

mény szövege állítja, hanem késő délután erőteljesebb a napégés (8. ábra), amint az az elméleti jósatlából is következik [1–4].

Összegezve eredményeinket, a vízcseppek, mint lapos gyűjtőlencsék nem képesek beégetni a sima felületű leveleket a tűző napon. Ennek egyik következménye, hogy az erdőtüzek lehetséges okainak ilyen jellegű feltüntetése az erdészeti szakirodalomban, miszerint a vízcseppek erős fókuszáló hatása miatt tűz is keletkezhet, téves elképzelésnek bizonyul. Az *Egységes érettségi fizika feladatgyűjtemény* 2152. feladatának megoldáskötetében nem a helyes választ tüntették fel, az nem is szerepelt a feladat lehetséges alternatívái között, ezért kérjük a könyvkiadót, korrigálja a feladatban észlelt hibát.

## Irodalom

1. Egri Á., Horváth G., Horváth Á., Kriska Gy.: Beégethetik-e nap-sütésben a leveleket a rájuk tapadt vízcseppek? Egy tévhitkel terhes biooptikai probléma tisztázása – I. rész. *Fizikai Szemle* 60 (2010) 1–10 + címlap
2. Horváth G., Egri Á., Horváth Á., Kriska Gy.: Beégethetik-e nap-sütésben a leveleket a rájuk tapadt vízcseppek? Egy tévhitkel terhes biooptikai probléma tisztázása – II. rész. *Fizikai Szemle* 60 (2010) 41–49 + színes borító 3. oldal
3. Egri Á.: *Növényekhez tapadt napsütötte vízcseppek biooptikája, különös tekintettel a levelek napégésére*. Diplomamunka, ELTE TTK Biológiai Fizika Tanszék, Környezetoptika Laboratórium, Budapest, 2009, 57 o. (témavezető: Horváth G.)
4. Egri, Á.; Horváth, Á.; Kriska, G.; Horváth, G.: Optics of sunlit water drops on leaves: Conditions under which sunburn is possible. *New Phytologist* 185 (2010) 979–987 + cover picture + online supplement
5. <http://youtu.be/cOu1EeT5VwY> (Magyar Televízió, Delta, 2011. május 21.)

# MAGASSÁGMÉRÉS A TERMÉSZETBEN – GALILEI NYOMÁN

Biróné Kabály Enikő

Debreceni Református Kollégium Gimnáziuma

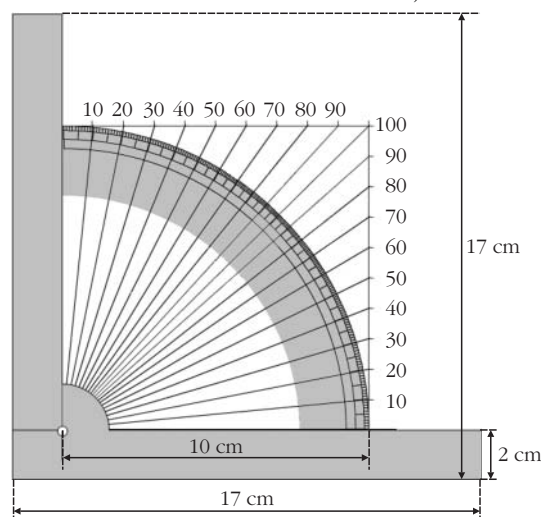
A tavasz kezdetétől késő őszi lehetőségünk nyílik, hogy a szabadban végezzünk méréseket, megfigyeléseket diákjainkkal. Most egy egyszerű távolságmérési módszert szeretnék bemutatni, amelyet bármely osztálykiránduláson, nyári táborban, de akár egy fizikaórán a teremből a szabadba kísértálva is elvégezhetünk. Nincs nagy eszközigény, és a mérések folyamatának megértéséhez csak a háromszögek hasonlóságának ismerete szükséges, így a kisebbek, illetve a matematikában kevésbé járatos tanulók is könnyen megértik.

