

XIII. SZILÁRD LEÓ NUKLEÁRIS TANULMÁNYI VERSENY

II. rész: a döntő feladatai, a verseny értékelése

Sükösd Csaba
BME Nukleáris Technika Tanszék

I. Kategóriájú feladatok¹

1. feladat (kitűzte: Sükösd Csaba)

Egy speciális füstérzékelő berendezés a mellékelt ábrán látható felépítésű. Az egymástól d távolságra helyezett radioaktív forrás és az alfa-detektor közé áramlik be a külső levegő.

¹ Ezen a versenyen is, mint az első Szilárd Versenyen (valamint 2004 óta ismét), a Junior kategória versenyfeladatai részben eltértek az I. kategória (11–12. osztályosok) feladataitól.

a) Vajon ez a berendezés ugyanúgy viselkedik Nápolyban (Olaszország, tengerszint) és La Pazban (Bolívia, 3631 m tengerszint felett)?



b) Ha igen, miért? Ha nem, akkor hogyan korrigálhatjuk a berendezés eltérő viselkedését?

Megoldás: Az ábrán látható füstérzékelő berendezés működése az alfa-részecskék levegőben mért hatótávolságának mérésén alapul. A levegőréteg d vas-

tagságát úgy kell megválasztani, hogy az alfa-részecskék még éppen elérjék a detektort. Ha füst is keveredik a levegőbe, akkor a füst-részecskék miatt a levegő-füst keverékben lecsökken az alfa-részecskék átlagos hatótávolsága, kevesebb alfa-részecske éri el a detektort, lecsökken a beütésszám, és a készülék riaszt.

a) La Pazban a nagy tengerszint feletti magasság miatt a levegő sokkal ritkább, mint Nápolyban, ezért az alfa-részecskék hatótávolsága is nagyobb. Emiatt nagyobb füstkoncentráció kell La Pazban ahhoz, hogy a készülék riasszon, mint Nápolyban.

b) Ezt természetesen ki lehet küszöbölni azzal, hogy a berendezést a helyi viszonyokhoz kalibrálják, azaz megváltoztatják a detektor-forrás távolságot.

2. feladat (kitűzte: Papp Gergely)

A paksi reaktorok primerköri vízében oldott bórsav található.

a) Mi ennek az oka?

b) Miért tilos a reaktort egy adott értéknél nagyobb bórsav-koncentráció mellett üzemeltetni?

Megoldás: A bórsavat a reaktivitás szabályozására használják, mivel a bór igen jó neutronelnyelő. A paksi reaktorok nyomottvizesek, itt a moderálást a hűtővíz végzi. Normális esetben, ha a reaktor teljesítménye nő, a víz hőmérséklete is nő, a víz kitágul. Ezáltal csökken az egységnyi térfogatban lévő hidrogénmagok száma, ami miatt a moderálás csökken. Így a reaktivitás – s ezzel a teljesítmény – csökken, a víz hőmérséklete csökken, újra besűrűsödik stb. Ezt negatív visszacsatolásnak hívják, és biztonsági-szabályozási szempontból nagy jelentősége van. A víz tágulásával azonban a bór mennyisége is csökken térfogat-egységenként, ezáltal az egységnyi térfogat neutronelnyelő-képessége is. Ez viszont a reaktivitást növeli, és így pozitív visszacsatolást okoz. Ha a bórsav koncentrációja túl magas, akkor ez ellensúlyozhatja, vagy át is lépheti a moderátor tágulása által okozott szabályozó hatást, és a reaktorban pozitív visszacsatolás jelentkezik. Ez önmagában még nem végzetes, mert sok, független visszacsatolás létezik még ezen kívül is. A reaktorokat viszont csak úgy szabad üzemeltetni, ha minden visszacsatolás negatív.

3. feladat (kitűzte: Czifrus Szabolcs)

Egy átlagos ház tömege 100 tonna körül van, az építőanyagokban 10^{-4} tömegszázalék urán található.

a) Becsüljük meg, hogy egy átlagos családi ház falában, alapjában, szerkezeteiben összesen mekkora tömegű urán található és ennek mekkora az aktivitása!

b) Van-e ennek valamilyen hatása a bent élő emberekre?

Útmutatás: Elegendő a ^{238}U izotóp aktivitásával számolni, amelynek felezési ideje 4,5 milliárd év.

Megoldás: 100 tonna = 10^5 kg, ebben átlagosan $10^5 \cdot 10^{-6} = 0,1$ kg urán található.

M tömegű anyagban lévő urán atommagok száma:

$$N = M c \frac{6 \cdot 10^{23}}{0,238},$$

ahol c az urán koncentrációja. A tömeget kg-ban kell behelyettesíteni. Ennyi atommag aktivitása:

$$A = N \frac{\ln 2}{T}.$$

Itt T az urán felezési ideje másodpercekben. A feladatban csak a ^{238}U -nal számolunk, a ^{235}U -tól származó aktivitást elhanyagoljuk. A számadatok behelyettesítése után kapjuk: $A = 1,23 \cdot 10^6$ Bq. Ez több, mint 1 MBq!

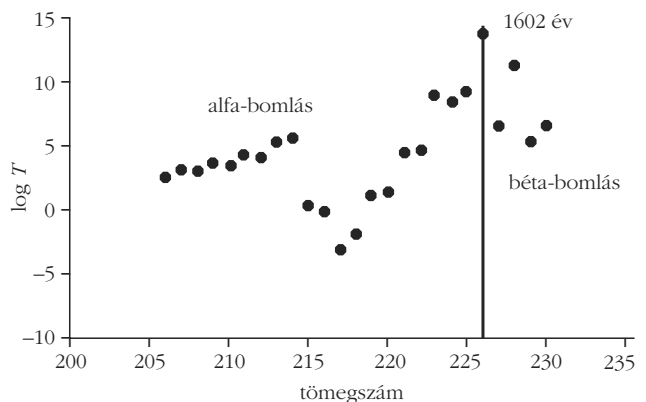
Vizsgáljuk meg ennek a házban lakó emberekre gyakorolt hatását! Az urán bomlási sorában lévő elemek alfa- és béta-bomlásokkal bomlanak. Ezek a részecskék azonban – elektromosan töltöttek lévén – nagyon hamar elnyelődnek, ezért nem lépnek ki az építőanyagokból (vagy ha ki is lépnek a vakolat felső, vékony rétegéből, a levegőben nagyon kis út megtétele után elnyelődnek). A bent élő emberekre tehát ezek nem jelentenek veszélyt. Az emberekre tehát két forrásból származhat sugárterhelés:

– Az alfa- és béta-bomlásokat kísérő *gamma-sugárzás* egy része kiléphet a falból, és ez külső sugárterhelést okozhat.

