$ , és ekkor a neutrínók tömegét a Lagrange-sűrűségben az  $m \nu \bar{\nu}$  tag írja le; (2) a jobbkezes neutrínó lehet a balkezes antirészecskéje is, azaz  $\nu_R = \bar{\nu}_L$  (ez esetben szükségszerűen  $\nu_L = \bar{\nu}_R$ ) és ekkor a tömegtag  $m \nu \nu$ . Az első esetben Dirac-, a második esetben Majorana-tömegről és -neutrínókról beszélünk. A Majorana-tömeg sérti a leptonszámot, míg a Dirac-tömeg nem. Annak eldöntése, hogy melyik felelős a neutrínók tömegéért a neutrínófizika egyik legfontosabb nyitott kérdése, amivel – több mint 50 éve – Marx György Emlék-előadás” írott változata.

A 2009. május 28-án az Eötvös Loránd Fizikai Társulat és az ELTE Fizikai Intézet közös rendezésében elhangzott „Marx György Emlék-előadás” írott változata.

### DIE WECHSELWIRKUNG DER ELEMENTARTEILCHEN UND DIE ERHALTUNGSSATZ

Von  
G. MARX  
INSTITUT FÜR PHYSIK DER BUDAPESTER UNIVERSITÄT IN HUNGARIEN  
(Eingegangen 10. XII. 1952.)

Bei der Erklärung zahlreicher Gesetzmäßigkeiten, die bei den Umwandlungen der Elementarteilchen beobachtet werden, kommt das allgemeine Erhaltungsgesetz der Physik eine bedeutende Rolle zu. Das erste Gruppe der Erhaltungssätze (Energie-, Impuls-, Drehimpulssätze) weist dynamischen Charakter auf und ergibt sich aus dem Besessungsprinzip. Von diesem weicht der Erhaltungssatz der elektrischen Ladung ab, der aus Feldgleichungen, aus dem Maxwell-Gleichungen des elektromagnetischen Feldes abgeleitet werden kann. Doch diesen Satz wird A. B. die Beobachtung gegeben, dass die elektrischen Ladungen der (einander unumwandelbaren) geladenen Elementarteilchen im absoluten Wert gleich sind [1].

In letzter Zeit folgerte E. Fermi auf der Basis eines neuen Erhaltungsgesetzes, der dem Satz für die elektrische Ladung ähnlich ist [2, 3]. Danach gilt ein Erhaltungsgesetz auch für die  $\mu$ -Nukleonladung, welche die Stärke der zwischen den Nukleonen und dem Mesonen bestehenden Wechselwirkung bestimmt und von den Nukleonen getragen wird. Diese Satz erklärt die Stabilität der Nukleonen gegenüber einem Zerfall in Neutronen, keine  $\mu$ -Ladung bestehenden Teilchen und die analoge Gleichheit der zwischen den verschiedenen Nukleonen wirkenden Kernkräfte. A. J. Schiff [4] und J. B. Sellschick [5] erklärten mit diesem Satz den asymmetrischen Zerfall

$$P^+ \rightarrow P^+ + \pi^+, \quad P^0 \rightarrow P^+ + \pi^-$$

von schweren  $P^+$ -Teilchen. (Beim zweiten Prozess würde aus  $P^0$ , das die gleiche  $\mu$ -Ladung wie das Proton besitzt, ein Antiproton von der Ladung  $-\mu$  entstehen.) Genauso kann der von Gerschwilger [6] der elektrischen Ladung asymmetrische Zerfall des Neutrons

$$N^0 \rightarrow P^+ + \pi^-, \quad N^0 \rightarrow P^+ + \pi^0$$

erklärt werden.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Auf diesen Umstand wurde der Verfasser von G. Szassi aufmerksam gemacht, wobei auch hier die gute Durchsicht anerkannt ist.

56

e. 1042

Ausser den durch die elektrische Feld und das Mesonenfeld übertragen (auf den Feynman-Diagrammen in Abb. 1 und 2 dargestellten) Wechselwirkungen sind auch die beim  $\beta$ -Zerfall und bei ähnlichen Prozessen

Abb. 1                      Abb. 2

beobachteten, ausnahmslos zwischen Fermionen auftretenden Wechselwirkungen. Die charakteristischen Beispiele hierfür sind der Neutronenzerfall, der Zerfall des  $\mu$ -Mesons und der Bildung des  $\mu$ -Mesons in den Atomen (Abb. 3, 4 und 5). Der gemeinsame Zug dieser drei Vorgänge besteht

Abb. 3                      Abb. 4                      Abb. 5

darin, dass im Knotenpunkt des Feynman-Diagramms immer vier Fermionlinien zusammenreffen. Die Wechselwirkungsenergie hat in diesen Fällen (in Abhängigkeit von der Theorie des  $\beta$ -Zerfalls) die Gestalt:

$$H = F \cdot \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 \psi_1 \psi_2 \psi_3 \psi_4$$

gestoppter Linie beschriebte Elektron eine elektrische Ladung, in Abb. 2 nur das mit einer dicken Linie beschriebte Proton eine Nukleonladung). Der verschiedene Charakter der Fermionwechselwirkung kommt auch in seiner von der elektrischen Ladung abweichenden Dimension zum Ausdruck. Man kann sich vorstellen, dass auch die Fermionladung  $f$  mit einer gewissen Rahmengesetz verbunden ist. Diese ist aber  $f^2$  proportional (Abb. 7), also um

Abb. 7

viele Größenordnungen kleiner als die elektromagnetische Rahmengesetz des Elektrons. (Diese Frage würde im Zusammenhang mit der Rahmengesetz des Neutrons eine ausführlichere Untersuchung verdienen.)

Der die elektrische Ladung  $e$ , die Fermionladung  $f$  und die Nukleonladung  $\mu$  betreffende Erhaltungssatz gibt einen tieferen Sinn für die bei den Wechselwirkungskonstanten häufigen Erhaltungssätze. Die auf die Wechselwirkungskonstanten häufigen Erhaltungssätze dürften wahrscheinlich aus den Feldgleichungen abgeleitet werden können [6]. Bei der Abarbeitung einer gemeinsamen Theorie der Kernkräfte und des  $\beta$ -Zerfalls wird vielleicht ein Zusammenhang durch die Fortsetzung gegeben, dass die richtigen Feldgleichungen — ähnlich wie die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes — auch die entsprechenden Erhaltungssätze enthalten müssen.

DIE WECHSELWIRKUNG DER ELEMENTARTEILCHEN UND DIE ERHALTUNGSSATZ

57

Hier bedeuten die  $\psi_i$  die Zustandsfunktionen der Fermionen und  $\psi$  sowie  $\beta$  irgendeine Diracsche Matrix. Mehrere Verfasser [6] weisen darauf hin, dass die Wechselwirkungskonstante  $F$  bei den in Abb. 3, 4 und 5 dargestellten Prozessen insofern die empirischen und theoretischen Genauigkeitsgrenze von diesem Ansatz ist. Diese Übereinstimmung dürfte wahrscheinlich nicht zufällig sein [1].

Zur Erklärung dieser Übereinstimmung bietet sich folgende Möglichkeit: es sei angenommen, dass die durch die Dirac-Gleichung bestimmten Fermionen außer der elektrischen Ladung  $e$  und der Nukleonladung  $\mu$  auch eine  $\mu$ -Fermionladung  $f$  besitzen. (Die Fermionladung der entsprechenden Antiteilchen ist  $-f$ ). Die Wechselwirkungsenergie von vier Fermionen beträgt

$$H = \int (\psi_1 \gamma_1 \psi_2 + \psi_3 \gamma_3 \psi_4) \cdot (\psi_1 \gamma_1 \psi_2) \beta (\psi_3 \gamma_3 \psi_4) d\tau$$

es sei also  $F = f_1 f_2 f_3 f_4$ . Wenn man für die Fermionladung  $f$  einen

Abb. 6

ähnlichen Erhaltungssatz voraussetzt wie für die elektrische Ladung  $e$  und die Nukleonladung  $\mu$ , dann müssen die Ladungen  $f$  aller (einander unumwandelbaren) Fermionen gleich sein. Hieraus folgt die Übereinstimmung der Wechselwirkungskonstanten  $F$  der auf den Feynman-Diagrammen der Abb. 3, 4 und 5 dargestellten Vorgänge. Der Wert der für jedes Fermion gemeinamen selektierten  $f$ -Ladung lautet bei Erklärung

$$f = \sqrt{2,5 \cdot 10^{-25} \cdot 10^{-10} \text{ cm}^3 \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{sec}^{-2}}$$

A. Pais [7] weist bereits darauf hin, dass wenn man zwischen dem  $P^+$ -Teilchen und dem  $\mu$ -Meson eine Fermionwechselwirkung annimmt, die durch die elektrische Wechselwirkungskonstante  $F$  gekennzeichnet ist, wie die obigen Prozesse, auch der Zerfall des  $\mu$ -Mesons zum  $\mu$ -Meson als indirekter Vorgang behandelt werden kann (Abb. 6).

Die hier besprochenen Fermionwechselwirkungen, die im Feynman-Diagramm als Vierknotenpunkte in Erscheinung treten, unterscheiden sich insofern von den elektromagnetischen bzw. den als Kernkräfte erscheinenden Wechselwirkungen, als hier sämtliche aus dem Knotenpunkt austretenden Teilchen über eine Fermionladung verfügen. (In Abb. 1, lassen nur die mit voll aus-

DIE WECHSELWIRKUNG DER ELEMENTARTEILCHEN UND DIE ERHALTUNGSSATZ

58

e. 1043

gestoppter Linie beschriebte Elektron eine elektrische Ladung, in Abb. 2 nur das mit einer dicken Linie beschriebte Proton eine Nukleonladung). Der verschiedene Charakter der Fermionwechselwirkung kommt auch in seiner von der elektrischen Ladung abweichenden Dimension zum Ausdruck. Man kann sich vorstellen, dass auch die Fermionladung  $f$  mit einer gewissen Rahmengesetz verbunden ist. Diese ist aber  $f^2$  proportional (Abb. 7), also um

Abb. 7

viele Größenordnungen kleiner als die elektromagnetische Rahmengesetz des Elektrons. (Diese Frage würde im Zusammenhang mit der Rahmengesetz des Neutrons eine ausführlichere Untersuchung verdienen.)

Der die elektrische Ladung  $e$ , die Fermionladung  $f$  und die Nukleonladung  $\mu$  betreffende Erhaltungssatz gibt einen tieferen Sinn für die bei den Wechselwirkungskonstanten häufigen Erhaltungssätze. Die auf die Wechselwirkungskonstanten häufigen Erhaltungssätze dürften wahrscheinlich aus den Feldgleichungen abgeleitet werden können [6]. Bei der Abarbeitung einer gemeinsamen Theorie der Kernkräfte und des  $\beta$ -Zerfalls wird vielleicht ein Zusammenhang durch die Fortsetzung gegeben, dass die richtigen Feldgleichungen — ähnlich wie die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes — auch die entsprechenden Erhaltungssätze enthalten müssen.

LITERATUR

1. E. Fermi: Elementary Particles, 1951.
2. E. Fermi: Proc. Amer. Phys. Soc., 40, 121, 1946.
3. E. Fermi: Proc. Nat. Acad. Sci., 38, 245, 1952.
4. J. Schiff: Phys. Rev., 86, 714, 1952.
5. S. E. Sellschick: Zhurnal Atomnoj Energ. 36, 201, 1952.
6. S. E. Sellschick: Zhurnal Atomnoj Energ. 36, 201, 1952.
7. A. Pais: Phys. Rev., 86, 101, 1952.
8. F. J. Ypsilanti: Nature, 70, 481, 1952.

1. E. Fermi: Elementary Particles, 1951.

2. E. Fermi: Proc. Amer. Phys. Soc., 40, 121, 1946.

3. E. Fermi: Proc. Nat. Acad. Sci., 38, 245, 1952.

4. J. Schiff: Phys. Rev., 86, 714, 1952.

5. S. E. Sellschick: Zhurnal Atomnoj Energ. 36, 201, 1952.

6. S. E. Sellschick: Zhurnal Atomnoj Energ. 36, 201, 1952.

7. A. Pais: Phys. Rev., 86, 101, 1952.

8. F. J. Ypsilanti: Nature, 70, 481, 1952.

Ha egyszer tudjuk, hogy a neutrínóknak tömegük van, akkor a gyenge kölcsönhatási íz-sajátállapotokat,  $\nu_\alpha$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ), és a tömeg-sajátállapotokat,  $\nu_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), egy  $3 \times 3$ -as unitér mátrix köti össze,

$$|\nu_i\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha i} |\nu_{\alpha}\rangle.$$

Az íz-sajátállapotokkal egyszerű a gyenge kölcsönhatás leírása, míg a tömeg-sajátállapotok azok, amelyekhez szabad-részecske kép társítható, és jól meghatározott időfüggésük van,

$$|\nu_i(t)\rangle = |\nu_i(0)\rangle e^{-iE_i t}.$$

Minden kísérletben a neutrínók kibocsátása és elnyelése gyenge kölcsönhatással történik, és annak a valószínűsége, hogy egy kezdeti  $\alpha$  íz-sajátállapotú,  $E$  energiájú neutrínót  $l$  távolságban  $\beta$  íz-sajátállapotban érzékelünk (a CP-sértőt tagot elhanyagolva),

$$P_{\alpha\beta} = |\langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(t) \rangle|^2 = \left| \sum_{i,j=1}^n U_{\alpha i} U_{\beta j} \langle \nu_j(0) | \nu_i(t) \rangle \right|^2 = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{Re} \left[ U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \right] \sin^2 \left( \frac{m_i^2 - m_j^2}{4E} l \right).$$

Hasonlóan a kvarkok keveredéséhez, ha két generáció dominál, akkor azok keveredése egy szöggel írható le, és az oszcilláció valószínűsége

$$P_{\text{oszc}} = \sin^2(2\theta) \sin^2 \left( 1,27 \frac{\delta m^2}{\text{eV}^2} \frac{l}{\text{km}} \frac{\text{GeV}}{E} \right), \quad (3)$$

ahol  $\delta m^2 = m_1^2 - m_2^2$ . Ilyen mérésekből próbálják rekonstruálni a keveredési szögeket és a tömegnégyzetek különbségeit.

A Napban és a Föld atmoszférájában keltett neutrínók vizsgálatával eddig két keveredési szöveget sikerült megmérni, amelyeket rendre  $\theta_{12}$ -vel és  $\theta_{23}$ -mal jelölnék. Mivel a két tömegnégyzet-különbség nagyon eltérő,  $\delta m_{12}^2 \ll \delta m_{23}^2$ , így (3) jó közelítéssel érvényes. Az atmoszférikus neutrínók mérésénél azt találták, hogy a felfelé haladó (Föld túoldalán keltett) müon-neutrínók fele eltűnik, míg a lefelé haladó neutrínók száma konzisztens a várakozásokkal. A Napból jövő neutrínók oszcillációját atomreaktorokban keltett neutrínókkal is ellenőrizték Japánban, a KamLAND kísérlet eredményét mutatja a 2. ábra [4]. Ez eddig az egyetlen mérés, amelyben látható az elektron-neutrínók túlélési valószínűségének többszöri fel-le változása. Az eddigi ismereteink tehát [5]:

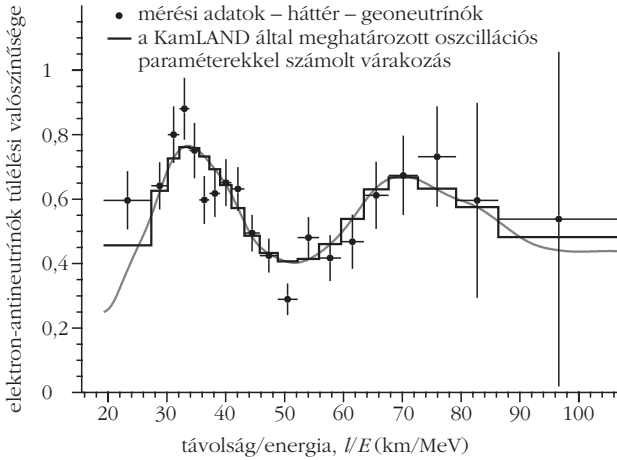
$$\begin{aligned} \delta m_{12}^2 &= (7,6 \pm 0,2) \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \\ \sin^2(2\theta_{12}) &= 0,87 \pm 0,03, \\ \delta m_{23}^2 &= (2,43 \pm 0,13) \times 10^{-3} \text{ eV}^2, \\ \sin^2(2\theta_{23}) &> 0,92 \text{ (90\% CL)}. \end{aligned} \quad (4)$$

1. ábra. Marx György Acta Physica Hungaricában megjelent cikke elsőként tárgyalta a leptontöltés megmaradásának kérdését.

A Majorana-tömeg bizonyos értelemben a standard modell legegyszerűbb kiterjesztése. Egyetlen 5-ös tömegdimenziójú mértékinvariáns operátor alkotható standard modell terekből,

$$\mathcal{L}_{\text{dim-5}} = \frac{1}{\Lambda} (L\phi)(L\phi), \quad (1)$$

ahol  $L$  a balkezes SU(2) lepton-dubletteket,  $\phi$  pedig a skalár Higgs-dubletteket jelöli. Elektrogyenge szimmetriasértés után  $m\nu\nu$  alakú tagot kapunk, ahol  $m = \mathcal{O}(v^2/\Lambda)$ ,  $v$  a Higgs-vákuum várható értéke,  $\Lambda$  pedig egy magas energiaskála. Ezt hívják „see-saw” mechanizmusnak, ami egy lehetséges magyarázat a neutrínók pici tömegére. Az (1) tagot nem generálhatják standard modell effektusok, mert az elektron-, müon-, és tau-szám a standard modell külön-külön megmaradó szimmetriái, amit ez a tag sért. Nemperturbatív effektusok sem okozhatnak ilyen járulékot, ugyanis a barion- mínusz leptonszám,  $B-L$ , a standard modell egy anomália-mentes szimmetriája, amit (1) úgyszintén sért. Így  $\Lambda$  feltehetően egy magasabb energiás ismeretlen fizikával összefüggő skála. A modern szemlélet szerint a standard modell egy alacsony energiás effektív elmélet, amiben a nagyenergiás, még ismeretlen fizika ilyen magasabb dimenziós tagokon keresztül adhat járulékot. Ilyen értelemben nem lenne meglepő, ha a neutrínóknak Majorana-tömegük lenne.



2. ábra. Az elektron-antineutrínók intenzitásának az oszcilláció nélküli várakozáshoz mért aránya a forrástól mért távolságnak az energiával átskálázott értéke ( $L/E$ ) függvényében [4]. A folytonos görbe a  $\theta_{12}$  és  $\delta m^2_{12}$  oszcillációs paraméterek illesztésének eredménye.

Ezen túl a WMAP kozmológiai méréseiből tudjuk, hogy  $\sum m_i \leq 1$  eV. De számos kérdésre nem tudjuk a választ: (i) mekkora a neutrínók abszolút tömege? (ii) a két könnyebb vagy a két nehezebb állapot között van-e kisebb tömegkülönbség? (iii) mekkora a jelenleg még ismeretlen harmadik keveredési szög,  $\theta_{13}$ ? (iv) mekkora a CP-sértés a neutrínók keveredésében? (v) és a legfontosabb, hogy a neutrínók Dirac- vagy Majorana-részecskék? Jó esély van arra, hogy a következő 10–20 évben e kérdések jelentős része kísérletileg megválaszolható lesz.

## A GSI kísérlet

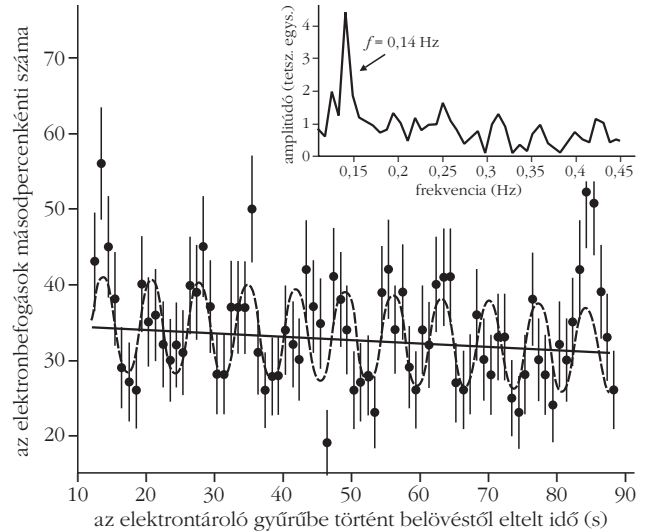
A közelmúltban a GSI-ben (Gesellschaft für Schwerionenforschung, Darmstadt), egy nehézion tárológyűrűben,  $^{140}\text{Pr}$  és  $^{142}\text{Pm}$  ionok K-héjról történő elektronbefogásának időfüggését tanulmányozták. A kísérletben a várt exponenciális időfüggéstől, a 3. ábrán látható, szinuszosan oszcilláló eltérést találtak [6]. Bár ezen  $(Z, N) + e^- \rightarrow (Z-1, N) + \nu_e$  folyamat során keltett neutrínó nem detektált, a megfigyelt körülbelül 7 másodperces modulációt neutrínóoszcillációval magyarázták [7–9], míg mások szerint ez lehetetlen [10–13]. Az elképzelés az, hogy

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\delta m^2}{2\gamma M},$$

ahol  $\gamma$  a Lorenz-boost,  $M$  pedig az ion tömege. Ez a következő eredményt adja:

$$\delta m^2_{12} = (2,22 \pm 0,03) \times 10^{-4} \text{ eV}^2. \quad (5)$$

Érdekes módon ez az érték nagyságrendileg egyezik a nap-neutrínók méréséből kapott  $\delta m^2_{12}$  értékkel (4), bár annak majdnem háromszorosa. A GSI mérési eredménye statisztikusan szignifikáns, ráadásul előzetes adatok szerint  $^{122}\text{I}$  elektronbefogásában ~6 másod-



3. ábra. A GSI-ben mért [6]  $^{140}_{59}\text{Pr}^{58+} \rightarrow ^{140}_{58}\text{Ce}^{58+}$  elektronbefogási reakció bekövetkezésének időegységre jutó száma periodikusan változik a nyaláb keringése során. A folytonos görbe az adatok moduláció nélküli, a szaggatott a modulált illesztést adja. Az inzert az adatok időbeli gyors Fourier-transzformált spektruma látható, amely egyértelműen 0,14 Hz frekvenciájú jelet ad laboratóriumi rendszerben.

perces oszcillációt mértek, ami konzisztens a várt  $1/M$ -es iontömegtől való függéssel.

Ugyanakkor az eredmény kísérletileg sem ellentmondásmentes. Berkeley-ben előállítottak  $^{142}\text{Pm}$  atomot  $^{124}\text{Sn}$ -nak  $^{23}\text{Na}^{5+}$ -mal való (a 7 másodperces periódushoz képest) rövid ideig tartó bombázásával. A  $^{142}\text{Pm}$  elektronbefogását vizsgálva, a GSI mérésnél sokkal kisebb eltérést sem találtak az exponenciális időfüggéstől [14]. A két kísérlet csak akkor konzisztens, ha az effektus szempontjából valamilyen módon lényeges szerepet játszhat a GSI tárológyűrűjében a mágneses tér, vagy az, hogy a GSI-ben szabad részecskéként és nem egy szilárd anyagban van jelen az atom.

## Neutrínóoszcilláció és kvantum-összefonódás

Mint említettük, az irodalomban a gyenge bomlásokban keletkező neutrínókat általában a különböző értékű tömegek sajátállapotainak szuperpozíciójaként írják le. Az egyszerűség kedvéért korlátozzuk a tárgyalást két részecskecsaládra. Ekkor

$$|\nu_e\rangle = \cos\theta |\nu_H\rangle + \sin\theta |\nu_L\rangle,$$

ahol a  $H$  és  $L$  indexek a nehezebb és könnyebb tömeg-sajátállapotra utalnak. Ezen állapot időfüggése

$$|\nu_e(t)\rangle = \cos\theta |\nu_H\rangle e^{-iE_H t} + \sin\theta |\nu_L\rangle e^{-iE_L t}.$$

Az évtizedek során az oszcillációt eredményező fáziskülönbséget hol úgy vezették le, hogy a neutrínóknak egyforma momentumot, hol pedig úgy, hogy egyforma energiát tulajdonítottak. Mivel a neutrínók minden kísérletben relativisztikusak,

$$\begin{aligned}
E_H - E_L &= \sqrt{p^2 + m_H^2} - \sqrt{p^2 + m_L^2} = \\
&= \frac{m_H^2 - m_L^2}{2p} \equiv \frac{\delta m^2}{2p}, \\
p_H - p_L &= \sqrt{E^2 - m_H^2} - \sqrt{E^2 - m_L^2} = \\
&= \frac{m_L^2 - m_H^2}{2E} = -\frac{\delta m^2}{2E},
\end{aligned} \tag{6}$$

és mindkét feltételezés ugyanazt az eredményt adja a fáziskülönbségre,

$$\begin{aligned}
\delta(q \cdot x) &= \delta(Et - p^i x^i) = \\
&= \frac{\delta m^2 t}{2p} \approx \frac{\delta m^2 t}{2E} \approx \frac{\delta m^2 l}{2E},
\end{aligned} \tag{7}$$

ahol  $t$  a neutrínók keltése és detektálása közti idő,  $l$  pedig ezen események távolsága. Bár relativisztikus neutrínók esetén nincs numerikus különbség, a kvantummechanikából egyértelműen következnie kell, hogy melyik tárgyalás a helyes.

Tekintsük a  $N \rightarrow n\nu_e$  folyamatot, ami jelölheti az eddig tárgyalt elektronbefogást, vagy akár a szokásos  $\beta$ -bomlást, amikor  $n$  egy kétrészecske-rendszer. Mi a neutrínó kvantumállapota? Nem lehet a korábban felírt  $|\nu_e\rangle = \cos\theta |\nu_H\rangle + \sin\theta |\nu_L\rangle$ , hiszen akkor az impulzus és az energia megmaradása közül legalább az egyik sérül. Ez csak akkor elkerülhető, ha a különböző tömeg-sajátállapotokra való bomlásokat független csatornáknak tekintjük,<sup>1</sup> és a hullámfüggvényt az alábbi módon írjuk fel [15]:

$$\begin{aligned}
|\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[ \int D_2(k_L, q_L) \cos\theta |n(k_L) \nu_L(q_L)\rangle + \right. \\
&\quad \left. + \int D_2(k_H, q_H) \sin\theta |n(k_H) \nu_H(q_H)\rangle \right],
\end{aligned} \tag{8}$$

ahol  $\mathcal{N}$  egy (irreleváns) normalizációs konstans,

$$D_2(k, q) = \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2E_k} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2E_q} (2\pi)^4 \delta^4(P - k - q) \tag{9}$$

a szokásos két-részecske fázistér,

$$E_p \equiv \sqrt{p^2 + m^2}$$

a megfelelő tömeggel számolva, és  $P$  az  $N$  részecske momentuma. Az így felírt  $|\psi\rangle$  az energia és momentum sajátállapota. Az eltérő neutrínó tömeg-sajátállapotoknak pedig automatikusan különböző a momentuma és az energiája. (Szokatlan lehet, hogy a fázistér az amplitúdóban és nem annak négyzetében, a folyamat valószínűségében szerepel, de ezt a kifejezést négyzetre emelve úgyszintén a szokásos eredményt kapjuk.)

<sup>1</sup> Ebben semmi különös nem kellene legyen, hiszen a kvarkok esetén mindig a tömeg-sajátállapotokról beszélünk (az íz-sajátállapotoknak nevük sincs). Például a  $D \rightarrow K\pi$  és  $D \rightarrow \pi\pi$  bomlások a gyenge kölcsönhatás szempontjából akár azonosnak is tekinthetők, de evidens, hogy a kétféle végállapotban a részecskéknek eltérő energiája és momentuma van.