A mérések különlegessége, hogy *Galileo Galilei* leírásai alapján végezhető el, így motivációt jelenthetnek a fizikatörténet iránt érdeklődő tanulók számára is. Galilei munkásságának megismerése számtalan módszertani lehetőséget nyújt a mai diákok gondolkodásának, tudományos szemléletének kialakításához is, mint arról *Radnai Katalin* korábbi, itt megjelent cikkében olvashattunk [1].

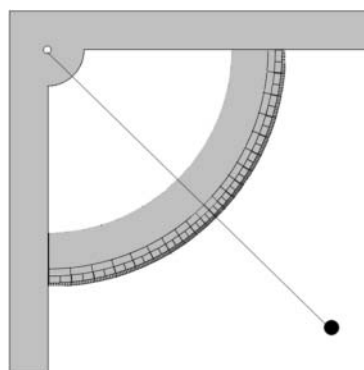
Galilei 1592–1610 között a padovai egyetemen tanított mechanikát, geometriát és csillagászatot. Ebben az időszakban két, korábban más ismert eszköz

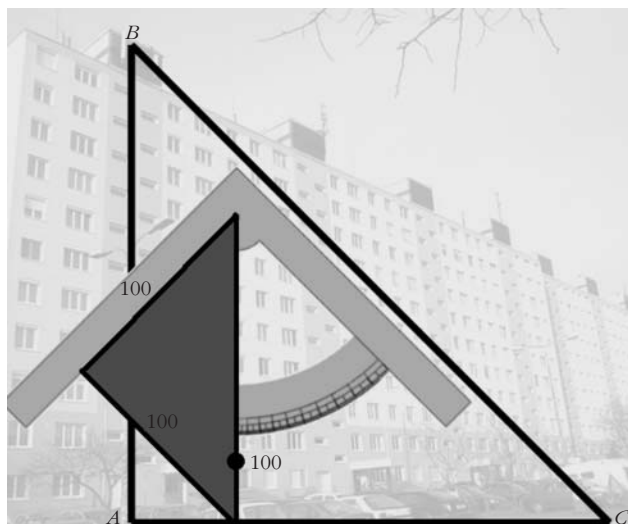
egyesítésével és továbbfejlesztésével elkészített egy körzőt (1. ábra). Az 1606-ban megjelent *Compasso geometrico e militare* (Geometriai és katonai körzők) című műve [2] részletesen leírja a körző használatát,

2. ábra. A mi mérőeszközünk rajza



1. ábra. Galilei körzője, Galilei Múzeum, Firenze





3. ábra. A magasságmérés első esete, a fonal közepén lóg.

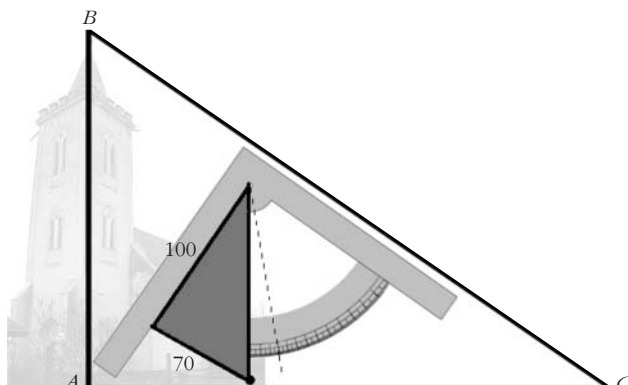
de a skálák kijelöléséről, valamint a mérési eljárások bizonyításáról nem szól. (A hallgatók az eszköz használatát magántanítványként sajátíthatták el Galileinél.) Ez a forrása a következő magasságmérési módszereknek.

A körző több skálát is tartalmazott, számos mérést el tudtak végezni a négyzetgyökvonástól egészen az ágyúcső szögének a meghatározásáig. A skálák és a mérések részletes ismertetése e cikk keretei között nem lehetséges. Most csupán az egyik skálát választottam ki, ennek mintájára papírból készíthetjük el saját távolságmérőnket.

