

TÉNYLEG EINSTEIN FEDEZTE FEL, HOGY $E = mc^2$?

Ki a szerzője a híres egyenletnek? Nem is olyan egyszerű a kérdés, mint gondolnánk. *Maxwell*től von *Laue*ig egész sor 20. századbeli fizikusról tettezték fel, hogy ők voltak az igazi felfedezői a tömeg-energia ekvivalenciáját kifejező képletnek, amelyet ma mindenki *Einstein* speciális relativitáselméletével asszociál. Ezek az állítások nagyrészt alaptalanok voltak, egyes újságírók még *Einstein*t is plagizálással vádolták ebben az ügyben. Két fizikus azonban megmutatta, hogy *Einstein* híres formulájának származása komplikált és nem teljesen egyértelmű – aminek csak kevés köze van a relativitás elméletéhez.

Az egyenlet egyik leginkább kézenfekvő elődjét *Fritz Hasenöhrl*nek, a bécsi egyetem fizikaprofesszorának tulajdonítják. Egy 1904-ből származó cikkében *Hasenöhrl* ugyanis már leírta, hogy $E = 3/8 mc^2$. Honnan szedte az egyenletet és miért hibás a numerikus arányossági tényező? Ezt a kérdést vizsgálja az *arXiv* preprint servernek beküldött cikkükben *Stephen Boughn*, a Haverford College, Pennsylvania és *Tony Rothman*, a Princeton Egyetem kutatója.

Hasenöhrl neve elég rosszul cseng, mivel *Einstein* ellenségei gyakran hivatkoznak rá. „Hírnevét” főleg *Lénárd Fülöp*nek, a náci szimpatizáns Nobel-díjas fizikusnak köszönheti, aki mindent elkövetett, hogy *Einstein* nevét különválassa a relativitáselmétől, hogy az ne legyen a „zsidó tudomány” része. Ez azonban igazságtalan vele szemben.

Hasenöhrl Bécsben *Ludwig Boltzmann* tanítványa, majd utódja volt az egyetemen, és *Erwin Schrödinger* szerint „korának valószínűleg a vezető osztrák fizikusa volt”. Feltehetően igen sokra vitte volna, ha nem hal meg az I. Világháborúban. Akkoriban a tömeg és energia viszonyát már széles körben vizsgálták. *Henri Poincaré* már kijelentette, hogy az elektromágneses sugárzásnak impulzusa, ennél fog-

va tömege is van az $E = mc^2$ szerint. *Max Abraham* német fizikus feltételezte, hogy a mozgó elektron kölcsönhat saját elektromos terével, ezáltal gyakorlatilag $E = 3/4 mc^2$ tömeghez jut. Mindez a klasszikus elektrodinamika alapján állt, feltételezve a éter létezését. *Hasenöhrl* a problémával kapcsolatban azt a kérdést tette fel, hogy a fekete test, amely sugárzást bocsát ki, megváltoztatja-e mozgás közben a tömeget? Számításai szerint a mozgás a sugárzási energiához még $3/8 c^2$ hányaddal növeli a tömeget. Egy évvel később ezt az értéket $3/4 c^2$ -re módosította.

Rothman szerint *Hasenöhrl* számításaiban azt nem vette figyelembe, hogy sugárzás közben a sugárzó testek energiát veszítenek, így elgondolása nem volt konzisztens. Megfogalmazását idézve „A felét jól eltalálta. Ha csupán ennyit mondott volna, hogy E arányos m -mel, a történelem sokkal kedvesebb lett volna hozzá.”

Ha a dolgok így állnak, hogy jön ide a relativitáselmélet? *Einstein* 1905-ös híres cikkében lefektette az elmélet alapjait, elvetette az éter létét és a fénysebesség értéke invariáns mennyiséggé vált. A tömeg-energia ekvivalencia levezetése nem függött ezektől a feltételezésektől, az a klasszikus fizika alapján is levezethető, anélkül hogy c állandó vagy határsebesség lenne – állítja *Rothman*. Szerinte *Einstein* tudott *Hasenöhrl* munkájáról, csak azt másképpen akarta megfogalmazni. Az a gyakorlat pedig, hogy nem hivatkozott az előzményekre, akkoriban gyakran előfordult. *Jobannes Stark* 1907-ben *Max Planck*nak tulajdonította a relációt, amit *Einstein* határozottan cáfolt. Érdekeség, hogy az 1911-es híres Solvay-konferencián Brüsszelben mind *Einstein*, mind pedig *Hasenöhrl* jelen volt. „Csak találgathatunk, hogy miről beszélgettek” – jegyezte meg *Boughn* és *Rothman*.