Hogyan kapunk az így felírt állapotból neutrínó-oszcillációt? A legtöbb kísérletben a neutrínókat a gyenge kölcsönhatásukkal keltett töltött leptonok révén detektálják. Mivel a neutrínó összefonódott más (nem detektált) részecskével vagy részecskékkel [16], fel kell írjunk a sűrűségmátrixot és összegeznünk kell a nem detektált szabadsági fokokra [15]:

$$\begin{aligned}
\rho_\nu &= \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}}} \left[ \int D_2(k_L, q_L) D_2(\tilde{k}_L, \tilde{q}_L) \cos^2\theta \right. \\
&\quad \langle n(k_L) | n(\tilde{k}_L) \rangle | \nu_L(q_L) \rangle \langle \nu_L(\tilde{q}_L) | \\
&\quad + \int D_2(k_L, q_L) D_2(\tilde{k}_H, \tilde{q}_H) \cos\theta \sin\theta \\
&\quad \langle n(k_L) | n(\tilde{k}_H) \rangle | \nu_L(q_L) \rangle \langle \nu_H(\tilde{q}_H) | + \text{h.c.} \\
&\quad + \int D_2(k_H, q_H) D_2(\tilde{k}_H, \tilde{q}_H) \sin^2\theta \\
&\quad \left. \langle n(k_H) | n(\tilde{k}_H) \rangle | \nu_H(q_H) \rangle \langle \nu_H(\tilde{q}_H) | \right]
\end{aligned} \tag{10}$$

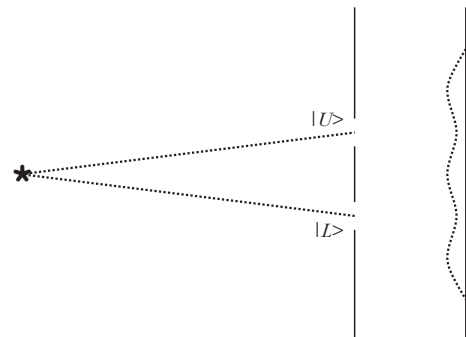
Neutrínóoszcillációt a második tagban levő nem-diagonális  $|\nu_L\rangle \langle \nu_H|$  operátor adhat. Ellenben ez a tag zérus, ugyanis

$$\langle n(k_L) | n(\tilde{k}_H) \rangle = (2\pi)^3 2E_{k_L} \delta^3(\mathbf{k}_L - \tilde{\mathbf{k}}_H). \tag{11}$$

Momentummegmaradás miatt  $k_L - \tilde{k}_H = \tilde{q}_H - q_L$ , és ez a különbség nem lehet nulla, mert a  $\nu_H$  és  $\nu_L$  tömege eltérő. Első ránézésre meglepő lehet ez az eredmény, az oszcilláció hiánya, azonban ezt kellett kapnunk, hiszen ha meg tudnánk mérni az  $n$  részecske (vagy részecskék) momentumát tetszőlegesen pontosan, akkor meg tudnánk határozni, hogy a bomlásban  $\nu_H$  vagy  $\nu_L$  keletkezett [17]. Megállapíthatjuk, hogy ha egy momentum-sajátállapotban levő kezdeti állapot bomlási termékei további kölcsönhatás nélkül propagálnak, akkor a neutrínó nem oszcillálhat [15].

Hogy megértsük miért oszcillálhatnak mégis a neutrínók, érdemes egy gondolat-kísérlet erejéig egy kis kitérőt tenni. Tekintsünk egy „szokásos” kettős lyuk interferenciakísérletet, ahol egy kis intenzitású forrásból (egy időben csak egy részecske van a berendezésben) fotonok két lyukon át érhetnek el egy ernyőt (4. ábra). Ha az ernyőn kellően jó felbontású detektort használunk, és pontosan megmérjük a két lyukat tartalmazó anyag „visszalökődését”, akkor elvben meghatá-

4. ábra. Kettős lyuk kísérlet sematikus elrendezése.







5. ábra. A GSI kísérlethez kapcsolódó amplitúdó négyzetét ábrázoló Feynman-diagram.

rozhatjuk, hogy egy foton melyik lyukon ment keresztül. Ebben az elrendezésben összefonódik a két lyukat tartalmazó anyag momentuma a foton állapotával. Hogyan kapunk mégis interferenciaképet? Kell-e valamit tennünk, hogy eltöröljük ezt a kvantum-összefonódást? Ha a momentum megmérése semmilyen információt nem tartalmaz, akkor nem lehet szerepe a kvantum-összefonódásnak. Márpedig a kísérlet térbeli lokalizációja a határozatlansági elv alapján sokkal nagyobb momentumbizonytalanságot eredményez, mint annak mérésnek a pontossága, ami ahhoz kellene, hogy meghatározhatassuk melyik lyukon haladt át a foton. Mindez azt demonstrálja, hogy egy kísérlet részleteitől függően folytonos átmenet lehetséges a klasszikus Einstein–Podolsky–Rosen (EPR) paradoxonbeli kvantum-összefonódás és az összefonódás teljes hiánya közt. Neutrínó-oszcilláció esetén is egy folytonos változó (a neutrínó momentuma) fonódik össze egy diszkrét változóval (melyik tömeg-sajátállapotban van a neutrínó).

Tehát ahhoz, hogy neutrínóoszcilláció fellépésén, valamilyen fizikai effektus (11) megsértését kell eredményeznie. Például az atmoszférában keltett neutrínók döntően pion és müon bomlásból származnak, és a  $v_H$  és a  $v_L$  momentumának különbsége,

$$q_L - \tilde{q}_H \sim \frac{\delta m^2}{m_{\pi,\mu}} \sim 10^{-12} \text{ eV},$$

sokkal kisebb mint  $\Gamma_\pi \sim 3 \times 10^{-8} \text{ eV}$  vagy  $\Gamma_\mu \sim 3 \times 10^{-10} \text{ eV}$ . Emiatt  $\langle n(\vec{k}_L) | n(\vec{k}_H) \rangle \neq 0$ , és (10) középső sora nem nulla. Ugyanezt eredményezi, ha a neutrínót keltő elbomló állapot egy szűk intervallumban levő momentum-sajátállapotok szuperpozíciója, vagy ha a forrás lokalizált valamelyest; ha megtudható (elvben) a neutrínó keltésének helye bizonyos pontossággal, akkor az összefonódás szerepe elhanyagolható ( $2 \text{ km} \sim 10^{-12} \text{ eV}$ ). Ilyen effektusok miatt tekinthetjük a neutrínó állapotát egyszerűen  $|v_H\rangle$  és  $|v_L\rangle$  szuperpozíciójának.

Más kísérletekkel szemben, a GSI méréseiben [6] a neutrínó nem detektált, és az elbomló atom bomlási valószínűségében figyeltek meg időbeli oszcillációt. E folyamat amplitúdójának négyzetét sematikusan mutatja az 5. ábra. A végállapotban levő neutrínót a szaggatott vonal ábrázolja, amihez az elvágott propagátor tartozik,  $\delta(q^2 - m_i^2) \theta(q^0)$ . A teljes amplitúdó négyzetét a neutrínó tömeg-sajátállapotok járulékaiknak összege adja meg. Az eddigi érvelésünkből következik, hogy bármely kísérlet, amely nem detektálja a neutrínót, nem figyelhet meg interferenciát a különböző tömeg-sajátállapotok között [15]. Ekkor a sűrűségmátrixban a neutrínóállapotokra kell összegezni, és nem kaphatunk oszcillációt adó nem-diagonális tagot, mert az eltérő tömegű neutrínóállapotok a mo-

mentumuktól függetlenül ortogonálisak. Emiatt a bomlási szélesség egyszerűen  $\Gamma(N \rightarrow n\nu_H) + \Gamma(N \rightarrow n\nu_L)$ , és ezáltal a mérési eredményeket nem lehet neutrínó-oszcillációval megmagyarázni.

## Összefoglalás

A gyenge bomlásokban keltett neutrínókat az irodalomban általában egyszerűen íz-sajátállapotoknak tekintik, amelyek a különböző tömeg-sajátállapotok szuperpozíciói. Egy ilyen leírás nem lehet teljes, ugyanis ez a szuperpozíció nem lehet egyszerre sajátállapota az energia- és momentumoperátornak. Mindez az azonos energia vagy azonos momentum tárgyalás ellentmondásaihoz, az idő-energia határozatlanság nem megfelelő alkalmazásához és egyéb problémákhoz vezetett.

Megállapítottuk, hogy valójában a neutrínó összefonódott kvantumállapotban van a bomlásban keletkezett másik részecskével vagy részecskékkel. Így a neutrínó-oszcillációkat meg lehet érteni a szokásos kvantumterelméleti tárgyalással. Analízisünk a neutrínóoszcillációk mellett semleges mezonokra is érvényes, és az ismert eredményeket reprodukálja. Tárgyalásunkból következik, hogy a GSI eredményeit nem lehet a neutrínó tömeg-sajátállapotok oszcillációjaként értelmezni.

## Irodalom

1. B. Pontecorvo: Neutrino experiments and the question of leptonic-charge conservation. *Sov. Phys. JETP* 26 (1968) 984 [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 53 (1967) 1717].
2. V. N. Gribov, B. Pontecorvo: Neutrino astronomy and lepton charge. *Phys. Lett. B* 28 (1969) 493.
3. G. Marx, *Z. f. Naturforschung* 211 (1954) 22; *Acta. Phys. Hung.* 3 (1953) 55.
4. S. Abe et al. [KamLAND Collaboration]: Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with KamLAND. *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008) 221803 [arXiv:0801.4589].
5. C. Amster et al. [Particle Data Group], *Phys. Lett. B* 667 (2008) 1; és 2009 részleges változtatás 2010-es kiadáshoz.
6. Yu. A. Litvinov et al.: Observation of Non-Exponential Orbital Electron Capture Decays of Hydrogen-Like  $^{140}\text{Pr}$  and  $^{142}\text{Pm}$  Ions. *Phys. Lett. B* 664 (2008) 162 [arXiv:0801.2079].
7. H. J. Lipkin: New method for studying neutrino mixing and mass differences. arXiv:0801.1465; H. J. Lipkin: The GSI method for studying neutrino mass differences – For Pedestrians. arXiv:0805.0435.
8. A. N. Ivanov, R. Reda, P. Kienle: On the time-modulation of the K-shell electron capture decay of H-like  $^{140}\text{Pr}^{38+}$  ions produced by neutrino-flavour mixing. arXiv:0801.2121.
9. H. Kleinert, P. Kienle: Neutrino-Pulsating Vacuum and Neutrino Mass Difference. arXiv:0803.2938.
10. C. Giunti: Comment on the Neutrino-Mixing Interpretation of the GSI Time Anomaly. arXiv:0801.4639.
11. M. Peshkin: Comment on 'New method for studying neutrino mixing and mass differences'. arXiv:0804.4891.
12. H. Kleinert, J. Kopp, M. Lindner, A. Merle: The GSI anomaly. *J. Phys. Conf. Ser.* 136 (2008) 022049 [arXiv:0808.2389].
13. A. Gal: Neutrinos do not oscillate yet at GSI. arXiv:0809.1213.
14. P. A. Vetter et al.: Search for Oscillation of the Electron-Capture Decay Probability of  $^{142}\text{Pm}$ . *Phys. Lett. B* 670 (2008) 196 [arXiv:0807.0649].
15. A. G. Cohen, S. L. Glashow, Z. Ligeti: Disentangling Neutrino Oscillations. *Phys. Lett. B* 678 (2009) 191 [arXiv:0810.4602].
16. M. Nauenberg: Correlated wave packet treatment of neutrino and neutral meson oscillations. *Phys. Lett. B* 447 (1999) 23 [Erratum-ibid. B 452 (1999) 434] [hep-ph/9812441].
17. B. Kayser: On The Quantum Mechanics Of Neutrino Oscillation. *Phys. Rev. D* 24 (1981) 110.

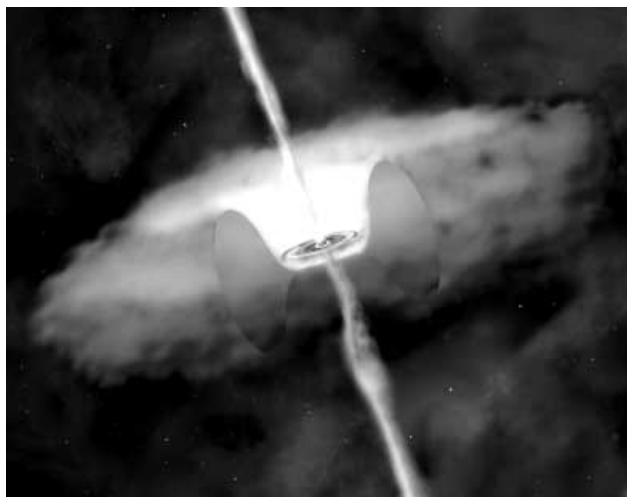
# KVAZÁROK GYORS FÉNYESSÉGVÁLTOZÁSAI RÁDIÓTARTOMÁNYBAN

Gabányi Krisztina Éva  
MTA–BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport

Aktív galaxismagoknak (*active galactic nuclei*, AGN) nevezzük az olyan galaxisok kompakt, központi magját, amelyek különösen nagy mennyiségű energiát bocsátanak ki. A legfényesebbek luminozitása akár egy ezres faktorialis meghaladhatja a „normális” galaxisokét. Az aktív galaxismag általában túlragyogja a galaxis csillagokból álló részét, így az sokszor könnyen meg sem figyelhető. Az első aktív galaxismagokat mint nagyon erős rádiósugárzó, de optikai tartományban csillagszerűen kompakt égitesteket fedezték fel. Innen származik a kvazár elnevezés, amely az angol *quasi-stellar radio source* (csillagszerű rádióforrás) kifejezés rövidítéséből ered. Később kiderült, hogy az aktív galaxismagok nemcsak a rádióhullámhosszokon, hanem az elektromágneses színek más tartományaiban is fényesen sugárzó objektumok. Sőt, ma már jóval több, a rádiótartományban kifejezetten halvány aktív galaxismagot ismerünk, amelyek sokkal erőteljesebben sugároznak más hullámhossztartományokban. A kvazár elnevezés viszont rögződött, és ma már nemcsak a főként rádiófrekvencián sugárzó aktív galaxismagokra használatos.

Az aktív galaxismagok központi energiaforrása egy szupernagy tömegű fekete lyuk ( $10^6$ – $10^9$  naptömeggel), amely környezetéből anyagot fog be. Az anyagbefogási korongra merőlegesen nagyenergiájú anyagkilövellések (*jetek*) indulnak ki (1. ábra). A jetek pontos keletkezése még nem teljesen ismert, de az biztos, hogy a kialakulásukban és fenntartásukban nagy szerepet játszik a mágneses tér. Az akkréciós korong síkjában helyezkedik el egy portórusz. Szigorúan véve

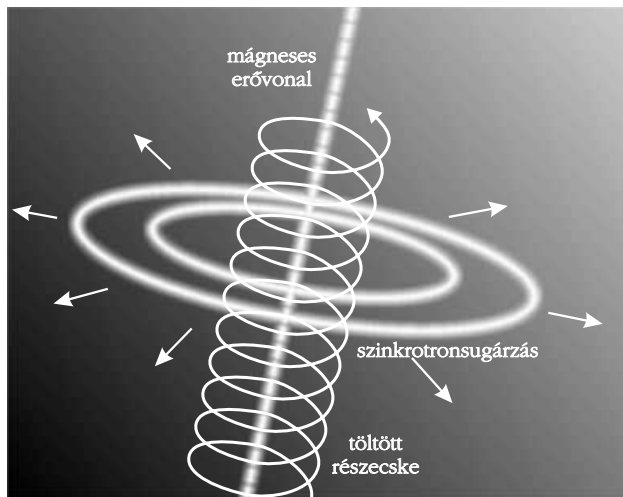
1. ábra. Illusztráció az aktív galaxismagok egyesített modelljéhez. A képen látható az anyagbefogási korong körül az árnyékoló portórusz és a korongra merőleges anyagkilövellések (jetek) is.



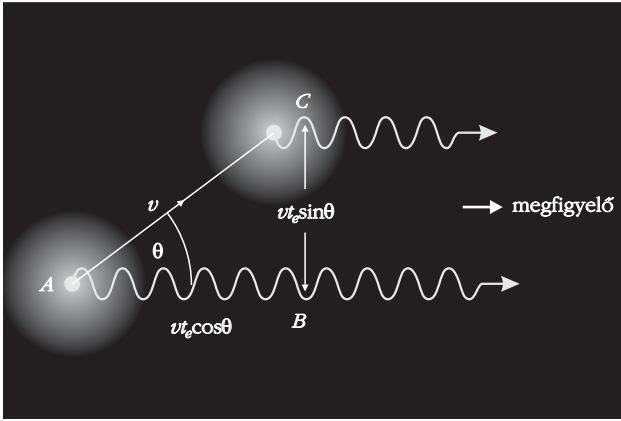
ennek pontos formája ismeretlen, de a tórusz az eddigi megfigyelések alapján jó közelítésnek tűnik. Ez alatt és felett különböző felhők találhatók, amelyeket az optikai színekvonalai alapján a széles és keskeny vonalas területre osztanak (*broad line region*, BLR, és *narrow line region*, NLR). A színekben megjelenő vagy hiányzó tiltott átmenetekhez tartozó vonalokból a felhő sűrűségére, a vonalak szélességéből pedig a felhők sebességére következtethetünk. Eszerint a BLR felhők gyorsan mozgó, sűrű, míg az NLR felhők lassabb, ritkább objektumok. A nagyobb sebességű BLR helyezkedik el közelebb a központi fekete lyukhoz, míg az NLR távolabb található. Az árnyékoló anyag erősen anizotrop térbeli eloszlásának hatására a más-más látóirányból megfigyelt aktív galaxismagok nagyon különböző képet mutatnak és számos elnevezést kaptak: széles vonalas, vagy keskeny vonalas rádiógalaxisok, kvazárok, blazárok stb. Ezen kívül azonban a legfontosabb besorolási szempont az objektum fényessége rádiótartományban: megkülönböztetünk erősen rádiósugárzó, úgynevezett rádió-hangos és rádió-halk kvazárokat. Ez utóbbiakból nem indulnak ki hosszú, kollimált jetek. A továbbiakban csak rádió-hangos kvazárokról lesz szó.

A jeteknél a megfigyelések alapján feltételezett főbb sugárzási folyamatok a szinkrotronsugárzás és az inverz Compton-sugárzás. Előbbit relativisztikus sebességgel a mágneses erővonalak körül spirálvonalban mozgó töltött részecskék (jeteknél általában elektront vagy pozitront tételeznek fel) bocsátják ki (2. ábra). Az utóbbi akkor jelentkezik, amikor egy nagyenergiájú elektron kölcsönhatásba lép egy fotonnal, energiát adva át neki. Ezen két folyamat együttesen alakítja ki a fotoneloszlást. Elméleti számítások alapján [9] a fényesség nem haladhat meg egy bizo-

2. ábra. Illusztráció a szinkrotronsugárzáshoz.







3. ábra. Illusztráció a fénysebességet meghaladó látszólagos sebességek magyarázatához.

nyos határértéket. Ez az intenzitásérték fényességi hőmérsékletben kifejezve  $T_b \approx 10^{11} - 10^{12}$  K.

A fényességi hőmérséklet azt adja meg, mennyi lenne egy feketetest hőmérséklete, ha a megfigyelt intenzitású sugárzást bocsátaná ki az adott hullámhosszon. A tökéletes feketetest sugárzását a Planck-törvény írja le:

$$I(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

ahol  $c$  a fénysebesség,  $h$  a Planck-,  $k$  a Boltzmann-állandó,  $T$  a hőmérséklet,  $\nu$  pedig a frekvencia. Rádiótartományban, amikor  $h\nu \ll kT$ , a Planck-törvényt közelíteni lehet a Rayleigh-Jeans-formulával:

$$I(\nu) = \frac{2\nu^2 k T}{c^2}.$$

A képletben megjelenő  $T$  a már említett fényességi hőmérséklet:

$$T_b = \frac{I(\nu) c^2}{2\nu^2 k}.$$

Tökéletes feketetest esetén ez ténylegesen az adott test hőmérsékletét adja meg. A kvazárok azonban korántsem tekinthetők feketetestnek, mi több, sugárzásuk sem termális. A fényességi hőmérsékletük tehát nem hőmérsékletet fejez ki, hanem az adott hullámhosszon érvényes intenzitás értékét adja meg.

Gyakran megfigyelünk az elméleti határértéket meghaladó fényességű kvazárokat. Ezt a jelenséget általában a relativisztikus nyalábolással lehet magyarázni. A jet olyan kis szögben látszik, hogy a relativisztikus sebességek és a speciális relativitáselmélet által leírt vetítési effektusok valamint az idődilatació miatt a megfigyelt fényességértékek és sebességek a valósnál nagyobbaknak látszanak. Ez a magyarázata a fénysebességet látszólag meghaladó sebességekkel mozgó (szuperlumináris) jetkomponenseknek is. Ez gyakori jelenség kvazároknál. A vetítési jelenség lényegét a 3. ábra foglalja össze. A sugárzó komponens  $A$  pontból  $C$  pont felé halad  $v$  sebességgel. Az  $A$  pont-

ban  $t = 0$  időpillanatban és a  $C$  pontban  $t = t_e$  pillanatban is fotont bocsát ki. Ezeket a  $\Delta t = t_e(1 - \beta \cos \theta)$  időkülönbséggel észleljük, ahol  $\beta$  a sebesség mértéke fénysebesség-egységekben kifejezve. A látszólagos távolság a két komponens között  $\Delta s = \nu t_e \sin \theta$ . Tehát a látszólagos sebesség:

$$v_{app} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\nu \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta}.$$

A nyalábolás mértékének leírására a Doppler-faktor használatos. A Doppler-faktor definíciója:

$$\delta = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta}.$$

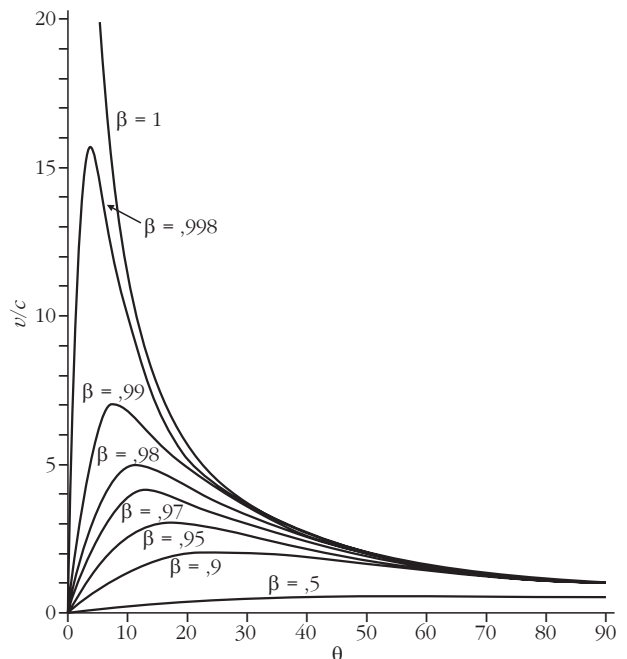
A látszólagos sebesség látószögtől és tényleges sebességtől való függését a 4. ábra szemlélteti. Az ábrán a különböző görbék mellett a Lorentz-faktor értéke van feltüntetve. A Lorentz-faktor definíciója:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Mint említettük, a relativisztikus nyalábolás befolyásolja (megnöveli) a mért fényességi hőmérsékletet is, így könnyen mérhetünk az említett elméletileg lehetséges értéknél nagyobb  $T_b$ -t.

A fényességi hőmérsékletet kvazárok rádiófénygörbéjéből is megbecsülhetjük. Az alapfeltevés az, hogy a rádiófényesség változásáért felelős tartomány mérete nem lehet nagyobb, mint a változás karakterisztikus ideje alatt az elektromágneses sugárzás által bejárható út. Ellenkező esetben az adott térrész egyes elemei nem lennének egymással ok-okozati kapcsolatban, tehát egymástól függetlenül, egymáshoz képest véletlen-

4. ábra. A látszólagos sebesség (ordináta) függése a látóiránytól (abszcissa). A görbék különböző Lorentz-faktor értékekhez tartoznak.



szerű változásokat mutatnának, ily módon hosszú távon a fényességváltozások kioltanák egymást – tehát végeredményben nem észlelhetnénk változásokat a kvazár fényességében. Mindezekből következik, hogy minél rövidebb időskálájú változásokat észlelünk, annál kompaktabb az a térrész, ahonnan a változások eredeztethetők. Így hát annál nagyobb a fényességi hőmérséklet is, mivel az a sugárzó objektum szögmeretének négyzetével fordítottan arányos. Ha pedig ez az érték meghaladja az említett elméleti határértéket, akkor máris kiszámolhatjuk a relativisztikus nyalábolás erősségét jellemző Doppler-faktort is, amely a mért (látszólagos) fényességi hőmérséklet és az elméleti határérték hányadosának köbgyöke.

Tehát kétféle mérésből, kétféle effektusból is megbecsülhetjük a relativisztikus nyalábolás mértékét egy kvazárnál: egyrészt mérhetjük a jetben észlelhető „csomók”, komponensek mozgása alapján, másrészt meghatározhatjuk a kvazár gyors fényváltozásainak karakterisztikus időskálájából is.

Bizonyos források esetében a kétféleképpen mérhető nyalábolás nagymértékben különbözhet egymástól. A kinematikán (a sugárzó komponensek mérhető elmozdulásán) alapuló technikával mért és számolt Doppler-faktorok pár tízes nagyságrendű, legfeljebb 50 körüli értékek. Ezzel szemben léteznek olyan extrém gyors fényességváltozást mutató kvazárok, amelyeknél ez az érték néhány száz, sőt egy esetben ezres nagyságrendű. Ezek órák, vagy akár csak 20 perces karakterisztikus időskálát mutatnak, angol elnevezésük *Intraday Variable* (IDV) források [6]. Az ellentmondás feloldására több elmélet is született, ezek közül a legtöbb megfigyelési bizonyítékot felmutatót fogjuk kifejteni.

A magyarázat lényege, hogy a változások nem magából a kvazárból erednek. Ezt terjedési elméletnek (*propagation theory*) is szokták nevezni. Lényege, hogy a látott fényességváltozásokat szóródási jelenséggel magyarázza: a távoli kvazárból érkező rádióhullámok a Tejútrendszer ionizált csillagközi anyagában szóródnak. Ezt észleljük úgy, mint extrém gyors sztochasztikus fényességingadozásokat. A jelenség hasonló ahhoz, ahogy a csillagok pislákolni látszanak az éjszakai égbolton a Föld légköre miatt. A turbulens atmoszféra miatt tűnik úgy, mintha a csillagok gyorsan változtatnák fényességüket.

A szóródási jelenség erőteljesen frekvenciafüggő. Általánosságban elmondható, hogy néhány GHz-es frekvencián (3–8 GHz) várjuk a legerősebb változásokat, míg ennél rövidebb hullámhosszknál egyre kevésbé lesz észlelhető a fényességingadozás. Ennél alacsonyabb frekvenciák felé haladva pedig a szóródási elmélet szerint a változások időskálája drasztikusan megnő. Ebben az esetben ezek a változások praktikusán azért nem követhetők nyomon, mert időskálájuk nagyon közel esik a kvazárokra jellemző egyéb (belső) folyamatok miatt bekövetkező fényességingadozásokéhoz.

A legmeggyőzőbb két megfigyelési bizonyíték a szóródási elmélet mellett a változások éves modulációja és a két (egymástól távol elhelyezkedő) teleszkóp által mért fénygörbék közötti időkésés.

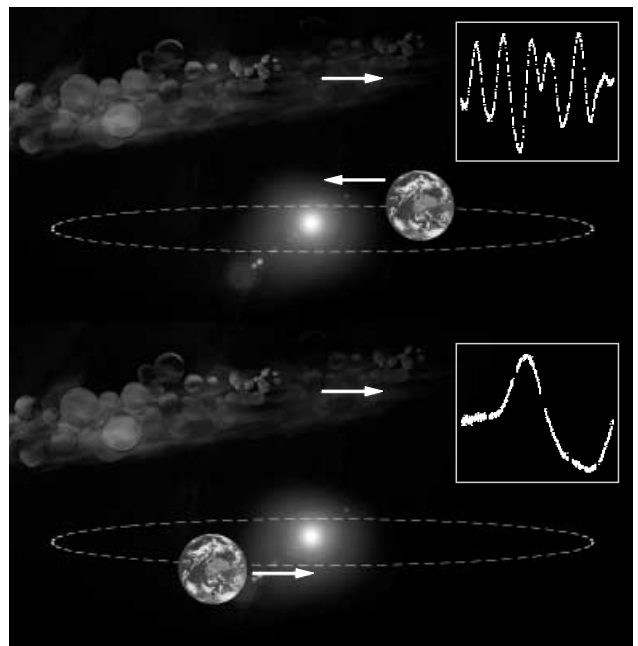
## Éves moduláció

A jelenség lényege, hogy a kvazár fényességváltozásának karakterisztikus ideje az év különböző szakaszaiban más és más. Oka pedig a következő. A fényességváltozás periódusa fordítva arányos a szórófelhő és a megfigyelő relatív sebességével. A megfigyelő a Földön van, tehát sebessége az év során folyamatosan változik. Amikor a szórófelhő sebessége a Földével közel azonos irányú, akkor a relatív sebesség kicsi, a periódus hosszú, a fényességváltozás lassú. Fél évvel később, amikor a Nap körül keringő Föld az ellenkező irányba mozog, a relatív sebesség nagy lesz, a periódus rövid, tehát a fényességváltozások gyorsak (5. ábra).

Ezt a jelenséget a J1819+3845 jelű kvazárnál fedezték fel [4]. Azóta további négy-öt IDV forrásnál azonosítottak éves modulációt mutató időskála-változásokat. Az ilyen mérések erőforrás-igényesek és hosszadalmasak, hiszen több éven keresztül, az év különböző szakaszaiban kell megfigyelni a forrást. Méghozzá annyi ideig, hogy amikor „lassú” fázisban van, akkor is legyen elegendő adatunk az időskála pontosabb becsléséhez. Éppen ezért kevés ilyen forrást ismerünk. Az éves modulációt mutató források nagy része az extrém gyors IDV források közül kerül ki. Ezeknél az év azon szakaszában sem haladja meg az időskála az egy napot, amikor viszonylag lassú fényességváltozásokat mutatnak.