Egy  $17 \times 17$  cm méretű kartonlapból készítjük el a 2. ábrán szürkére színezett eszközt. A skála felvételét szintén az ábra mutatja. A kis fehér kör egy  $10 \times 10$  cm oldalhosszúságú négyzet csúcsa. A négyzet két oldalát 100-100 egyenlő részre osztjuk, majd az osztópontokat összekötjük a kör középpontjával. Ezen összekötő vonalak jelölik ki a szürke negyedköríven a skálánkat. A skála berajzolása után az eszközt kivágjuk, a kis kört átlukasztjuk, és egy erősebb fonálon levő nehezéket kötünk hozzá. (Alkalmas például a horgászbotokban kapható ólomnehezék is.)

Az elkészítés után kezdődhetnek a mérések, akár kis csoportokban, akár egyénileg. Ha ugyanazt a tá-

4. ábra. A magasságmérés második esete, a fonal a mérendő magassághoz közelebb lóg.



volságot több diák vagy csoport is megméri, akkor lehetőség van hibaszámításra is. Eszközünk skálája egy arányskála, a távolságokat így tetszőleges egységekben meg tudjuk határozni. Használhatjuk valamely testrészünket is. Az ismertetett mérésekben többször használjuk a láb egységet. Lépéseink mérete nem mindig egyforma, így célszerűbb a talpukat használni a méréshez. A továbbiakban a talp méretét nevezem lábnak. Otthon – egy vonalzóval lemérve talpméretünket – átszámíthatók a kapott magasságok méterre is, így a mértékegységváltás gyakoroltatása is lehetővé válik.

A következőkben nézzük meg néhány mérés menetét és elemezzük!

## Magasságmérés

1. *Határozzuk meg egy olyan tereptárgy, épület stb. magasságát, amelyet teljesen meg tudunk közelíteni!*

*Feladat:* Határozza meg egy, a lakótelepen levő emeletes ház magasságát!

*Mérés:* A ház tővétől indulva távolodjunk el  $x$  láb távolságra! Állítsuk a mérőeszközünket úgy, hogy az egyik szár egyenese mentén elnézve a ház tetejét lássuk!

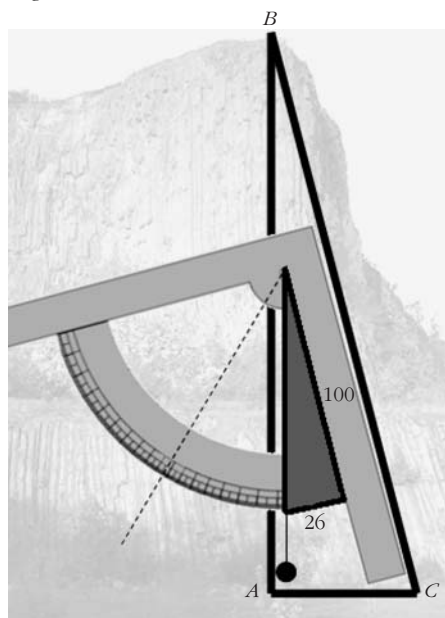
Az eszközünk skálájáról leolvasott értékből megtudhatjuk, milyen magas a ház.

*A magasságmérés során három eset lehetséges:*

- Ha a fonal a skálán a 100-as értéket jelöli ki (3. ábra), akkor a skála elkészítéséből adódóan a sötét-szürke háromszög egyenlőszárú, derékszögű. Az  $ABC$  háromszög ehhez hasonló, hiszen szögeik egyenlők. Így az  $ABC$  háromszög is egyenlőszárú, azaz a ház magassága  $AB = AC = x$  láb.

- Ha a fonal az eszköz szemünktől távolabbi felelén helyezkedik el  $y$  értéknél (a 4. ábrán példaként

5. ábra. A magasságmérés harmadik esete, a fonal szemünkhöz közelebb lóg.



$y = 70$ ), akkor a mérőn keletkező sötétszürke háromszögben a befogók aránya  $y:100$  ( $70:100$ ) a skála elkészítéséből adódóan. Ez a háromszög hasonló az  $ABC$  háromszöghöz, mert a jelölt szögek merőleges szárú hegyesszögek, azaz egyenlők, mindkét háromszög derékszögű, így szögeik megegyeznek. A hasonlóságból következően  $AB:AC = y:100$ , amiből a ház magassága:  $AB = y:100 AC$  (lépés). Ha a ház tővétől  $100$  láb távolságot teszünk meg, akkor a skáláról leolvasott  $y$  közvetlenül a magasságot adja (láb egységben).

