

roncsillagok nagy sűrűségű belsejében a hiperonok lényeges szerepet játszhatnak, a vizsgálatoknak asztrofizikai jelentősége is van.

A 2009-ben üzembe lépett J-PARC kaongyárban, az építés alatt álló darmstadti GSI, FAIR, PANDA rendszerben, valamint több más működő és tervezett hiper-mag-laboratóriumban folyó vizsgálatok reményt nyújtanak arra, hogy a közeljövőben „frontáttörés” történjen a hiper-mag-fizikában.

Irodalom

1. H. Takahashi és mts., *Phys. Rev. Lett.* 87 (2001) 212502-1.
2. O. Hashimoto, H. Tamura, *Progr. Part. Nucl. Phys.* 57 (2006) 564.

3. T. Nagae, *Nucl. Phys. News* 19/4 (2009) 18.
4. P. Gianotti, *CERN Courier* (Ápril 2003) 13.
5. P. Franzini, M. Moulson, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 56 (2006) 207.
6. H. Lenseke, *Nucl. Phys. News* 17/2 (2005) 5.
7. H. Tamura és mts., *Phys. Rev. Lett.* 84 (2000) 5963; *Nucl. Phys. A* 754 (2005) 58c.
8. J. K. Ahn és mts., *Nucl. Instr. Meth A* 457 (2001) 137; *Nucl. Phys. A* 761 (2005) 41.
9. D. J. Millener és mts., *Phys. Rev. C* 31 (1985) 499.
10. T. Fényes és mts.: *Atommagfizika I.* Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen 2009.
11. E. Hiyama és mts., *Phys. Rev. C* 53 (1996) 2075.
12. K.-T. Brinkmann, P. Gianotti, I. Lehmann, *Nucl. Phys. News* 16/1 (2006) 15.
13. G. Lévai, J. Cseh, P. Van Isacker, O. Juillet, *Phys. Lett. B* 433 (1998) 250.

TRANZIENS KÁOSZ A HELYFÜGGŐ AMPLITÚDÓVAL GERJESZTETT OSZCILLÁTOR PÉLDÁJÁN

Slíz Judit
ELTE, TTK

A *Fizikai Szemlé*ben a közelmúltban a kaotikus mozgásokról megjelent cikkek [1–6] mind permanens káosszal, a kaotikus mozgás tetszőlegesen hosszú ideig tartó formájával foglalkoztak. Most a kaotikus mozgások egy általánosabban előforduló fajtáját, a *tranzien káoszt* vizsgáljuk meg. Gyakran találkozunk ugyanis olyan jelenséggel, amikor a kaotikus viselkedés (bonyolult geometria a fázistérben, előrejelezhetetlenség) csak véges ideig tart. Ez a jelenség a tranzien káosz, amely – a permanens káoszhoz hasonlóan – felléphet mind disszipatív, mind konzervatív rendszerben. Ebben a cikkben disszipatív esetekkel foglalkozunk.

Tranzien káosz esetén nyilván nem létezhet *kaotikus attraktor*, hiszen azt a kaotikus mozgás sohasem hagyná el, de mégis létezik egy olyan ponthalmaz a fázistérben, amelyet a trajektóriák közül a hosszabb ideig kaotikusak nagyon megközelítenek. Ez a ponthalmaz a *nyereg-halmaz* [7–8]. A tranzien káosz új mérőszáma az *átlagos élettartam* és ennek reciproka, a *szökési ráta*. Ezeket a mennyiségeket és a nyereg-halmazt fogjuk megvizsgálni néhány példán keresztül, nevezetesen a parabolikus és a szinuszos helyfüggő amplitúdóval gerjesztett harmonikus oszcillátor, valamint a konstans amplitúdóval gerjesztett anharmonikus oszcillátor esetében.

Miért fontos a tranzien káosz vizsgálata? Azért, mert jóval általánosabb jelenség, mint a permanens káosz: a káosz valójában sokkal szélesebb paraméter-tartományban van jelen, mint a kaotikus attraktorok világa, és információt veszítünk el, ha csak a perma-

nens káosz vizsgálatára szorítkozunk. Azonkívül néhány jelenség, mint például a *kaotikus szórás*, a tranzien káosz fogalma nélkül nem is lenne érthető.

A parabolikus helyfüggésű erővel gerjesztett harmonikus oszcillátor tranzien káosza

Nézzük meg először a parabolikus helyfüggésű amplitúdóval gerjesztett harmonikus oszcillátort. A dimenziótlanított mozgásegyenlet [1]:

$$\ddot{x} = -x - \beta \dot{x} + (1 - \nu x^2) \cos \delta t. \quad (1)$$

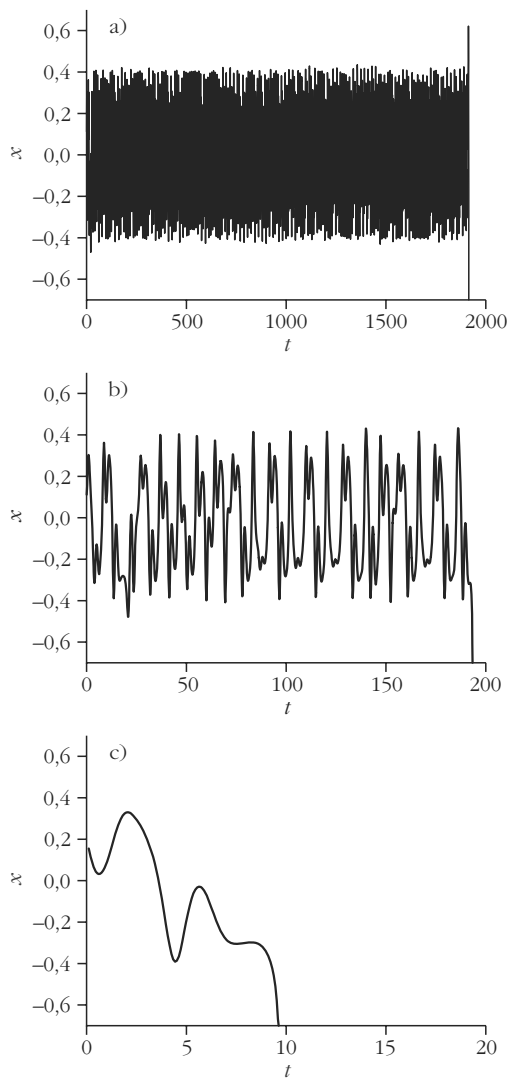
Itt β a súrlódási együttható, ν egy nemlinearitási paraméter, δ pedig a gerjesztési frekvencia. A következő paraméterértékekkel tranzien káoszt kapunk: $\beta = 0,4$, $\nu = 16,636$, $\delta = 0,682$.

Vizsgáljuk meg ezt a mozgást részletesebben! Nézzük meg a kitérés-idő diagramon, hogy ha különböző x_0 , v_0 (kitérés, sebesség) kezdőpontokból indítjuk a mozgást, hogyan alakul és meddig tart a káosz!

Mindhárom esetben jól látható (*1. ábra*), hogy hosszabb-rövidebb ideig tartó kaotikusság után a trajektória elszökik (megfelelő szimulációval könnyen beláthatjuk, hogy a végtelenbe tart). A kaotikus viselkedés időtartama erősen függ attól, hogy honnét indult a mozgás. Az *1.a* és *1.b* ábrán látható trajektóriák kezdőpontjai csak az x koordináta ötödik tizedesjegyében különböznek, a kaotikusság időtartama között mégis egy nagyságrendnyi eltérés van! Látni fogjuk, hogy meg tudjuk majd állapítani: átlagosan mennyi ideig kaotikus a mozgás. Ha megvizsgálunk még néhány kezdőpontból indított trajektóriát (ezek itt nincsenek feltüntetve), azt tapasztaljuk, hogy hosszabb-rövidebb ideig tartó kaotikus kavargás után azok is elszállnak a végtelenbe.

A szerző posztgraduális csillagász hallgató.

E munka az ELTE TTK-n a tavaszi félévben hallgatott *Kaotikus mechanika II.* című speciális előadás 2010. júniusban bemutatott vizsgadolgozatából fejlődött ki. A szerző köszönetét fejezi ki a tárgy oktatóinak, *Gruíz Mártonnak* és *Tél Tamásnak*.

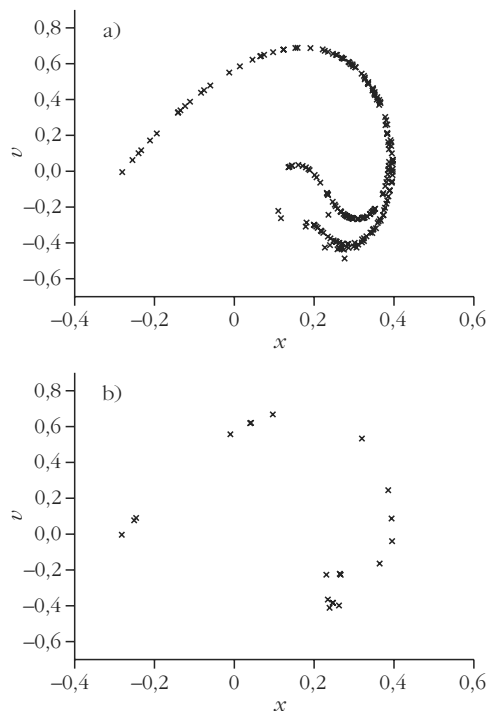


1. ábra. Az $\ddot{x} = -x - 0,4\dot{x} + (1 - 16,636x^2) \cos(0,682t)$ mozgásegyenletű oszcillátor kitérés-idő ($x-t$) diagramja a) az $x_0 = 0,1$, $v_0 = 0,1$, b) az $x_0 = 0,10001$, $v_0 = 0,1$, c) az $x_0 = -0,2$, $v_0 = -0,5$ kezdőpontból indítva.

Ha ugyanezeket a mozgásokat az (x, v) fázistérben az időtartamokat a $T = 2\pi/\delta$ gerjesztési periódusidő többszöröseinek véve (azaz periódusidőnként, vagy idegen kifejezéssel: stroboszkopikus leképezéssel) ábrázoljuk, azt tapasztaljuk, hogy ameddig a kaotikus mozgás tart, a különböző kezdőfeltételekből indított trajektóriák egy bizonyos struktúra körül mozognak. Minél tovább tart a káosz, annál több pont rajzolódik ki ebből a struktúrából (2. ábra). Ez a struktúra segíthet a kaotikus nyereghalmazt befoglaló tartomány „megsejtésében”.