A MASIV (*The Micro-Arcsecond Scintillation-Induced Variability*) [10] projekt keretében közel 700 kompakt kvazárt és blazárt vizsgáltak meg az amerikai *Very Large Array* (VLA) rádióinterferométer-hálózatot használva. A VLA 27 rádióantennából áll, ezért egyszerre akár több forrást is megfigyelhetnek vele. Négy különböző időszakban, 2002 januárjában, márciusában, szeptemberében, valamint 2003 januárjában voltak

5. ábra. Az éves moduláció jelenség szemléltetése.



megfigyelések. A feldolgozási folyamat során megkíséreltek éves modulációra utaló jeleket keresni az IDV-t mutató források fénygörbéjében. Azt tételezték fel, hogy az IDV-t okozó felhők a Tejútrendszerben a lokális nyugalmi rendszerrel (*Local Standard of Rest*, LSR) együtt mozognak. Ez alapján általános „lassulást” vártak az év harmadik negyedében (tehát 2002. szeptemberi epochájukban). Ilyet azonban nem tapasztaltak. Könnyen előfordulhat azonban, hogy a szórófelhőknek van valamekkora sebessége az LSR-hez képest (a korábban említett éves modulációt mutató IDV forrásnál is ez volt a helyzet), amely persze más és más lehet felhőnként, tehát IDV forrásonként, illetve látóirányonként. Ebben az esetben azonban nem lehet ilyen kevés epochás mérésre támaszkodva az összes (vagy akár csak sok) IDV forrás esetében éves modulációra utaló jelet találni. Hiába egyértelmű (közvetlen) bizonyíték ez a jelenség a terjedési elmélet mellett, statisztikai lépésekben úgy tűnik, sajnos nem alkalmazható.

## Időkésés

A PKS0405-385 jelű forrásnál figyelték meg ezt a jelenséget először [7]. A kvazárt egyszerre monitorozták a VLA-val (Új-Mexikó, USA) és az ausztrál kompakt hálózat (*Australia Telescope Compact Array*, ATCA) rádióantenna-rendszerrel. A két rögzített fénygörbe teljesen hasonló volt, de köztük körülbelül két perces időkésés látszott.

Ennek megértéséhez a szóró közeget úgy érdemes elképzelni, mint ami helyenként fókuszálja, helyenként defokuszálja a kvazár rádiójeleit. Így tehát a földi megfigyelő egy ilyen, fényes és sötét foltokból álló „szőnyegen” halad keresztül – ezt észleli intenzitásnövekedésként és -csökkenésként. Ezért, amikor egymástól nagyon távol elhelyezkedő rádióantennákkal figyelik meg a fénygörbét, különböző földrajzi helyeken különböző időpontokban láthatók a maximumok és minimumok.

A két megfigyelőhely között fellépő időkésés jelensége egyértelműen bizonyítja, hogy az adott forrás esetében az IDV jelenséget közeli, csillagközi anyag okozza. Sajnos azonban ez a módszer csak nagyon gyors időskálájú változások esetén működik. Így nem csoda, hogy csak a leggyorsabb IDV források esetében figyelték meg (a már említetten kívül a J1819+3845-nél [3] és a PKS1257-326-nál [1]).

Következésképp egyik egyértelműen bizonyítható megfigyelést sem lehet „nagyüzemben” elvégezni az IDV források vizsgálatára.

Egy közvetett bizonyíték a terjedési elmélet mellett a szórási jelenség már korábban említett erőteljes frekvenciafüggésén alapul. Ha a megfigyelt változások magasabb frekvenciákon a modell által jósolt mértékben változnak, akkor nagy valószínűséggel szóródás okozza azokat. Ha magasabb rádiófrekvenciákon (például 22 GHz-en, 86 GHz-en) is jelentős, az alacsonyabb frekvenciákhoz hasonló időskálájú változásokat látunk, akkor azokat nem lehet ezzel a szóró-dási jelenséggel magyarázni.

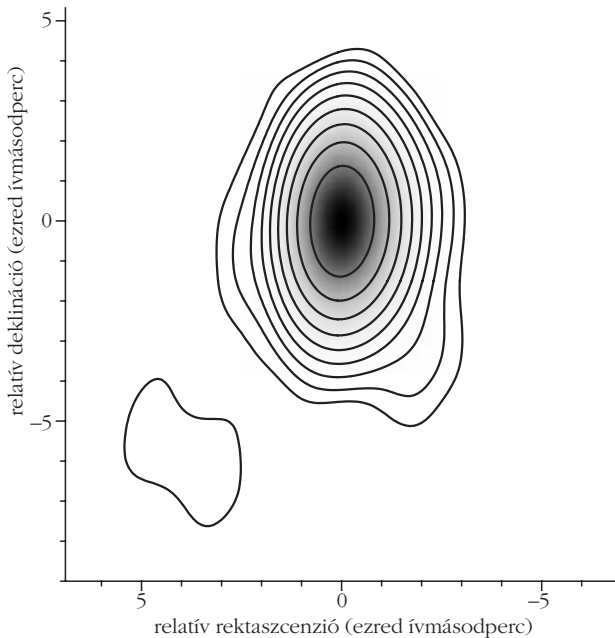
Némiképp hasonló az S5 0716+714 IDV-t mutató blazár esete [12]. Egy időben végzett optikai és rádió-megfigyelések ugyanis azt mutatták, hogy a rádiótartományban mért gyors fényességváltozások korrelálnak az optikai tartományban mért fényességváltozásokkal. Ha ez nem véletlen egybeesés, akkor azt jelenti, hogy ebben az esetben például nem alkalmazható a terjedési elmélet. Hiszen az csak a rádióhullámok szóródását jósolja.

A változások karakterisztikus időskálája nemcsak a megfigyelő és a szórófelhő relatív sebességétől függ, hanem a felhő távolságától és kvazár szögmeretétől is. Csak megfelelően kompakt források mutathatnak szóró-dási jelenséget, hasonlóan ahhoz, hogy csak a csillagokat látjuk pislákolni az égbolton, a nagyobb szögátmérőjű bolygókat nem. Amíg azonban egy csillag kompaktsága – legalábbis emberi időléptékkal mérve – nem változik, egy kvazárnál ez könnyen előfordulhat. Gyakori jelenség, hogy egy új jetkomponens megjelenése előtt a kvazár látszó szögmerete megnő. Egy átlagos kvazár esetében pedig új komponensek akár félévente is megjelenhetnek. Átmenetileg akár teljesen le is állhat a gyors fényességváltozás [8]. Ez tovább bonyolítja az IDV jelenség megfigyelését és értelmezését.

A csillagközi szóródás esetében is léteznek azonban olyan objektumok, amelyek pontszerűnek tekinthetők (akárcsak a csillagok a bolygókhoz képest). Ezek az égitestek a pulzárok. A pulzár erős mágneses mezejű neutroncsillag, amely mágneses pólusainak irányából nagyon erős elektromágneses sugárzást (rádió-, röntgen- vagy gammatartományban) bocsát ki. Mivel mágneses tengelye nem esik egybe forgástengelyével, így sugárzása szabályos időközönként felvillanó pulzálás-ként figyelhető meg. (Világítótorny effektusnak is szokták nevezni, mivel a világítótorny fénycsóvjához hasonlóan „söpör” végig szabályos időközönként a pulzár fénye a megfigyelőn.) A pulzárok rádiójeleit, hasonlóan a kvazárokéhoz, szintén szórja a csillagközi anyag. A felfedezést követően [11], már a hatvanas évek vége óta használnak pulzárokat arra, hogy feltérképezzék a Tejútrendszer ionizált csillagközi anyagát. ([2] az egyik legfrissebb ilyen modell mutatja be.) Sajnos csak néhány ismert IDV forrás látóirányának közelében található pulzárok, pedig segítségükkel jóval pontosabban meg lehetne határozni a szórásért felelős csillagközi felhő alapvető tulajdonságait, köztük természetesen a legfontosabbat, a távolságát is.

Ha nem áll rendelkezésre egy jól viselkedő pulzár az IDV forrás közelében, akkor csak a kvazár szögmeretét ismerve következtethetünk a szórófelhő távolságára. Minél kisebb egy forrás, annál távolabbi szórófelhő okozhatja az adott időskálájú változásokat. Viszont kevésbé kompakt forrás esetén a gyors változásokhoz közeli felhőket kell feltételezni. Általánosságban mondhatjuk, hogy rádiófényes kvazár (vagy blazár) kompakt komponensének nagysága nagyjából ismert (100 milliomod ívmásodperc nagyságrendű). Ezt összevetve az IDV karakterisztikus időskálájával megállapítható, hogy a rádióhullámok szórásáért felelős anyag nagyjából a Naprendszer 300 fényéves kör-





6. ábra. A J1128+592 jelű kvazár VLBA-val készült rádióintenzitás-térképe.

nyezetében található, tehát az úgynevezett Lokális buborékon belül. A korábban már említett akár húsz perces változásokat is mutató IDV forrásoknál a szórófelhő távolsága kevesebb, mint 100 fényév. Folynak olyan kutatások is, amelyek ismert IDV források irányát vetik össze a Naprendszer környezetét leíró, feltérképező katalógusokkal. Vannak arra utaló jelek, hogy IDV forrásokat gyakrabban látunk a csillagközi felhők találkozási felületeinek irányában, ahol a feltételezések szerint turbulensebb az ionizált anyag.

Fentebb csak egy általános szögmeretet adtunk meg a kvazárookra. A nagyon hosszú bázisvonalú rádió-interferométeres (*Very Long Baseline Interferometry*, VLBI) technikát használva azonban lehetőség nyílik arra, hogy a kompakt IDV források méretére pontosabb felső határértéket adjunk.

A J1128+592 jelű IDV forrást vizsgáltuk az amerikai *Very Long Baseline Array* (VLBA) rádió-interferométerrel. Ez a rádióantenna-hálózat 10 egyforma, egyenként 25 méter átmérőjű elemből áll, amelyek a Virgin-szigetektől Hawaii-ig helyezkednek el az USA területén. Az antennák egyszerre figyelik meg ugyanazt az égi objektumot, és az adatokat rögzítik. Később a mért jeleket a korrelátorban „játsszák vissza”, és alakítják ki az interferenciát az egyes teleszkópok között. Az interferométeres technikát használva az elérhető felbontás a leghosszabb bázisvonalal (két elem közti legnagyobb távolsággal) fordítottan arányos. Ez a VLBA rendszer esetében 8000 km. 5 GHz-en az elérhető szögfelbontás ~1,5 ezred ívmásodperc. A J1128+592 jelű kvazár VLBA méréséből készített rádióintenzitás térkép látható a 6. ábrán.

A J1128+592 jelű kvazárt az elmúlt három évben monitoroztuk a németországi effelsbergi és a kínai urumcsi rádióantennákkal. A fényességváltozások karakterisztikus időskálájából és VLBA mérésekből meghatározott látszó szögmeretből a szórófelhő távol-

ságára 120 fényév adódott [5]. A friss VLBA méréseket összehasonlítva az archív, három évvel korábbi megfigyelésekkel, azt is megállapítottuk, hogy a J1128+592 gyors fényességváltozásának amplitúdójában megfigyelt csökkenéséért a forrás szögmeretének megnövekedése felelős.

Összefoglalva elmondhatjuk, hogy a kvazárok esetében a rádiótartományban tapasztalt nagyon gyors fényességváltozások nagy valószínűséggel nem jelentik feltétlenül azt, hogy az adott objektum extrém kompakt lenne. De ahhoz, hogy a kvazárról érkező rádióhullámok csillagközi térben való szóródását mi fényességváltozásként érzékelhessük, mégiscsak relatíve kompakt forrásra van szükségünk. Minél kompaktabb az objektum, annál valószínűbb, hogy mutat IDV jelenséget. Pontszerű, távoli, fényes forrásokra pedig szükség van, hiszen ezek az elhanyagolható sajátmozgású égitestek jelölik ki a nemzetközi égi vonatkoztatási rendszert (*International Celestial Reference Frame*, ICRF). Ez az inerciarendszer legjobb gyakorlati megvalósítása, amelynek segítségével például a Föld forgása és tengelyirányának változása nagy pontossággal tanulmányozható a VLBI technika geodéziai alkalmazása révén. Az IDV jelenséget mutató kvazárokat, blazárokat érdemes tehát megvizsgálni, alkalmasak-e az ICRF-ben való használatra. Az IDV jelenség, vagy akár a Naprendszer körüli csillagközi anyag kutatóinak pedig hasznos lehet a jelenlegi ICRF források vizsgálata.

#### Irodalom

1. Bignall H. E., Macquart J.-P., Jauncey D. L., et al.: Rapid Interstellar Scintillation of PKS1257-326: Two-Station Pattern Time Delays and Constraints on Scattering and Microarcsecond Source Structure. *Astrophysical Journal* 652 (2006) 1050.
2. Cordes J. M., Lazio T. J. W.: NE2001. II. Using Radio Propagation Data to Construct a Model for the Galactic Distribution of Free Electrons. eprint arXiv:astro-ph/0301598 (2003)
3. Dennett-Thorpe J., de Bruyn: Interstellar Scintillation as the Origin of the Rapid Radio Variability of the Quasar J1819+3845. *Nature* 415 (2002) 57.
4. Dennett-Thorpe J., de Bruyn: Monitoring the Microarcsecond Quasar J1819+3845. *Astrophysics and Space Science* 278 (2001) 101.
5. Gabányi K. É., Marchili N., Krichbaum T. P., et al.: Very long baseline array observations of the intraday variable source J1128+592. *Astronomy and Astrophysics* (elfogadva).
6. Heeschen D. S., Krichbaum T. P., Schalinski C. J., Witzel A.: Rapid variability of extragalactic radio sources. *Astronomical Journal* 94 (1987) 1493.
7. Jauncey D. L., Kedziora-Chudczer L. L., Lovell J. E. J.: The Origin of Intra-Day Variability. *Astrophysical Phenomena Revealed by Space VLBI, Proceedings of the VSOP Symposium*, held at the Institute of Space and Astronautical Science, Sagamihara, Kanagawa, Japan, January 19–21, 2000, Szerkesztők: H. Hirabayashi, P. G. Edwards, D. W. Murphy, (2000), 147.
8. Kedziora-Chudczer L.: Long-term monitoring of the intra-day variable quasar PKS 0405-385. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 369 (2006) 449.
9. Kellermann K. I., Pauliny-Toth I. I. K., The Spectra of Opaque Radio Sources. *Astrophysical Journal* 155 (1969) L71.
10. Lovell J. E. J., Rickett B. J., Macquart J. P., et al.: The Micro-Arcsecond Scintillation-Induced Variability (MASIV) Survey. II. The First Four Epochs. *The Astrophysical Journal* 689 (2008) 108.
11. Rickett B. J.: Frequency Structure of Pulsar Intensity Variations. *Nature* 221 (1969) 158.
12. Wagner S. J., Witzel A., Heidt J.: Rapid Variability in S5 0716+714 across the Electromagnetic Spectrum. *Astronomical Journal* 111 (1996) 2187.

## Csak önmagával interferál a foton?

Kísérletek alapján megmutatjuk, hogy Diracnak a cikksorozat első részben idézett kijelentése, miszerint a foton csak önmagával interferál, nem volt helyes. Cáfolatunk nem mond ellent a kvantum-elektrodinamikának – éppen Dirac elektromágneses sugárzásról alkotott kvantumelméletének – mert a szigorú elmélet ezt a hipotézist nem használja fel. A kategorikus kijelentést talán befolyásolta az a tény, hogy az elmélet megalkotásának korában – az 1920-as évek második felében – a fény interferenciáját csak interferométerekkel lehetett létrehozni. Ezen eszközök egy része úgy működik, hogy megkettőzi a fényforrást, ilyen a klasszikus Fresnel-féle kettős tükrök, de a Michelson-interferométer is. Más részük két mintát vesz egyazon fényforrás teréből, ilyen a klasszikus Young-féle interferométer. Ezért az *interferáló hullámok, mivel ugyanabból a forrásból származtak, nem voltak egymástól függetlenek*. Ugyanakkor az elektrodinamika szerint a tér egy pontjában fellépő, több forrásból származó télerősségvektorokat mindig össze kell adni, mert a töltésre a teljes télerősség hat, akár függetlenek a télerősség forrásai, akár nem.

Megmutatjuk, hogy az akusztikából ismert lebegés és az optikából ismert interferencia ugyanazon jelenség két oldala. Az interferáló nyalábok egyelőre maradjanak koherensek, nem függetlenek. Vizsgáljuk az interferenciát Michelson-interferométerrel (lásd az I. rész 1. ábráját), úgy, hogy az egyik tükröt a tükrök normálisa irányában egyenletesen mozgatjuk és az  $M$  pontban álló detektorral mérjük az intenzitást. A télerősséget a két karból bejövő tér összege szolgáltatja,

$$E = A \cos(\omega t - 2ks_1 + \varphi) + A \cos(\omega t - 2ks_2 + \varphi) =$$

$$= 2A \cos[k(s_1 - s_2)] \cos[\omega t - k(s_1 + s_2) + \varphi],$$

ahol a hullámszám  $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$  ( $\lambda$  a hullámhossz és  $c$  a fénysebesség),  $s_1$  és  $s_2$  a tükrök távolsága a részben áteresztő tükröktől. Az intenzitás pedig a télerősség négyzetének egy periódusra vett átlaga,

$$I = A^2 \{1 + \cos[2k(s_1 - s_2)]\}.$$

Ha a  $T_1$  tükrök  $v$  sebességgel mozog, az intenzitást, mint az idő függvényét így is írhatjuk

$$I = A^2 [1 + \cos(2kvt)].$$

(Itt feltettük, hogy a  $t = 0$  időpontban a két kar egyenlő hosszú volt.) Álló detektorunk periodikusan változó intenzitást jelez.

A jelenséget viszont úgy is interpretálhatjuk, mint a fény visszaverődését mozgó tükrőről. Az álló tükrőre a fény  $\omega = kc$  frekvenciával esik be, de a mozgó tükrőn a visszavert hullám frekvenciája a Doppler-effektus miatt megváltozik és

$$\omega \left(1 - \frac{2v}{c}\right)$$

lesz. (A relativisztikus korrekció a lényegen nem változtat.) Az  $M$  pontban álló megfigyelő a két nyaláb egyesítése után két különböző frekvenciájú hullám lebegését észleli. Az eredő télerősség

$$E = A \cos(\omega t) + A \cos\left[\omega \left(1 - \frac{2v}{c}\right)t\right] =$$

$$= A \cos\left(\frac{\omega tv}{c}\right) \cos\left[\omega \left(1 - \frac{v}{c}\right)t\right]$$

valóban egy alacsony  $\omega v/c$  frekvenciával modulált rezgés. Detektorunk, ha nem túl lassú, csak a gyors rezgés négyzetét átlagolja. Az intenzitás

$$I = \frac{A^2}{2} \left[1 + \cos\left(2\omega \frac{v}{c}t\right)\right] = \frac{A^2}{2} [1 + \cos(2kvt)]$$

akárcsak az előbb. Mindkét esetben ugyanazt tettük: összeadtuk a két kar közvetítésével bejövő hullám télerősségét és meghatároztuk az intenzitást. Esetünkben a két hullám azonban nem volt *független* egymástól, ugyanabból a forrásból származott. Függetlenségről akkor beszélhetnénk, ha két különálló fényforrásunk lett volna.

A két *külön* forrásból származó lebegés ismertetése során először arról számolok be, amikor az elektromágneses sugárzás forrásai mesterségesen előállított eszközök voltak. A mérnökök már a 20. század harmincas éveiben felhasználták az elektromágneses rezgések lebegését, de nem vették észre ennek elvi jelentőségét. Ebben az időben terjedt el a rádióvevőkben használatos szuperheterodin vétel használata. Az adó által kibocsátott és az antennával felfogott  $A(t) \cos(\omega t)$  alakú modulált rádiójelet elektroncső segítségével összeszorozták egy lokális, a vevőkészülékben levő,  $A_r \cos(\omega_r t)$  alakú jelet kibocsátó oszcillátor rezgésével. Mivel

$$A(t) \cos(\omega t) A_r \cos(\omega_r t) =$$

$$= \frac{1}{2} A(t) A_r \{ \cos[(\omega - \omega_r)t] + \cos[(\omega + \omega_r)t] \},$$

megjelent a két frekvencia összege és különbsége, de csak a különbségi  $\omega_a - \omega_r$  frekvenciájú jelet erősítették tovább. Hasonlítsuk mindezt össze két azonos,  $\omega$  frekvenciájú, de két különböző  $\mathbf{k}_1$ , illetve  $\mathbf{k}_2$  irányban terjedő síkhullám interferenciájával. Adjuk össze a két síkhullámot és számítsuk ki az intenzitást (a télerősség négyzetének átlagát),

$$\int_0^{2\pi/\omega} [\mathbf{A}_1 \cos(\omega t + \mathbf{k}_1 \mathbf{r}) + \mathbf{A}_2 \cos(\omega t + \mathbf{k}_2 \mathbf{r})]^2 dt =$$

$$= \frac{1}{2} \{ \mathbf{A}_1^2 + \mathbf{A}_2^2 + 2\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \cos[(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{r}] \}.$$

Az interferenciát itt is a két térerősség *szorzata* reprezentálja. A rádióvevő esetében közvetlenül a két elektromágneses jel szorzatát detektáljuk, az optikai tartományba eső sugárzás esetében az intenzitás meghatározásánál jelenik meg a szorzat.

Igaz, a rádióban sem független egymástól a két forrás, mert a lokális oszcillátor frekvenciáját éppen az adó frekvenciájához hangoljuk, de a két rezgés fázisának különbsége már tetszőleges lehet. Mivel az elektromágnes sugárzás egész frekvenciatartományában érvényes a foton-kép, akkor itt a távoli adó és a lokális adó, vagyis két forrás fotonjai interferálnak.

A lebegés, mint frekvencia összehasonlító módszer később fontos mérési eljárássá vált. Az atomórák frekvenciájának stabilitását csak két atomóra jelének lebegtetésével lehetett ellenőrizni, mert ennél pontosabb óra nem volt. Itt  $10^{10}$  Hz-es rezgések összevetéséről volt szó, az órák már független források voltak. De a magasabb frekvenciatartományban is felhasználták a lebegést. *Brillet és Hall* [1] a Michelson-kísérlet ismételték meg modern eszközökkel. Felhasználták, hogy a fénysebesség  $c = \lambda\nu$ . Ha a  $\lambda$  hullámhosszt fixen tartjuk és a  $c$  fénysebesség megváltozik, akkor a  $\nu$  frekvenciának is változni kell. Ezért összehasonlították két lézer frekvenciáját. Az egyik a Föld keringési irányára merőlegesen állt, ennek frekvenciáját stabilizálták. A másikat forgatható asztalra helyezték, ennek rezonátorhosszát, ezáltal hullámhosszát stabilizálták. Az asztalt függőleges tengely körül forgatták, ezért az utóbbi lézer hol párhuzamos volt a Földhöz rögzítettel, hol arra merőleges. A lézerfény frekvenciája körülbelül  $10^{14}$  Hz volt ( $3,39 \mu\text{m}$  hullámhossz). A két lézer hullámát közös detektorra bocsátották, a két hullám összelebeggett. Természetesen itt már intenzitást kellett mérni, a jelek összege négyzetének átlagát. A detektor a különbségi frekvenciát már követni tudta. A két lézer frekvenciája nem volt egyenlő, hiszen különbözött a stabilizálás alapja, de azt találták, hogy a frekvenciák különbsége nem változott, tehát a fény sebessége nem függött a Föld mozgásától. Pontosabban: a fekvenciakülönbség ugyan fluktuált, de keveset. Ebből meg lehetett állapítani a mérés hibáját. Kiderült, hogy a fénysebesség értéke legfeljebb a 13. decimális jegyben függhet a mozgás irányától. A két lézer ugyanakkor független volt egymástól, mert az egyik frekvenciáját atomi tulajdonságok, a másikat még mechanikai szerkezet szabta meg.

Mivel eddig csak lebegés fellépéséről volt szó, még mindig merülhet fel kétely, hogy az időben megjelenő lebegés és a térben megjelenő interferencia valóban ugyanazon jelenség két oldala-e? *G. Magyar és L. Mandel* két független forrás interferenciaképet regisztráltak [2]. A források vörös fényt kibocsátó rubinlézerek voltak. Ez a lézer az úgynevezett szabad ge-

neráló üzemmódban néhány ms alatt 30–40 darab körülbelül  $0,5 \mu\text{s}$  hosszúságú fényimpulzust bocsát ki időben teljesen rendezetlenül. A fény frekvenciája sem állandó, mert ez a rubinrúd pillanatnyi hőmérsékletétől függ. Ha két rubinlézer fényét ugyanarra a helyre vetítjük, szabad szemmel nem látunk interferenciát. A kísérletezők viszont gyors kamerával regisztrálták a fényt, de csak akkor kapcsolták be, amikor egy segédberendezés jelezte két impulzus véletlen egybeesését. Egy felvétel 40 ns ideig tartott. Ha ezen idő alatt a két lézer hullámhossza véletlenül megegyezett, akkor a kamera interferenciaképet talált. Ez a kísérlet világosan mutatja, hogy két független foton is képes interferenciára. (A fotonok akkor is interferálnak, ha a hullámhosszuk különbözik, csak akkor az interferencia-kép elmosódik.)

A felsorolt kísérletek kapcsán még mindig azt az ellenvetést lehet tenni, hogy egyidejűleg túl sok foton volt jelen a berendezésben, ellentétben a Jánossy-kísérletekkel. Mandel és társa [3] megismételte a két független lézeres mérést, most már kis intenzitásoknál. A forrás itt két folytonos, de ugyancsak vörösben sugárzó lézer volt, amelyek fényét abszorbensekkel gyengítették. Csak akkor regisztrálták az interferenciaképet, amikor egy külön berendezés jelezte, hogy a véletlenül változó különbségi frekvencia 50 kHz alá esett, ekkor  $20 \mu\text{s}$  időtartamra bekapcsolták az interferenciamérőt. Ennyi idő alatt átlagosan 10 fotont regisztráltak, a kis intenzitás követelménye teljesült.

További ellenvetés lehet, hogy a kísérletekben az elektromágneses sugárzás forrásai makroszkopikus eszközök voltak. Fellép-e lebegés a független atomok által emittált fényben? *Forrester* és társai [4] mérése a legtöbb mérést megelőzte a fent felsoroltak közül.<sup>1</sup>

Az elektromágneses hullámok forrása klasszikus, higanyal töltött gázkisülési cső volt, tehát nem oszcillátor vagy lézer. A kisülési csövet mágneses térbe helyezték, ezért a energianívók felhasadtak (Zeeman-effektus). Egy ilyen közel eső állapotpár sugárzásának frekvenciakülönbségét mérték. Kiszűrték az  $546,1 \text{ nm}$  hullámhosszú ( $6 \cdot 10^{14}$  Hz frekvenciájú) vonalat, ezt detektálták egy üregrezonátorral egybeépített fényelektromos cellával. A fotokatód, mint négyzetes detektor követte a különbségi frekvenciát, ez az egyik vonalpár esetében körülbelül  $10^{10}$  Hz volt, ami éppen a centiméteres hullámok viszonylag jól kezelhető tartományába esik, ezt észlelték is. A kísérlet részleteit nem ismertetjük, de hadd álljon itt egy idézet, ami arra utal, hogy a kísérleti fizikus élete sem könnyű: „A great deal of patience is required to obtain data under these conditions and pains have to be taken to see that effects of amplifier drift do not give spurious sig-

<sup>1</sup> Felvetődik a kérdés, hogy miért nem történelmi sorrendben idéztük az egyes kísérleteket. Ha az atomot elektronokkal gerjesztjük, akkor a szigorú elmélet szerint az atom nem egy definit állapotba kerül, hanem az összes lehetséges állapotba, persze különböző valószínűségekkel. Mivel a felhasadt energiaállapotok közel esnek egymáshoz, nem lehet kizárni, hogy ugyanazon az atomon belül legyen közöttük kölcsönhatás. Ezért a mérés nem volt annyira tiszta, mint az előbb felsoroltak.



nals.” („Sok türelemre volt szükség, hogy adatokhoz jussunk ilyen feltételek mellett, és sok fáradtságba került annak belátása, hogy az erősítés változásának hatására nem jelennek meg hamis jelek.”)

Megállapíthatjuk, hogy az elektromágneses sugárzásra érvényes a szuperpozíció elve. Több forrás esetében az egyes források által kisugárzott tér is összeadódik és a detektálásnál az együttes hatás érvényesül. Arra viszont már most felhívjuk a figyelmet – bár triviálisnak tűnik –, hogy a detektálás mindig a szuperponálás után ment végbe.

Kijelenthetjük, hogy *Jánossy* és társai kísérletét úgy interpretálhatjuk, hogy a foton önmagával interferál, de láttuk, hogy nemcsak önmagával. Ennek következményei lettek.