- Ha a fonal az eszköz szemünkhöz közelebbi felén helyezkedik el  $y$  értéknél (az 5. ábrán példaként  $y = 26$ ), akkor a mérőn keletkező sötétszürke háromszögben a befogók aránya hasonlóan  $y:100$  ( $26:100$ ). Ez a háromszög hasonló az  $ABC$  háromszöghöz, mert a jelölt szögek egyállású szögek, azaz egyenlők, mindkét háromszög derékszögű, így szögeik megegyeznek. Itt azonban a megfelelő szögek másként helyezkednek el. (Ez az eset akkor fordul elő, ha a ház magasságánál kevesebb lépést teszünk meg  $AC$  irányba.)

Itt a hasonlóságból következően  $AB:AC = 100:y$ , amiből a ház magassága:  $AB = 100:y AC$  (láb).

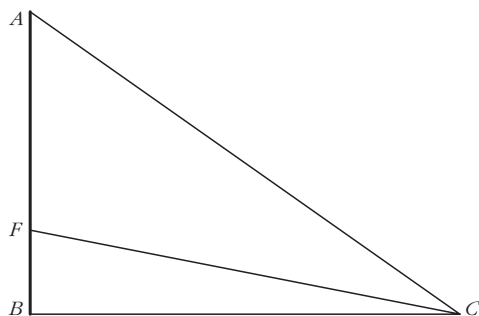
Fontos, hogy

- a további méréseknél is figyelembe vegyük, hogy a leolvasott érték mérőeszközünk melyik oldalán helyezkedik el.

- amennyiben a mérést szemmagasságban végezzük, úgy a kapott magasságot a szemmagasságunkkal növelni kell. (A szemmagasságunk körülbelül  $11,25$  láb, ezt a diákok is kiszámolhatják *Leonardo da Vinci* testarányokról írt munkája alapján.)

2. Keressünk egy olyan tereptárgyat a keresett magasság tövében, amelynek a nagyságát ismerjük! (Vagy található ugyanilyen más helyen is, ahol meg tudjuk az előző módszerrel mérni. Ilyen lehet például egy villanyoszlop vagy ajtó.)

Feladat: Határozzuk meg az  $AB$  magasságot, ha az  $FB$  magasság ismert (6. ábra)!



6. ábra. Magasságmérés ismert magasság segítségével.

Mérés: A  $C$ -ből az  $A$  irányába nézve olvassuk le az értéket, ez legyen  $x$ ! Majd ugyanonnan az  $F$  felé nézve kapott érték legyen  $y$ ! A keresett  $AB$  magasság:

$$AB = \frac{x}{y} FB.$$

Indoklás: A skála beosztásából adódóan az először leolvasott értékre teljesül, hogy

$$\frac{AB}{BC} = \frac{x}{100}.$$

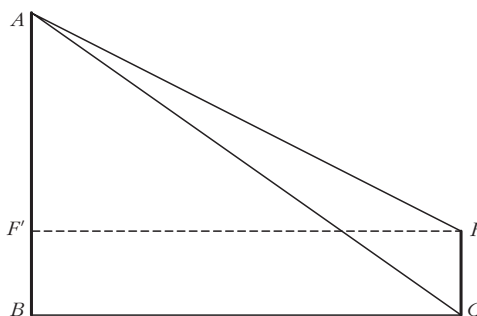
Az  $F$  felé nézve leolvasott értékből:

$$\frac{FB}{BC} = \frac{y}{100}.$$

Az előbbi két összefüggésből kapható a keresett magasságra vonatkozó fenti összefüggés.

3. Menjünk olyan távolságra a mérendő magasságtól, ahol van lehetőségünk függőlegesen nagyobb magasságba menni! (Ha nem vagyunk túl messze, akkor elég lehet egy székre történő felállás, vagy egymás nyakába ülve is próbálkozhatnak a diákok.)

Feladat: Határozzuk meg az  $AB$  magasságot, ha az  $FC$  távolság ismert (7. ábra)!