Ha a kezdőfeltételek széles köréből indítunk el sok mozgást, és a t időnél hosszabb élettartamúak $N(t)$ számát meghatározzuk, majd az így kapott függvényt ábrázoljuk, akkor azt kapjuk, hogy t növekedésével $N(t)$ elegendően hosszú idő után – a radioaktív bomlás szabályához hasonló – exponenciális csökkenést mutat [8]:

$$N(t) \sim e^{-\kappa t}. \quad (2)$$



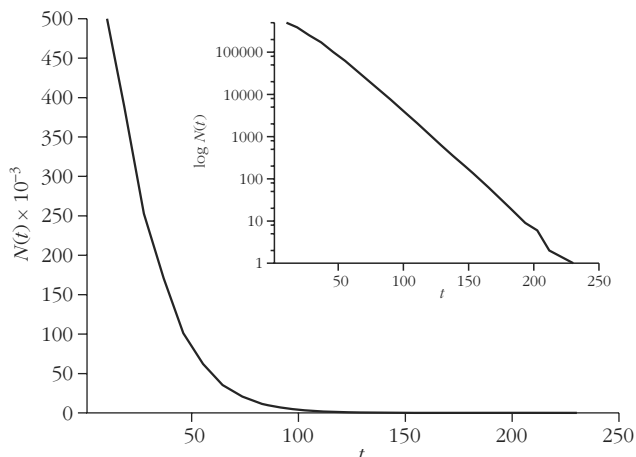
2. ábra. Az $\ddot{x} = -x - 0,4\dot{x} + (1 - 16,636x^2) \cos(0,682t)$ mozgásegyenletű oszcillátor mozgásának periódusidőnként (stroboszkopikus leképezéssel) készített fázistérbeli képe a) az $x_0 = 0,1$, $v_0 = 0,1$, b) az $x_0 = 0,10001$, $v_0 = 0,1$ kezdőpontból indítva. Az a) esetben (amely az 1.a ábrának felel meg), hosszabb ideig tart a káosz, több pont képződik le, mint az 1.b ábrának megfelelő b) esetben.

Ez azt jelenti, hogy az egyre hosszabb kaotikus mozgásokhoz tartozó kezdőfeltételek száma rohamosan (exponenciálisan) csökken.

A κ együtttható a szökési ráta (ami a logaritmusos ábrázolásban megjelenő egyenes negatív meredeksége), ennek τ reciproka pedig az átlagos élettartam (3. ábra).

Tehát a kaotikus mozgások átlagosan 17 időegység (ami közelítőleg a $T = 2\pi/0,682$ periódusidő kétsze-

3. ábra. Az $\ddot{x} = -x - 0,4\dot{x} + (1 - 16,636x^2) \cos(0,682t)$ mozgásegyenletű oszcillátornak az $x_0 \in (-0,4, +0,6)$, $v_0 \in (-0,7, +0,9)$ kezdőfeltételű tartományán egyenletesen elosztott 10^6 kezdőpontból indított trajektóriái közül a t -nél hosszabb élettartamúak $N(t)$ száma a belső ábra logaritmusos skáláján ábrázolva lineáris. Az egyenes meredeksége a szökési ráta: $\kappa = 0,0575$, ennek reciproka pedig az átlagos élettartam: $\tau = 17$.



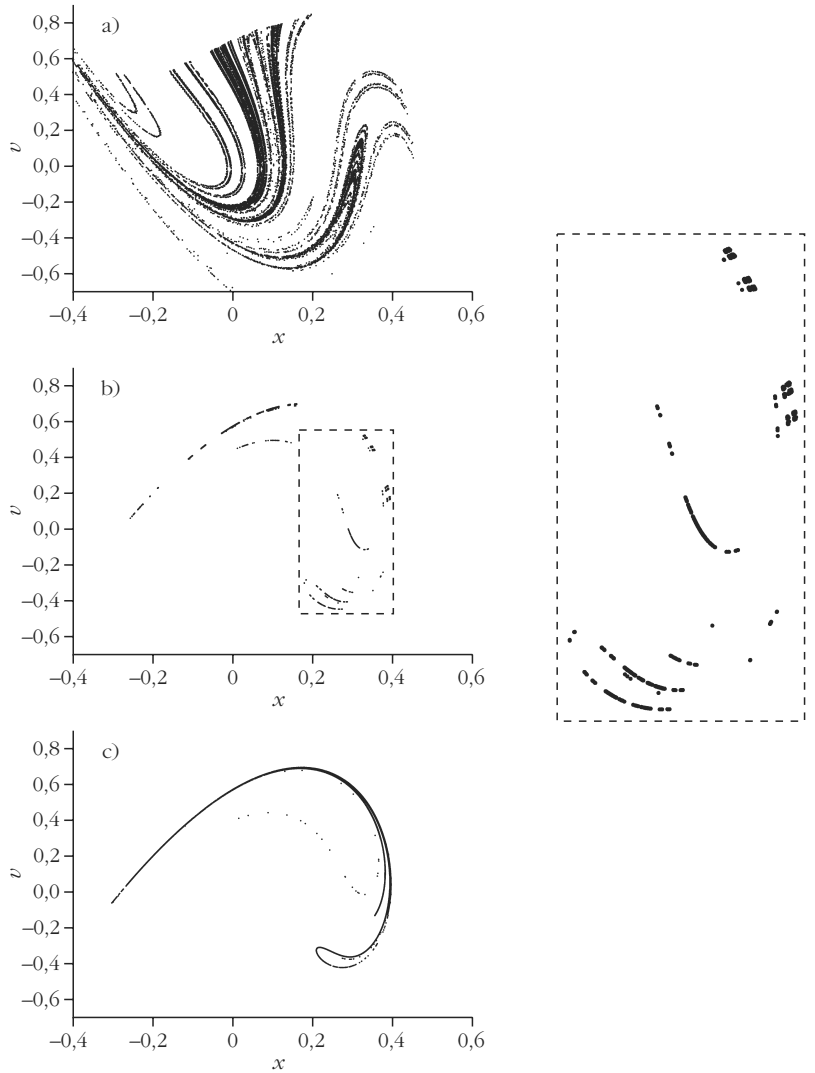
rese) hosszúságúak. Az 1.a, 1.b ábra tranziens káosza tehát jóval hosszabb, mint az átlag, az 1.c esetén pedig rövidebb.