## Mégsem volt jó a koincidenciamérés?

Két évvel a koincidenciakísérletek befejezése után *R. Hanbury-Brown* és *R. Q. Twiss* tollából a *Nature*-ben cikk jelent meg [5], amelyben meglepő eredményről számoltak be. A koincidenciaberendezéshez hasonló elrendezést használtak, amelyben az egyik elektron-sokszorozót el lehetett mozdítani. A sokszorozók jeleit 27 MHz sávzélességű erősítőkkel erősítették, majd a két jelet analóg áramkörrel összesorozták. Mivel egy detektor az *intenzitást* érzékeli, ezért két detektor jelének szorzata a belépő *intenzitás négyzetével* arányos. Mi is így jártunk el, amikor a lehetséges koincidenciák számát a *fotonszám négyzetével* arányosnak vettük. Az egyik esetben a szorzás digitális, a másikban analóg művelet, elvi különbség nem volt. A detektor eltolása megfelelt a véletlen koincidenciák két külön fényforrással végzett mérésének.

Hanbury-Brown és Twiss ugyan más kérdésfeltevésből indultak ki, mint *Jánossy*, de ugyanazt a kísérletet végezték el, mint ő, mégis lényegesen különböző eredményre jutottak. A két angol szerző a rádiócsillagok szögátmérője mérésének céljára készített eszközt [6], azonban rájöttek, hogy ilyen eszközt az elektromágneses hullámok látható tartományában is lehet használni. Arról is beszámoltak, hogy arra hivatkozva akarták őket lebeszélni a mérésről, hogy *Jánossy* már bebizonyította, hogy koincidenciák nincsenek.

Cikkük nem maradt válasz nélkül. *Brannen* és *Ferguson* [7] éppen a mi mérésünkre hivatkozva ismételték meg Hanbury-Brown és Twiss kísérletét, és negatív eredményt kaptak. Ők is digitális szorzó (koincidencia) áramkört használtak, a felbontóképesség  $\tau = 5 \cdot 10^{-9}$  s volt, sokkal jobb, mint a hazai kísérletben. Mérésük abban is különbözött Hanbury-Brown és Twissétől, és ez jelentősnek bizonyult, hogy fényforrásuk egy *nagynyomású* Hg-lámpa volt, míg Hanbury-Brown és Twiss spektrállámpát használtak. Válaszaikban [8, 9] Hanbury-Brown és Twiss újabb kísérletekkel erősítették meg előző eredményüket. Ezután újabb szerzők [10] munkája is pozitív eredményt adott, sőt, az előzőleg negatív eredményre jutó kutatók [11] is igazolták Hanbury-Brown és Twiss kísérle-

tét, mivel most már *kisnyomású* lámpát használtak. (Az okokról később.) Megállapíthatjuk, hogy a koherens nyalábokban az intenzitások valóban nem függetlenek egymástól, *az intenzitások között létezik korreláció, ez pedig ellentmond Jánossy és társai eredményének.*

*Purcell* mutatott rá, hogy „a Hanbury-Brown–Twiss effektus az elemi elvek tanulságos ábrázolása, és távol áll attól, hogy a kvantummechanikának ellentmondjon” [12]. A sarkalatos kijelentés igazát a következőkben indokoljuk.

Feltesszük, hogy a detektor megszólalásának valószínűsége az intenzitással arányos. Itt még szó sincs fotonról.

A fényforrás atomjai nem végtelen hullámot bocsátanak ki, hiszen a sugárzás következtében elvesztik gerjesztett állapotukat. A hullámvonulat alakja például

$$E = A \exp[-\gamma(t-t_i)] \cos[\omega(t-t_i)], \quad \text{ha } t \geq t_i,$$

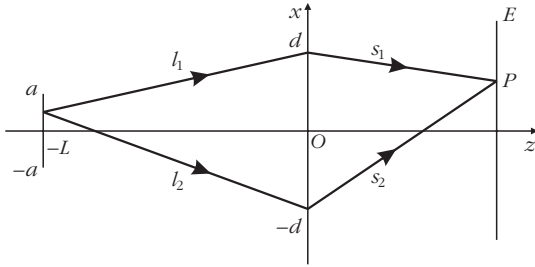
$$E = 0 \quad \text{máskor.}$$

Itt  $E$  az elektromos térerősség,  $A$  az amplitúdó,  $\gamma$  a csillapítási tényező,  $t$  az idő,  $t_i$  a hullámvonulat kezdetének időpontja (pl. az atom emissziójának kezdete),  $\omega$  a körfrekvencia. A  $\gamma$  csillapítási tényező jóval kisebb, mint az  $\omega$  frekvencia, a hullámvonulat lassan lecsengő hullám. (Az egyszerűség kedvéért skalárhullámokkal, tehát polarizált fényvel foglalkozunk.)

Ha több atom emittál, akkor a hullámvonulatok által létrehozott teret össze kell adni, fizikai hatást a teljes térerősség gyakorol. A hullámvonulatokat atomok bocsátják ki, egymástól teljesen függetlenül, ez abban nyilvánul meg, hogy a  $t_i$  kezdeti időpont tetszőleges, tehát a hullámvonulatok fázisa is az. Ha két hullámvonulat fáziskülönbség nélkül találkozik, akkor a térerősség nagyobb lesz, ha a fáziskülönbség  $180^\circ$ , akkor kisebb, esetleg nulla. Mivel a vonulatok fázisa tetszőleges, ezért a fáziskülönbség is az, de a  $(-\pi/2, +\pi/2)$  intervallumba eső fáziskülönbség esetében a térerősség nagyobb, mint akármelyik hullámvonulatnál. Ezért a térerősség négyzete, az intenzitás nagyobb lesz, mint egyetlen hullámvonulatnál. Viszont a  $(-\pi/2, -\pi)$  és a  $(\pi/2, \pi)$  intervallumba eső fáziskülönbségnél destruktív interferencia alakul ki, az intenzitás kisebb, mint egyetlen hullámvonulatnál. Konstruktív és destruktív interferencia ugyanakkora valószínűséggel lép fel. Koincidencia fellépésének valószínűsége az intenzitás négyzetével arányos, tehát a négyzetes detektálás kiemeli a  $(-\pi/2, +\pi/2)$  intervallumot, a két detektor egyidejű megszólalásának valószínűsége megnövekszik.

Arra a kérdésre, hogy miért nem találtuk meg mi ezt a jelenséget, visszatérünk.

*Purcell* magyarázata is ellentmond Dirac idézett kijelentésének, amely szerint a foton csakis önmagával interferál. Természetesen megkérdezhető, vajon a hullámvonulat azonosítható-e a fotonnal, de *Purcell* állítása, miszerint a jelenség nem mond ellent a kvantummechanikának, igaz. Ugyanis a fizikai folyamato-



1. ábra. Young-interferométer kiterjedt fényforrással.  $(z, x)$  a koordináta tengelyek,  $(-L, a)$ ,  $(-L, -a)$  a fényforrás végpontjai a  $(z, x)$  síkban,  $(0, d)$ ,  $(0, -d)$  a pontoszerű rések helye,  $E$  ernyő.

kat operátorokkal írjuk le, amely operátorok nem mindig cserélhetők fel. Akár az előző részben közölt 1., 2., vagy az itt szereplő 1. ábrát tekintjük, először mindig egy belépő hullámot találunk, ez felel meg a kezdő állapotnak. A hullám terjed, a terjedést a Maxwell-egyenletek (ezek is operátorok) írják le. Ezután a félig áteresztő tükrön, mint hullám válik ketté, majd a két hullám terjed tovább – ugyancsak az elektrodinamika törvényei szerint –, és csak a detektor katódján alkalmazhatjuk a fotonszám operátorát.

Hanbury–Twiss felfedezéséhez egy fontos mérés-technikai probléma megoldása vezetett: a rádiócsillagok szögátmérőjének megmérése. A csillagok képét a távcsövek nem bontják fel, a látszólagos átmérőjét – a diffrakció miatt – a távcsövek felbontóképessége szabja meg, akár látható, akár rádiócsillagról van szó. Michelson jóval a rádiócsillagok felfedezése előtt már javasolt egy módszert, amellyel – úgy látszott – a probléma megoldható. Ez azon alapult, hogy az interferométerekben az interferenciakép láthatósága függ a fényforrás méretétől: minél nagyobb a fényforrás, annál kisebb az intenzitás a maximumokban, és nagyobb az intenzitás a minimumokban. Nagyméretű fényforrással interferenciát nem is lehet létrehozni. Michelson zseniális ötlete abban állt, hogy megmutatta, hogyan lehet egy hiányosságot úgy felhasználni, hogy abból fizikai következtetésekre jussunk. Egyszerűsített képen mutatjuk be a módszert.

Tekintsünk egy Young-interferométert (1. ábra). Két keskeny rés helyezkedjen el egymástól  $2d$  távolságra, szimmetrikusan a  $z$  tengelyre. Az egész berendezés egy  $n$  törésmutatójú közegben van. Figyeljük meg az interferenciát a  $P$  pontban. A fényforrás legyen egy véges,  $2a$  szélességű szalag, amelynek minden pontja monokromatikus, de inkoherens fényt bocsát ki. Az inkoherencia az jelenti, hogy ha a fényforrást két  $U$  és  $V$  pont környezetének kivételével letakarjuk, nem látunk interferenciát még akkor sem, ha a két forrásból kisugárzott fény azonos (közel azonos) frekvenciájú, mert fázisuk egymástól függetlenül változik.

Feküdjön a szalag a  $z = -L$  síkban. Legyen a fény síkban polarizált. A fényforrás egy  $(x, -L)$  koordinátájú pontjából a két résen keresztül a megfigyelési pontba jutó hullámot a következőképp írjuk le:

$$u_1 = A \cos[\omega t - nk(s'_1 + s_1)],$$

$$u_2 = A \cos[\omega t - nk(s'_2 + s_2)],$$

ahol  $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ , a hullámszám,  $n$  törésmutató,  $A$  az amplitúdó, a többi jelölést lásd az ábrán. A  $P$  pontból kisugárzott hullámok intenzitására a szokásos eljárással kapjuk:<sup>2</sup>

$$i(x) = \overline{(u_1 + u_2)^2} = A \left\{ 1 + \cos[nk(s'_1 - s'_2) + nk(s_1 - s_2)] \right\}.$$

A koszinusz függvény argumentumában a második tag nem függ a forrás helyétől, a szokásos úthosszkülönbséget kapnánk, ha az első tag nem lenne. Az első tag, az *extra úthosszkülönbség*

$$s'_1 - s'_2 = \sqrt{L^2 + (x - d)^2} - \sqrt{L^2 + (x + d)^2} \cong -\frac{2dx}{L}$$

függvénye. (Itt feltettük, hogy a fényforrás  $L$  távolsága jóval nagyobb mint a laterális méretek, pontosabban: az úgynevezett Rayleigh-hossz  $\sqrt{L\lambda} \gg \sqrt{dx}$ .)

Mivel a különböző pontokból kisugárzott fény inkoherens, a részintenzitásokat összegeznünk kell. Az ernyő  $P$  pontjában az intenzitás

$$I(P) = \int_{-a}^a i(x) dx = 2aB \left\{ 1 + \frac{\sin\left(\frac{2nkad}{L}\right)}{\frac{2nkad}{L}} \cos[nk(s_1 - s_2)] \right\}. \quad (1)$$

Mivel a  $\sin x/x$  függvény legnagyobb értéke 1, ezért a fényforrás véges  $a$  szélessége az interferenciakép kontrasztjának csökkenését okozza. A minimumokban, ahol  $\cos[nk(s_1 - s_2)] = -1$ , az intenzitás nem nulla, a maximumokban, ahol  $\cos[nk(s_1 - s_2)] = 1$ , kisebb mint  $4aB$ . Ha viszont az intenzitás kontrasztját méréssel meghatározzuk, akkor információhoz jutunk a fényforrás  $a$  szélességéről, vagy nagy  $L$  távolságok esetén az  $a/L$  látószögéről. Ha fényforrásunk nem monokromatikus, akkor a láthatóság emiatt is csökken, de függetleníthetjük magunkat ettől a hibától, ha az interferenciaképet több  $d$  távolság mellett mérjük. Mivel a fényforrások aligha teljesítik a modellünkben kirótt feltételeket, kidolgozták a reális fényforrásoknál – például egyenletesen világító gömb – várható kontraszt-eloszlásokat [17].

A Young-interferométer variánsa a Michelson-féle stellár interferométer is [17], amely egy csillagászati távcsőre szerelt berendezés (2. ábra). Az interferométer két nyílását itt a  $T_1$  és a  $T_2$  tükrök helyettesítette, a fény útja az ábrán követhető. Mivel a módszer monokromatikus fényben használható, a mérőeszköz elé színszűrőt kellett iktatni. Megkönnyíti a mérést, hogy a két tükröt nem is kell mozgatni, elegendő, ha a megfigyelő berendezés mozog, ami a Föld forgásával magától is megvalósul. A módszer annál érzékenyebb, minél nagyobb a két belépő tükrök  $2d$  távolsága.

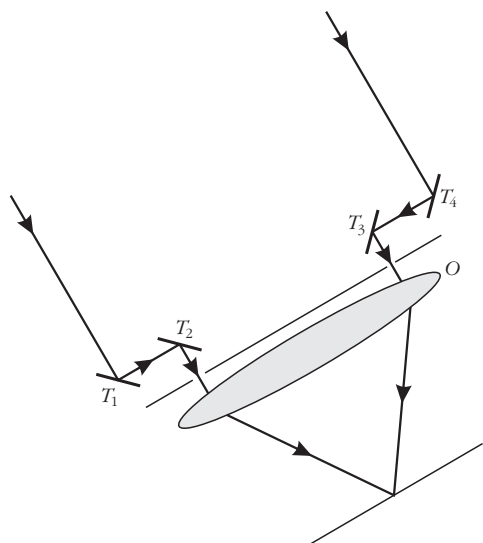
<sup>2</sup> Ebben a fejezetben felülvonással az időbeli átlagot,  $\langle \rangle$  csúcsos zárójellel a sokaságátlagot jelöljük.

Bármilyen egyszerűnek látszik a mérés, a praxisban alig használható. A sikeres mérés feltétele, hogy az interferáló hullámok fázisát semmi se zavarja meg. A látható csillagok mérésénél használt eszköznél a legnagyobb tükrőtávolság  $2d = 6$  m volt. A légköri sűrűségfluktuáció és az ezzel járó törésmutató-változás miatt a két távoli tükröre belépő sugárzás fázisa egymástól függetlenül is fluktuál, ehhez járul még, hogy a berendezésben magában is fellép légmozgás. (Lásd a Jánossy–Náray interferenciakísérletben megtett intézkedéseket.) Ilyen interferométerrel nagy nehézségek árán is csak néhány csillag szögátmérőjét lehetett megmérni. Rádiócsillagászatnál a távolságok a hullámhosszal arányosan növekednek, a két tükröt helyettesítő parabolaantennák távolsága 50 km is lehet. (Itt kábelek vezetnek a hullámot a fáziskülönbség detektorába, a nagy távolság és a hosszú út miatt a problémák ugyanazok.)

Itt következett az angol csillagászok nagyszerű ötlete: a természetes elektromágneses sugárzás intenzitása nem állandó, nemcsak terjedése során szenvedhet változásokat, hanem *fluktuációi függenek a fényforrás tulajdonságaitól*. Megmutatjuk, hogy az interferometria módszerével mérhető mennyiségek és az intenzitások szorzásával mérhető mennyiségek között szoros összefüggés áll fenn. A bizonyítás hosszú, a levezetések tömörítése aligha vezet célhoz. A módszer felfedezői formális levezetést adtak [13–16], amely a koherenciaelmélet [17] eredményein alapszik. Először rádiócsillagokon próbálták ki a módszert, azután terjesztették ki az optikai tartományra.

Purcell kvalitatív megfontolása alapján Jánossy [18, 19] adott olyan leírást a jelenségről, amely atomok sugárzásának tulajdonságait (a hullám lecsengése, Doppler-kiszélesedés, tetszőleges számú hullámvonulat) is figyelembe veszi és amelyet az optika alapműve [17] is idéz, mert jelentősége nagyobb körre terjed ki, mint az adott partikuláris probléma megoldása. Nem törekszünk az elmélet reprodukálására,

2. ábra. Michelson féle Stellár-interferométer,  $T_1 - T_4$  tükrök,  $O$  objektív.



hanem csak a kiinduló feltételeket közöljük és csupán illusztráljuk az elmélet eljárását.

Most következő modellünkben a fényforrás egymástól független atomokból áll, vonalas spektrumot bocsát ki, egy vonalat kiválasztunk. Mivel az atomok egymástól függetlenek, a fázisok tetszőlegesek. Eltekintünk a hullámvonulatok lecsengésétől, mert a csillapodási idő jóval hosszabb a periódus idejénél. Tekintetbe vesszük viszont azt, hogy az atomok nem pontosan azonos frekvenciájú sugárzást emittálnak, a Doppler-effektus hatása már nem hanyagolható el. Ez a hatás nagyobb befolyással bír a spektrumra, mint a lecsengés okozta vonalkiszélesedés.

Az egymástól kissé különböző frekvenciájú hullámok szuperpozíciója következményeit mutatjuk be az alábbi modellen:  $10 \text{ db } \cos[2\pi(\nu_i t + \varphi_i)]$  alakú hullámvonulatot adunk össze, ahol a  $\nu_i$  frekvenciák a  $(99,5 - 100,5) \text{ s}^{-1}$  intervallumba, és a  $\varphi_i$  fázisok a  $(0-1)$  intervallumba eső véletlen számok, az átlagos frekvencia  $\langle \nu \rangle \approx 100 \text{ s}^{-1}$ . Az

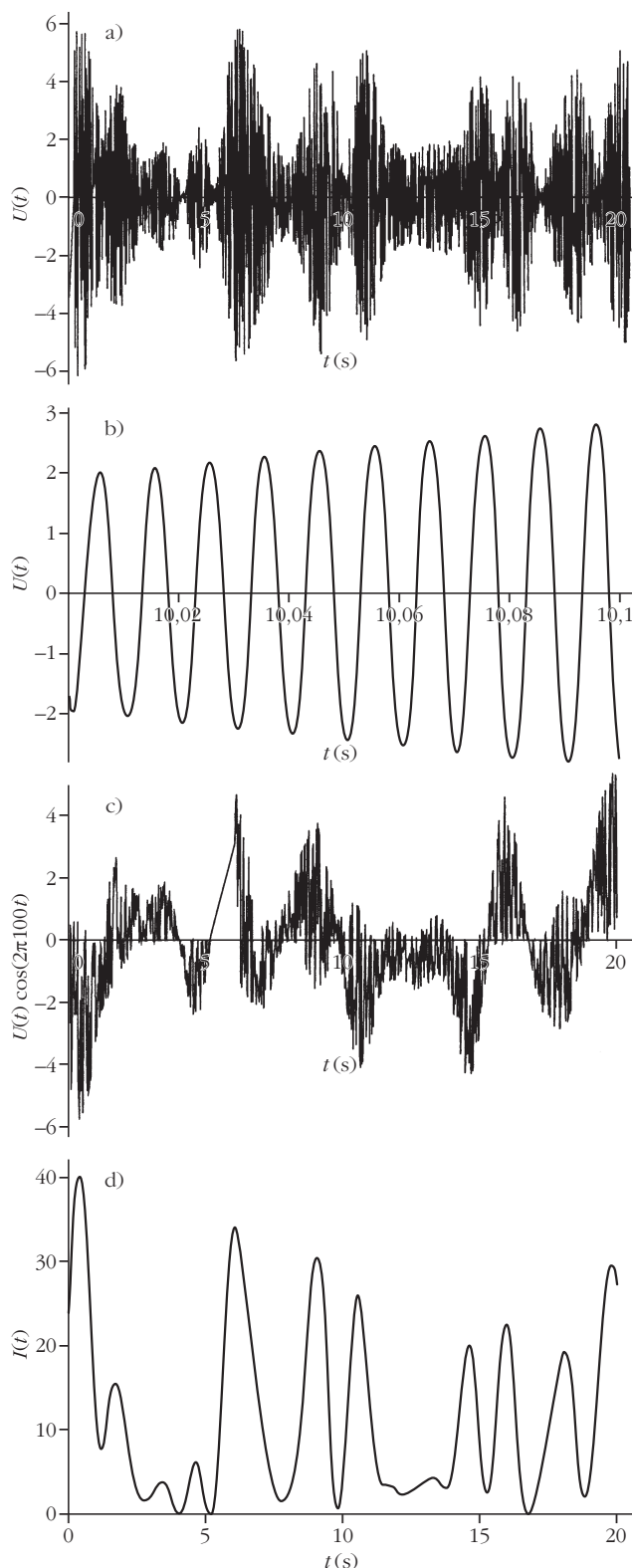
$$U(t) = \sum_{i=1}^{10} \cos[2\pi(\nu_i t + \varphi_i)]$$

függvényt ábrázoljuk a 3.a ábrán  $t = 0$  és  $t = 20$  s között. Erre a szakaszra 2000 periódus esik, ezért a 3.a ábrán a sűrű vonalak összeszorulnak. Ha rövidebb, 0,1 s hosszú szakaszt veszünk, akkor a 3.b ábrán látszik, hogy az  $U(t)$  függvény közel szinuszos. Ezt kapjuk bármely rövid időszak kiválasztásánál. Az amplitúdó rövid ideig közel állandó, hosszabb időtartamon belül viszont tetemesen fluktuál, de még ekkor is viszonylag lassan. A konstruktív és a destruktív interferencia hatása viszont pregnánsan jelentkezik. Ha nem 10, hanem több hullámot adtunk volna össze ugyanekkora,  $1 \text{ s}^{-1}$  hosszú frekvencia-intervallum mellett, akkor is ugyanezt a képet kaptuk volna. A fázis sem állandó, ez már nem észrevehető a 3.b ábrán, ezért a  $U(t) \cos(2\pi 100 t)$  függvényt ábrázoltuk a következő, 3.c ábrán. Közel állandó fázis mellett a szorzat lassan változik.

A periódusidőhöz képest lassan változó frekvenciájú és fázisú hullámot *kvázimonokromatikus* hullámnak nevezik. Az amplitúdó és a fázis viszonylag lassú változása megengedi, hogy a fény intenzitását ugyanúgy számítsuk ki, mint a monokromatikus sugárzás esetében: az intenzitás az amplitúdó négyzete. Az eredeti  $(0-20) \text{ s}$  intervallumban vizsgálva az intenzitást, az már nem lesz állandó, mint a 3.d ábrán látható is, olykor nullára csökken.<sup>3</sup>

<sup>3</sup> A fázisok véletlenszerű összeadódásának következményeit magunk is tapasztalhatjuk, ha nem is időben, de térben. Ha a lézer fénye egy matt felületen (pl. papírlapon) szóródik, akkor a papírlapról szórt fény egy másik ernyőn majdnem rendezetlen megvilágítás formájában jelenik meg (speckle). A „majdnem” azt jelenti, hogy az egyes szemcsék kiterjedése véges, minél keskenyebb a lézer nyálábja, annál nagyobb a szemcsék mérete. A kép azért látszik állni, mert a lézer frekvenciája majdnem állandó. Ugyanez jelenne meg spektrállámpa estében egy fotolemezen is – igen rövid idejű expozíció esetén.





3. ábra. Véletlen frekvenciájú és fázisú hullámok szuperpozíciója és következményei. a) a tér szuperpozíciója 0–20 s intervallumban, b) ugyanaz 10–10,1 s intervallumban, c)  $\cos(2\pi 100 t)$ -vel szorozva láthatóvá válik, hogy a fázis sem állandó, d) az intenzitás olykor nullára csökken. A fázis- és az intenzitásváltozás szinkronban van egymással.

Meggondoljuk, mit tesznek interferométereink (a lézerek kora előtt vagyunk): tekintsük a Michelson-interferométert (előző rész 1. ábrája). A részben át-

eresztő tükrön a hullám ketté válik, amplitúdója kisebb lesz, de ettől eltekintve a két hullám azonos. Az a kvázimonokromatikus hullám, amelyik a  $T_1$  tükrőről verődik vissza és a visszaúton eljut az  $M$  megfigyelési pontba, leírható

$$E_1(t) = A_1(t) \cos[\omega t + \varphi(t)]$$

alakban, ahol az  $A_1(t)$  amplitúdó és a  $\varphi_1(t)$  fázis alig változik a  $T = 2\pi/\omega$  periódusidő alatt. Ha a  $T_2$  tükrő távolabb van a félig áteresztő tükrőtől, akkor ugyanez a hullám késve érkezik a megfigyelési pontba

$$E_2(t) = A_2(t-\tau) \cos[\omega(t-\tau) + \varphi(t-\tau)],$$

ahol a késési idő  $\tau = (s_2 - s_1)/c$ , itt  $s_2 - s_1$  az úthosszak különbsége (akárcsak a Young-interferométernél),  $c$  pedig a fénysebesség.

Interferométerünk egy időpontban két mintát vesz a hullámból, az eredő térerősség a megfigyelés helyén

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t),$$

az intenzitás pedig a térerősség négyzetének egy periódusra vett átlagértéke

$$\begin{aligned} I(t) &= \overline{E^2(t)} = \overline{E_1^2(t)} + \overline{E_2^2(t)} + 2 \overline{E_1(t) E_2(t)} = \\ &= I_1(t) + I_2(t) + \\ &\quad + 2 \overline{A_1(t) A_2(t-\tau) \cos[\omega t + \varphi_1(t) - \varphi_2(t+\tau)]}. \end{aligned}$$

Ez így is írható

$$\begin{aligned} I(t) &= I_1(t) + I_2(t) + \\ &\quad + 2 \overline{A_1(t) A_2(t-\tau) \cos[\varphi_1(t) - \varphi_2(t+\tau)] \cos(\omega\tau)} - \\ &\quad - 2 \overline{A_1(t) A_2(t-\tau) \sin[\varphi_1(t) - \varphi_2(t+\tau)] \sin(\omega\tau)}. \end{aligned}$$

Ha az adott  $\tau$  késleltetés mellett hosszú ideig (mondjuk egy másodpercig) mérünk, akkor az intenzitás várható értékét kapjuk, ami már nem függ a  $t$  időtől. Jelöljük a várható értéket a  $\langle \rangle$  jellel.

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &= \langle I_1(t) \rangle + \langle I_2(t) \rangle + \\ &\quad + 2 \langle A_1(t) A_2(t-\tau) \cos[\varphi_1(t) - \varphi_2(t+\tau)] \cos(\omega\tau) \rangle - \\ &\quad - 2 \langle A_1(t) A_2(t-\tau) \sin[\varphi_1(t) - \varphi_2(t+\tau)] \sin(\omega\tau) \rangle. \end{aligned}$$

Ha fényforrásunkban a spektrumot döntő módon az atomok hőmozgása (Doppler-effektus) szabja meg, akkor az  $\omega$  frekvencia eloszlását egy  $\omega_0$  átlagos frekvencia körüli Gauss-görbe írja le. Tehát az előző képletben a  $\sin(\omega\tau)$  függvényt tartalmazó tag kiesik. Továbbá a várható érték nem függ az időtől, ezért a mért intenzitás így írható le:

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + \sqrt{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle} C_{12}(\tau) \cos(\omega\tau).$$

A  $C_{12}(\tau)$  mennyiség a az interferenciakép modulációjának mélységét szabja meg, és egyrészt a fényforrás

külső tulajdonságaitól (méret, a sugárzás lokális fényesség), valamint a belső tulajdonságoktól, mint a fényforrás anyaga, a hőmérséklet eloszlása és nem utolsósorban az idő-, illetve az úthosszkülönbségtől függ. Meghatározható az egyik tükör mozgásával nyert intenzitáseloszlásból. Ha a fényforrás homogén, akkor  $C_{12}$  szétválasztható [20]

$$C_{12} = G_c \gamma_{12}(\tau),$$

ahol a  $G_c$  a fényforrás külső tulajdonságaitól függ, a Young-interferométerre adott példánk alapján a forrás méretétől igen, de nem függ az interferométer által meghatározott  $(s_1 - s_2)$  úthosszkülönbségtől. Fordítva,  $\gamma_{12}$  éppen az úthosszkülönbség, vagy másképp az időkülönbség függvénye, amely a fényforrás spektrumától függ.

Az a tény, hogy interferenciát tapasztalunk, azt tükrözi, hogy az atomok által kisugárzott elektromágneses tér két különböző időpontban felvett értékei nem függetlenek egymástól akkor sem, ha az atomok egymástól függetlenül sugároznak. Számunkra most ez a legfontosabb tanulsága az interferenciakísérletnek. Természetesen ez az időkülönbség nem tetszőlegesen nagy, a  $\gamma(\tau)$  függvény lecseng.

*Most meggondoljuk, mit mér a koincidenziaberendezés.*

Tapasztalat szerint annak a valószínűsége, hogy egy sokszorozó jelet adjon arányos a ráeső intenzitással, tehát mindkét sokszorozó egyidejű megszólalásának valószínűsége arányos az intenzitás négyzetével.