7. ábra. Magasságmérés ismert magasságról végezve.

Mérés: A  $C$ -ből az  $A$  irányába nézve olvassuk le az értéket, ez legyen  $x$ ! Majd emelkedjünk az  $F$ -be és onnan is nézzünk az  $A$  felé, a kapott érték legyen  $y$ ! A keresett  $AB$  magasság:

$$AB = \frac{x}{x-y} FC.$$

Indoklás: A skála beosztásából adódóan az először leolvasott értékre teljesül, hogy

$$\frac{AB}{BC} = \frac{x}{100}.$$

Az  $F$ -ből nézve leolvasott értékből:

$$\frac{AF'}{F'F} = \frac{y}{100}, \text{ valamint } \frac{AF'}{F'F} = \frac{AF'}{BC}.$$

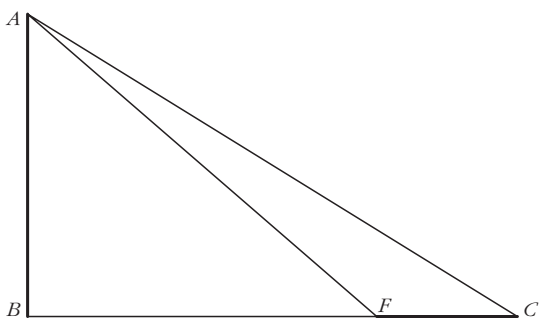
Ezek segítségével:

$$\begin{aligned} \frac{AB}{FC} &= \frac{AB}{AB - AF'} = \frac{\frac{AB}{BC}}{\frac{AB}{BC} - \frac{AF'}{BC}} = \\ &= \frac{\frac{x}{100}}{\frac{x}{100} - \frac{y}{100}} = \frac{x}{x-y}, \end{aligned}$$

ami a keresett magasságra vonatkozó fenti összefüggés.

4. Vizsgáljuk a magasságot olyan távolságból, ahonnan még 100 lábnyira távolodni tudunk!

*Feladat:* Határozzuk meg az  $AB$  magasságot, ha  $FC = 100$  láb (8. ábra)!



8. ábra. Magasságmérés két, egymástól ismert távolságról végezve.

*Mérés:* Az  $F$  pontból az  $A$  irányába nézve olvassuk le az értéket, ez legyen  $x$ ! Távolodjunk 100 lábnyit a  $C$ -be és onnan is nézzünk az  $A$  felé, a kapott érték legyen  $y$ ! A keresett  $AB$  magasság:

$$AB = \frac{xy}{x-y}.$$

*Indoklás:* A skála beosztásából adódóan az először leolvasott értékre teljesül, hogy

$$\frac{AB}{BF} = \frac{x}{100}.$$

A  $C$  felől nézve leolvasott értékből:

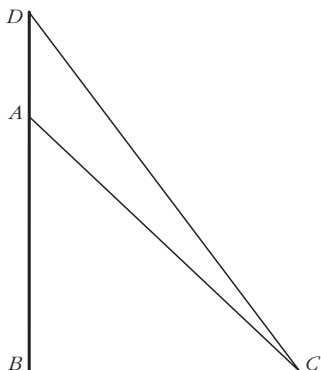
$$\frac{AB}{BC} = \frac{y}{100}.$$

Az előbbi két összefüggés felhasználásával:

$$\begin{aligned} \frac{BF}{AB} + \frac{FC}{AB} &= \frac{BC}{AB} \rightarrow \frac{100}{x} + \frac{100}{AB} = \frac{100}{y} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{AB} = \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{x-y}{xy}, \end{aligned}$$

amiből megkapható a keresett magasság.

5. Mérjük meg úgy magas épület magasságát, hogy benne vagyunk! Nézzünk ki egy tereptárgyat, nézzük ezt az épület egyik emeleti ablakából, majd menjünk nébány emelettel magasabbra és onnan is nézzük meg!



9. ábra. Magasságmérés a mérendő tereptárgyról.

*Feladat:* Határozzuk meg az  $AB$  magasságát, ha  $AD$  ismert (9. ábra)!