– Másrészt az urán bomlási sorában lévő *radon* egy része kidiffundálhat a falból, mielőtt tovább bomlana, mivel nemesgáz. Ez a radon (és bomlástermékai) a levegővel együtt bekerülhetnek a tüdőbe, és ott belső sugárterhelést okozhatnak.

4. feladat (kitűzte: Sükösd Csaba)

A rádium-izotópok felezési időit és domináns bomlásmódjaikat az alábbi *ábra* mutatja. (A függőleges tengely a ms-ban kifejezett felezési idők logaritmusát mutatja!) Az *ábrán* látható függőleges vonaltól ($A = 226$) jobbra a bomlások leggyakrabban béta-bomlással történnek, a függőleges vonaltól balra pedig alfa-bomlással.



Adjunk magyarázatot a megfigyelhető bomlási módokra, valamint minél több, a felezési időkben megfigyelhető viselkedésre!

Megoldás: Mivel mindegyik izotóp rádium, ezért $Z = 88$, azaz állandó. A megfigyelt változások tehát csak a neutronszám változására vezethetők vissza.

a) Az első megfigyelés az, hogy a legstabilabb rádium-izotóp a ^{226}Ra . Ennek felezési ideje 1602 év. Itt van az energiavölgy mélypontja. Az ennél neutrondúsabb izotópok rendszámnövelő negatív béta-bomlásra

hajlamosak, a neutronszegényebb izotópok pedig rendszámcsökkentő bomlásokat (például alfa-bomlás) mutatnak. És valóban, valamennyi $A > 226$ izotóp domináns bomlási módja béta-bomlás.

b) A következő megfigyelés az, hogy a rendszámcsökkentő (függőleges vonaltól balra eső) oldalon alfa-bomlásokat találunk, és nem pozitív béta-bomlásokat. Ennek oka az, hogy az alfa-bomlás – ha energetikailag lehetséges – akkor általában nagyobb valószínűséggel zajlik le, mint a pozitív béta-bomlás, hiszen a pozitív béta-bomlásban a gyenge kölcsönhatás játszik szerepet, míg az alfa-bomlásban az erős kölcsönhatás.

c) Egy további megfigyelés, hogy – egy érdekes kivételtől eltekintve, amelyre lentebb még visszatérünk – minél távolabb megyünk az energiavölgy mélypontjától, annál rövidebbek a mért felezési idők. Ez azzal magyarázható, hogy minél távolabb vagyunk a mélyponttól, annál meredekebb a „Pauli-lejtő”, és ez egyre instabilabb atommagokat jelent.

d) A negyedik megfigyelés a völgy mélypontja közelében a felezési idők „váltakozása”. Egy hosszú felezési időt egy rövid követ, majd megint egy hosszabbat találunk. Például a 226, 228, 230 tömegszámú izotópok felezési idői hosszabbak, mint a 227, 229 tömegszámú izotópoké, de hasonló váltakozást figyelhetünk meg a másik irányban is. Ennek oka a pár-energiában keresendő. Mivel $Z = 88$, a protonszám páros. Emiatt páros tömegszám (A) esetén a neutronszám is páros, és ez stabilabb magot jelent. E nagyobb stabilitás megnyilvánulását látjuk a páros tömegszámú izotópok hosszabb felezési idejében.

e) Végül meg kell magyarázzuk azt, hogy $A = 214$ környékén miért találunk megint stabilabb magokat. Az $A = 214$ tömegszámú rádium atommagjában éppen $N = 126$ mágikus számú neutron található. Ez stabilizálja az ebben a tartományban lévő atommagokat, ezért emelkedik meg ismét a felezési idő az energia-völgy mélypontjától eléggé távol.

5. feladat (kitűzte: Radnóti Katalin)

a) Mekkora annak a fotonnak a hullámhossza, amelyiknek energiája egyenlő az elektron nyugalmi energiájával?

Egy ilyen foton nyugvónak tekinthető elektronnal ütközik úgy, hogy az ütközés után eredeti terjedési irányával éppen ellenkező irányban fog mozogni.

b) Mekkora lesz a meglökött elektron sebessége?

c) Hányszorosára nő az elektron tömege?

Megoldás: A feladat feltétele szerint a foton kezdeti hullámhosszára:

$$m_0 c^2 = \frac{h c}{\lambda},$$

amiből

$$\lambda = \frac{h}{m_0 c} = \lambda_c$$

adódik. Itt λ_c az elektron Compton-hullámhossza. A Compton-szórt fotonok hullámhosszának megváltozá-

sára érvényes a következő összefüggés (lásd Függvénytáblázat):

$$\Delta \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \vartheta).$$

Esetünkben $\vartheta = 180^\circ$, így $\cos \vartheta = -1$, azaz

$$\Delta \lambda = \frac{2 h}{m_0 c} = 2 \lambda_c.$$

Tehát a visszaverődő foton hullámhossza háromszorosára nő, ezért frekvenciája – így energiája is – harmadára csökken. Tehát a foton energiájának 2/3-ad részét kapja meg az elektron, vagyis a teljes relativisztikus energiája,

$$E_{elektron} = \left(1 + \frac{2}{3}\right) m_0 c^2 = \frac{5}{3} m_0 c^2.$$

Az elektron tömege tehát 5/3-szorosára nő. Sebessége pedig:

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5}{3} m_0 c^2,$$

és innen

$$\frac{v}{c} = \frac{4}{5}, \text{ azaz a sebesség } 0,8 c.$$

Az eredményre más gondolatmenettel is el lehetett jutni. A zsúri természetesen minden helyes levezetést maximális ponttal ismert el.