Célszerű a szökési ráta számításának módját a fázistérben is megfogalmazni. Az eljárás az, hogy a fázistér egy kiterjedt tartományában nagyszámú pontot osztunk el egyenletesen vagy véletlenszerűen, és vizsgáljuk az ezen kezdőpontokból induló trajektóriákat. Azon trajektóriák $N(t)$ száma, amelyek t ideig nem hagyják el a tartományt, a (2) összefüggést követik. Ráadásul a szökési ráta független a kezdőfeltételek tartományának megválasztásától mindaddig, amíg az átfed a nyereghalmazzal.

Keressük meg a nyereghalmazt! Az erre kínált szisztematikus eljárás [8] során meg kell nézni, hogy van-e a fázistérnek olyan részhalmaza, amelyet az elég hosszú ideig (ami a gyakorlatban az átlagos élettartam 4–6-szorosa) el nem szökő trajektóriák megközelítenek. Ez a részhalmaz lesz a nyereghalmaz. Az időtartamokat a $T = 2\pi/\delta$ gerjesztési periódusidő többszöröseinek véve megnézzük, hogy a még „elég hosszú ideig” is el nem szökő trajektóriák hol voltak a fázistérben körülbelül fele annyi idő után és kiinduláskor. A közbülső időhöz tartozó ponthalmaz jó közelítéssel a nyereghalmaz. A kezdőpontok kirajzolják a *stabil sokaságot* (az ezekből a kezdőpontokból induló trajektóriák mind elérik a közbülső időpontban kirajzolt ponthalmazt, azaz a nyereghalmazt), míg a végső időponthoz tartozó ponthalmaz a nyereghalmaz *instabil sokasága*, mert az ezekből továbbinduló trajektóriák a nyereghalmaztól távolodnak, és a végtelenben található attraktorhoz tartanak. A nyereghalmaz a nevét onnét kapta, hogy hasonlóan egy nyeregponthoz vagy egy hiperbolikus ponthoz, stabil és instabil sokasággal rendelkezik.

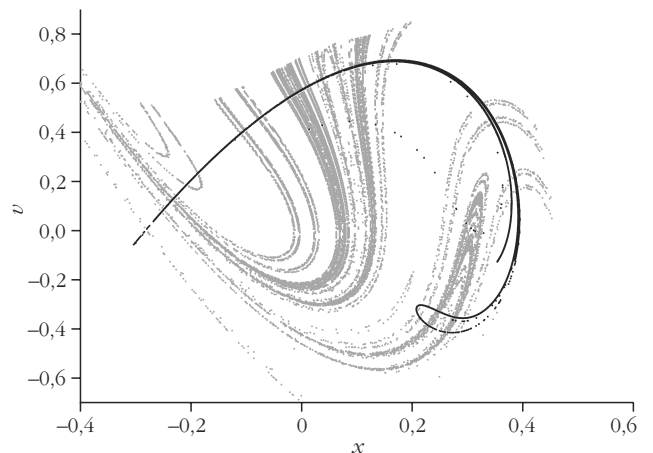
A 3. ábrán exponenciális csökkenést tapasztalunk, és valóban, a vizsgált tartomány tartalmazza a nyereghalmazt.