*Mérés:* Az  $A$  pontból a  $C$  felé nézve olvassuk le a mutatott értéket, ez legyen  $x$ ! Ezután emelkedjünk a  $D$  pontba, innen is nézzünk a  $C$  felé, a mutatott érték legyen  $y$ ! Az  $AB$  magasság:

$$AB = \frac{y}{x-y} AD.$$

*Indoklás:* A skála elkészítéséből adódóan:

$$\frac{x}{100} = \frac{BC}{AB}, \quad \frac{y}{100} = \frac{BC}{BD},$$

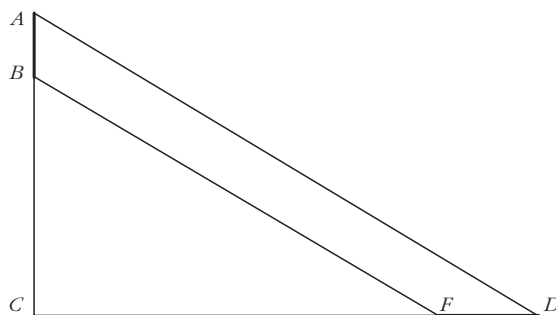
$$AD = BD - AB = \left( \frac{100}{y} - \frac{100}{x} \right) BC,$$

valamint

$$AB = \frac{100}{x} BC = \frac{100}{x} \frac{AD}{\left( \frac{100}{y} - \frac{100}{x} \right)} = \frac{y}{x-y} AD.$$

6. Mérjük meg egy magaslaton levő tereptárgy nagyságát! Határozzuk meg, milyen magas egy dombon levő vár várfala; milyen nagyságú a torony tetején levő zászló, vagy egy hegycsúcs álló fa!

*Feladat:* Határozzuk meg az  $AB$  nagyságát (10. ábra)!



10. ábra. Magaslaton lévő tereptárgy magasságának mérése.

*Mérés:* A  $D$  pontban nézzünk eszközünkkel az  $A$  pont felé, legyen a kapott érték  $x$ ! Ezután közelítsük a  $C$  ponthoz – számolva, hány láb távolságot teszünk meg – mindaddig, amíg a műszerünkkel a  $B$  felé nézve ugyanazt az értéket látjuk ( $x$ -et), mint az előbb! Ekkor az  $AB$  magassága:

$$AB = \frac{x}{100} FD.$$

*Indoklás:* A skála felvételéből következik, hogy

$$\frac{AC}{CD} = \frac{x}{100} = \frac{BC}{CF}.$$

Így

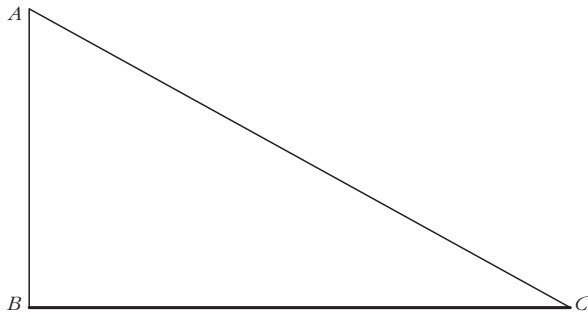
$$AB = AC - BC = \frac{x}{100} CD - \frac{x}{100} CF = \frac{x}{100} FD.$$

Az  $FD$  hosszát tudjuk, így az  $AB$  kiszámítható.

## Vízszintes távolságmérés

7. Határozzuk meg, milyen messze van egy folyó, patak, egyéb tereptárgy a hegytől, ha ismerjük a hegy magasságát!

A) feladat: Határozzuk meg a  $BC$  távolságot, ha az  $AB$  ismert (11. ábra)!



11. ábra. Távolságmérés ismert magasság segítségével.