6. feladat (kitűzte: Kis Dániel)

A neutroncsillagok a legsűrűbb makroszkopikus anyagi objektumok az Univerzumban, felépítésük hasonlatos az atommagéhoz, azonban ebben az esetben – a magerők helyett a nagy tömeg miatt – a gravitáció tartja egyben az objektumot.

a) Számítsuk ki, mekkora az a minimális tömegszám, amelyre éppen kialakulhat kötött állapot, ha feltételezzük, hogy a neutroncsillag csak neutronból áll ($Z = 0$), és nagy tömegszám esetén a felületi tag elhanyagolható!

b) Mekkora az objektum minimális tömege?

Útmutatás: bővítsük a Weizsäcker-féle energiaformulát egy, az objektum gravitációs energiáját figyelembe vevő taggal:

$$E_g = -\frac{3}{5} \gamma \frac{M^2}{R},$$

ahol M az objektum tömege, R a sugara, és g a gravitációs állandó.

Adatok: a neutron tömegét, a gravitációs állandó értékét, valamint a Weizsäcker-formula együtthatóit vegyük a Függvénytáblázatból!

Megoldás: A gravitációs energiátag:

$$E_g = -\frac{3}{5} \gamma \frac{M^2}{R} = -\left(\frac{3}{5} \gamma \frac{m_n^2}{r_0}\right) \frac{A^2}{A^{1/3}} = -b_G A^{5/3}.$$

Az ismert konstansokat beírva kapjuk: $b_G \sim 9,3 \cdot 10^{-50}$ J. Írjuk fel a bővített Weiszäcker-formulát!

$$E(Z, A) = -b_V A + b_F A^{2/3} + b_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + b_A \frac{(N-Z)^2}{A} - b_G A^{5/3}.$$

Ha kihasználjuk az említett közelítéseket ($Z = 0$ és a felületi tag elhagyható), a képlet leegyszerűsödik:

$$E(0, A) \approx -b_V A + b_A A - b_G A^{5/3}.$$

A kötött állapot kialakulásának feltétele nyilvánvalóan $E \leq 0$, ebből a tömegszámra kapunk egy összefüggést:

$$-b_V A + b_A A - b_G A^{5/3} \leq 0 \Rightarrow A \geq \left(\frac{b_A - b_V}{b_G}\right)^{3/2}.$$

A függvénytáblázat szerint $b_A = 3,80 \cdot 10^{-12}$ J, $b_V = 2,52 \cdot 10^{-12}$ J. Ezeket, valamint b_G fenti értékét beírva kapjuk: $A \geq 5,1 \cdot 10^{55}$. A neutroncsillag minimális tömege ennek alapján: $M_N \geq A m_n = 8,53 \cdot 10^{28}$ kg. Ez körülbelül egytizede a Nap tömegének.

7. feladat (kitűzte: Kis Dániel)

A speciális relativitáselmélet igazolása kapcsán gyakran hivatkoznak arra a kísérletre, hogy a Föld felszínén is mérhetőek a müonok. Az érvelés úgy szól, hogy az idődilatació hatása nélkül a $T = 2,2 \cdot 10^{-6}$ s felezési idejű részecskék elbomlanának mielőtt a légkörön áthaladnak, tehát nem mérhetnénk őket a felszínen. Vizsgáljuk meg az állítás helyességét! Mérések alapján (1963, Frisch és Smith) tudjuk, hogy a müonok átlagos sebessége $v = 0,993c$ ($c = 299\,793$ km/s). Egy másik kísérletnél egy ballonban elhelyezett detektorral 10 000 m magasságban átlagosan 1448 müont mértek egy óra alatt.

a) Mennyi müont mérhetnénk ugyanezzel a detektorral óránként a tengerszinten, ha (i) relativisztikusan, vagy (ii) nem-relativisztikusan kezeljük a problémát?

b) Milyen következtetést vonhatunk le a számítási eredményekből? Hogyan kellene pontosítani a relativitáselmélet igazolására vonatkozó állítást?

Megoldás: A relativisztikus számolások során szükségünk lesz a következőre:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,993^2}} = 8,4.$$

A bomlás statisztikai folyamat, tehát a bomlási törvényből kell kiindulni:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\ln 2 \frac{t}{T}},$$

ahol N_0 a 10 000 m magasan mért időegységenkénti (óránkénti) müonszám, és T a müon felezési ideje.

A repülési idő Földhöz rögzített koordinátarendszerben

$$t = \frac{H}{v} = 33,6 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

Az (i) feladatban relativisztikusan kell számolnunk, azaz a repülési idő helyére a müon sajátidejét kell írunk:

$$t \Rightarrow \tau = \frac{t}{\gamma}.$$

Ebből

$$\tau = \frac{t}{8,4} = 3,99 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

A keresett beütésszám az adatok behelyettesítésével:

$$N^{rel} = 412 \frac{\text{beütés}}{\text{h}}.$$

Klasszikus számításhoz, a második esetben nem kell relativisztikus korrekció, így nem τ , hanem t behelyettesítésével kapjuk.

$$N^{kl} = 1448 \cdot e^{-\ln 2 \cdot \frac{33,6}{2,2}} = 3,66 \cdot 10^{-2} \frac{\text{beütés}}{\text{h}}.$$

Az eredményekből látható, abból a tényből, hogy müont detektálhatunk a tengerszinten, nem következik a relativitáselmélet igazolása. Hiszen a bomlás statisztikus jellege miatt idődilatació nélkül is észlelhetünk müont, igaz átlagosan 27,3 óránként csak egyet! A pontos megfogalmazás az lenne, hogy a müon különböző magassági pontokban mért beütésszámai és az elméleti bomlásgörbe nem relativisztikusan számolva eltérnek egymástól, míg az idődilataciót figyelembe véve jól illeszkednek egymáshoz. Ez igazolja a relativitáselmélet helyességét.