A koincidenziaberendezés felbontóképesége véges, akkor is jelez, ha a két sokszorozó csak közel egyidejűleg szólal meg. Ez nem is baj, hiszen a *3.d ábrából* látható, hogy az intenzitás a periódusidőhöz képest hosszú ideig csak keveset változik, az interferenciakísérlet alapján az időben közel eső jelenségek pedig nem függetlenek. A koincidenziaberendezést egy olyan  $\kappa(t)$  függvénnyel jellemezzük, amely megadja, hogy készülékünk hányad részét regisztrálja azoknak a jeleknek, amelyek  $\tau$  időkülönbséggel érkeznek. Felbontóképeségnek a

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \kappa(\tau) d\tau$$

mennyiséget nevezzük, ahol  $\kappa(0) = 1$ . Annak a valószínűsége, hogy a 1 jelű sokszorozó megszólalása esetén koincidenziát kapunk

$$w(t) dt = r^2 \int_{-\infty}^{\infty} I_1(t) I_2(t+\tau) \kappa(\tau) d\tau.$$

Itt  $r$  arányossági tényező.  $rI$  annak valószínűsége, hogy a sokszorozó  $I$  intenzitás hatására jelet adjon. Az egységnyi idő alatt fellépő koincidenziák számának várható értéke pedig

$$K = r^2 \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} I_1(t) I_2(t+\tau) \kappa(\tau) d\tau \right\rangle.$$

Mivel a várható érték nem függ az időtől

$$K = r^2 \int_{-\infty}^{\infty} \langle I_1(0) I_2(\tau) \rangle \kappa(\tau) d\tau.$$

Vegyük észre, hogy az interferenciát az

$$E_1(t) E_2(t+\tau)$$

szorzat, a koincidenziákat az

$$I_1(t) I_2(t+\tau)$$

szorzat reprezentálta. Mindkettő szoros kapcsolatban áll a valószínűségi számításból ismert *korreláció* fogalmával. Megadjuk az összefüggést az interferencia- és a koincidenziamérés eredményei között. Már a *3.c* és a *3.d ábra* összehasonlítása is mutatja, hogy a kvázimonokromatikus hullám fázisváltozásai és intenzitásváltozásai szinkronban vannak. Valóban a számítások [18, 19] alapján összefüggést találunk a koincidenziamérésekben és az interferenciámérésekben kísérletileg meghatározható (lásd (2)) mennyiségek között

$$\langle I_1(0) I_2(\tau) \rangle = \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle C_{12}^2(\tau),$$

tehát

$$K = r^2 \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \kappa(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} C_{12}^2(\tau) \kappa(\tau) d\tau \right]. \quad (2)$$

Ha a  $\tau$  időkülönbség nagy, akkor az utóbbi egyenletben az utolsó mennyiség eltűnik. Mivel egy-egy sokszorozó impulzusainak száma az egységnyi idő alatt  $N_1 = r\langle I_1 \rangle$ ,  $N_2 = r\langle I_2 \rangle$ , a (2) összefüggés első tagja

$$r^2 \int_{-\infty}^{\infty} \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle \kappa(\tau) d\tau = 2N_1 N_2 \theta \equiv K_v$$

a véletlen koincidenziák száma, tehát az intenzitások közötti kapcsolatot a (2) egyenlet második tagja valószínűsíti meg. A (2) egyenletben szereplő  $C_{12}^2(\tau)$  mennyiség még  $\tau = 0$  időkülönbség mellett is legfeljebb egységnyi nagyságú, továbbá a mérések tanúsága szerint még a speciálisan interferometriai célokra készített fényforrások esetében is 30 cm úthosszkülönbségnél már lecseng az interferencia. 30 cm pedig  $\theta = 10^{-9}$  s időkülönbségnek felel meg. Azért nem kaptunk a (első rész [11]) koincidenziakísérletben mérhető, szisztematikus koincidenziákat, mert az ott használt  $\theta = 2 \cdot 10^{-6}$  s felbontóképeség mellett a véletlen koincidenziák száma nagyon magas volt, a szisztematikusok száma jóval a mérési hibán belül esett. (Jánosyt idézve: „Ha tudtunk volna arról a jelenségről, ami fent ismertetett effektust okozta, szándékosan választottunk volna »nagy« felbontóképeséget, hogy az effektus okozta koincidenziákat elkerüljük. Előreszaladunk: az ideális lézer fénye nem fluktuál, ott ilyen jelenség nem léphet fel. Ha a kísérletünk idején már létezett volna lézer, azzal dolgoztunk volna.”)

Brannen és Ferguson [7] azon mérésénél, ahol még cáfolni vélték Hanbury-Brown és Twiss mérését, a felbontóképesség ugyan  $1,5 \cdot 10^{-9}$  s volt, viszont azért nem találták meg első mérésükben a jelenséget, mert a nagynyomású lámpa fényének koherenciahossza még az 1 cm-t sem érte el. Ebben a mérésben a (2) egyenlet második tagja megint túl kicsi lett az elsőhöz képest.

Elvégeztük a megfelelő mérést [21]. Fényforrásunk egy interferenciamérésekhez készített, egyenáramú gerjesztésű Kr kislési cső volt, a lámpa 557 nm hullámhosszú vonalát használtuk. Ez a vonal másodlagos hullámhossz standard. A hullámhosszat monokromátor választotta ki. Hasonló felépítésű optikai rendszert használtunk, mint az előző kísérletben. Mivel az interferencia fontos szerepet játszik az elméletben, folytonosan ellenőriztük a berendezés interferometrikus pontosságú stabilitását: A sokszorozók elé egy-egy kifűrt  $T_1$  és  $T_2$  tükröt helyeztünk (4. ábra), a furat képezte a diafragmát, amely a sokszorozóra eső fénynyalábot meghatározta, a diafragma szélén levő tükröző felület viszont a Michelson-interferométer tükröként működött. Így egyszerre tudtunk koincidienciát mérni és a  $TS$  teleszkóp segítségével az interferenciát megfigyelni. Véletlen koincidienciák mérésénél az egyik tükröt a monokromátor megkerülésével és a fényút 5 méteres meghosszabbításával értük el, ez  $17 \cdot 10^{-9}$  s időkülönbségnek felel meg. A koincidienciaberendezés felbontóképessége  $1,2 \cdot 10^{-9}$  s volt.

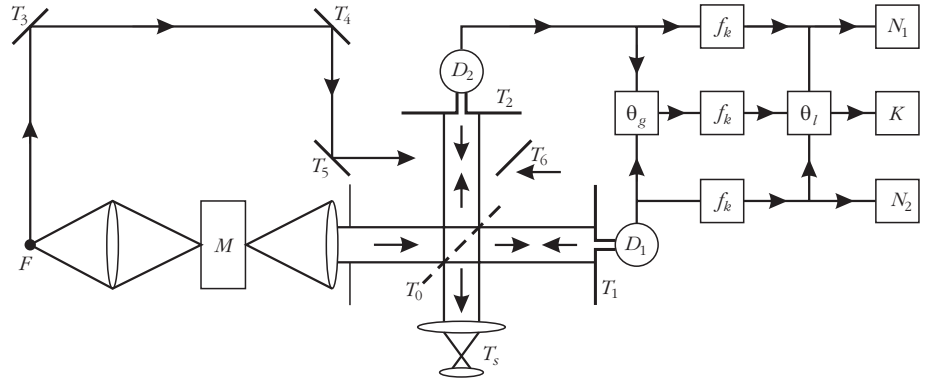
Megmértük a koherenciaképességet az úthossz- (idő-) különbség függvényében, és számítással meghatároztuk a fényforrás véges méretének hatását. A mért koherenciaképesség az 1,2 ns feloldóképességnél jóval rövidebb idő alatt lecsengett, ezért a  $\kappa(0) = 1$  miatt

$$\int_{-\infty}^{\infty} C_{12}^2(\tau) \kappa(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} C_{12}^2(\tau) d\tau \equiv \beta \theta,$$

a mérésekből és a számításból  $\beta = 0,045$  adódott. Tehát az egységnyi időre eső koincidienciák száma

$$k = 2 r^2 \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle \theta (1 + \beta).$$

A szisztematikus koincidienciák száma még ilyen nagy felbontóképesség mellett is alig múlja felül a véletlenekét. Ezért ugyanúgy, mint az előző esetben, felváltva végeztük a koherens és inkoherens megvilágítással a mérést 200 másodpercenkénti váltással. Az első méréssorozatban 1760 méréspárt végezve  $\beta$ -ra a koincidienciamérésből  $(4,5 \pm 0,25)\%$ , interferenciamérésből  $(4,6 \pm 0,17)\%$  adódott. A második sorozat 2538 méréspárja rendre  $(4,4 \pm 0,33)\%$ , illetve  $(4,0 \pm 0,17)\%$  értéket eredményezett,



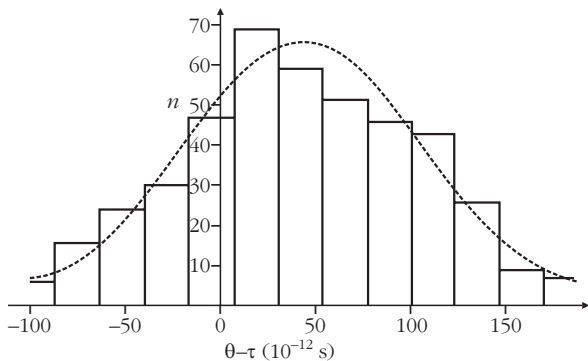
4. ábra. Az intenzitások korrelációját mérő berendezés.  $F$  fényforrás,  $M$  monokromátor,  $T_3$  részben áteresztő tükör,  $T_1$  és  $T_2$  kifűrt tükrök,  $D_1$  és  $D_2$ , detektorok,  $T_5$  teleszkóp az interferencia megfigyelésére,  $T_3 - T_6$  a fényút meghosszabbítására szolgáló tükrök, a  $T_6$  tükröt a mérő nyaládba be lehet billenteni.  $\theta_g$  1,25 ns felbontású,  $\theta_l$  1  $\mu$ s felbontású koincidenca-áramkör,  $f_k$  impulzusformáló áramkörök,  $K$ ,  $N_1$  és  $N_2$  számláló berendezések. Az interferenciában résztvevő nyalábot szélesnek rajzoltuk, a meghosszabbított fényút nyalábját csak jelöltük.

jó egyezéssel. (A két méréssorozat közben átépítettük a berendezést, a lámpa is öregedett, ez okozhatta az interferenciamérésnél tapasztalt eltérést.)

Nagy számok kis különbségét kimutatni mindig izgalmas feladat. Egyrészt ügyelni kell arra, hogy a berendezés valamely tökéletlensége ne okozzon hibát,<sup>4</sup> különösen akkor, ha a műhiba a várt effektus nagyságrendjébe esik. Ezért minden négy koherens-inkoherens méréspárt két ellenőrző mérés követett. Ha ezek nem utaltak a mérőberendezés hibájára, akkor még a statisztikai ingadozások okoztak izgalmat. Az adott esetben egy-egy 200 másodperces leolvasás alkalmával mintegy 900 darab koincidienciát számoltunk meg. Az ilyen események ritkák és egymástól függetlenek ezért a koincidienciaszám Poisson-eloszlást követ. A szórás várható értéke 30, összemérhető a várható különbséggel,  $0,045 \cdot 900 = 40$ . Ezért gyakran előfordult, hogy a koherens megvilágításnál kevesebb koincidienciát kaptunk, mint az azt követő inkoherensnél. Megesett, hogy tapasztalt kollégák is berendezéshibára gyanakodtak. A jelen munka szerzője bár nem kételkedett a valószínűségszámításban, maga sem örült a fordított előjelű effektusnak, viszont boldog volt, ha koherens megvilágításnál jóval nagyobb, mondjuk 50–60 értékkel nagyobb koincidienciaszámot mért az egyébként automatizált berendezés, mint inkoherens esetben. A statisztika törvényeinek ennyire alávett mérés érdekesebb a szerencsejátéknál, amiben végeredményben mindig a bank, az adott esetben a tudomány törvényei nyernek. Az egyes leolvasáspárokból számolt koincidienciaszám különbségének eloszlását a 5. ábrán szemléltetjük. Látható, hogy akadt, amikor a különbség negatív volt, de az átlag azért pozitív lett.

Természetesen a fenti kísérletet elvégezték a koincidencajelenség felfedezői [23] még mielőttünk, éppúgy periodikusan változtatva a koherens és inkoherens megvilágítást, mint az első (első rész [11]) koincidenca-kísérletben, és az egymás után következő leol-

<sup>4</sup> Előfordult ilyen. A disszertációmiban [22] nemcsak az eredményekről, hanem a bakikról is írtam.



5. ábra. A koherens és inkoherens nyalábokkal mért koincidenánciák száma normált különbségének hisztogramja és az illesztett Gauss-görbe.

vasások különbségét értékelték. Ők is összehasonlították a mért koincidenánciaszámot az interferenciámérésekből adódó mennyiséggel. A két eredmény jól egyezett. A méréssel kapcsolatos szépséghiát egy apró megjegyzés okozta: az egyik méréssorozatban megállapították a 10–10 leolvasásból származó koincidenánciaszámok empirikus szórását. Mivel a szórás kisebbnek bizonyult, mint a standard hiba, arra a következtetésre jutottak, hogy a berendezés paraméterei a mérés folyamán nem változtak. Ez azért téves állítás, mert a koincidenánciaszámok Poisson-eloszlást *kell* követnie, (lévén a koincidenánciak egymástól függetlenek és ritkák) a mért szórásnak csak a statisztika által elfogadott hibán belül szabad eltérnie az elméleti értéktől. Ha szignifikánsan nagy az eltérés, akkor keresni kell a hibát. Mi volt az eltérés oka, nem tudni, de a fenti kijelentésért a Jánossy-iskolában sarokba állítás járt.

A fény intenzitásának a rövid idejű megnövekedése fontos jelenség, az irodalomban a *photon bunching* (csomósodás) elnevezést kapta, felfedezése a két angol csillagász érdeme. A jelenség tisztán a foton kép, a Bose–Einstein-statisztika alapján is értelmezhető, ezt tette Györgyi Géza a jelen folyóirat hasábjain [24].

*Megállapíthatjuk, hogy a jelen részben ismertetett mérések nem adtak választ a cikksorozat első részében felvetett problémára – arra, hogy képes-e egy foton egyidejűleg két detektorra megszólaltatni. Koincidenánciak létrejöttéhez két foton kellett.*

A jelenség vizsgálata egy praktikus, mérés-technikai problémából indult ki, és azt fel is használták. Az ausztráliai Narrabiban épült fel egy intenzitás-interferométer [25], amelynek tükröi 188 m távolságra távolíthatók el egymástól. A paraboloid tükrök mérete 6,5 m (a Young-interferométer két diafragmája!). Ezeket irányítják a mérendő csillagokra. Egy tükör nem is egyetlen darabból áll, hanem 252 darab hatszögű sík-tükrökből, hiszen intenzitásmérésnél nem szükséges a

fázisinformációt megőrizni. Az idézett mű 32 megmért csillagot sorol fel  $6,1 \pm 0,7$  és  $0,41 \pm 0,03$  millimásodperc szögátmérő között. Kimutatták a Szűz alfája iker-csillag voltát, ez tekinthetjük a berendezés hitelesítésének is, hiszen egy másik, független spektroszkópiai, mérés már kimutatta a forgást.

## Irodalom

1. A. Brillet, J. L. Hall: Improved laser test of the isotropy of space. *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 564.
2. G. Magyar, L. Mandel: Interference fringes produced by superposition of independent maser light beams. *Nature* **198** (1963) 255.
3. R. L. Pfligor, L. Mandel: Interference of independent photon beams. *Phys. Rev.* **159** (1967) 1084.
4. A. T. Forrester, R. A. Gudmundsen, P. O. Johson: Photoelectric mixing of incoherent Light. *Phys. Rev.* **99** (1955) 1691.
5. R. Hanbury-Brown, R. Q. Twiss: Correlation between Photons in Two coherent beams of light. *Nature* **177** (1956) 27.
6. R. Hanbury-Brown, R. Q. Twiss: A New Type Interferometer for Use in Radio Astronomy. *Pbil. Mag.* **45** (1956) 663.
7. E. Brannen, H. I. S. Ferguson: The Question of Correlation between Photons in Coherent Light Beams. *Nature* **178** (1956) 481.
8. R. Hanbury-Brown, R. Q. Twiss: The question of correlation between photons in coherent light rays. *Nature* **178** (1956) 1447.
9. R. Q. Twiss, R. Hanbury-Brown: The Question of Correlation between Photons in Coherent beams of Light. *Nature* **179** (1957) 1128.
10. G. Rebka, R. V. Pound: Time Correlated Photons. *Nature* **180** (1957) 1035.
11. E. Brannen, H. I. S. Ferguson, Wehlau: Photon Correlation in Coherent Light Beams. *Canad. J. Phys.* **36** (1958) 871.
12. E. M. Purcell címnélküli megjegyzése a [7] cikkhez. *Nature* **178** (1956) 1449
13. R. Hanbury-Brown, R. Q. Twiss: Interferometry of the intensity fluctuations in light I. Basic theory: the correlation between photons in coherent light beams. *Proc. Roy. Soc.* **242** (1957) 300.
14. R. Hanbury-Brown, R. Q. Twiss: Interferometry of the intensity fluctuations in light II. An experimental test of the theory for partially coherent light. *Proc. Roy. Soc.* **243** (1958) 291.
15. R. Hanbury-Brown, R. Q. Twiss: Interferometry of the intensity fluctuations in light III. Application to astronomy. *Proc. Roy. Soc.* **243b** (1958) 199.
16. R. Hanbury-Brown, R. Q. Twiss: Interferometry of the intensity fluctuations in light IV. A test of the intensity interferometer on Sirius A. *Proc. Roy. Soc.* **248** (1958) 222.
17. M. Born, E. Wolf: *Principles of optics*. Cambridge University Press, 7-th ed. 1999.
18. L. Jánossy: On the classical fluctuations of a beam of light. *Il Nuovo Cimento* **6** (1957) 111.
19. L. Jánossy: The fluctuations of intensity of an extended light Source. *Il Nuovo Cimento* **12** (1959) 369.
20. L. Mandel: Concept of cross-spectral purity in coherence theory. *J. Opt. Soc. Am.* **51** (1961) 1342.
21. Gy. Farkas, L. Jánossy, Zs. Náray, P. Varga: Intensity Correlation of Coherent Light Beams. *Acta Phys. Hung.* **18** (1965) 199.
22. Varga P.: *Koherens fénnyalábok fluktuációinak vizsgálata*. kandidátusi értekezés, Budapest, 1962.
23. R. Q. Twiss, A. G. Little: The detection of the time-correlated photons by a coincidence counter. *Australian J. Phys.* **12** (1959) 77.
24. Györgyi Géza: Sugárnyalábok ingadozásai és korrelációja a részecske-kép alapján. *Fizikai Szemle* **12** (1962) 147.
25. R. Hanbury-Brown: *The Intensity Interferometer*. Taylor & Francis, London, 1974.

Szerkesztőség: 1027 Budapest, II. Fő utca 68. Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacímje: [mail.elft@mtesz.hu](mailto:mail.elft@mtesz.hu)

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős: Szatmáry Zoltán főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Kármán Tamás, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szatmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyezményen.

Megjelenik havonta, egyes szám ára: 780.- Ft + postaköltség.

**HU ISSN 0015–3257** (nyomtatott) és **HU ISSN 1588–0540** (online)



# NUMERIKUS MÓDSZEREK A DIÁKKÖRI MUNKÁBAN

Eichhardt Iván, Jaloveczki József  
Szent László Általános Művelődési Központ Gimnáziuma, Baja

„Az ismert dolgok végesek, az ismeretlenek végtelenek; szellemünk egy kis szigetcskén áll a megmagyarázhatatlan dolgok végtelen óceánjának közepén. Valamennyi generációnak az a dolga, hogy meghódítson még egy kis szigetet.”  
(Thomas H. Huxley)

## Diákkörünk

Diákkörünk 1999-ben alakult a bajai Szent László Általános Művelődési Központban, Mandelbrot Tudományos Diákkör néven. Első terveink közé tartozott a fraktálok megismerése. Később a program kibővült fizikai és más természeti jelenségek számítógépes modellezésével. Elsősorban a természettudományokat, matematikát, számítógépes programozást kedvelő tanulók jelentkeznek. A végzett diákköröseink nagy része műszaki, tudományos pályát választ.

## Miért használunk numerikus módszereket?

A középiskolában tanult természettudományos tárgyak, köztük elsősorban a fizika gyakran használ differenciálegyenleteket a mozgások, jelenségek időbeli változásának leírására. Ha valós problémákkal szeretnénk szakkörön, diákkörön foglalkozni, akkor az elméleti leírás, de főleg annak egzakt megoldása meghaladja a középiskolában elsajátítható matematikát. Még a matematikában jeleskedő tanulók sem jutnak tovább néhány egyszerű, szeparálható közönséges differenciálegyenlet analitikus megoldásánál. A differenciál- és integrálszámítás alapjainak elsajátítása után a felsőbb éves érdeklődő diákok elegendő matematikai és informatikai tudással bírnak ahhoz, hogy néhány numerikus módszer alkalmazásával oldjanak meg a valós életből vett természettudományos problémát. A kapott eredményeket, grafikonokat célszerű összevetni a tényleges megfigyeléssel, méréssel kapott adatokkal.

## Milyen módszereket használunk?

Közönséges, első- és másodrendű lineáris (időnként nemlineáris) differenciálegyenletek megoldására kü-

lönféle numerikus módszerek léteznek. A diákkörön ezek közül három módszert alkalmazunk. Ezeket szeretnénk most egyszerű példákkal ismertetni.

## Euler-módszer

Ismerve  $y_n$  értékét az  $x_n$  pontban (vagy  $t_n$  pillanatban), keressük  $y_{n+1}$  értékét az  $x_{n+1} = x_n + b$  pontban (vagy  $t_{n+1} = t_n + dt$  pillanatban), ahol  $b$ , illetve  $dt$  ismert.

Legegyszerűbb megoldásnak a Taylor-sorfejtést választhatjuk és  $y_{n+1}$ -et sorba fejtjük az  $x_n$  pont ( $t_n$  pillanat) körül és az első két tagot tekintjük:

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y(x_n + b) = \\ &= y(x_n) + b y'(x_n) + b^2 \frac{y''(x_n)}{2} + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

$$y_{n+1} - y_n = \Delta_{n+1} = b y' + O(b^2) \quad (2)$$

ahol  $O(b^m)$  olyan hibtagot jelent, mely  $b$ -ban  $m$ -ed rendű.

Megállapodás szerint  $m$ -ed rendűnek nevezzük a módszert, amennyiben a hibtag  $O(b^{m+1})$  típusú. Ennek értelmében az Euler-módszer elsőrendű. Az egy lépésben elkövetett hiba  $b^2$  rendű. Így az időbeli változásokat leíró mennyiségre kapott rekurziós formula:

$$y_0 := y(t=0), \quad (3)$$

$$y_{n-1} := y_n + \Delta t y'(t_n, y_n).$$

## Példa

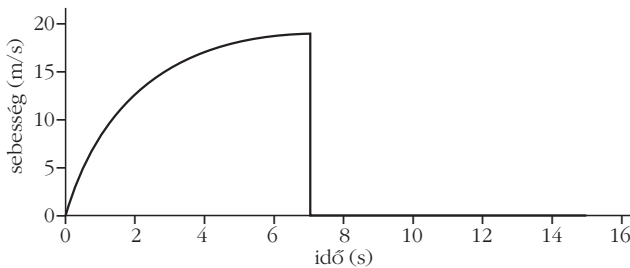
Ejtőernyős mozgása a gravitációs erő és a sebességgel arányos fékezőerő hatására:

$$\sum F = m \cdot a = F_{grav} - F_{fék}, \quad (4)$$

$$a = \ddot{y} = g - \frac{c}{m} \dot{y}. \quad (5)$$

Rekurziós formula a sebességre a (3) alapján:

A cikk a 2009. augusztus 27–29. között a *Fizika tanítása tartalmán és érdekesen* nemzetközi konferencián szekció-előadásként elhangzott *Numerikus módszerek a diákkörön* (előadó: Jaloveczki József) alapján készült. A szerzők köszönik *Tél Tamás* (ELTE, Elméleti Fizika Tanszék) professzor úr hasznos tanácsait, útmutatásait.



1. ábra. Egy 100 m magasból, kezdősebesség nélkül zuhanó „ejtőernyős” sebessége Euler-módszerrel ábrázolva a sebességgel arányos közegellenállás esetén, időlépés:  $dt = 0,0005$  s.

$$\begin{aligned} v_0 &= 0, \\ v_{n+1} &= v_n + a_n \Delta t. \end{aligned} \quad (6)$$

Analitikus megoldás  $\dot{y}$ -ra, vagyis az ejtőernyős sebességére (5) alapján:

$$v(t) = \dot{y} = \frac{mg}{c} \left( 1 - e^{-\frac{c}{m}t} \right). \quad (7)$$

A megfelelő paraméterek ( $c$ ,  $m$ ) és a kezdeti feltétel megadásával a sebesség Euler-módszerrel és analitikusan is ábrázolható. A földre érkezést a sebesség zérusra csökkenése jelzi. Az (5) mozgásegyenlettel jellemezhető esés sebességét Euler-módszerrel a (6) szerint ábrázoltuk (1. ábra), az általunk választott paraméterek:  $c = 0,5$  kg/s,  $m = 1$  kg,  $y(t=0) = 100$  m.

A mozgásegyenlet numerikus és analitikus megoldása ilyen kicsi ( $dt = 0,0005$  s) időközöket tekintve nem mutat jelentős eltérést a mozgás sebességére és a leérkezés idejére a fenti paraméterek esetén. A sebességre kapott értékek a számolás időlépésének növelésével már jelentős eltérést mutatnak a kétféle eljárásnál (2. ábra).

## A módosított Euler-módszer

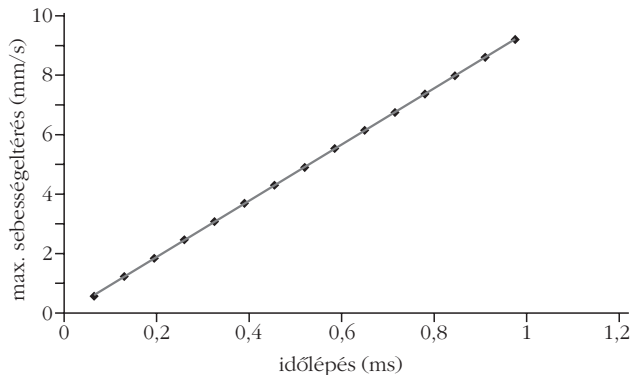
Az Euler-módszerben a test mozgását úgy írjuk le, hogy az új helykoordináta a régiek és a sebesség  $dt$ -szeresének az összege. A sebességet az intervallum elején lévő értéknél állandónak vettük. Ehhez képest pontosabb a módszer, ha az intervallum közepén vett értékkel, azaz az időközre vett átlagsebességgel számolunk. Ezt a módszert a Nobel-díjas Feynman is használta a dinamikai egyenletek numerikus megoldásánál [1].

$$\begin{aligned} x(t+dt) &= x(t) + dt \dot{x}(t+dt/2), \\ \dot{x}(t+dt/2) &= \dot{x}(t-dt/2) + dt \ddot{x}(t). \end{aligned} \quad (8)$$

A számolás első és utolsó lépéseként Euler módszerét alkalmazzuk.

### Példa

Lánc lecsúszása vízszintes asztalról [2]. Egy sima vízszintes asztalról  $l$  hosszú lánc csúszik le. Az egyenlet felírásakor és megoldásakor egyszerűsítésként úgy



2. ábra. Az „ejtőernyős” sebességének maximális eltérése az analitikus megoldás és az Euler-módszerrel történt számolás között, az időköz növelésével.

tekintjük, mintha a lánc egy – az asztal peremére hajlított – csőben csúszna. A mozgás kezdetekor a láncnak már  $l_0$  hosszú része csúszott le az asztalról. A láncra minden időpontban az asztalról addig a pillanatig lecsúszott  $x$  hosszúságú láncdarab súlyával egyenlő  $F$  erő hat. Ha az egész lánc súlya  $G$ , a következő arányt kapjuk:

$$\frac{F}{G} = \frac{x}{l}. \quad (9)$$

Ezen kívül hat az asztallal való súrlódási erő, ami az asztalon lévő rész súlyával arányos:

$$F_s = k \frac{mg}{l} (l-x). \quad (10)$$

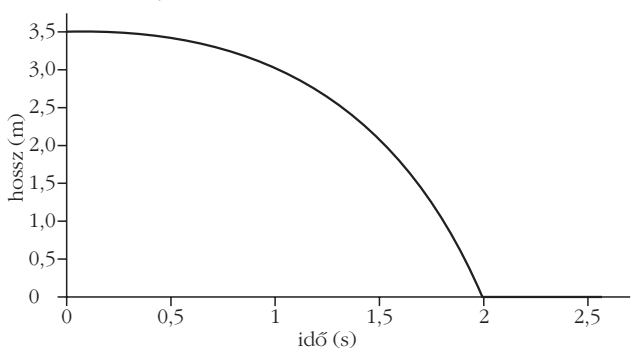
Newton II. törvényével állandó együtthatós, másodrendű (lineáris) differenciálegyenletet kapunk (9) és (10) alapján:

$$\ddot{x} - \frac{g}{l} (1+k)x + gk = 0. \quad (11)$$

A mozgásegyenletet a (8) módszer szerint numerikusan megoldva ábrázoltuk a lánc asztalon lévő részének hosszát (3. ábra) és a lecsúszó lánc sebességét (4. ábra) az idő függvényében.