Mérés: A hegy tetejéről irányítsuk eszközünket a tereptárgy felé, olvassuk le a mutatott értéket, ez legyen:  $x$ ! Ekkor

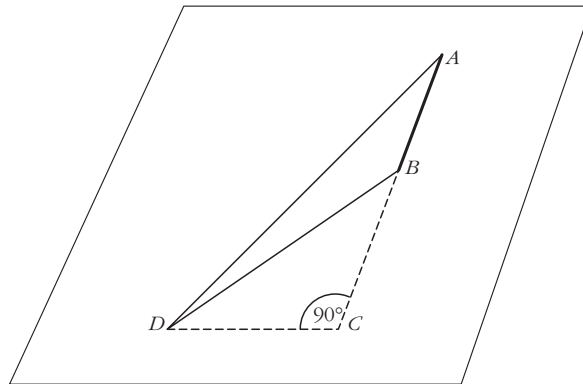
$$BC = \frac{x}{100} AB.$$

Indoklás: A skála felvételéből közvetlenül adódik az összefüggés.

B) feladat: Határozzuk meg a vízszintes  $AB$  távolságot (12. ábra)!

Mérés: Lépjük 100 lábat az  $AB$  egyenesében, így a  $C$  pontba érünk, majd ismét lépjünk 100 lábat erre merőlegesen, ekkor kapjuk a  $D$  pontot. Mérőnk egyik szárát a  $CD$  egyenesében elhelyezve húzzuk ki a fonalat az  $A$  irányába, majd olvassuk le a mutatott értéket, legyen ez  $x$ ! Az  $AB$  távolság:

$$AB = \frac{10000}{x} - 100 \text{ (láb)}.$$



12. ábra. Távolságmérés két, egymásra merőleges, ismert távolság segítségével.

Indoklás: A skála felvételéből adódóan

$$\frac{x}{100} = \frac{DC}{AC} \rightarrow AC = \frac{100}{x} DC = \frac{10000}{x},$$

valamint  $AB = AC - BC = AC - 100$ . A két összefüggésből adódik a fenti képlet.



Remélem, hogy a fenti mérések színesebbé, gazdagabbá teszik a kirándulásokat. Tapasztalatom szerint élvezik a csoportban és a szabadban való munkát, versenyeznek, kinek sikerül pontosabban megmérni a torony magasságát. Különösen jó, ha egy letről történő mérés után felmászva megtaláljuk kiírva a magasságot.

Nem feltétlenül kell Galilei fenti méréseit követnünk, magunk is találhatunk ki méréseket az eszköz segítségével. Jó szórakozást hozzá!

### Irodalom

1. Radnóti Katalin: Galilei szerepe a mai, modern világképünk kialakulásában – II. *Fizikai Szemle* 59/2 (2009) 59–61.
2. Galileo Galilei: *Operations of the geometric and military compass*, 1606. Az angol fordítást Stillman Drake készítette, Firenze, 1977. (A következőben megjelölt web-helyről letölthető.)
3. A firenzei Galilei Múzeum honlapja: <http://www.museogalileo.it>
4. A Galilei Múzeum körzövel kapcsolatos interaktív anyaga: <http://brunelleschi.imss.fi.it/esplora>

## KOROK ÉS TUDÓSOK

### – A SZÍNPADON ARKHIMÉDÉSZ, GALILEI ÉS NEWTON

A szegedi Kutatók Éjszakájától a koppenhágai Science on Stage-ig

Farkas Zsuzsanna

Szegedi Tudományegyetem JGYPK Általános és Környezetfizikai Tanszék

Gajdos Tamás, Major Balázs, Nagy Andrea

Szegedi Tudományegyetem fizikus MSc-szakos hallgatók

Mottó: *Ha fürödni látnánk Arkhimédészt egy fürdőkádban, Galileivel futnánk össze a pisai torony tővében, az almafa alatt szunnyadó Newton mellett sétálva fognánk balkabbra lépteinket, talán meg sem lepődnénk ottlétük miatt, olyannyira köztünk élnek ők. Kortársaik minden korok tudósainak, tanítóik minden korok tanulni vágyó*

*ifjainak. A felbajtóerőt, a távcsövet, a gravitáció törvényeit ismernénk már nélkülük is. De ők többet adtak nekünk: a hitet, hogy a világ megismerhető, s a bizonyosságot, hogy nincs nagyobb intellektuális élmény, mint megcsillanni látni a mindennapok kesze-kusza rendeltetésében a természet törvényeinek aranyrőgeit.*