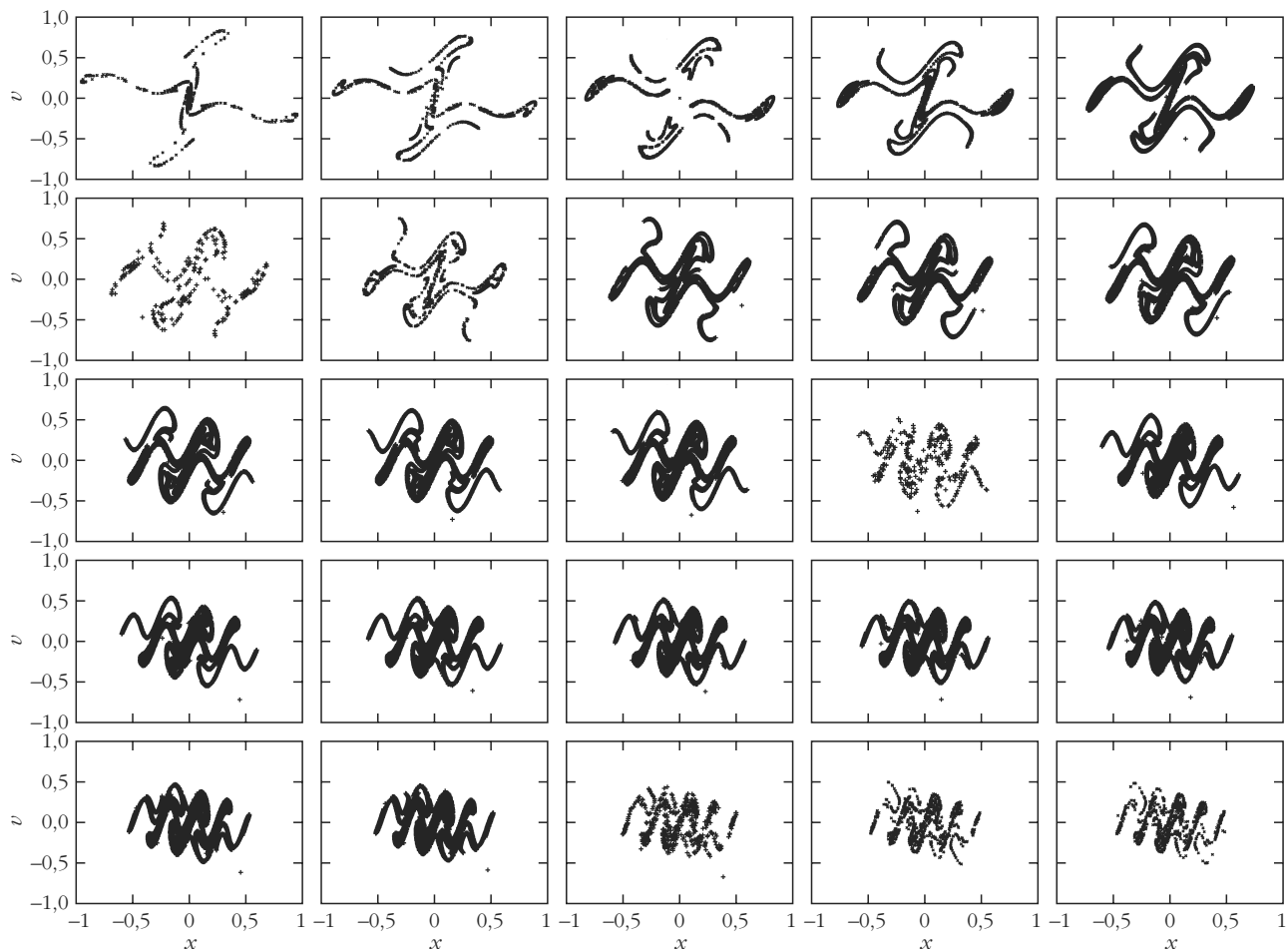
Az egyszerűség kedvéért a periódusidő egész számú többszöröseinél vizsgáljuk a trajektóriák helyzetét, így most az előbb ismertetett gondolatmenetet követve megnézzük, hogy azok a trajektóriák, amelyek még $8T$ idő elteltével is a téglalapon belül vannak, hol voltak $3T$ -nél és a kezdeti időpontban. (Ezek lesznek rendre az instabil sokaság, a nyereghalmaz, illetve a stabil sokaság. A próbálkozások azt mutatták, hogy ebben az esetben nem a $8T$ felénél, tehát $4T$ -nél, hanem $3T$ -nél lesz a nyereghalmaz, vagyis a trajektóriák viszonylag gyorsan elérik a nyereghalmazt, 4. ábra.)



4. ábra. Az $\ddot{x} = -x - 0,4\dot{x} + (1 - 16,636x^2) \cos(0,682t)$ mozgásegyenletű oszcillátor fázissterének jellegzetes alakzatai. A b) ábrán látható a nyereghalmaz, az a) ábrán a stabil, a c) ábrán pedig az instabil sokaság. A nyereghalmaz lokálisan mindig két Cantor-halmaz direkt szorzata: a b) ábra kinagyított részén jól látható a kettős Cantor-halmaz szerkezete.

5. ábra. Az $\ddot{x} = -x - 0,4\dot{x} + (1 - 16,636x^2) \cos(0,682t)$ mozgásegyenletű oszcillátor nyereghalmazának stabil (szürke) és instabil (fekete) sokasága, amelyek közös pontjai adják a nyereghalmazt. Jól látható a fraktálszerkezet [9].





6. ábra. a) Az $\ddot{x} = -x - 0,6\dot{x} + \sin(\mu x) \cos(4,1t)$ mozgásegyenletű oszcillátor stroboszkopikus leképezéssel kapott kaotikus halmazai (kaotikus attraktora vagy nyereghalmaza) a μ paraméter függvényében, balról jobbra, felülről lefelé egyesével haladva $\mu = 6$ és $\mu = 30$ között. Látható, hogy a μ paraméter növelésével a kaotikus halmaz mérete csökken, geometriája viszont bonyolultabb lesz. Ha finomítjuk μ léptetését, és megnézzük például a $\mu = 10$ és $\mu = 12$ közötti tartományt tizedenként léptetve, akkor további szabálytalan váltakozásban jönnek elő újabb kaotikus attraktorok, illetve nyereghalmazok.