8. feladat (kitűzte: Radnóti Katalin)

a) Határozzuk meg azt a küszöbenergiát, amely ahhoz szükséges, hogy egy proton-antiproton pár keletkezzen (az ütköző protonokon kívül), amikor egy felgyorsított proton álló protonba ütközik!

b) Vajon, ha mindkét protont felgyorsítjuk azonos sebességre, és egymással szemben ütköznek úgy, hogy párt tudjanak kelteni, akkor a felgyorsított protonok összes energiája nagyobb, vagy kisebb kell legyen, mint az előző esetben? Indokoljuk meg állításunkat!

Megoldás: A reakcióegyenlet a következő:

$$p_1 + p_2 \rightarrow p_1 + p_2 + p_3 + \bar{p},$$

ahol \bar{p} az antiprotont jelöli.

b) Válasszunk először olyan vonatkoztatási rendszert, amelyben a tömegközéppont áll. Négy részecske van ekkor jelen. A küszöbenergiát akkor kapjuk

meg, ha ezek a részecskék éppen csak létrejöttek, mozgási energiájuk nincs. Azaz a rendszer teljes energiája végállapotban $E = 4 m_0 c^2$. Az energia megmaradása miatt az energiának a kezdeti állapotban is ekkorának kell lennie, csak hogy a kezdeti állapotban csupán két részecskén van. Ebből következik, hogy mindkét részecskének $m_0 c^2$ mozgási energiával kell rendelkeznie. Egy ilyen – ütközőnyalábos – rendszerben összesen $2 m_0 c^2$ energiát kell befektetnünk.

Kezdeti állapotban mindegyik proton teljes energiája tehát $2 m_0 c^2$, relativisztikus tömege pedig $2 m_0$. A protonok sebessége a

$$2 m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

összefüggésből:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

a) Most helyezkedjünk át a laboratóriumhoz rögzített vonatkoztatási rendszerbe! Határozzuk meg a p_1 proton sebességét abban a koordináta-rendszerben, amelyben p_2 nyugalomban van!

Ez a koordináta-rendszer nyilvánvalóan a p_2 proton sebességével mozog az előzőhöz képest. Ezért ebben a koordináta-rendszerben – ha a Galilei-féle sebességösszeadás lenne érvényes – a p_1 proton kétszeres sebességgel kellene közeledjen az álló p_2 -höz. Most azonban relativisztikus sebességösszeadási szabályt kell használnunk, ezért:

$$v_1 = \frac{v + v}{1 + \frac{v \cdot v}{c^2}}$$

mivel a koordináta-rendszer is v sebességgel mozog, és az előző koordináta-rendszerben a p_1 proton is v sebességgel mozgott. Ebből a fenti

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

behelyettesítéssel kapjuk:

$$\frac{v_1}{c} = \sqrt{\frac{48}{49}}$$

A p_1 proton teljes energiája tehát:

$$E = m c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} = 7 m_0 c^2.$$

Vagyis a proton teljes energiája $7 m_0 c^2$ lesz, azaz $6 m_0 c^2$ mozgási energiára kell felgyorsítani. Ez három-

szor annyi, mint az ütközőnyalábok esetében befektetett teljes energia. Ekkor a proton a fénysebesség körülbelül 99%-ával mozog.

9. feladat (kitűzte: Kis Dániel)

Egy ütközőnyalábos gyorsítóban a következő reakció játszódik le: ${}^2\text{H} + \text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$. Az ütköző részecskék teljes lendülete nulla (laboratóriumi rendszerben), összes mozgási energiájuk 0,1 MeV, a reakcióenergia pedig 5,5 MeV. Mekkora a reakcióban keletkezett hélium atommag mozgási energiája, ha a tömege $m({}^3\text{He}) = 3,016029 m_u$?

Az m_u atomi tömegegység értékét vegyük a Függvénytáblázatból!

Megoldás: Mivel a reakcióban a lendület megmarad mennyiség, ezért a keletkezett részecskék teljes lendülete szintén nulla, azaz $\mathbf{p}_{\text{He}} + \mathbf{p}_{\gamma} = 0 \Rightarrow p_{\text{He}} = p_{\gamma} = p$. A végállapotban a termékek mozgási energiájának összege megegyezik az ütköző részecskék mozgási energiájának és a reakcióenergiának összegével, azaz $E_{\text{összes}} = 5,6$ MeV. A foton energiája $E_{\gamma} = pc$, a hélium atommag mozgási energiája

$$E_{\text{He}} = \frac{p^2}{2m},$$

így az energiamegmaradás:

$$pc + \frac{p^2}{2m} = pc + \frac{(pc)^2}{2m c^2} = E_{\text{összes}}$$

A kapott összefüggés a pc szorzatra egy másodfokú egyenlet:

$$(pc)^2 + 2m c^2 (pc) - 2m c^2 E_{\text{összes}} = 0.$$

$$pc = \frac{-2m c^2 + \sqrt{4(m c^2)^2 + 4 \cdot 2m c^2 E_{\text{összes}}}}{2} = m c^2 \left(\sqrt{1 + \frac{2 E_{\text{összes}}}{m c^2}} - 1 \right)$$

A ${}^3\text{He}$ nyugalmi energiája: $m c^2 = 2813,3141$ MeV. Így már megoldható a pc -re vonatkozó egyenlet, mivel

$$\frac{2 E_{\text{összes}}}{m c^2} = \frac{2 \cdot 5,6}{2813} = 4 \cdot 10^{-3}.$$

Így kapjuk:

$$pc = m c^2 (\sqrt{1,004} - 1) = 5,596 \text{ MeV}.$$

A pc szorzat ismeretében egyszerű behelyettesítéssel megkapható a keresett mozgási energia:

$$E_{\text{He}} = \frac{(pc)^2}{2m c^2} = 5,564 \text{ keV},$$

azaz a végállapotban rendelkezésre álló energiának valamivel kevesebb, mint egy ezredrésze. Az energia legnagyobb részét a gamma-foton viszi el, mint azt vártuk is.