A lánc mozgásegyenletét (11) megoldottuk a (6) módszerrel is, amikor is az intervallum elején kapott sebességet vesszük állandónak (Euler-módszer). Az asztalon lévő láncszakokat összehasonlítottuk a (8)

3. ábra. Asztalról lecsúszó lánc hossza az asztalon ( $dt = 0,00008$  s,  $k = 0,05$ ,  $l = 4$  m,  $l_0 = 0,5$  m).



módosított Euler-eljárással kapott értékekkel. A lánc-hosszak maximális különbségei a lépésköz ( $dt$ ) növekvő értékeivel lineárisan nőnek, ahogy ezt az 5. ábra mutatja.

## A negyedrendű Runge-Kutta-módszer

A numerikus módszerek szakirodalmában gyakran alkalmazott eljárás [5]. A módszer lényege segédváltozókkal kifejezett rekurziós formula az egyenletben szereplő változók időbeli fejlődésének számolására. A segédváltozók kifejezésében  $h$  a lépésköz (intervallum), és  $f(x_n, y_n) \equiv y'(x_n, y_n)$  derivált:

$$\begin{aligned} k_1 &\equiv h f(x_n, y_n), \\ k_2 &\equiv h f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right), \\ k_3 &\equiv h f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right), \\ k_4 &\equiv h f(x_n + h, y_n + k_3). \end{aligned} \quad (12)$$

Mozgásegyenletek megoldásánál a negyedrendű Runge-Kutta-módszer alkalmazott formulái az elmozdulásokra [3]:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= v_n \Delta t \\ k_2 &= \left(v_n + \frac{k_1}{2}\right) \Delta t \\ k_3 &= \left(v_n + \frac{k_2}{2}\right) \Delta t \\ k_4 &= (v_n + k_3) \Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \quad (13)$$

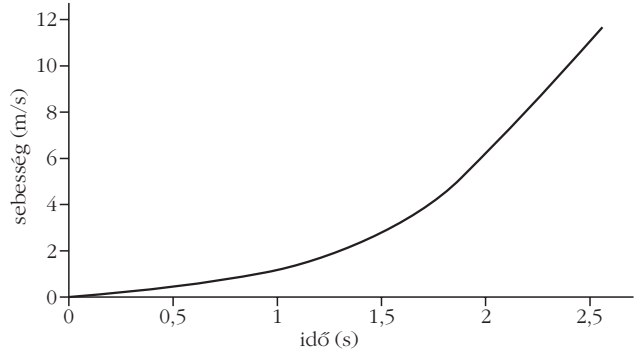
$$\Rightarrow x_{n+1} = x_n + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4).$$

A sebességekre:

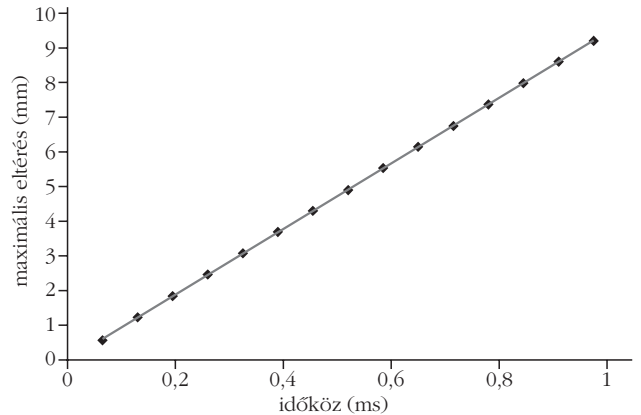
$$\left. \begin{aligned} k_1 &= a(x_n, v_n, t_n) \Delta t \\ k_2 &= a\left(x_n + \frac{k_1}{2}, v_n + \frac{k_1}{2}, t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \Delta t \\ k_3 &= a\left(x_n + \frac{k_2}{2}, v_n + \frac{k_2}{2}, t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) \Delta t \\ k_4 &= a(x_n + k_3, v_n + k_3, t_n + \Delta t) \Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \quad (14)$$

$$\Rightarrow v_{n+1} = v_n + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4).$$

Az egy lépésben elkövetett hiba  $h^5$  rendű [3]. Egy  $N$ -ed rendű eljárásban a hiba közelítőleg  $h^{N+1}$ . A hibák időben halmozódnak, de ez a halmozódás nem feltétlenül lineáris. A Taylor-sorfejtés véges számú taggal



4. ábra. Asztalról lecsúszó lánc csúszási sebessége ( $dt = 0,00008$  s,  $v_0 = 0$  m/s,  $k = 0,05$ ,  $l_0 = 0,5$  m), a lánc asztalon lévő részének lecsúszása után a sebesség természetesen a szabadesési törvényt követi.



5. ábra. Az asztalon lévő láncosszra kapott maximális eltérések alakulása az intervallum növelésével Euler- és a módosított Euler-módszerek között.

való közelítéséből adódó hiba mellett egy másik hibaforrás a kerekítési, számábrázolási hiba. Ennek teljes járuléka nő a lépések számával, ezért a  $h$  időlépést túlságosan kicsinek sem érdemes választani [4].

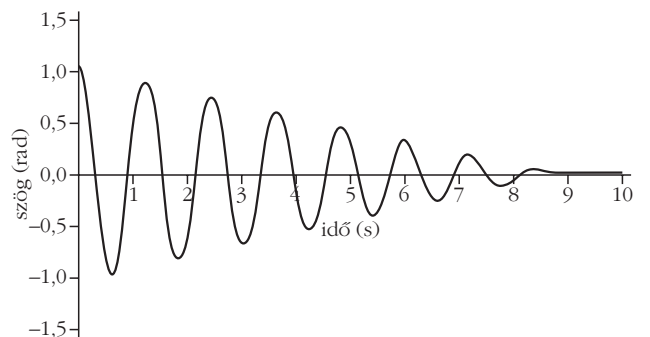
### Példa

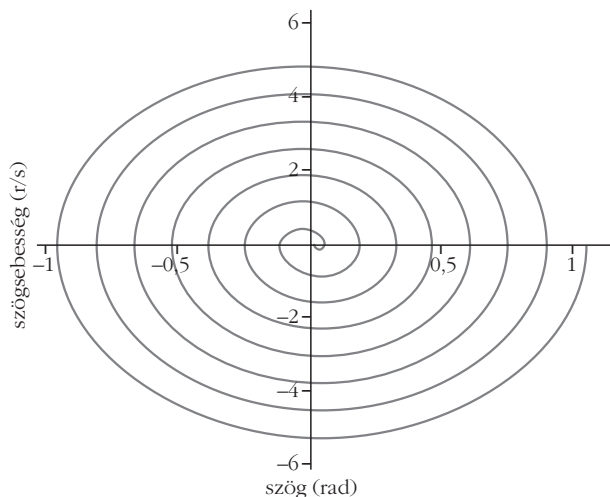
Fizikai (rúd) inga a szögsebességgel arányos súrlódással:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{3g}{l} \sin \varphi - k \dot{\varphi}. \quad (15)$$

A (15) mozgásegyenlet megoldásakor a szögsebességre a (14), a szögkitérésre a (13) rekurziós formulákat

6. ábra. Az inga szögkitérése RK4 módszerrel ( $l = 1$  m,  $\varphi_0 = 60^\circ$ ,  $k = 1$ ,  $dt = 0,0008$  s).



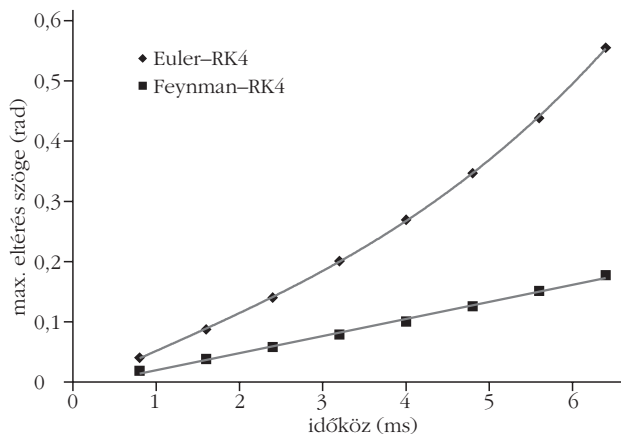


7. ábra. A fizikai inga fázissíkja, szögsebessége a szögkitérés függvényében ( $l = 1$  m,  $\varphi_0 = 60^\circ$ ,  $k = 1$ ,  $dt = 0,0008$  s).

használtuk. A szögkitérést az idő függvényében ábrázolva (6. ábra) a jól ismert csillapított rezgés grafikonot kapjuk.

Periodikus mozgásoknál gyakran alkalmazott ábrázolási mód a fázis térben való ábrázolás. Ilyenkor ingánál a szögsebességet ábrázoljuk a szögkitérés függvényében (7. ábra). Az inga leállítását az origóba befutó trajektória jelzi (fixpont attraktornak nevezzük). Ha a mozgásnál nem lépne fel súrlódás, akkor a fázissíkbeli trajektória kör lenne.

Összehasonlítottuk a három módszerrel kapott szögkitéréseket különböző növekvő időközszel, ugyanolyan paraméterek és kezdeti feltételek esetén.



8. ábra. A különböző módszerek maximális eltérése az inga szögkitérésére növekvő időlépés ( $dt$ ) szerint ábrázolva.

Szembetűnő, hogy míg az Euler-módszerrel számolt szögkitérés maximális eltérése a Runge-Kutta4-módszertől rohamosan növekszik, addig a módosított Euler-módszer (8) szerint számolva az eltérések csak lineárisan nőnek (8. ábra).

#### Irodalom

1. R. P. Feynman: *Mai Fizika*. (1. kötet, 116. o.) Műszaki kiadó, Budapest, 1969.
2. K. K. Ponomarjov: *Differenciálegyenletek felállítása és megoldása*. (115. o.) Tankönyvkiadó, Budapest, 1981.
3. Tél T., Gruiz M.: *Kaotikus dinamika*. (292. o.) Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.
4. Tél T., Gruiz M.: *Kaotikus dinamika*. (293. o.) Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.
5. Móricz F.: *Differenciálegyenletek numerikus módszerei*. (30. o.) Polygon jegyzettár, 1998.

## A XIX. ÖVEGES JÓZSEF FIZIKAVERSENY ORSZÁGOS DÖNTŐJE

Juhász Nándor, Szeged, Rókusi Általános Iskola  
 Ósz György, Ács, Jókai Mór Általános Iskola  
 Vida József, Eger, Eszterházy Károly Főiskola

Nyitónap – 2009. május 22.

A XIX. Öveges József Fizikaversenyt ebben az évben már hetedik éve Győrben és hatodik alkalommal a Kazinczy Ferenc Gimnáziumban rendeztük meg. Jelentős szerepet vállalt, mint társrendező, Győr-Moson-Sopron Megye Közgyűlése, Győr Megyei Jogú Város Polgármesteri Hivatala, Győr-Moson-Sopron Megye Pedagógiai Intézete és a Kazinczy Ferenc Gimnázium.

A verseny döntőjén 72 hazai és 9 határainkon kívüli országokban fizikát magyar nyelven tanuló diák vett részt.

Az országos döntő a versenyzők számára ebben az évben is térítésmentes volt. Az Oktatási és Kulturális Minisztérium és a szponzorok anyagi támogatása, a

szakcsoport vezetése, a versenybizottság és a helyi közreműködő kollégák hathatós segítsége mind hozzájárult a sikeres, eredményes lebonyolításhoz. Természetes, hogy a verseny döntőjét ebben az évben sem lehetett volna megszervezni az ambiciózus, nagy hivatástudattal rendelkező és elkötelezett fizikatanárok, az iskolák érdekeit jól látó, a tehetséges tanulók fejlődését elősegítő igazgatók nélkül.

A győri városháza impozáns dísztermében zajló ünnepélyes megnyitóval kezdetét vette a háromnapos verseny. A nyitóünnepségen Ósz György, a versenybizottság titkára bemutatta és köszöntötte a díszelnökség tagjait és a megjelenteket, majd Kiss Gyula, az ELFT Általános Iskolai Oktatási Szakcsoportjának elnöke szólt a meghívottakhoz, és Fülöp Viktorné me-



gyei szaktanácsadó, helyi főszervező felolvasva *Göncz Árpádnének* – a verseny fővédnökének – a diákokhoz intézett levelét. *Németh Tibor*, a társrendező Kazinczy Gimnázium igazgatója a házigazdák nevében „elvárásuknak megfelelő” versenyzést kívánt a résztvevőknek. *Kádár György*, az ELFT főtitkára beszédében hangsúlyozta, hogy az országnak igen nagy szüksége van a tehetséges fiatalokra. Reményét fejezte ki, hogy a mostani versenyre való felkészülési munkát folytatni fogják a középiskolában is, és négy év múlva az egyetemek fizika szakára, vagy a műszaki egyetemre jelentkezők között is találkozhat majd a nevükkel. *Szakács Imre*, a Győr-Moson-Sopron Megyei Közgyűlés elnöke nyitotta meg a versenyt.

A megnyitó után városnézésen, este hangversenyen vettek részt a versenyzők.

## A verseny napja – 2009. május 23.

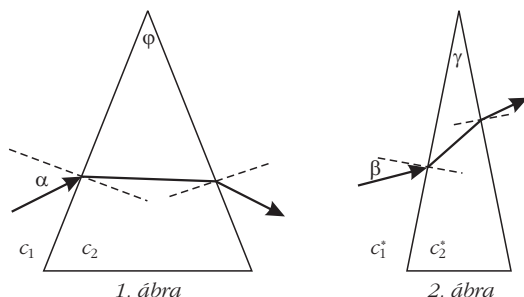
A délelőtti folyamán a gondolkodtató (teszt jellegű) feladatsorra, és két összetett, számolást is igénylő feladat megoldására került sor. Az ebéd után a verseny a fizikatörténeti, a kísérleti és a kísérletelemző feladatokkal folytatódott.

A döntő (és a második forduló) feladatait a feladatkitűző bizottság *Kövesdi Katalin* (Szeged) vezetésével *Csákány Antalné* (Budapest), *Horváthné Fazekas Erika* (Szeged), *Pál Zoltán* (Gödre), *Lakatos Ferenc* (Szeged), a kísérletelemző és a kísérleti feladatot *Vida József* (Eger), a fizikatörténeti feladatot *Ősz György* (Ács) készítette. Az első forduló feladatsorát *Zátonyi Sándor* (Sopron) és *Pápai Gyuláné* (Fertőd) állította össze.

## Tesztek

Az első két feladat után 4–4, a további három feladat után 5–5 választ (állítást) közlünk, amelyek között több helyes (igaz) is lehet. Állapítsd meg, hogy melyik válasz (állítás) helyes, illetve melyik hibás. Ha igaznak ítéled a választ (állítást), akkor írd „I”, ha hibásnak, akkor írd „H” betűt a pontsorra. Minden helyes válasz 1 pontot ér. Így, ha minden válaszlehetőség igaz vagy hamis voltáról jól döntesz, a tesztre összesen 33 pontot kaphatsz.

1. Két prizma egy-egy keskeny fénynyalábot bocsátunk. A fénysugarak a prizmán kétszeres törés után az 1., illetve 2. ábra szerint haladnak tovább. A fény



1. ábra

2. ábra

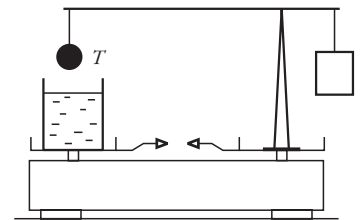
terjedési sebessége a prizma környezetében  $c_1$ , illetve  $c_1^*$  míg a prizma anyagában  $c_2$ , illetve  $c_2^*$  értékű.

Az alább felsorolt okok közül mely, vagy melyek okozhatják a kétszer megtört fénysugarak különböző irányú haladását?

A prizmán áthaladva azért különböző a két fénysugár iránya, mert

- ... a beesési szögek eltérők:  $\alpha > \beta$ ;
- ... a prizma törőszöge különböző:  $\varphi \neq \gamma$ ;
- ... az 1. esetben  $c_1 > c_2$ , míg a 2. esetben  $c_1^* < c_2^*$ ;
- ... a második esetben nagyobb teljesítményű izzóval világítottuk meg a prizmát.

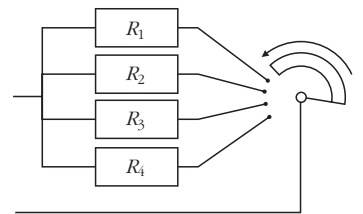
2. Egy mérleg egyik tányérjába helyezett pohár vizet kiegyensúlyozza a másik tányérjába helyezett – egyensúlyban levő – emelő. Mi történik, ha a  $T$  fémgömböt a tartófonal meghosszabbításával a víz alá engedjük? (A fémgömb sehol nem ér a pohár falához, a fonal súlya elhanyagolható.) Minősítsd a válaszokat!



(A fémgömb sehol nem ér a pohár falához, a fonal súlya elhanyagolható.) Minősítsd a válaszokat!

- ... Az emelő és a mérleg egyensúlya is megmarad.
- ... A mérleg egyensúlya megmarad, az emelő egyensúlya felborul.
- ... Mind az emelő, mind a mérleg egyensúlya felborul.
- ... Az emelő  $T$  gömb felőli oldala felemelkedik.

3. Egy szabályozó ellenállás párhuzamosan kapcsolódó 4 ellenállásból áll. A körív alakú kapcsoló elforgatásával az ellenállásokat sorban egymás után bekapcsolhatjuk az áramkörbe. Az alább felsorolt ellenállásnégyesek közül melyikkel érhető el, hogy minden újabb ellenállás bekapcsolása után az eredő ellenállás az előző érték felére csökkenjen, és a szabályozó ellenállás legnagyobb értéke  $400 \Omega$  legyen?



Az alább felsorolt ellenállásnégyesek közül melyikkel érhető el, hogy minden újabb ellenállás bekapcsolása után az eredő ellenállás az előző érték felére csökkenjen, és a szabályozó ellenállás legnagyobb értéke  $400 \Omega$  legyen?

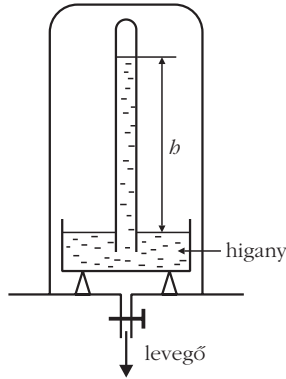
- ...  $R_1 = 100 \Omega$ ;  $R_2 = 100 \Omega$ ;  $R_3 = 200 \Omega$ ;  $R_4 = 400 \Omega$ .
- ...  $R_1 = 400 \Omega$ ;  $R_2 = 400 \Omega$ ;  $R_3 = 200 \Omega$ ;  $R_4 = 200 \Omega$ .
- ...  $R_1 = 100 \Omega$ ;  $R_2 = 100 \Omega$ ;  $R_3 = 100 \Omega$ ;  $R_4 = 100 \Omega$ .
- ...  $R_1 = 400 \Omega$ ;  $R_2 = 400 \Omega$ ;  $R_3 = 200 \Omega$ ;  $R_4 = 100 \Omega$ .
- ... A felsorolt ellenállásnégyesek egyike sem felel meg a feltételeknek.

4. Két, azonos hosszúságú, kör keresztmetszetű és ugyanazon anyagból készült huzalunk van. Az egyik ellenállása  $R$ , a másiké  $R/2$ . Minősítsd az alábbi állításokat!

- ... Az  $R/2$  ellenállású huzalnak feleakkora a súlya, mint a másiké.
- ... Az  $R$  ellenállású huzalnak kétszer akkora a sugara, mint a másiknak.
- ... Az  $R/2$  ellenállású huzalnak kétszer akkora a tömege, mint a másiknak.

- d) ... Ha a két ellenállást párhuzamosan kapcsoljuk az áramforráshoz, az  $R/2$  ellenállású huzalon ugyanannyi idő alatt kétszer annyi hő fejlődik, mint a nagyobb ellenállású huzalon.
- e) ... A két huzalt sorosan kapcsolva egy áramforráshoz, a kisebb tömegű huzal végei között kisebb feszültség mérhető.

5. Egy körülbelül 1 m hosszú, keskeny üvegcsövet teltöltöttünk higanyval, majd a cső nyílását befogva belefördítettük egy szintén higanyt tartalmazó tálba. A csőből a higany egy része kifolyt. Ezután a tál és a benne levő csövet légszivattyú burája alá helyeztük, majd kiszívtuk a bura alól a levegőnek egy részét. Mi történt a higany szintjével a tálban, illetve a csőben? Minősítsd az alábbi állításokat!

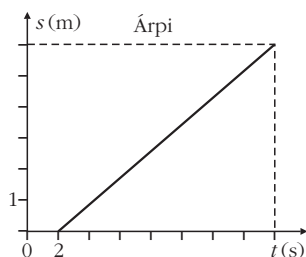


- a) ... Mind a csőben, mind a tálban csökkent a higany szintje.
- b) ... A csőből higany folyt ki.
- c) ... Mind a csőben, mind a tálban változatlan maradt a higany szintje.
- d) ... A csőben csökkent, míg a tálban nőtt a higany szintje.
- e) ... A csőben megemelkedett, a tálban pedig csökkent a higany szintje.

6. Egyenletesen haladó piros színű tehervonat 4 s alatt halad el a szabad jelzést mutató jelző-lámpa mellett. Rövid idő múlva a mozdony eleje, a párhuzamos sínen vele azonos nagyságú sebességgel, de ellentétes irányba haladó 40 m hosszú, kék színű tehervonat mellett szintén 4 s alatt halad el. Minősítsd az alábbi állításokat!

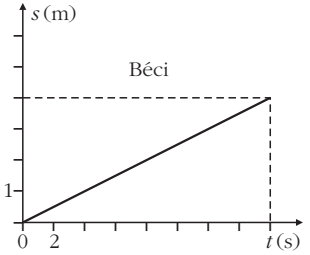
- a) ... A vonatok 18 km/h sebességgel haladnak.
- b) ... A piros színű tehervonat is 40 m hosszú.
- c) ... A két mozdony találkozásától számított 10. másodperc végén a két szerelvény utolsó kocsija 40 m távolra van egymástól.
- d) ... A piros vonat a kék vonat mozdonya mellett 10 s alatt haladna el, ha az állna.
- e) ... A kék vonat a piros vonat utolsó kocsija mellett 4 s alatt haladna el, ha az állna.

7. Árpi és testvére Béci a karácsonyra kapott távirányítós autóikkal játszanak a lakásuk előtti hosszú folyosón. Az egymással szembe haladó autók mozgását a két út-idő grafikonon ábrázolja az autók indulásától az összeütközésükig, amikor is az autók megállnak. Mindkét autó kerekeinek 2,5 cm a kerülete.



Minősítsd az alábbi állításokat!

- a) ... Amikor mindkét autó nyugalomban volt, 10 m távol voltak egymástól.
- b) ... Árpi autója feleakkora sebességgel haladt, mint Béci autója.
- c) ... A gyorsabb autó kereke az ütközésig 240-szer fordult körbe.
- d) ... A lassúbb autó kereke másodpercenként 20-at fordult.
- e) ... Ha nem ütköztek volna össze, hanem elmennek az autók egymás mellett, akkor Árpi autója 25 s-mal kevesebb idő alatt ért volna át Bécihez, mint ahogy Béci autója ért volna Árpihoz.



### Értékelés

Igyekeztünk úgy összeállítani a tesztet, hogy a tantervi témakörök mindegyikét reprezentálta legalább egy kérdés. Az idei versenyen, a tavalyihoz mérten, a versenyzők közül kevesebben jelöltek meg gondolatlanul. Akik mégis javították korábbi bejelölésüket, azt egyértelműen végezték el. A legtöbb nehézséget az optikai (1.), a légnyomással kapcsolatos (4.) és az egyik összetettebb mozgásos feladat (6.) jelentette. Ezekből teljesítettek a teljes tesztből számított átlag alatt. A 33 lehetséges pontot hét tanuló érte el, 60% (20 pont) alatti eredményt mindössze 3 tanulónál tapasztaltunk.

A 81 versenyző közül 76-an teljesítettek 70% felett. A teszt pontátlaga 27,9, ami százalékosan 84,5%-nak felel meg. Ebben a feladattípusban értek el legjobb eredményt a tanulók.

### Számolásos feladatok

1. Régen elsüllyedt kincses ládát egy csörlő segítségével egyenletesen, 0,2 m/s sebességgel húztak fel a 20 m mély tengerfenékről. A láda 80 cm  $\times$  60 cm alapterületű, 50 cm magas, tömege 1800 kg. Mennyi munkavégzés történt az idő alatt, míg a láda alja a vízfelszínre jutott?

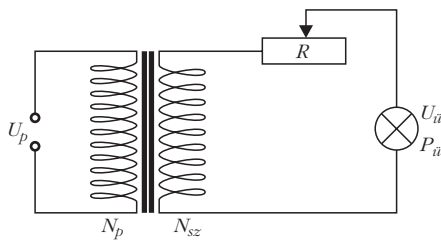
Amikor a láda alaplapja a vízfelszínre elért, a csörlő motorja egyenletesen lassulva leállt. A motor leállításának pillanatában a kincses láda fedőlapja 0,8 m magasan volt a vízfelszín felett. Mennyi ideig lassult a csörlő motorja?

A tengervíz sűrűsége 3%-kal nagyobb, mint az édesvízé.

### Értékelés

Meglepően sok teljes értékű megoldást találtunk. A megszerezhető 20, míg az átlagpontszám 14,6 volt, ami 73%-os teljesítményszintet jelent. Voltak, akik képlet helyett a görbe alatti területtel számoltak. A tanulók többségének a feladat megoldási algoritmusuk jól követhető és esztétikailag is elfogadható volt. Néhányan a láda magasságát a vízben történő emelésnél, illetve a vízből való kiemelésnél nem vették figyelembe, az utóbbinál az átlagerővel kellett volna számolni.

2. Egy transzformátor szekunder tekercsére az *ábra* szerinti kapcsolásnak megfelelően egy fogyasztót kapcsolunk, amelynek üzemi feszültsége  $U_{\bar{U}} = 24 \text{ V}$ , teljesítménye  $P_{\bar{U}} = 60 \text{ W}$ . A tekercsek menetszámainak aránya:  $N_p:N_{sz} = 4:1$ .



A transzformátor primer tekercsét a 230 V-os hálózatra kapcsoljuk. Az  $R = 200 \Omega$  ellenállású előtét-ellenállás hány százalékát kell az áramkörbe kapcsolni ahhoz, hogy a fogyasztó az üzemi feszültségen működjön?

### Értékelés

Sok szép, logikus megoldás született. A tanulók tisztában voltak a transzformátor működési elvével, a soros kapcsolás feszültségviszonyaival, értették, hogy az üzemi feszültség mit jelent. A teljesítményszint 83%-os lett. Az átlagpontoszám 10,0 ami a maximálisan szereshető 12 pontot figyelembe véve magas megoldottságot jelent. Sokan értek el maximális pontszámot, így ez a feladat a vártnál kisebb megpróbáltatást okozott a versenyzőknek.

Negatív tapasztalataink egynémely dolgozatnál: mértékegységek elhagyása, logikai sorrend követhetlensége, külalak kifogásolhatósága, komolytalan megjegyzések a feladatlapon.

### Kísérleti feladat

Az előttdet lévő eszközök felhasználásával határozd meg a kavics anyagának sűrűségét!

Az alumínium sűrűsége:  $\rho_{Al} = 2,7 \text{ g/cm}^3$ , a víz sűrűsége:  $\rho_{v\acute{I}z} = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

#### Eszközök:

- tömör alumínium hasáb, felfüggesztve zsinórra;
- kavics felfüggesztve zsinórra;
- hurkapálca, végein rovátka a zsinór rögzítéséhez;
- kis állvány;
- egy pohár víz;
- vonalzó.

Törekedj arra, hogy a mérési jegyzőkönyvedből pontosan meg lehessen állapítani, hogyan oldottad meg a feladatot! Rajzokkal is illusztráld a mérési helyzeteket!

A kavicson található sorszámot ide ... írd be!

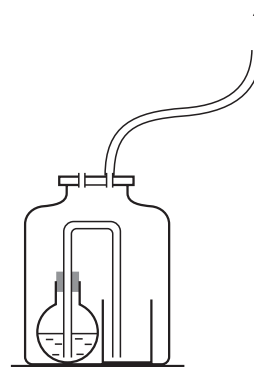
### Értékelés

A feladat megmozgatta a gyerekek fantáziáját, és a vártnál több ötletes és változatos megoldással találkozunk. Kitűnően alkalmazták a meglévő matematikai tudásukat: egyenletekkel, sőt egyenletrendszerekkel is dolgoztak. Sokan megfogalmazták a lehetséges hibaforrásokat, néhányan több mérés átlagával számoltak. A tanulók egy részénél a pontatlan mérés okozott nem elfogadható végeredményt. A feladatra

maximum 20 pontot lehetett szerezni, az átlagpontoszám 15,3 lett, ami kerekítve 77%-os teljesítményszintnek felel meg.