Az 5. ábra a nyereghalmaz és sokaságainak egy jellegzetes tulajdonságát mutatja. Nevezetesen azt, hogy a nyereghalmazt a stabil és instabil sokaságának a metszete adja ki.

A szinuszos helyfüggő erővel gerjesztett harmonikus oszcillátor tranzien káosz

Most nézzünk meg olyan eseteket, amikor a trajektóriák nem a végtelenbe, hanem véges *határciklus attraktorhoz* tartanak, amelyek képe a periódusidőként vett metszeten [7] néhány *cikluspont*. A káosz ilyenkor is átmeneti, tehát tranzien, csak idővel nem a végtelenbe szalad a trajektória, hanem a kezdőfeltételtől függetlenül, periodikusan fog mozogni.

Induljunk ki a szinuszos helyfüggésű amplitúdóval gerjesztett harmonikus oszcillátor dimenziótlanított mozgásegyenletéből [1]:

$$\ddot{x} = -x - 2\beta \dot{x} + \sin(\mu x) \cos(\delta t), \quad (3)$$

ahol hasonlóan (1)-hez β a súrlódási együttható, μ a nemlinearitási paraméter, δ a gerjesztési frekvencia.

Ehhez a mozgásegyenlethez a $\beta = 0,3$, $\mu = 20$, $\delta = 4,1$ paraméterértékekkel permanens káosz tartozik, tehát a rendszerben létezik kaotikus attraktor [1].

A tranzien káoszra jellemző, hogy a permanens kaotikus mozgást eredményező paraméterértékek közelében kialakul, de utána rendszerint a permanens káosz paraméterértékeitől távol is létezni fog. Ha tehát a β , a μ vagy a δ paramétert megváltoztatjuk a fenti értékekhez képest, akkor előbb-utóbb tranzien káoszt kapunk.

Vizsgáljuk meg, hogy ha a gerjesztésre jellemző két paraméter (a μ dimenziótlan nemlinearitási paraméter és a δ dimenziótlan gerjesztési frekvencia) közül egyszerre csak egyet, például a μ -t változtatjuk a permanens kaotikus viselkedést eredményező érték körül, hogyan alakul a fázistérbeli kép a $\mu = 6$ és a $\mu = 30$ közötti tartományban (6. ábra)!

A 6. ábrán látható eseteket egyenként megvizsgálva azt tapasztaltuk, hogy különböző kezdőpontokból indítva a mozgást, hosszabb-rövidebb ideig tartó kezdeti kaotikusság után ugyanazokra (de természetesen esetenként más és más) határciklus (vagy kaotikus) attraktorokra futnak be a trajektóriák. A határciklus attraktorok most nem a végtelenben vannak, hanem véges alakzatok, amelyeknek képe az alkalmazott strobosz-

kopikus leképezésen néhány cikluspont. Bármely periodikus attraktor cikluspontjait könnyen megkaphatjuk, ha bármely, ahhoz az attraktorhoz induló kezdőpontból elindítunk egy trajektóriát, és megnézzük a hosszú idő utáni kitérés-idő függvényét.

A nyereghalmazokat befoglaló területet próbálgatással „sejtettük meg”, és azt kaptuk, hogy a kaotikus mozgás a fázistér $x \in (-1, 1)$, $v \in (-1, 1)$ tartományában lesz. Majd ezt a tartományt lefedtük egy területtel, amelyikből „kivágtuk” a cikluspontok megfelelő kis sugarú környezetét, és megvizsgáltuk, hogy a korongokkal kivágott területen egyenletesen elosztott sok, például 1000000 kezdőpontból indított trajektória mennyi idő után éri el a korongokat, és közben milyen pályát ír le. A nyereghalmazokat az előző fejezetben ismertetett szisztematikus eljárással [8] kerestük meg, de a számítógépes futásidő lerövidítése céljából annyi egyszerűsítéssel, hogy kevesebb, csak 10^4 kezdőpontból indítottuk a trajektóriákat, mivel most csupán a nyereghalmaz geometriáját akartuk megmutatni, nem részletes szerkezetét.

A 6. ábrán jól lehet látni, hogy a véletlenszerűen kiválasztott paramétertartományban 25 esetből 10 esetben transziens káoszt tapasztaltunk. (Ezek a nem erőteljesen kirajzolódó, szakadásokat tartalmazó alakzatok (nyereghalmazok) rendre a $\mu = 6, 7, 8, 9, 11, 12, 19, 28, 29, 30$ nemlinearitási paraméterértékhez tartoznak.) Tehát gyakori jelenségről van szó, amelynek fontos megállapítani a törvényszerűségeit.

A 6. ábrán erőteljesen kirajzolódó alakzatok kaotikus attraktorok, amelyek rendre a többi nemlinearitási paraméterértékhez tartoznak. Ezekben az esetekben permanens káoszt tapasztaltunk, legalábbis a vizsgált 10000 időegységig [10].