10. feladat (kitűzte: Szűcs József)

A ^{14}C szénizotóp béta-bomlásánál ($^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N} + \beta^- + \bar{\nu}$) a kirepülő β -részecske (elektron) energiája $0 \leq E_\beta \leq 0,155$ MeV intervallumba eső értékeket vehet fel, mivel a bomlásnál felszabaduló energián a végállapotban lévő három részecske (a visszalökődő ^{14}N mag, a kirepülő elektron és az antineutrínó) véletlenszerűen osztozik.

a) Mekkora a visszalökődő ^{14}N mag sebessége és mozgási energiája, ha a β -részecske mozgási energiája maximális?

b) Mekkora sebességgel lökődik vissza a mag akkor, ha a β -részecske energiája nulla?

Adatok: Az antineutrínó nyugalmi tömegét az elektronéhoz képest vehetjük zérusnak. Az ^{14}N atommag tömegét vegyük kerekén $14 m_u$ atomi tömegegységnek, a többi adatot vegyük a Függvénytáblázatból.

Megoldás: a) Ha az elektron energiája maximális, akkor az antineutrínó sem energiát, sem lendületet nem visz el. Így a visszalökődő ^{14}N mag lendülete, a lendület-megmaradás miatt megegyezik a nyugvónak tekintett ^{14}C magból kirepülő elektron $p_e = p_N$ lendületével.

Az elektron lendületét a relativisztikus összefüggésből kaphatjuk meg:

$$E_0 + E_\beta = \sqrt{(p_e c)^2 + E_0^2}.$$

Ebből az elektron lendülete:

$$p_e = \frac{1}{c} \sqrt{(E_0 + E_\beta)^2 - E_0^2} \approx 2,3 \cdot 10^{-22} \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Így a ^{14}N mag visszalökődési sebessége:

$$v = \frac{p}{m_N} = 9,89 \frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

A mag mozgási energiája pedig

$$E_N = \frac{1}{2} m_N v^2 = 1,14 \cdot 10^{-18} \text{ J} \approx 7 \text{ eV}.$$

A mag mozgási energiája körülbelül $4,5 \cdot 10^{-5}$ -szerese az elektronénak, ezért úgy vehető, hogy a teljes bomlási energiát az elektron viszi el.

b) Ha a β -rész mozgási energiája zérus, akkor lendülete is az, így jó közelítéssel a teljes felszabaduló energiát a keletkező antineutrínó viszi el ($E_\nu \approx E_0$), és $p'_N = p_\nu$.

Mivel a részecske nyugalmi tömegét zérusnak vehetjük, ezért az antineutrínó lendülete

$$p'_N = p_\nu = \frac{E_\nu}{c} = 0,83 \cdot 10^{-22} \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ebből a visszalökődő ^{14}N mag sebessége:

$$v' = \frac{p'_N}{m_N} = 3,57 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Látható, hogy ekkor a mag sebessége körülbelül harmada az elektronon való visszalökődési sebességnek, így a mozgási energia még kisebb lesz (körülbelül $1/9$ -e) a korábbiaknak, tehát jogos volt a közelítés, hogy a teljes energia az antineutrínóra jut.

Junior (II. Kategóriájú feladatok)

8. feladat (kitűzte: Vastagh György)

Tegyük fel, hogy van 5 db atomunk olyan anyagból, amelynek felezési ideje 3 perc. Mi a valószínűsége annak, hogy a következő 3 percben az 5 atom egyike sem bomlik el?

Megoldás: A felezési idő alatt éppen $\frac{1}{2}$ a valószínűsége annak, hogy egy atom elbomlik, és ugyancsak $\frac{1}{2}$ a valószínűsége annak, hogy nem bomlik el. Az atomok egymástól függetlenül bomlanak (illetve nem bomlanak). Ezért annak a valószínűsége, hogy 5 atomból egy se bomoljon el:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} \approx 3\%.$$

9. feladat (kitűzte: Mester András)

Radioaktív izotóppal gyilkolták meg 2006-ban A. Litvinyenko orosz ügynököt. Halálát (véltetően az itálával elfogyasztott) radioaktív polónium-210 okozta. Az izotóp igen aktív alfa-bomló, felezési ideje 139 nap. A földkéregben csak radioaktív bomlásból származó ^{210}Po van, amely az ^{238}U bomlási sor tagja.

a) Kinek a nevéhez fűződik az elem felfedezése?

b) Milyen körülmények között veszélyes a ^{210}Po , és miért mondják, hogy ellenőrzés esetén szinte lehetetlen kimutatni?

c) Mennyi ^{238}U aktivitása egyezik meg 1 milligramm ^{210}Po aktivitásával? (Az urán felezési ideje $4,5 \cdot 10^9$ év.)

d) Hány eV egy alfa-részecske energiája, ha 1 gramm tömegű ^{210}Po 140 watt teljesítményt szolgáltat?

Megoldás: a) A polóniumot *Maria Skłodowska* és férje, *Pierre Curie* fedezték fel 1898-ban.

b) Alfa-sugárzó lévén az elem csak a szervezetbe bejutva jelent veszélyt. A ^{210}Po a bomlási sor utolsó előtti eleme, nincsenek további radioaktív bomlástermékek. A ^{210}Po csak alfa-sugarakat bocsát ki, amelyek a szervezetből nem jönnek ki. Ezért sem a bomlástermékei révén, sem pedig a saját sugárzása révén nem árulja el magát, és így nagyon nehéz kimutatni.

c) A ^{210}Po felezési ideje: $T = 139$ nap = 12 009 600 s. M tömegű ^{210}Po -ban lévő atommagok száma:

$$N = M \cdot \frac{6 \cdot 10^{23}}{0,210},$$

aktivitása pedig:

$$A = N \frac{\ln 2}{T}$$

A számadatokat behelyettesítve: $A = 1,64 \cdot 10^{11}$ Bq.