### Kísérletelemző feladat

Nagyméretű befőttes üveg belsejébe egy üvegpoharat és mellé vízzel félig telt kis lombikot helyeztünk. A gumidugóval lezárt lombikból hajlított üvegcső vezet ki a pohárba. Az üvegcső végei leérnek a lombik, illetve a pohár aljáig. A befőttes üveget lezárjuk egy fedéllel, amelyen két kivezető nyílás van. Az egyik nyíláshoz egy légszivattyút csatlakoztatunk.



Amikor a légszivattyú működik, és közben a másik nyílást ujjunkkal befogjuk, azt tapasztaljuk, hogy a víz a lombikból a csövön keresztül átfolyik a pohárba, de ha az ujjunkat elvesszük a nyílásról, a víz visszafolyik a lombikba. Ezt a folyamatot – a légszivattyú folyamatos működése mellett – többször is megismételhetjük.

Adj részletesen magyarázatot a kísérletben látottakra!

### Értékelés

A bemutatott kísérlet látványos, jól követhető volt. A tanulók elemzésében a szaknyelvet meg lehetett követelni, hiszen a kísérlethez tartozó szakszöveget tanulták. A javító zsűri számára így könnyen elkülöníthető volt a pontatlan fogalmazás a szakszerűtől. Ezt a pontozásban ki is nyilvánították. A versenyzők ebben a feladatban 69%-os teljesítményszintet értek el. A 10 pontos feladat pontátlaga 6,9 lett.









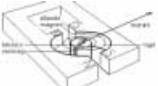
### Fizikátörténeti feladat

*Huszonnégy sorszámozott állítást (köztük képeket) tartalmaz az alábbi táblázat. Valamennyi három francia fizikus munkásságával kapcsolatos. Ezeknek az állításoknak a sorszámát kell az alsó, üres táblázat egyes soraiba a fizikusok neve alá beírni! Van olyan állítás, amelynek a sorszámát több helyre is beírhatod! A pontozott részek kitöltésével további pontokat kaphatsz!*

### Értékelés

Ebben a feladatban a tanulók jól teljesítettek, 7 pontnál kevesebbet senki sem ért el (maximum 15 pontot lehetett szerezni), ennek következtében az átlagpontoszám is magas volt (12,4).

A tanulók teljesítményszintje kerekítve 83% lett, ami a korábbi évekhez képest fejlődést jelent, mert az előző évek tapasztalatai azt mutatták, hogy a történeti feladatokra készültek fel legkevésbé a versenyzők.

1		2		3	
4	(Kitöltendő a pontozott rész!) Az eszköz neve: ..... 	5	Torziós mérleggel kimutatta, hogy két töltés között ható erő egyenesen arányos a töltések nagyságával, és fordítva arányos a töltések távolságának a négyzetével. E törvényt pontoszerű töltésekre mondta ki, de később a mágnességre is igazolta. Felfedezése akkor vált döntő jelentőségűvé, amikor az atomszerkezeti kutatások előtérbe kerültek.	6	
7	Az iránytű tökéletesítéséért, valamint az egyszerű gépek elméletének kidolgozásáért 1782-ben beválasztotta tagjai sorába a Francia Tudományos Akadémia.	8	1803-ban megjelent Lyonban a szerencsejátékok elméletéről szóló tanulmánya, ami felhívta rá a matematikusok figyelmét.	9	Több találmány is fűződik a nevéhez. Ő hozta létre többek között a galvanométert és az elektromágnezt is.
10	Kémiában is maradandót alkotott: az elsők egyike volt, akik megkülönböztették az atomokat és a molekulákat.	11	Matematikában a valószínűségszámítás és a kombinatorika alapvető tételei tőle származnak.	12	Nevéhez fűződik a szilárd testek csúszási súrlódásának kiterjedt vizsgálata is.
13		14	„A természet titkai rejtve vannak előttünk; jóllehet állandóan alkot, nem látjuk mindig az eredményt; csak idővel s koronként ismerjük meg, s bár a természet mindig egyforma, mi sem ismerjük mindig egyformán. Egyre többet tapasztalhatunk, mert elménk egyre fejlődik...” (idézet írásából)	15	
16	Nem lelkesedett a nagy francia forradalom eszméiért.	17	Hallhatott Napóleon 1809-es győztes győri csatájáról.	18	Halála előtti években filozófiával és teológiával foglalkozott.
19	(Kitöltendő a pontozott rész!) A róla elnevezett egységgel kifejezve mivel egyenlő 1 atm = ..... 1 torr = ..... 1 bar = .....	20		21	(Kitöltendő a pontozott rész!) A róla elnevezett SI alap mértékegység szerint annak az állandó ..... az erőssége egységnyi, amely két párhuzamos, egyenes, végtelen hosszú, elhanyagolható keresztmetszetű, és vákuumban egymástól egy méterre elhelyezett vezetőben áramolva méterenként $2 \times 10^{-7}$ N erőt hoz létre.
22	 (Galvanométer kis erősségű áramok mérésére.)	23	A folyadékokkal kapcsolatos kísérletei során felismerte a hidrosztatikai nyomást és annak kiszámítását, a közlekedő edények törvényét és a hidraulikus prés elvét.	24	Munkásságának jelentősége abban állt, hogy mennyiségi módszereket vezetett be az elektromosság és a mágnesség tudományába, alkalmazva rájuk a Newtoni mechanika alapelveit.

<b>Blaise Pascal</b>	<b>André Marie Ampère</b>	<b>Charles-Augustin de Coulomb</b>

Miközben a versenyzők a feladatok megoldásán dolgoztak, Kiss Gyula és Ósz György a felkészítő tanárokkal beszélgetett a verseny jövőjéről, a következő évek terveiről, lebonyolításáról.

A tanulók számára a délutáni versenyszakaszt követően pihenés, kötetlen program következett. Eközben a posztereken bemutatott döntő feladatainak megoldásait tekinthették meg. Vacsora után *Zombori*



Ottó az Uránia Csillagvizsgáló ny. igazgatója tartott a diákoknak és kísérőiknek nagy érdeklődést kiváltó előadást és távcsöves bemutatót.

## Eredményhirdetés – 2009. május 24.

Az ünnepélyes eredményhirdetésre vasárnap délelőtt a városháza dísztermében került sor. *Horváth Zalán*, az ELFT elnöke köszöntötte a versenyzőket és méltatta kitaró munkájukat, ami a döntőbe jutást eredményezte számukra. *Németh Viktor*, Győr Megyei Jogú Város Kulturális és Oktatási Bizottságának elnöke, a társrendező házigazdák nevében gratulált a diákoknak, felkészítő tanáiraiknak és a rendezőknek, megköszönve magas színvonalú munkájukat. *Annie Auroux*, Franciaország magyarországi nagykövetségének oktatási együttműködésért felelős attaséja köszöntőjében örömet és büszkeségét fejezte ki, hogy a magyarországi 14 éveseknek rendezett országhatárokat átívelő fizikaversenyen hazája fizikusainak életéről, munkásságáról kell számot adni a versenyzőknek. Hangsúlyozta, hogy a természettudományoknak, ezen belül a fizikának komoly szerepe van az európai országok közös kutatási projekteiben. Ehhez persze nyelveket is tudni kell a jövő tudósainak, és ezért különdíjként két francia nyelvtanfolyamra szóló meghívást hozott magával az arra érdemes versenyzőknek. Göncz Kinga az Öveges család képviselőjében szólalt fel. Örömet fejezte ki, hogy nemcsak a városok iskoláiból, hanem távoli kis községekből is vannak résztvevői a versenynek. Megható pillanata volt a díjkiosztó ünnepségnek, amikor bejelentette, hogy a versenyzők közül a legkisebb településről a Szabolcs-Szatmár-Bereg megyei Porcsalmáról való versenyzőt és felkészítő tanárát meghívja egy hosszú hétvégére Brüsszelbe, az Európai Parlamentbe. A versenyt *Hadházy Tibor*, a zsűri elnöke értékelte, majd Kiss Gyula elnökkel átadta a díjakat. A verseny abszolút első helyezettjének és felkészítő tanárának járó Öveges-plakettet Horváth Zalán nyújtotta át.

A verseny végén minden résztvevő ajándékcsomagot kapott, benne természettudományokkal, számítástechnikával foglalkozó könyvekkel, folyóiratokkal és a megyét bemutató idegenforgalmi kiadványokkal.

A XIX. Öveges Fizikaverseny lebonyolításában az alábbi kollégák működtek közre: Kiss Gyula, a Szakcsoport elnöke (Demecser), Vida József, a versenybizottság elnöke (Eger), Hadházy Tibor, a zsűri elnöke (Nyíregyháza), Ósz György, a versenybizottság titkára (Ács), Fülöp Viktorné, a döntő helyi főszervezője (Győr).

Az értékelő zsűri tagjai: *Janóczki József* (Debrecen), *Jubász Nándor* (Szeged), *Kleizerné Kocsis Mária* (Kapuvár), *Krakó László* (Tát), *Nikbázy Lászlóné* (Győr), *Pál Zoltán* (Gödre), *Pápai Gyuláné* (Fertőd), *Slezák Zsolt* (Mocsa).

A verseny alatt felügyelőtanárként dolgozott: *Antoni Istvánné* (Hédervár), *Czinke Sándor* (Demecser), *Horváthné Perger Zsuzsanna* (Ács), *Kukorelliné Szabó Mónika* (Győr), *Vidáné Papp Csilla* (Győr), *Wernerné Pöbeim Judit* (Ménfőcsanak) és *Várbegyí Lászlóné* (Győr).

A szervezőmunkában komoly szerepet vállalt: *Poócza József* (Győr), *Csatóné Zsámbéky Ildikó* (Győr), *Lévainé Kovács Róza* (Karcag), *Szénási Istvánné* (Budapest), *Nagy Zsigmondné* (Budapest), és a számítógépes feldolgozást végző *Gesztesi Péter*, *Gesztesi Péterné* (Győr).

## Eredmények, díjazottak

Az idei versenyen a zsűri azt a 19 versenyzőt díjazta, akik 90% feletti teljesítményt nyújtottak. Első díjat 2, másodikat 5, harmadikat 12 tanuló vehetett át. A verseny első helyezettje *Szabó Attila* (eredménye 98%), és felkészítő tanára *Sebők Zsolt* (Pécs, Pázmány Péter Utcai Általános Iskola) kapták meg az ELFT Általános Iskolai Oktatási Szakcsoportja által erre a célra alapított *Öveges József Érmét*.

Első díjat kapott még *Goretity Árpád* (Budapest, ELTE Apáczai Csere János Gyakorlógimnázium, felkészítő tanára: *Gyertyán Attila* és *Zsigri Ferenc*).

### II. díjat kaptak

*Csuka Róbert*, Baár-Madas Református Gimnázium, Budapest, felkészítő tanára: *Horváth Norbert*;

*Sályi Gergő*, Teleki Blanka Általános Iskola, Budapest, felkészítő tanára: *Várbalmi Ilona*;

*Kovács Áron*, Kodály Zoltán Általános Iskola, Nyíregyháza, felkészítő tanára: *Mibalkó Istvánné*;

*Szabó Lóránt Zsolt*, Vári Emil Társulási Általános Iskola, Kisvárd, felkészítő tanára: *Takács Lajos*;

*Boldis Bálint*, Batthyány Kázmér Gimnázium, Szigetszentmiklós, felkészítő tanára: *Bülgözdi László*;

### III. díjat kaptak

*Kollarics Sándor*, Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg, felkészítő tanára: *Pálovics Róbert*;

*Laboda Kristóf*, HVNOI Hevesi József Általános Tagiskola, Heves, felkészítő tanára: *Bódor Istvánné*;

*Szaksz Bence*, Kazinczy Ferenc Gimnázium és Kollégium, Győr, felkészítő tanára: *Ludvigné Takács Éva*;

*Veres Gabriella*, DE Kossuth Lajos Gyakorló Gimnázium, Debrecen, felkészítő tanára: *Kirsch Éva*;

*Barta Szilveszter*, Szilágyi Dezső Általános és Magyar–Angol Két Tanítási Nyelvű Iskola, Miskolc, felkészítő tanára: *Kurek Erzsébet*;

*Bihari Júlia*, Kiss Áron Általános Iskola, Porcsalma, felkészítő tanára: *Kócs Éva*;

*Iglói Gábor*, Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium, Budapest, felkészítő tanára: *Richlik-Horváth Katalin*;

*Nagy Bendegúz*, Baár-Madas Református Gimnázium, Budapest, felkészítő tanára: *Horváth Norbert*;

*Pilinszki-Nagy Csongor*, Veres Péter Gimnázium, Budapest, felkészítő tanára: *Erdősi Katalin*;

*Rostás-Farkas Bertalan*, Munkácsy Mihály Általános Iskola, Pápa, felkészítő tanára: *Megyeriné Borsó Éva*;

*Sípos Szabolcs*, Somogyi TIFK, Dráva Völgye Középiszkola, Barcs, felkészítő tanára: *Horváth Ferenc*;

*Janzer Olivér*, Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium, Budapest, felkészítő tanára: *Richlik-Horváth Katalin*.

# A HANGSEBESSÉG HŐMÉRSÉKLETTŐL VALÓ FÜGGÉSÉNEK KÍSÉRLETI IGAZOLÁSA

Holics László, Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium  
Sükösd Csaba, BME Nukleáris Technika Tanszék

Szakmai és esztétikai élményekben gazdag egyhetes továbbképzésben vehettem részt (Holics László) 2009 augusztusában, amikor csatlakoztam a magyar fizika-tanárok csoportja számára a CERN-be szervezett tanulmányúthoz. A szakmai részt az előadások és „műhelylátogatások” jelentették, amelyek során a Világegyetem keletkezésének, fejlődésének titkait ostromló elméletekről hallottunk és az intézet berendezéseit látogattuk meg. Az esztétikai részt egy záró hangverseny meghallgatásának élménye, valamint a Mont Blanc 3842 m magas kilátójának meglátogatása jelentette. Innen széttekintve a természet hideg és megkapó csodáját élvezhetjük és zárhattuk magunkba egy életre szólóan.

Az utat azonban magunknak is aktívan kellett végigjárni, ugyanis nemcsak a műhelyfoglalkozásokon volt tevőleges szerepünk (pl. egy Wilson-kamra építésével), hanem az általunk tervezett kísérleteket is el kellett végezni, kollégáinknak bemutatni. Ilyen feladat volt például a Torricelli-kísérlet elvégzése vízzel a CERN szintjén és a hegytetőn, a radonkoncentráció mérése, a víz forráspontjának meghatározása különböző nyomásokon. A mérőkísérletek ösztönzője, javaslója Sükösd Csaba volt, az utazás szervezője, aki itthonról kísérte figyelemmel az eseményeket. Számomra egy különös kísérlet elvégzését javasolta. Maga az eljárás rendkívül egyszerű, minden iskolában elvégezhető, azonban most azt a célt tűzte ki számunkra, hogy végezzük el a hangsebesség hőmérséklettől való függése elméleti törvényének kísérleti ellenőrzését. A hang terjedési sebessége az elmélet szerint ugyanis az abszolút hőmérséklet négyzetgyökével arányos (függetlenül a nyomástól).

A méréseket előre kialakított csoportokban kellett elvégezni. Az én csoportomba hivatalosan csak *iffj. Holics László* tartozott, ám időközben többen odasereglettek, és közreműködtek a mérés elvégzésében, az adatok leolvasásában.

## Az előkészület

A hangsebesség-mérési kísérletre a következőket készítettem elő:

1. 5 cm átmérőjű plexicsőből levágtam egy 43 cm hosszú darabot, egyik végére plexiragasztóval plexitalpat erősítettem. Ebben a csőbe lesz a légoszlop alját adó folyadék (víz).

2. Egy 3 cm átmérőjű plexicsőből levágtam egy 43 cm hosszú darabot, amelynek egy alkotójára fém mérőszalagból levágott 43 cm hosszú skálát ragasztottam.

3. Készítettem mérési jegyzőkönyv céljára 2 táblázatot egy-egy mérési sorozat elvégzéséhez.

4. Iskolai szertárból egy 440 Hz-es és egy 1700 Hz-es hangvillát készítettem elő  $\lambda/4$  és  $3\lambda/4$  hullámhosszú mérésekhez.

5. Iskolai szertárból egy digitális és egy analóg hőmérőt készítettem elő.

6. Szükség lesz még helyben megfelelő mennyiségű vízre.

## A mérés célja

Megvizsgálni, hogy a levegőben két különböző hőmérsékleten mért hangterjedés sebességének aránya követi-e az abszolút hőmérsékletek arányának négyzetgyökét. Ezért ezt a mérést a CERN területén, a legmelegebb időszakban, és a Mont Blanc-ra tett kirándulásunk leghidegebb helyén végeztük el a legegyszerűbb, levegőoszlop-rezonanciás módszerrel. Mind-egyik méréssorozatban két, különböző frekvenciájú hangvillát használtunk, a nagyobb frekvenciával keltett rezgések esetén a negyed- és háromnegyed hullámhosszú eseteket is megvizsgáltuk, majd a három méréssorozat átlagát fogadtuk el helyes értéknek.

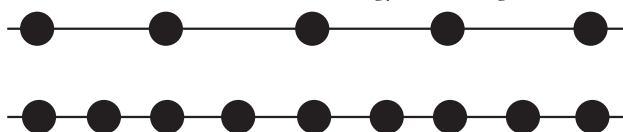
## A mérés elméleti háttere

### Mikroszkopikus, molekuláris modell

*A hang terjedési sebessége levegőben független a nyomástól és a sűrűségtől, csak a hőmérséklet függvénye.*

Első pillanatban meglepő ez a megállapítás, hiszen a hang tulajdonképpen valamilyen (többé-kevésbé periodikusan változó) zavar, és így a terjedését gázokban a molekulák egymással történő ütközéseinek kell közvetíteni. Ezért úgy gondolhatnánk, hogy sűrűbb gázban gyakrabban ütköznek a molekulák, és emiatt a zavar-  
nak is gyorsabban kell terjednie. Nagyon egyszerű belátni azonban, hogy ez nincs így. Tekintsük az 1. ábrán látható egyszerű, „egydimenziós” gáz modellt. Az ábra felső részén a „gáz” sűrűsége fele akkora, mint az alsó részen. Ha fent a molekulák középpontjainak átlagos távolsága  $d$ , akkor lent  $d/2$ . (A rajz természetesen torzít abban a tekintetben, hogy a molekulák sugara általában elhanyagolható a molekulák közötti távolsághoz képest, azaz a molekulák pontszerűnek tekinthetők.)

1. ábra. Ritkább és sűrűbb egydimenziós gáz



Először tegyük fel, hogy a molekulák „állnak”. Hozzunk létre egy „zavart”, és lökjük meg a bal szélső molekulát  $v$  sebességgel! Vizsgáljuk meg, mikorra érkezik ez a zavar a lánc végére! Tegyük fel azt is, hogy a molekulák ütközése tökéletesen rugalmas! Az ábra felső részében ábrázolt „gázban” az első ütközésig eltelt idő  $t = d/v$ . Mivel egydimenziós esetben csak egyenes ütközés lehetséges (és mivel a molekulák tömege azonos), ezért a második molekula is  $v$  sebességgel folytatja az utat az ütközés után (mint két biliárdgolyó egyenes ütközése). Tehát újabb  $t = d/v$  idő múlva ütközik a következővel stb. Ha a lánc hossza  $L = Nd$ , akkor a „zavar” a lánc végére

$$T = Nt = \frac{Nd}{v} = \frac{L}{v}$$

idő múlva érkezik meg. Ugyanezt az időt kapjuk azonban az ábrán lévő „alsó” lánc esetén is, pedig ott a gáz sűrűsége kétszer akkora. Két ütközés között persze feleakkora idő telik el, mint a fenti esetben, azaz

$$t = \frac{d/2}{v},$$

viszont a zavarnak az  $L$  távolság megtételéhez kétszer annyi ütközésre van szüksége! Azaz a zavar terjedési sebessége valóban független a gáz sűrűségétől, csak a molekulák sebességétől függ! A zavar terjedési sebessége a fentiek alapján ebben a modellben:

$$c = \frac{L}{T} = \frac{L}{L/v} = v.$$

A fenti egyszerű modellben a molekulák álltak, és csak a „zavar” következtében volt sebességük. A valódi gázokban azonban a molekulák mozognak, és átlagos sebességüket a hőmérséklet határozza meg az ekvipartíció tételének megfelelően. Például egy egydimenziós ideális gázban, ahol csak egy szabadsági fok van:

$$\frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} k T. \quad (1)$$

A hang által létrehozott „sebességzavar” általában a hőmozgás sebességéhez képest elhanyagolható perturbációt jelent. Emiatt jó közelítéssel mondhatjuk, hogy a zavar terjedését a molekulák hőmozgásának sebessége határozza meg, hiszen a molekulák ezzel a sebességgel tudják egymásnak átadni a perturbációt.

Az (1) képletből azonnal látszik, hogy

$$v = \sqrt{\frac{k T}{m_0}},$$

azaz a molekulák sebessége – és így a hang terjedési sebessége is – a hőmérséklet négyzetgyökös függvénye.

Ha a gázok ténylegesen egydimenziósak lennének – mint a modellünkben – akkor ez a képlet tökéletesen érvényes lenne, hiszen akkor ütközéskor az energiacsere csak egyetlen szabadsági fokra szorítkozna. A valódi gázoknak azonban több szabadsági foka van. Még az atomos gázoknak is három (a térbeli há-

romdimenziós mozgás következtében), a kétatomos molekuláknak pedig öt (mert még foroghatnak is két, egymásra merőleges tengely körül). Egy ütközéskor tehát a zavart jelentő energiátöbblet több szabadsági fokra oszlik szét, emiatt a zavar terjedése valamivel lassabb lesz, mint a molekulák sebessége. Ez a (molekuláris) magyarázata annak, hogy a fenti képletbe még bekerül egy, a molekulák szabadsági fokainak számától függő tényező is.

Pontos – itt nem részletezendő – számítások szerint a hang terjedési sebessége a következőképpen függ a molekulák szabadsági fokainak  $f$  számától:

$$c = \sqrt{\left(\frac{f+2}{f}\right) \frac{k T}{m_0}}. \quad (2)$$

A valódi gázokban a molekulák háromdimenziós térben mozognak, és így az átlagos translációs sebességük

$$\frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{3}{2} k T$$

alapján

$$v = \sqrt{3} \sqrt{\frac{k T}{M_0}}.$$

A hangsebesség és a molekuláris sebesség kapcsolata tehát:

$$c = \sqrt{\frac{f+2}{3f}} v. \quad (3)$$

Mivel a levegő kétatomos molekulák keveréke, így  $f=5$ , ezért

$$\sqrt{\frac{f+2}{3f}} = \sqrt{\frac{7}{15}} = 0,683.$$

Azaz a hang terjedési sebessége a gázmolekulák sebességének körülbelül 68%-a. Ez a következménye annak, hogy az ütközéskor a zavart jelentő energia több szabadsági fokra is szétosztódik.

Makroszkopikus leírás

A hullám terjedési sebessége (ideális) gázokban

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}},$$

ahol  $\kappa$  a fajhőviszony. Könnyű belátni itt is, hogy a  $p$  nyomás és  $\rho$  sűrűség kiesik. Felhasználva ugyanis az általános gáztörvényt, a nyomás kifejezhető:

$$p = \frac{m}{M} R \frac{T}{V},$$

és a sűrűség

$$\rho = \frac{m}{V}.$$



A kísérlet előkészítése a forró környezetben, amikor még csak 37,3 °C volt a hőmérséklet.

Ezeket beírva a hangterjedés sebességének kifejezésébe a következőt kapjuk:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa \frac{m}{M} \frac{RT}{V}}{\frac{m}{V}}} = \sqrt{\kappa \frac{R}{M} T} = \sqrt{\kappa \frac{R}{N_A m_0} T} = \sqrt{\frac{\kappa k T}{m_0}} \quad (4)$$

ahol  $\kappa = c_p/c_v$  és  $k = R/N_A$  a Boltzmann-állandó,  $N_A$  az Avogadro-állandó,  $m_0$  pedig egyetlen molekula tömege. (Ismeretes, hogy  $\kappa = c_p/c_v = (f+2)/f$ , ahol  $f$  a gáz-molekulák szabadsági fokainak száma, így ez az összefüggés összhangban van a (2) formulával.)

Látható, hogy az abszolút hőmérsékleten kívül minden állandó, tehát a hangsebesség csak a hőmérséklettől függ. Megjegyezzük azonban, hogy ez az összefüggés homogén összetételű gázban (vagy keverékben) érvényes, vagyis az  $m_0$  részecsketömeg valójában egy *átlagos* értéket jelent. Ez a tény bizonyos hibát okozhat, amennyiben a két mérés (a meleg és a hideg levegőben történő hangsebességmérés) hőmérséklet-különbségét úgy értük el, hogy a forró levegőt Genf tengerszint feletti 375 m magasságában „szereztük be”, ahol 38,5 °C volt a hőmérséklet, és a hideget úgy „állítottuk elő”, hogy felmentünk a Mont Blanc (majdnem) tetejére, ahol 4,5 °C hőmérsékletet mértünk.

Meg kell jegyezni, hogy a két hely között mintegy 3500 m volt a magasságkülönbség, ami a levegő molekuláris összetételében (az összetevők arányában, tehát az átlagos  $m_0$  molekulatömegben) eltérést okozhat. Ennek hatását a barometrikus magasságformula alapján

megbecsülhetjük. Az eredmény az, hogy az átlagos molekulatömeg megváltozása elhanyagolhatóan kicsi. Így tehát várható, hogy jó közelítéssel igaz: az általunk mért hangsebességek aránya az abszolút hőmérsékletek arányának négyzetgyökével egyenlő. Vagyis

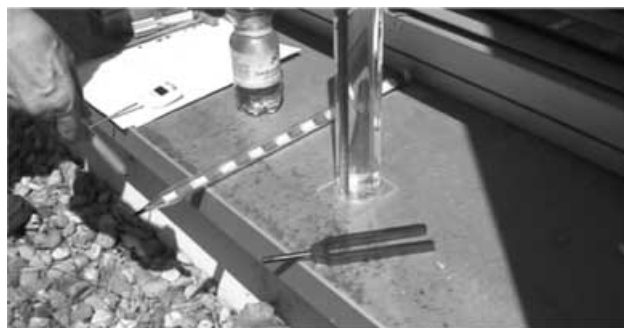
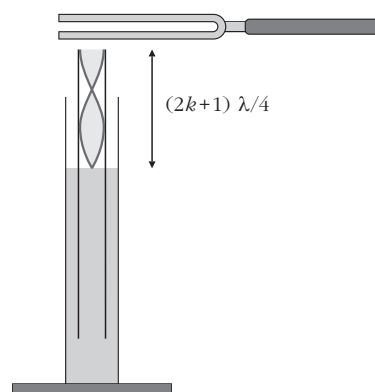
$$\frac{c_1}{c_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (5)$$

Ezt kívántuk kísérlettel igazolni.

A témában tovább elmélyülni kívánók figyelmét felhívjuk a cikk végén található irodalomjegyzékre.

## A mérés menete

A mérés során egy plexicsőből készített talpas edénybe öntött vízoszlopból lassan kihúzott csőben keltettünk kényszerrezgést a megütött hangvillával. A kihúzott csövet alulról zárttá tettük az edényben levő víz, felső vége pedig nyitott maradt, ahol a gerjesztést végeztük. A hangvilla kényszerrezgésbe hozta a csőben levő levegőoszlopot, s miközben a plexicső-



A CERN-beli mérésünk mérőeszközei,

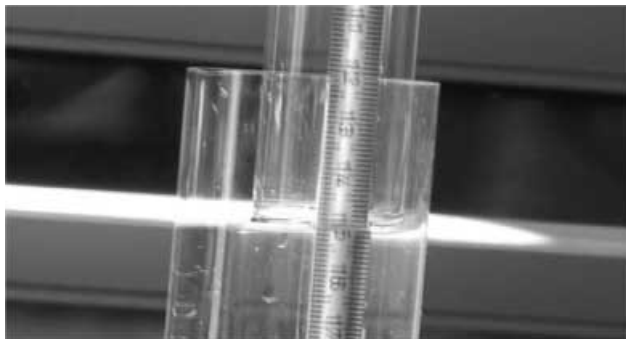


... összehasonlítással a CERN-iek mérésének mérőeszközei.





Mérés az 1700 Hz-es hangvillával.



Leolvasás



Készül a mérési jegyzőkönyv a 38,5 fokos melegben.

vet lassan húztuk kifelé az edényből, a hallott hang ereje fokozatosan erősödött, majd halkult, a nagyobb frekvencia alkalmazása esetén újból erősödött. A maximális erősödés akkor lép fel, amikor az alulról vízzel zárt légoszlop csőben levő részének hossza a hanghullám hosszának negyedrésszel, vagy annak páratlan számú többszörösével egyenlő. Rezonancia esetén a vízfelületről visszaverődő hullám és a beérkező hullám alkotta állóhullámnak nyomásmaximuma van a vízfelületnél keletkező csomópontban és sebességmaximuma a szabad végen kialakuló duzzadóhelyen. Ekkor maximális a hallott hang erőssége. Az ehhez tartozó negyed, illetve  $3/4$  hullámhosszat a kihúzható cső oldalára erősített acél mérőszalagról könnyen leolvashatjuk (az alábbi mérési jegyzőkönyvekben a leolvasott érték jele:  $L$ ).