(<http://physicsworld.com/>)

A 19. és a 20. század fordulóján a kor több vezető fizikusa (*J. J. Thomson*, *H. Poincaré*, *M. Abraham*) fókuszatosan arra a meggyőződésre jutott, hogy az elektromágneses éter képes impulzust tárolni. A V sebességgel egyenletesen mozgó töltés esetében ezen impulzus nagyságára a

$$p_{em} = \frac{4}{3} \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \frac{W_e}{c^2} V \quad (1)$$

képletet kapták, amelyben W_e a nyugvó töltést körülvevő éterben felhalmozott elektrosztatikus energiával egyenlő.

A képletből nyilvánvaló, hogy amikor a töltés gyorsul, a befektetett munka egy része nem a sebesség

növelésére, hanem az éterben felhalmozott impulzus gyarapítására fordítódik. A nevezőben megjelenő

$$\sqrt{1 - V^2/c^2}$$

következtében a gyorsító erő munkájának (pontosabban az erőlöketnek) annál nagyobb része megy el az éterben tárolt impulzus növelésére, minél nagyobb a töltés sebessége, ezért a gyorsan mozgó töltés egy adott erő hatása alatt kevésbé gyorsul, mint azt a test m tömege és a newtoni mechanika alapján várnánk. 1902-ben *W. Kaufmann* elektronokkal végzett híres kísérletei ezt a várakozást igazolták is.

A mechanikai impulzus mV képletéhez hasonlóan az (1) elektromágneses impulzus is arányosnak bizonyult a töltés sebességével, ezért célszerűnek látszott az arányossági tényezőt, amely a képletben a tömeg helyén áll, *elektromágneses tömegnek* nevezni. Ha

A keretes hír megjelentetésekor fontosnak tartottuk megkérdezni *Hraskó Pétert*, hogy hozzáértő megjegyzéseivel tisztázza e fura feltevés valóságátalmát. *A szerkesztő*

erre a mennyiségre bevezetjük az m_{em} jelölést, akkor (1)-ből azt látjuk, hogy

$$m_{em} c^2 = \frac{4}{3} \frac{W_e}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad (2)$$

vagyis az éterben nyugvó töltésre

$$W_e = \frac{3}{4} m_{em} c^2. \quad (3)$$

Elsősorban erre a képletre hivatkoznak azok, akik szerint a tömeg-energia reláció már „lényegében” (a 3/4-es faktortól eltekintve) a relativitáselmélet megjelenése előtt is ismert volt, tehát valójában nem Einstein fedezte fel.

Ez azonban nehezen védhető álláspont.¹ Amit Einstein ezekből az elképzelésekből meríthetett nem több, mint az a *sejtés*, hogy a tömeg és az energia kapcsolatban lehet egymással. Ezekről az elgondolásokról bizonyára volt tudomása, de meggyőzően érvelhetünk amellett, hogy a tömeg-energia relációt akkor is felfedezte volna, ha a egyáltalán nem ismeri őket.

A *Mozgó testek elektrodinamikájához* című 1905 júniusában publikált dolgozatában, amely a speciális relativitáselmélet minden lényeges aspektusát tartalmazta, megtalálható a mozgási energia

$$K = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - m c^2 \quad (4)$$

képlete, a *tömeg-energia reláció azonban nem*. Ez utóbbi képletet csak három hónappal később közölte egy rövid dolgozatban. Vajon milyen elképzelések játszhattak közre e kiegészítés megszületésében? Teljesen valószínűtlen, hogy az elődök elektromágneses éterben tárolt impulzusra vonatkozó elgondolásait fűzte volna tovább. Minden bizonnyal a (4) képlet furcsa struktúrája izgatta a fantáziáját. Arra a kézenfekvő kérdésre kereshette a választ, hogy mi a jobb oldalon álló két tag *fizikai jelentése*.

De az $E_0 = m c^2$ tömeg-energia reláció, amelyre ezen az úton eljutott, nem csak genetikailag független (3)-tól: tartalmát, következményeit és levezetésének módját tekintve is gyökeresen különbözik tőle. Az $E_0 = m c^2$ képletben szereplő mindhárom mennyiség független méréssel meghatározható. Az E_0 egy *tetszőleges inerciarendszerben* nyugvó test belső energiája, amelybe elektromosan töltött testek esetében az elektrosztatikus tér energiája is automatikusan beleszámít. Az m pedig a (töltött vagy semleges) test tömege, amelyet a $v \rightarrow 0$ határesetben az $ma = F$ Newton-egyenlet segítségével vagy súlyméréssel² lehet meghatározni.