Az aktivitások egyezéséből kapjuk:

$$\frac{N_{\text{Po}}}{T_{\text{Po}}} = \frac{N_{\text{U}}}{T_{\text{U}}}$$

Ebből

$$N_{\text{U}} = \frac{T_{\text{U}}}{T_{\text{Po}}} N_{\text{Po}} = 3,42 \cdot 10^{28}$$

Ennyi urán tömege:

$$m = \frac{238 \text{ g} \cdot 3,42 \cdot 10^{28}}{6 \cdot 10^{23}} = 13,56 \text{ tonna.}$$

d) 1 gramm polónium aktivitása $1,64 \cdot 10^{14}$ Bq, teljesítménye 140 W. Ebből egyetlen bomlásra jutó energia

$$E = \frac{140 \frac{\text{J}}{\text{s}}}{1,64 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}}} = 8,53 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 5,33 \text{ MeV.}$$

Egy α -részecske energiája tehát körülbelül 5,33 MeV.

10. feladat (kitűzte: Kis Dániel)

Tekintsük a következő fúziós reakciókat: ${}^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow n + {}^3\text{He}$ és ${}^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow p + {}^3\text{H}$, ezek röviden jelölése $d(d, n){}^3\text{He}$, illetve $d(d, p){}^3\text{H}$.

a) Melyik reakció termel több energiát?

b) A második reakcióban nem keletkezik radioaktivitást okozó neutron, ezért ha ezt használnánk, a termionukleáris erőmű alkatrészei nem aktiválódnának fel. Vajon mégis miért a ${}^2\text{H} + {}^3\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + n$, reakciót (D - T reakciót) kívánják az ITER-ben használni?

Adatok: $m({}^1\text{H}) = 1,007825 m_{\text{u}}$, $m({}^2\text{H}) = 2,014102 m_{\text{u}}$, $m({}^3\text{H}) = 3,016049 m_{\text{u}}$, $m({}^3\text{He}) = 3,016029 m_{\text{u}}$, $m(n) = 1,008665 m_{\text{u}}$, $m({}^4\text{He}) = 4,0026 m_{\text{u}}$, az m_{u} atomi tömegegység értékét vegyük a Függvénytáblázatból!

Megoldás: a) A reakcióenergia a kezdeti és végállapotbeli magok nyugalmi energiakülönbségeként határozható meg: $Q_{\text{He}} = 3,2744 \text{ MeV}$, illetve $Q_{\text{H}} = 4,0394 \text{ MeV}$. Az eredményekből következik, hogy mindkét reakció exoterm, így a nagyobb reakcióenergiájú folyamat, azaz a $d(d, p){}^3\text{H}$ reakció termel több energiát.

b) Két oka is van a D - T reakció használatának. Egyrészt a D - T reakció több energiát termel: $Q_{D-T} = 17,6 \text{ MeV}$, másrészt pedig a $d(d, p){}^3\text{H}$ reakció nem választható külön a $d(d, n){}^3\text{He}$ reakciótól, mindkettő végbemenne bizonyos valószínűséggel. Tehát hiába alkalmaznánk tiszta deutériumból álló plazmát, a neutronoktól – és így az általuk létrehozott felaktiválódástól – így sem szabadulnánk meg.

Számítógépes feladat

A részecskegyorsítók egyik fontos típusa a lineáris részecskegyorsító. Ebben egy ionforrásból származó ionokat elektromos mezővel gyorsítjuk. A fémből készült, üreges gyorsító-elektrodok (gyorsítóüreg) belsejében az elektromos térerősség nulla, a gyorsítás az elektrodok közötti térben zajlik. Természetesen az egész gyorsítócsőben vákuum van, hogy a részecskék ne szóródjanak szét a levegő molekuláin. A gyorsítóüregre periodikusan váltakozó feszültséget kapcsolunk. A gyorsítóüregek méretét, a közöttük lévő távolságot, a gyorsítófeszültség amplitúdóját és frekvenciáját úgy kell összehangolnunk, hogy az egyre gyorsuló részecskék az egymást követő gyorsítóüregek közé mindig megfelelő időpontban érkezzenek ahhoz, hogy ott tovább tudjanak gyorsulni.

Fontos az is, hogy az ionforrásból csak a gyorsítófeszültség meghatározott időtartományában engedjünk be részecskéket a gyorsítóba. A „rossz” időpillanatokban beengedett részecskék össze-vissza bolyonganak a gyorsítóban, egyesek még visszafelé is tudnak gyorsulni.

A lineáris gyorsítóból gyakran egy másik gyorsítóba „lövik be” a részecskéket (ez történik például a CERN-ben is). Ezért nagyon fontos, hogy az előállított részecskenyaláb energiája minél pontosabban a megadott értékű és minél kisebb szórású legyen, valamint az is, hogy a nyaláb időbeli szórása is kicsi legyen, azaz a nyalábban lévő részecskék a gyorsítási periódus jól meghatározott időpillanatában lépjenek ki a gyorsítóból.

A szimulációs feladatban egy lineáris gyorsítót kellett vizsgálni. A szimulált gyorsítón a fent említett valamennyi paramétert változtatni lehetett, és azok hatását meg lehetett figyelni. A versenyzők részletes leírást kaptak a program működéséről és használatáról.

A feladat a következő volt: *Állítsunk elő körülbelül 200 egységnyi energiájú részecskenyalábot 1 percen keresztül!*

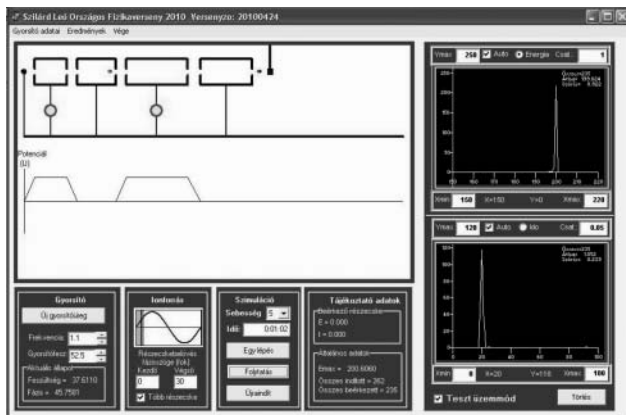
A grafikonok alatt lévő „teszt üzemmód” kikapcsolása után indított szimuláció során már nem avatkozhatunk be a gyorsító paramétereibe. Az „Újraindítás” gomb megnyomása után a szimuláció elindul, és az 1 perc leteltével a szimuláció eredménye elmentésre kerül.