A leolvasás pontosságát két tényező befolyásolja.

1. A csőfalnál a felületi feszültség következtében beálló vízfelület-görbültség.

2. Az a fiziológiai tény, hogy míg egy változó, egyre csökkenő, majd ismét erősödő inger legkisebb erősségének beálltát viszonylag nagy pontossággal

## I. mérési jegyzőkönyv – mérés melegben

A mérés időpontja: 2009. augusztus 19. 13h 30.

A mérés helye: CERN, 39 sz. szálló épülete előtti téren, a tengerszint felett kb. 375 m magasságban (árnyékban)

Hőmérséklet:  $38,5\text{ }^{\circ}\text{C} = 311,5\text{ K}$ .

$v = 440\text{ Hz}$				
$n$	$L$ (cm)	$\lambda/4$ (m)	$\lambda$ (m)	$c = v\lambda$ (m/s)
1.	20,1	0,201	0,804	353,76
2.	20,0	0,200	0,800	352,00
3.	20,2	0,202	0,808	355,52
4.	19,9	0,199	0,796	350,24
5.	20,1	0,201	0,804	353,76

Átlag =  $353,06 \pm 2,0$  m/s

$v = 1700\text{ Hz}$				
$n$	$L$ (cm)	$\lambda/4$ (m)	$\lambda$ (m)	$c = v\lambda$ (m/s)
1.	5,2	0,052	0,208	353,6
2.	5,3	0,053	0,212	360,0
3.	5,1	0,051	0,204	346,8
4.	5,2	0,052	0,208	353,6
5.	5,2	0,052	0,208	353,6

Átlag =  $353,52 \pm 4,7$  m/s

$v = 1700\text{ Hz}$				
$n$	$L$ (cm)	$3\lambda/4$ (m)	$\lambda$ (m)	$c = v\lambda$ (m/s)
1.	15,5	0,155	0,2067	351,39
2.	15,6	0,156	0,2080	353,60
3.	15,5	0,155	0,2067	351,39
4.	15,7	0,157	0,2093	355,81
5.	15,5	0,155	0,2067	351,39

Átlag =  $352,72 \pm 2,0$  m/s

A mérések átlaga:  **$353,1 \pm 2,9$  m/s**

meg tudjuk határozni, egy fokozatosan erősödő, majd halkuló inger erősségének maximumát viszonylag nagy bizonytalansággal vagyunk csak képesek megállapítani (fénynél és hangnál egyaránt).

Ennek magyarázata az általában a biológiai érzékelése vonatkozó Weber–Fechner-törvény. Eszerint mi egy inger relatív megváltozását érzékeljük:  $\Delta q = \text{const} \Delta I/I$ , ahol  $\Delta q$  az általunk érzékelt változás, és  $\Delta I$  pedig az inger tényleges megváltozása. Emiatt  $I \sim 0$  környékén kis intenzitásváltozást is könnyen érzékelünk (mert a nevező nagyon kicsi), viszont eléggé nehezen érzékelünk intenzitásváltozást, ha  $I$  nagy. A Weber–Fechner-törvény következménye az érzékeléseink logaritmikus jellege is, hiszen a fenti egyenletről kapjuk:  $dq/dI = \text{const}/I$ , és ezt integrálva adódik:  $q = \log(I/I_0)$ . Itt  $I_0$  az érzékelési küszöb, az az intenzitás, amelyre adott válaszuk éppen 0 (azaz még éppen nem érzékeljük). Ez az oka például annak is, hogy a használt hangerősségi skála (decibel-skála) logaritmikus.

## II. mérési jegyzőkönyv – mérés hidegben

A mérés időpontja: 2009. augusztus 22. 12h 05.

A mérés helye: Mont-Blanc látogatói teraszán, a tengerszint felett 3842 m magasságban (árnyékban)

Hőmérséklet: 4,6 °C = 277,6 K

v = 440 Hz				
n	L (cm)	$\lambda/4$ (m)	$\lambda$ (m)	c = v $\lambda$ (m/s)
1.	19,2	0,192	0,768	337,92
2.	18,7	0,187	0,748	329,12
3.	18,5	0,185	0,740	325,60
4.	18,6	0,186	0,744	327,36
5.	19,1	0,191	0,764	336,16

Átlag = 331,2±5,5 m/s

v = 1700 Hz				
n	L (cm)	$\lambda/4$ (m)	$\lambda$ (m)	c = v $\lambda$ (m/s)
1.	4,9	0,049	0,196	333,2
2.	4,8	0,048	0,192	326,4
3.	5,1	0,050	0,200	340,0
4.	4,9	0,049	0,196	333,2
5.	5,0	0,050	0,200	340,0

Átlag = 334,6±5,7 m/s

v = 1700 Hz				
n	L (cm)	$3\lambda/4$ (m)	$\lambda$ (m)	c = v $\lambda$ (m/s)
1.	14,7	0,147	0,196	333,2
2.	14,9	0,149	0,199	338,3
3.	14,6	0,146	0,195	331,5
4.	14,7	0,147	0,196	333,2
5.	14,8	0,148	0,197	334,9

Átlag = 334,2 ± 2,6 m/s

A mérések átlaga: **333,34±4,4 m/s**

### A mérések jegyzőkönyvei

A mind a CERN-i kánikulai hőmérsékleten, mind a Mont Blanc-i hidegben elvégzett mérési eredmények átlagértékét és empirikus szórását a következő képletek alapján határoztuk meg:

$$\langle c \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_i \quad \text{illetve}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (c_i - \langle c \rangle)^2}$$

#### Megjegyzések

1. A mozgatható cső oldalára ragasztott fém mérőszalag milliméter beosztása miatt a leolvasás pontossága ezredméter (mm) volt. A földre helyezett eszköz kezelésének és leolvasásának kényelmetlensége, va-



Ide mentünk fel hideg levegőt szerezni.



Kerestünk egy félreeső, árnyékos helyet.



A rezonáló légoszlop most a lehangosabb.



Egy résztvevő rögzítette a látványt.

lamint az elkerülhetetlen háttérzaj befolyásolta a mérés pontosságát.

2. Az egyik iskolai hangvillán nem volt feltüntetve a rezgésszám. Ezt egy felhangolt otthoni zongora hangjával hasonlítottuk össze, amely éppen az egyvonalas „a” hangnak felelt meg (kis lebegéssel), így azt 440 Hz-nek vettük.

#### A mérések eredménye

A két hangsebesség aránya (és hibája):

$$\frac{353,1}{333,34} = 1,059 \pm 0,023,$$

a hőmérsékletek arányának négyzetgyöke pedig:

$$\sqrt{\frac{311,5}{277,6}} = 1,059,$$

ami nagyon jó egyezés!

Az, hogy az egyezés ezrelékre pontos, teljesen a véletlen műve, hiszen – mint az empirikus szórások is mutatják – a méréseink hibája az ezreléknél jóval na-

gyobb. Azt viszont nyugodtan állíthatjuk, hogy a hangsebesség hőmérséklettől való függését a mérési hibán belül sikerült igazolnunk. (A méréseket id. Holics László és ifj. Holics László végezték.)

A kísérlet egyszerű, végrehajtása gyors, ezért iskolai órán is elvégezhető. Ha a két mérést egymástól időben „távol” végezzük – egyszer amikor jó idő és meleg van, egyszer pedig egy téli periódusban (ilyen időszakok mind az őszi, mind a tavaszi félévekben kiválaszthatók) –, akkor a hangsebesség hőmérséklettől való függését anélkül is igazolhatjuk az iskolában, hogy ehhez a Mont Blanc-ra kelljen felmenni. Megfelelő motivációval az első kísérlet elvégzése után a tanulók már várni fogják a második kísérlet végrehajtásához szükséges hőmérséklet-változást, és a második kísérlet végrehajtását.

#### Irodalom

Nagy Anett, Papp Katalin: Hangszerek a „semmiből”. *Fizikai Szemle* 59/2 (2009) 64.

<http://www.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0902/nagya0902.html#t2>

[http://hu.wikipedia.org/wiki/Hangsebesség\\_\(magyarul\)](http://hu.wikipedia.org/wiki/Hangsebesség_(magyarul))

[http://en.wikipedia.org/wiki/Speed\\_of\\_sound\\_\(angolul\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Speed_of_sound_(angolul))

## VÉLEMÉNYEK

# CSILLAGÁSZAT ÉS CIVILIZÁCIÓ

## A csillagászat jelentősége a tudomány és a pedagógus társadalom jövője számára

Grandpierre Atilla

MTA KTM Csillagászati Kutatóintézete

„Vagy megtartjuk legdrágább nemzeti örökségünket: műveltségünket, vagy törölnek bennünket az önálló nemzetek sorából és pusztulnunk kell erről a földről.”

*Klebelsberg Kunó, 1923. [1]*

A tudomány és az oktatás az elmúlt években Magyarországon különlegesen nehéz helyzetbe került. A felsőoktatást ellepték a „kiábrándult, igénytelen, anyagi, etikátlan” és „tudatlan, motiválatlan, érdektelen, tanulásra és munkára képtelen hallgatói tömegek” [2, 3]. Mi lesz velünk, ha ez így megy tovább, ha munkára képtelen tömegek adják majd a most még munkaképes népesség többségét? A tanítás hasonló válságba jutott. 2008-ban az egész országban mindössze 18 fizikatanári diplomát adtak át [4]. 1863-tól az 1990-es évek elejéig közel állandó volt, azóta majdnem felére csökkent a fizikaórák száma [4], és ma ennek ellenére túlterhelésről szól a panasz. Szemben a hasonló helyzetbe került országokkal, Magyarországon hiányzik a törekvés megfelelő szakmai hozzáértésű gárda létrehozására a helyzet orvoslásához [1]. Amíg alapvetően anyagi szemléletű a magyar pedagógus társadalom felső vezetése, addig még anyagi

érdekeink érvényesítésére sem vagyunk képesek, valósággal védtelenek maradunk, mert ha a hangzatos érvek nem bizonyulnak elegendőnek a társadalom ellenállásának leszerelésére, jön a végsőnek szánt érv: „nincs rá pénz”. Addig, amíg nem lesz egy, a közösségi önvédelmet az anyagiaknál is fontosabbnak értékelő, saját életének megfelelő irányítására képes magyar értelmiség, hiába reménykedünk a javulásban. Olyan szemléleti alapokra van tehát szükségünk, amely biztosítja az összetartozás érvényre juttatását, a pedagógus társadalom önvédelmét. Az anyagi szemléletű értelmiség azonban mindig kiszolgáltatott, kiszolgáltatja magát annak, aki többet fizet. Hogy egy példán szemléltessük, miről van szó: nemrég nagy port vert fel a rektori fizetések ötszáz százalékos emelése, és az ezzel sokak szerint összefüggésben álló létszámleépítések az egyetemeken. És ezzel párhuzamosan szinte akadálytalanul valósult meg „a felsőfokú oktatás átalakítása napköziothonná” [3]. Előbb-utóbb az individualista, anyagi szemléleten túlnyúló, mélyebbre ható világfelfogásra lesz szükségünk a magyar értelmiség, a pedagógus társadalom, a kutatói társadalom és a jövő biztosításához.

„De nem elégséges az, hogy a társadalom csak áldozzon a magyar tudományosságért. Kell, hogy érdeklődjön is iránta, kell, hogy szeresse... Igen, szeretni kell a kultúrát, hogy virágozhasson. A tudományok között pedig talán legkönnyebb a csillagászatot szeretni. Az ábrándos fiatal leányt és a nagy tudóst ugyanaz a hatalmas ösztön tölti be, amikor tekintete rámered a csillagok miriádjaira. A végtelenség megsejtése ez, amely ösztönszerűen vonzza a halhatatlan, a végtelen emberi lelket, mellyel belsőleg rokon... a csillagászat... lehetővé teszi a modern ember számára, hogy magának világgépet alkosson” – írta Klebelsberg Kunó a csillagászat jelentőségéről [1].

Ennek az új világfelfogásnak természetszerűen a valóságon kell alapulnia. Világgépünk megalapozását nem bízhatjuk azokra a társadalmi erőkre, amelyek megfojtanak bennünket. A világgépnek végső soron nem a társadalmi erők elvárásainak, hanem a valóságnak kell megfelelnie. A legszélesebb értelemben vett valóság pedig maga a Természet, a Világegyetem. A Világegyetem legszélesebb értelemben vett tudománya pedig a csillagászat mint egységes természettudomány. Ha a valóságban a Világegyetem egységes rendszert alkot, akkor a valóságban a fizika, a biológia és a pszichológia egymással összefüggő, egységes természettudományt alkot, ami azonban még kidolgozásra vár. Ez az egységes természettudomány áll majd legközelebb a Világegyetem tudományához. Világgépünk ma egyetlen biztos lábán áll: a fizikán. A 21. század viszont már a biológia évszázada. A soksejtű élőlények alapvetően közösségi lények. Szükségszerű, hogy teljesebb, egészségesebb világgépünk legyen, hogy ne csak egyéni anyagi érdekeinket szolgáljuk, hogy életünk közösségi, emberi minőségét és közös anyagi érdekeinket is meg tudjuk védeni. Szükségképpen tehát világgépünknek a természettudományok egységes alapjául szolgáló, a mainál teljesebb értelemben vett csillagászatot kell alapulnia. Világgépünk nem lehet független a Világegyetem tudományától, az egész Természetet átfogó, megújulóban lévő csillagászatotól.

A Csillagászat Nemzetközi Évének jegyében nemrég nagy jelentőségű nemzetközi tudományos konferenciának adott helyt Budapest. Az *Astronomy and Civilization* című konferencia ([www.konkoly.hu/AC2009/](http://www.konkoly.hu/AC2009/)) fő célkitűzése a csillagászat jelentőségének megvilágítása volt a természettudományok, a világgép és a civilizáció számára. Manapság a csillagászatot a fizika egyik mellékes ágaként tanítják. Ha meggondoljuk, különös ez a helyzet, hiszen minden a világon a Világegyetem része, és a csillagászat a Világegyetem tudománya. A fizika tehát természet szerint, a valóság alapján a csillagászat része kellene, hogy legyen, ahogy ez így is volt régebben, és nem fordítva. A fizika tudománya csak „a Világegyetem egy bizonyos jelenségkörét vizsgálja, az élettelen jelenségvilágot” [5]; „a fizika az észlelhető világegyetem végső alkotóelemeinek kölcsönhatásait és az anyag szerkezetét vizsgálja” [5]. Igaz, emellett létezik a fizika egy tágabb értelmezése is [5]: „A fizika a legszélesebb értelemben véve az, amit régebben természetfilozófiának neveztek, a természetet minden szempontból vizs-

gálja, mind a makroszkopikus, mind a szubmikroszkopikus szinten.” A két értelmezés részben összeegyeztethető, ha figyelembe vesszük, hogy a fizika az elemi részecskéket és a kozmológiát is az élettelen rendszerek vizsgálatában kialakított módszerek és törvények szerint vizsgálja. Ugyanakkor látnunk kell, hogy a fizika valójában nem vizsgálja a Természetet minden szempontból, például nem vizsgálja a Természetet a biológia vagy a pszichológia szempontjából. Ha viszont a csillagászat a Világegyetem tudománya, s ha a fizika és biológia is a Világegyetem egy-egy oldala, akkor a csillagászatnak meg kell újulnia, és megújulva a fizikán kívül a biológiát is magában kell majd foglalnia.

Bármilyen meglepő is ez a következtetés, tény, hogy nemrég az asztrobiológia is a csillagászat teljes jogú ágává vált. Az asztrobiológia egyik fő célkitűzése az élet legegységesebb törvényeinek meghatározása. Az asztrobiológia jelentőségének megnövekedése felhívja a figyelmet a fizikai és a csillagászati Világegyetem egyik legfontosabb eltérésére, az élet jelenlétére. A csillagászok jó része a Világegyetem alatt mást ért, mint a fizikai modellekkel dolgozó kozmológusok. Az a Világegyetem, amit a csillagászok távcsövekkel és elméleteikkel vizsgálnak, és az a Világegyetem, ami a fizikusok egyenleteiből kijön, sokak véleménye szerint lényegesen eltér egymástól. És ha ez így van, akkor ideje megvizsgálni, miben állnak a legfőbb eltérések. Konferenciánk előadójának eredményei szerint ilyen eltérést jelent az életem kívül a komplexitás, az információ, a tudat jelenléte a csillagászati Világegyetemben. Feltűnő, és egyben természetes is, hogy a Világegyetem két fogalma közötti eltérések egytől-egyig a csillagászati Világegyetem többletét jelzik a fizikai felett. Ezek a jelenségek jelzik, hogy küszöbön áll a megújulóban lévő csillagászat kiteljesedése, és ez egyben a fizika, a biológia és a pszichológia elmélyülése, az egységes természettudományos világgép megszületése felé vezet.

A csillagászat történetét kutatva kimutatták [6]: „A szellemi szint minden korszakban alkalmazkodott a Világmindenségről általánosan elfogadott elméletekhez.” Jövők alapja a Világegyetem minél teljesebb és mélyrehatóbb megismerése. A mai anyagias világgépben egyedül a jelenségek számítanak valóságosnak. És ha figyelmünkben, világgépünkben a jelenségeket irányító törvények a háttérbe tolódnak, akkor életünk irányításában előtérbe kerülnek a pillanatnyi adottságok, feltételek, és háttérbe kerülnek a jelenségek megértését és irányítását lehetővé tevő összefüggések. Az anyagi jelenségek egyedüli valóságát valló világgép a jelenségeknek, a körülményeknek magát kiszolgáltató ember világgépe. A jelenségek mögötti természettörvények fontosságának felismerése viszont, különösen, ha kiegészül az életünk irányításában jelentős szerepet játszó biológiai és pszichológiai összefüggések ismeretével, lehetővé teszi számunkra életünk önálló irányítását, életünk emberi oldalainak értékelését és érvényre juttatását. Tény, hogy az utóbbi évszázadokban egyre inkább a tudományos világgép mondja meg, melyek életünkben a fontos kérdések, és hogyan lehet ezekre



választ találni. Mindennapi életvezetésünk, sőt, érzékelésünk maga is éppúgy világgépünkön alapul, ahogy a tudományos kutatás a tudományos világgépen. A tudományos világgép végső alapja pedig maga a kimeríthetetlen Világegyetem. Ha tudományos világgépünk valóban az egész világot tükröző kép lesz, és nemcsak a világ egy, mégoly lényeges oldalának kivetítése a világ egészére, akkor egészségesebb világgépre, a valóság lényegének megfelelő irányítóképességre tehetünk szert, és egészségesebb társadalmat hozhatunk létre. Szükségünk lesz a valóság a jelenségeknél teljesebb, mélyrehatóbb irányító erőinek ismeretére a tudomány, a pedagógus társadalom, a jövő nemzedékek védelmének érdekében.

## KÖNYVESPOLC

# Abonyi Iván: KIEMELKEDŐ FEJEZETEK A XX. SZÁZAD FIZIKÁJÁBÓL

Magyar Tudománytörténeti Intézet, 2009

A kötet két nagyjából azonos részből áll, és a végén a forrásokról kaphatók információk.

Az első rész az egységesebb, mert a relativitáselmétről szól. Olyan szépen és világosan, ahogy azt sok éve *Novobátzky Károly*tól lehetett hallani. A relativisztikus kinematika tárgyalása a Minkowski-féle tér-idő ábrázolásában még talán azokat a harcias szerzőket is megszelídítené, akik manapság is sok száz oldalas kiadványokban támadják az einsteini világgép alapjait (mondván pl. az egyidejűség relativitása értelmetlenség, mert Isten abszolút egyidejűségben teremtette a világot). A szerző ilyen állításokkal nem foglalkozik, hanem nagyon világosan megmutatja, hogyan kell eligazodni a relativisztikus világban, hogyan lehet ábrázolni a hosszkontrakciót és az idődilatációt úgy, hogy az ábrából a kvantitatív eredmény is kiolvasható legyen.

Gondos elemzést olvashatunk a legismertebb einsteini eredmény, az  $E = mc^2$  jelentéséről, alkalmazásának módjáról. Bemutatja a súlyos és a tehetetlen tömeg kapcsolatát, a nyugalmi tömeg szerepét, majd megvizsgálja a nyugalmi energia és a mozgási energia összefüggését. Felhívja a figyelmet arra, hogy akármilyen egységben fejezzük ki a fény sebességét, „...ez sohasem fogja azt jelenteni, hogy

1. az energia ugyanaz, mint a tömeg,
2. az energia átalakul tömeggé, vagy fordítva.”

A deuteron keletkezését protonból és neutronból, valamint az elektron-pozitron szétsugárzását elemezve a megmaradási törvényeken keresztül még egyszer összefoglalja a legfontosabbat:

## Irodalom

1. Klebelsberg Kunó: A magyar kultúra megmentése. in *Gróf Klebelsberg Kunó beszédei, cikkei és törvényjavaslatai. 1906–1926.* Athenaeum, Budapest, 1927.
2. A „Matematikai közoktatás a PISA/TIMSS felmérések tükrében” műhelykonferencia eszmecsereinek következtetései. Az ELTE Bolyai Kollégiumának műhelykonferencia-sorozatában 2009. május 23-án tartott tanácskozási dokumentuma. *Fizikai Szemle* 59/6 (2009) 223.
3. Laczkovich Miklós: Bologna és a tanárképzés. *Fizikai Szemle* 59/6 (2009) 218.
4. Szabó Árpád: A fizikatanítás kialakulásáról, fejlődéséről és jelenlegi helyzetéről. *Fizikai Szemle* 59/6 (2009) 216.
5. *Encyclopædia Britannica 2007 Ultimate Reference Suite.* DVD. Encyclopædia Britannica, Chicago, 2007.
6. Paul Couderc: *A csillagászat története.* Gondolat Könyvkiadó, Budapest, 1964.

„A tömeget az energiával összekeverő zavaros nomenklatúra hátráltatja a kutatást és megértését, a pontos fogalmazás előreviszi és segíti.”

Az általános relativitáselmélettel foglalkozó írások ismét a homályosan ismert fogalmak, összefüggések pontos és jól érthető megfogalmazásával tűnnek ki. A súlyos és tehetetlen tömeg problémájának szerepe az általános relativitáselméletben közismerten alapvető, de hogy *Eötvös* rendkívüli pontosságú mérései épp a gyakorlati alkalmazhatóságuk miatti eufória következtében kerültek ki egy időre a tudomány látóköreből, azt *Abonyi* írja le igen tanulságosan. Az általános relativitáselmélet kísérleti bizonyítékainak elemzése pedig azért kiváló, mert az is megtudja, hogy mi a perihélium precesszió, aki addig csak egy forgó héliumatom relativisztikus eltvelyedésére gondolt, és az is okosodhat, aki a legújabb kísérleti lehetőségekről szeretne hallani. *Lánczos Kornél* munkásságával kissé más a helyzet, mert ez a fejezet szakembereknek szól. Itt nem volt választás, az Einstein-munkatárs *Lánczos* csak a tudomány teljes vértetében közelíthető meg, még ha ő maga írt is közérthető műveket, például a térfogalom fejlődéséről.

A könyv második része válogatás a magfizika és részecskefizika történetéből. Minden írásnak megvan a különleges vonása; a szerző ismerteti a hőssel kapcsolatos fizikát, majd a kalandos elem, az izgalmas történet éppen csak megemlítődik – az utánjárásához többnyire az irodalomjegyzékben találunk fogódzót.

*Ettore Majorana* története során megismerjük a béta-bomlást és a neutrínóra vonatkozó Majorana-eredményeket, amit *Fermi*nek kellett Majorana he-

lyett megírnia, nehogy úgy járjon, mint a neutronnal, aminek publikált felfedezéséről végül lekéssett. Majoránával kapcsolatban rejtélyben nincs hiány, mert 1937-es eltűnésére máig nem derült fény – de ezzel Abonyi már nem foglalkozik, csupán *Leonardo Sciascia* munkásságára utal.

*Szilárd Leó*val két írás is foglalkozik; az elsőből mindent megtudunk, amit Szilárdról tudni feltétlenül szükséges az *Einstein*nel közös hűtőgép-szabadalmától a Maxwell-démon Szilárd-féle változatán keresztül az atombombáig, illetve ezen is túl rákbetegségének saját számításon alapuló sikeres sugárkezeléséig. Szilárd élete kész regény, de Abonyi elővett egy másik regényt, *H. G. Wells* 1914-ben megjelent *A fölszabadult világát*, és elgondolta, milyen befolyást gyakorolhatott Szilárd pályafutására. Wells ebben a könyvében *Soddy* radioaktivitást ismertető előadásaiból kiindulva az emberiség energiagondjait a radioaktivitás energiájával oldja meg – a regényben 1953-ra már működnek az energia-fel szabadító gépek, majd hamarosan felrobban az első atombomba (Wells kifejezése az atomic-bomb) és megkezdődik a világkormány küzdelme a leszerelés és a jólét érdekében. Abonyi egy szellemes belső monológban hozza össze Wells fikcióját a Szilárd megélte valósággal egy másik sci-fi-ig, *A delfinek bangjáig*.

1996-ban megjelent egy amerikai tudománytörténeti könyv a radarcsillagászatról, és benne néhány oldal *Bay Zoltán* és csoportja eredményeiről. Ennek köszönhetjük Abonyi érdekesítő beszámolóját a radar második világháborúbeli fejlődéstörténetéről, ő ugyanis érzékeny a magyar eredmények visszhangjára a nagyvilágban. Erre már felfigyelhettünk az Eötvös Loránd általános relativitáselméleti szerepéről szóló résznél. Ebben az esetben a Bay-eredményekről szóló rész az amerikai könyvben ugyan nem terjedelmes, de a lényegét elismerő, hiszen leírja, hogy a radarcsillagászatban a hosszabb mérési idejű kumuláció alapvető szerepe Bay érdeméért honosodott meg.

De bekerültek Abonyi könyvébe az eltűnteken és magyarokon kívül más kiválóságok is, mint a magerőiről nevezetes *Yukawa* vagy *A modern fizika vezető szelleme, Wolfgang Pauli*, akinek „Kedves radioaktív Hölgyek és Urak!” megszólítású nyílt levele a neutrínóhipotézisről önmagában is elbűvölő olvasmány.

És akkor még ott van két előadás a súlytalanság állapotáról, illetve a Föld légköréről. Amolyan mestermunkák annak bemutatására, hogyan kell egy széleskörű témát bevezetni, felvetni a tisztázandó kérdéseket és a megadott válaszokat meggyőző példákkal alátámasztani. Az olvasónak csak követnie kell az előadottakat, és meg fogja érteni, hogy miképp kell a súlytalanság állapotában például tömeget mérni (amit a cikk elolvasása nélkül egy nem fizikusi vagy mérnöki végzettségű olvasó magától többnyire nem fog ki találni).

A *Tanáraitam voltak* zárófejezet tisztelgés a mesterek és példaképül választott munkatársak előtt. A relativisztikus fejezetek elolvasása után Novobáztzy Károly hatását aligha lehetne letagadni, de szerencsére a *Neugebauer Tibor, Fényes Imre és Marx György* közelében eltöltött évek sem nyomtalanul múltak el. A könyv végén található összeállítás Abonyi Iván munkáiról arról tanúskodik, hogy amit tanult, azt jól kamatoztatta.

Szólni kell a könyvet megvalósító Magyar Tudománytörténet Intézet, mint kiadó és *Tordas György* nyomdai előkészítő munkájáról. Ahogy már megszokhattuk, kiváló minőségű munkát vehet kézbe az, aki kinyomozza, hogy hol lehet hozzájutni (nyilván a kiadónál, honlapjuk az interneten megtalálható). Szemet gyönyörködtető tipográfia és kiváló minőségű ábrák jellemzik ezt a kötetet is, ami a Magyar Tudománytörténeti Szemle Könyvtára 78. kötete, amely szám és a vele járó minőség a sajtó alá rendező *Gazda István* és munkatársai eléggé nem dicsérhető érdeme.

Füstöss László

## HÍREK – ESEMÉNYEK

# HÍREK AZ UNIVERZUMBÓL

## A Tejútrendszer aprócska szomszédja

A Nyilas csillagképben található, mintegy 1,6 millió fényévre lévő NGC 6822 katalógusjelű, Barnard-galaxis néven is ismert irreguláris, mindössze csak mintegy 10 millió csillagnak otthont adó törpegalaxis Tejútrendszerünk egyik legközelebbi szomszédja.

Az objektumot *Edward Emerson Barnard* vizsgálta először egy 125 milliméter nyílású refraktorral 1884-ben. A galaxis új portréját a La Silla-n üzemelő 2,2 méteres MPG/ESO teleszkóp Wide Field Imager kamerá-

jával rögzített felvételek alapján állították össze (lásd hátsó borítót). A képen megfigyelhető vörös ködök mind aktív csillagkeletkezési területek, melyekben fiatal, forró csillagok gerjesztik, fűtik fel a környező gázt. A galaxis jellegzetes alakzata a buborékszerű köd, amelynek gyűrűszerű struktúráját a centrumában helyet foglaló forró csillagokból kiáramló csillagszél és a környező interstelláris anyag kölcsönhatása hozta létre.

*Kovács József*, <http://hirek.csillagaszat.hu> nyomán





ISSN 0015325-7



9 770015 325009 09010