A 6. ábra táblázatának alakzatait vizsgálva felvetődik az a kérdés, hogy esetleg minden kaotikus viselkedés egyszer abbamarad, csak elegendően hosszú ideig kellene vizsgálódnunk? Ezt esetünkben sem tudtuk teljes bizonyossággal eldönteni. A táblázat eseteit vizsgálva azt tapasztaltuk, hogy a nagy μ értékekhez tartozó τ átlagos élettartam két nagyságrenddel nagyobb, mint a kis μ értékekhez tartozó. Táblázatosan összefoglalva:

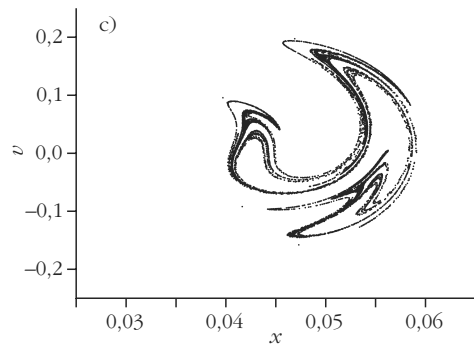
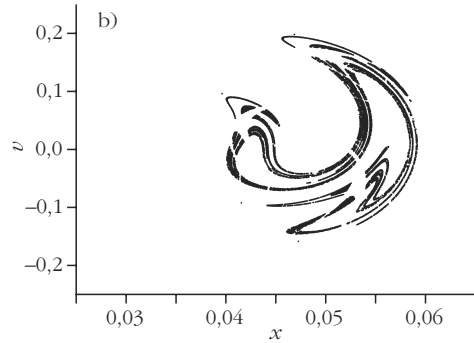
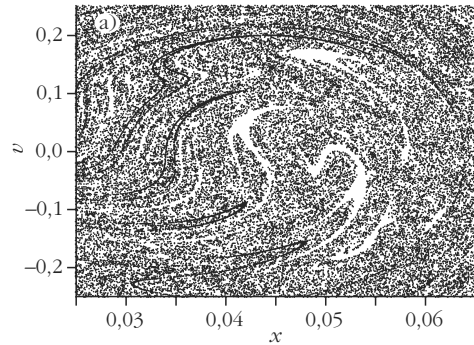
μ	6	7	8	9	19	28	29	30
$\tau (T)$	6	50	10	50	400	4000	5000	4500

Anharmonikus oszcillátor: nemlinearitás a rugóerőben

Végezetül vizsgáljuk meg az

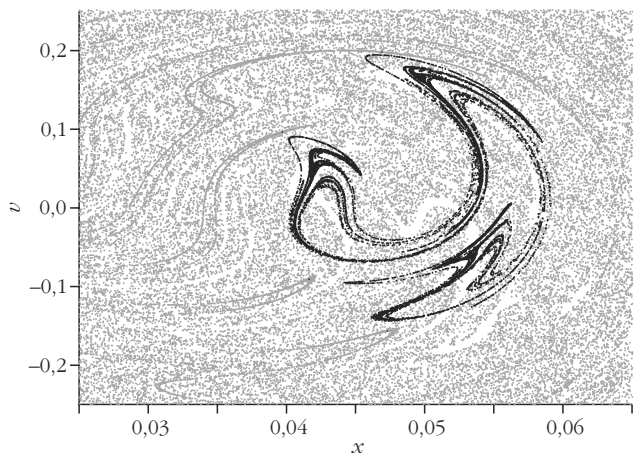
$$\ddot{x} = -x - 15625x^3 - 0,1\dot{x} + \cos(0,97t) \quad (4)$$

mozgásegyenletű, állandó amplitúdóval gerjesztett anharmonikus oszcillátor transziens káoszáét (7. és 8. ábra)! Az előbbieken ismertetettek szerint először „megsejtettük”, hogy a nyereghalmaz az $x \in (0,025, 0,065)$,



7. ábra. Az $\ddot{x} = -x - 0,1\dot{x} - 15625x^3 + \cos(0,97t)$ mozgásegyenletű nemlineáris, állandó amplitúdóval gerjesztett oszcillátor fázistérnek jellegzetes alakzatai. A b) ábrán látható a nyereghalmaz, az a) ábrán a stabil, a c) ábrán pedig az instabil sokaság. Az alakzatokat úgy kaptuk, hogy megnéztük a még a c) a $t_2 = 86T$ időpontban is kaotikus mozgásokat, hogy hol voltak az a) $t_0 = 0$, és a b) $t_1 = 43T$ időpontban.

8. ábra. Az $\ddot{x} = -x - 0,1\dot{x} - 15625x^3 + \cos(0,97t)$ mozgásegyenletű nemlineáris, állandó amplitúdóval gerjesztett oszcillátor stroboszkopikus leképezéssel kapott nyereghalmazának stabil (szürke) és instabil (fekete) sokasága, amelyek metszéspontja adja ki a nyereghalmazt.



$v \in (-0,25, 0,25)$ téglalapon belül van. A próbálgatással kapott három ciklusponttal kivágott téglalapról 10^6 kezdőpontból indítottunk trajektóriákat, és megkaptuk az exponenciális csökkenést a korongokkal kivágott téglalapon belül: $\kappa = 0,00692$, $\tau = 144$ ($\sim 20T = 40\pi/0,97$).