Annál több pontot kap egy versenyző, minél

- pontosabban megközelíti a 200 egységnyi energiát a nyaláb átlagértékével;
- kisebb lesz a nyaláb energiájának a szórása;
- kisebb lesz a nyaláb időbeli szórása;
- nagyobb hányada jut a kibocsátott részecskéknek a céltárgyra;
- több részecske érkezik a céltárgyra addig, amíg le nem jár a rendelkezésre álló idő.

Az egyik versenyző által elért eredmény *ábrája* a következő oldalon látható.

A képernyő jobb oldalán látható két grafikon mutatja a céltárgyra beérkező részecskék energia, illetve idő szerinti eloszlását. Látható, hogy a gyorsító megfe-



elő beállításával el lehet érni, hogy a részecskecsomagok energiájának elég kicsi legyen a szórása a kívánt érték körül, és hogy a részecskék a gyorsítófeszültség periódusidején belül egy eléggé jól meghatározott időpontban érjék el a céltárgyat (időben is lokalizálva legyenek).

Kísérleti feladat

Az elektron fajlagos töltésének meghatározása „varázsszem” (EM4 elektroncső) segítségével.

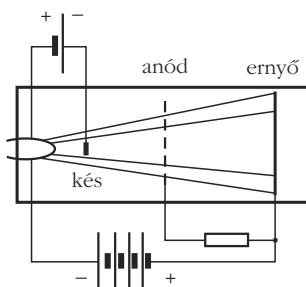
A mérési elrendezés leírása: A méréshez használt elektroncsövet a régi, csöves rádiókban arra használták, hogy jelezze, hogy a rádió mennyire pontosan hangolódott rá egy adott állomásra.

A varázsszem zölden világító kijelzője azt használja ki, hogy vannak olyan festékek, amelyek elektronok becsapódásakor fényt bocsátanak ki (lumineszkálnak). A gyorsan becsapódó elektronok folyamatos világítás érzetét keltik.

A cső közepén hosszában húzódó fűtött katód szolgáltatja az elektronokat, ezeket az anódfeszültség (maximális értéke 250 V) gyorsítja. Az anód kiképzése olyan, hogy a felgyorsult elektronok egy része tovább tud haladni – immár állandó sebességgel – míg végül becsapódik az ernyőbe, ami a már említett festékkel van bevonva. Ahhoz, hogy az anód és az ernyő között ne változzon az elektronok sebessége, az ernyőnek az anóddal azonos potenciálon kell lenni.

A csőben van még két eltérítő elektróda (ezeket késnek hívják), amelyek a keletkezett világító kép („legyezők”) szélességét határozzák meg. Ha az eltérítő elektródákra negatív feszültség jut, akkor taszítják a mellettük elhaladó elektronokat, megnő az árnyék területe. Ha kis feszültség kerül az eltérítő elektródákra, akkor nagy lesz a világító terület, kicsi az árnyék (a képfeszültség értéke 0 és -16 V között lehet).

Az elektroncső „kiterített”, lineárisra transzformált rajzát a mellékelt *ábra* mutatja.



Az elektroncső adatai: fűtő feszültség: 6,3 V, anód feszültség: maximum 250 V, ernyő feszültség: maximum 250 V.

Mérésünknel az elektronsugarat rá merőleges, homogén mágneses mezővel térítjük el. A mágneses mezőt 200 menetes, 3 cm hosszú, 3 cm belső átmérőjű tekercsel állítjuk elő. Ezt a tekercset az elektroncsőre húzzuk úgy, hogy lehetőleg közös tengelyű legyen a tekercs és a cső.

A tekercsben szabályozni és mérni tudjuk az átfolyó áramot, így a létrejött mágneses mező indukcióját meg tudjuk határozni. A mágneses mezőben az elektronsugár körpályára kényszerül. A körpálya sugarát megmérve határozhatjuk meg az elektron fajlagos töltését.

Feladat: Mérje meg a tekercs több áramerősségénél (az áramerősség értéke ne legyen nagyobb 2 ampernél!), és többféle anódfeszültség (maximum 250 V) esetén az elektronsugár görbületét, és ebből *adjon becslést az elektron fajlagos töltésére!*

Foglalja táblázatba a mért eredményeket, elemezze azokat! Térjen ki a mérési hibákra, becsülje meg azok értékét!

Útmutatás: A méréshez használja a *Program2010*-et! Ezzel a webkamerát felhasználva képeket készíthet, és értékelheti a kapott képeket. Célszerű egy képet készíteni világosban az elrendezésről, ezt fel lehet használni a méretek *kalibrálásához*. A kalibrálás után magát a mérést feketével letakart csőről készített képeken célszerű elvégezni. Így a zavaró tükröződések kiküszöbölhetők.

A kísérleti összeállításról készített fénykép alábbi kinagyított részletén jól látható a varázsszem elektronnyalábjának görbülete. A görbületi sugár megmérése a versenyzők számára rendelkezésre bocsátott program segítette. A program egy kört rajzolt az egérrel megadott három pontra, és a kör sugarát kijelozte pixelben. Kalibráció után a tényleges sugár ebből meghatározható volt, s ez lehetővé tette az e/m kiszámítását. A programmal azt is meg lehetett vizsgálni,



hogya a webkamera mennyire merőlegesen nézett az elrendezésre, mert ellipszist is lehetett rajzoltatni négy megadott pontra. Megfelelő volt a beállítás, ha az ellipszis nagy- és kistengelyeinek hossza legfeljebb 1%-kal tért el egymástól.

A kísérleti összeállítással az e/m arányra az irodalmi értéket 20–30%-ra megközelítő eredményt lehetett kapni.

A verseny értékelése

A verseny döntőjének délelőttjén a tíz elméleti feladat megoldására 3 óra, délután a számítógépes feladatra másfél óra, a kísérleti feladatra szintén másfél óra állt a versenyzők rendelkezésére. Egy-egy feladat teljes megoldása 5 pontot, a számítógépes feladat teljes megoldása 25 pontot, a kísérleti feladat teljes megoldása 25 pontot hozhatott. Maximálisan tehát 100 pontot lehetett szerezni. A legkiválóbb I. kategóriás versenyző 80 pontot ért el (tavaly 83 pont volt a legjobb eredmény). A legjobb junior versenyző fantasztikus 93 pontot ért el (tavaly 76 pont volt a legjobb). Az elméleti feladatok közül legnehezebbnek az I. kategóriás versenyzők 8. és 10. feladata bizonyult, ezekre a feladatokra 3 pont volt a legjobb eredmény. Az elméleti feladatok megoldásában *Harstein Máté* (Leőwey Klára Gimnázium, Pécs) I. kategóriás, valamint *Szabó Attila* (Leőwey Klára Gimnázium, Pécs) érték el a legjobb eredményt 38, illetve 49(!) pontot a maximális 50-ből. A Junior kategóriás Szabó Attila egyedül a II. kategóriás 9. feladaton vesztett egyetlen pontot, azaz tökéletesen oldotta meg a „nagyokkal” közös feladatokat is!

A mérési feladatra két versenyző érte el a maximális 25 pontot: *Varga Ádám* (SzTE Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium, Szeged), valamint *Harstein Máté*. A számítógépes feladatra ebben az évben ketten kaptak maximális, 25 pontot: *Havlik Tamás* (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg) I. kategóriás és *Farkas Martin* (Vajda János Gimnázium, Keszthely) Junior kategóriás versenyző. Az összesített pontszámokban több helyen is holtverseny alakult ki. 2010-ben a következő diákok érték el a legjobb helyezéseket:

I. kategória (11–12. osztályosok)

I. helyezettek (80–80 ponttal): *Harstein Máté*, tanára *Simon Péter*; és *Varga Ádám* (80 pont), tanára *Tóth Károly*

III. helyezett (70 pont): *Kaposvári István*, Hermann Ottó Gimnázium, Zalaegerszeg, tanárai *Dezsőfi György* és *Dudás Imre*

„Junior” kategória:

I. helyezett (93 pont): *Szabó Attila*, tanára *Simon Péter*

II. helyezett (49 pont): *Pölöskei Péter Zsolt*, Batthyány Kázmér Gimnázium, Szigetszentmiklós, tanára *Bülgözy László*

III. helyezett (48 pont): *Bolgár Dániel*, Leőwey Klára Gimnázium, Pécs, tanára *Simon Péter*

A záróülést és a díjátadást megtisztelte jelenlétével *Süli János* úr, a Paksi Atomerőmű Zrt. vezérigazgatója, *Rónaky József*, az Országos Atomenergia Hivatal főigazgatója, *Kádár György*, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat főtítkára, *Cserháti András*, a Magyar Nukleáris Társaság elnökségi tagja, *Horváth Miklós*, az Országos Villamos Távvezeték Zrt. vezérigazgatója, *Kiss István*, a Paksi Atomerőmű Zrt. oktatási főosztályvezetője, valamint *Radnóti Katalin* főiskolai docens, a Women in Nuclear Magyarország (Magyar Nukleáris Társaság Nőtagozata) képviselője.

Ebben az évben több *különdíj* átadására is sor került. A Magyar Nukleáris Társaság Nőtagozata és az Országos Atomenergia Hivatal az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntője valamennyi résztvevőjének és a kísérőtanároknak ajándékolta a *Szemelvények a nukleáris tudomány történetéből* című könyvet (Szerk. *Vértes Attila*). Az ajándékot – szimbolikusan – Rónaky József, az OAH főigazgatója adta át a résztvevőknek. Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat egy-egy éves *Fizikai Szemle* előfizetést adott a két kategória első öt helyezettjének, amelyet Kádár György, az ELFT főtítkára adott át. A Magyar Nukleáris Társaság (MNT) képviseletében Cserháti András nyújtott át könyvjutalmakat a két kategória első öt helyezettjének. Az MNT egy további különdíját Kiss István a Paksi Atomerőmű Zrt. oktatási főosztályvezetője adta át Szabó Attilának az elméleti feladatok legjobb megoldásáért. Az MNT Nőtagozata (WIN) a két lányversenyzőt – különdíjként – meghívta egynapos látogatásra a Paksi Atomerőműbe. A látogatás célja az atomerőműben dolgozó, mérnöki beosztásban lévő nők munkájának megismerése volt. A különdíjat Radnóti Katalin, az MNT WIN budapesti alelnöke adta át.

A záróülésen a tanulói díjak, különdíjak és oklevelek átadása után került sor az idei *Delfin-díj* átadására, amelyet minden évben a tanárok pontversenyében legjobb eredményt elért *tanárnak* ítél oda a versenybizottság. Ebben az évben a Delfin-díjat *Pécsi István*, a Versegly Ferenc Gimnázium (Szolnok) tanára vehette át. Gratulálunk!

A *Marx György Vándordíjat*, amelyet minden évben a pontversenyben legkiválóbb eredményt elért *iskolának* ítél oda a Versenybizottság – idén a Leőwey Klára Gimnázium (Pécs) nyerte el. A Leőwey már 2008-ban is hazavihette egy évre a Marx György Vándordíjat. Gratulálunk!

Az ünnepélyes eredményhirdetés végén Sükösd Csaba köszönetét fejezte ki a versenyt támogató Paksi Atomerőműnek – külön megemlítve a döntőt megelőző napon tett érdekes üzemlátogatást – és a paksi Energetikai Szakközépiskolának, valamint minden támogatónak és különdíjat felajánló szervezetnek a verseny megrendezésében nyújtott segítségükért.

A versenyt 2011-ben is megrendezzük változatlan tematikával (lásd *Fizikai Szemle* 2010. decemberi szám). Ismételen *bátorítjuk a batáron túli magyar tannyelvű iskolák* tanulóit is arra, hogy nevezzenek be az Országos Szilárd Leó Tanulmányi Versenyre. A nevezéseket a verseny <http://www.szilardverseny.hu> honlapjáról kiindulva lehet megtenni.