Látható, hogy ebben az esetben a $\tau = 20T$ viszonylag kis érték, azaz a káosz átlagos élettartama rövid. Összehasonlítva a vizsgált eseteket megállapíthatjuk, hogy a legrövidebb káosz-élettartam a végtelenben található attraktor esetén lépett fel (ez volt a parabolikus amplitúdóval gerjesztett harmonikus oszcillátor esete, $\tau = 2T$), a leghosszabb pedig a szinuszos amplitúdójú gerjesztésnél volt ($\tau = 5000T$).

Záró gondolatok

A tranziens káosz világunkban a permanens káosznál jóval gyakrabban fellépő jelenség, ezért nagyon fontos törvényszerűségeinek feltárása. A trajektóriák látványos össze-vissza mozgása ideig-óráig tart csupán, azután beáll a reguláris mozgás. De gyakran a mozgásnak éppen az a szakasza érdekel bennünket, amíg még nem szabályos. A tranziens káosz jelenségére rengeteg példa sorolható fel a fizika egymástól legtávolabb eső területeiről. Ilyen jelenség például a hidrodinamikában a folyadékba kerülő szennyeződés alakváltozása [7], vagy – mivel nemcsak a disszipatív,

hanem a hamiltoni rendszerekben is fellép a tranziens káosz – gyakran modellezhető tranziens káoszzal a csillagászati korlátozott háromtest-problémában a kisbolygók, üstökösök mozgásai, például egy aszteroida időleges befogásakor, vagy elszökés előtti mozgásának vizsgálatakor. A csillagászatban nem ismeretlen a *ragadósság* nevű mozgásforma sem (angolul *stickiness*), amikor a rezonanciák határán bizonyos kaotikus kisbolygópályák hosszú ideig úgy viselkednek, mintha regulárisak lennének [11].

Irodalom

- Slíz J.: Helyfüggő amplitúdóval gerjesztett harmonikus oszcillátor kaotikus viselkedése. *Fizikai Szemle* 60/4 (2010) 116–121.
- Biró I.: Mágneses ingák kísérleti tanulmányozása. *Fizikai Szemle* 56/1 (2006) 13–18.
- Gruiz M., Tél T.: Káoszról kicsit bővebben. *Fizikai Szemle* 55/6 (2005) 218.
- Békéssy L. I., Bustya Á.: Fizikai kettősinga vizsgálata. *Fizikai Szemle* 55/5 (2005) 185–191.
- Gruiz M., Tél T.: A káosz. *Fizikai Szemle* 55/5 (2005) 191–193.
- Götz G.: A pillangó-effektus – a káosz felfedezése a meteorológiában. *Fizikai Szemle* 43/12 (1993) 487.
- Tél T., Gruiz M.: *Kaotikus dinamika*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.
- T. Tél, M. Gruiz: *Chaotic Dynamics*. Cambridge University Press, 2006.
- Kecskés L.: *Egy ölnyi végtelen*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.
- W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling: *Numerical Recipes in Pascal*. Cambridge University Press, 1992.
- Érdi B.: *A Naprendszer dinamikája*. ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2001.

A FELÜLETI ARANY-DEKORÁCIÓS REPLIKATECHNIKA

Megemlékezés a hallei elektronmikroszkópia 50 éves évfordulója kapcsán

Malicskó László
MTA, SZFKI

Jelen cikkben a *kristályfelületek atomos struktúrájának* megismerésében 1958-tól az első jelentős eredményeket lehetővé tevő konvencionális transzmissziós elektronmikroszkópos (TEM) *arany-dekorációs replikamódszerről* kívánunk megemlékezni. Bár ez a módszer az 1980-as évek végétől, a különféle pásztázó szondás mikroszkópok megjelenésétől már alig használatos, de a módszerrel elért legfontosabb eredmények néhány példán keresztüli megemlézése és bemutatása tudománytörténeti szempontból tanulságos lehet.

2010. november 15–16-án a németországi Halléban *Heinz Bethge ünnepi kollokvium – az elektronmikroszkópia 50 éve Halle (Saale)-ban* címmel megemlékezést tartottak (www.bethge-kolloquium.de).

Jelen írással tiszteletteljes köszönetemet kívánom kifejezni néhai *Heinz Bethge* professzor úrnak és munkatársainak az Au-dekorációs, majd egyéb elektronmikroszkópos technikák saját témáimra történő alkalmazásában 30 éven át nyújtott baráti segítségükért.

A felületi Au-dekorációs módszer megjelenésének előzményei

Az 1920-as és 40-es évek közt a kristályok – azaz hártaoló lapjaik – növekedésének, illetve leépülésének (oldódás, párolgás) magyarázatára két, NaCl-modellre kidolgozott, *atomos szemléletű* elmélet alakult ki.

A *Kossel–Stranski-elmélet* kimutatta, hogy az úgynevezett „lépcsős” és „könyökös” atomos struktúrájú lapokon mindig jelen vannak további építőelemek, ionok, atomok csatlakozására energetikailag kedvező atomi pozíciók. Így ezen lapok *folytonos növekedése* túltelített anyafázisban biztosított. Az „atomosan sima” lapok növekedéséhez azonban felületi *lépcsőkezdemények* kialakulása szükséges [1–3].

A *Volmer–Stranski–Kaisev-*, illetve *2D nukleációs* (2DN) *elmélet* szerint az atomosan sima kristálylapon adszorbeálódott építőelemek *termikus fluktuá-*