¹ Az alábbiakban csak röviden érintett kérdések részletesebb tárgyalását a honlapomon (www.hrasko.com/peter), valamint a következő munkáimban lehet megtalálni: *Basic Relativity – An Introductory Essay* (Springer, 2011); *A relativitáselmélet alapjai* (Typotex, 2009); A relativitáselmélet tanításáról. *Fizikai Szemle* 2006/2 és Ekvivalens-e egymással a tömeg és az energia? u.o. 2003/9.

² 1911-ben Einstein ezt az energiamegmaradás alapján külön bebizonyította.

Ez a reláció tehát igazi természeti törvény, mivel érvényessége kísérletileg igazolható vagy cáfolható. A semleges pi-mezon például két gamma-fotonra bomlik el, ezért ha a mezon tömegét és a gamma-fotonok energiáját megmérjük,³ ellenőrizhetjük, hogy a pi-mezon kielégíti-e az $E_0 = m c^2$ relációt. A (3) bal oldalán a W_e mennyiséget ezzel szemben csak kiszámítani lehet, de ezt is csak abban az esetben, ha ismert a részecskében a töltéeloszlás. A képletben továbbá m_{em} a részecske teljes tömegének egy ismeretlen hányada, amely csak akkor lenne legalább elvben mérhető, ha feltételezzük, hogy az egész tömeg az elektrosztatikus térenergiából származik.

Mindezek következtében az $E_0 = m c^2$ reláció és a (3) képlet implikációi is lényegesen különböznek egymástól. A (3) az (1) következménye, nem sugallhat többet vagy mást, mint emez: egy töltést annál nehezebb gyorsítani, minél nagyobb a sebessége. A relativitáselméletből is ez következik, de nem csak töltött részecskékre, és nem is a tömeg-energia reláció, hanem az idődilatáció következményeként. Az $E_0 = m c^2$ képlet ehelyett a radioaktív bomlásnál felszabaduló energia mennyiségi magyarázatának kulcsa, ahogy arra Einstein már a képlet felfedezését hírül adó legelső közleményében rámutatott. Akkor, 1905-ben, már csaknem tíz éve ismeretes volt, hogy a radioaktivitás hőfejlődéssel jár együtt, de senki sem tudta, hogyan egyeztethető ez össze az energiamegmaradással. Az $E_0 = m c^2$ reláció ezt lehetővé teszi: ha a bomló atommagok belső energiájának egy része alakul át hővé, akkor ez a tömegek mérése útján igazolható. A (3) alapján ez a lehetőség senkinek se jutott az eszébe, hiszen egyáltalán nem biztos, hogy a bomlásban résztvevő részecskék belső energiájának megváltozása az elektrosztatikus energiájuk megváltozásával egyenlő – nem is szólva a képletben szereplő tömeg értelmezésének bizonytalanságáról. Mint látjuk, az einsteini formula a tömeg és az energia kapcsolatára vonatkozó minden korábbi spekulációnál összehasonlíthatatlanul szélesebb és egyértelműbb perspektívát nyújt: *bármely* test tömege (ha egyáltalán van neki) az univerzális c^2 tényezőtől eltekintve azonos a belső (nyugalmi) energiájával, bármilyen természetű legyen is az.

Az $E_0 = m c^2$ képlet levezetése is teljesen más jelleget, mint a (3)-é. Az eredeti 1905-ös cikkben közölt gondolatmenetet Einstein kétszer is, 1935-ben és 1946-ban, lényegesen egyszerűsítette.⁴ A bizonyítás utolsó, 1946-ból származó végletesen letisztult változatából teljesen nyilvánvaló, hogy a Lorentz-transzformáció egyáltalán nem szükséges hozzá. De a relativitáselmélet 1. posztulátuma (az inerciarendszerek ekvivalenciája az összes fizikai jelenség, egyebek között a Maxwell-féle elektrodinamika szem-

³ Az energiamegmaradás következtében a két gamma-foton energiája megegyezik a mezon nyugalmi (azaz belső) energiájával.

⁴ A *speciális és általános relativitás elmélete* című könyvében (Gondolat, 1963), amelyet 1916-ban írt, az 53–54. oldalon természetesen az 1905-ös cikk viszonylag bonyolult gondolatmenetét ismerteti, de csak vázlatosan.

pontjából) lényegesen ki van használva a bizonyításban, ezért téves a fenti ismertetésnek az az állítása, hogy a képlet „a klasszikus fizika alapján is levezethető lett volna”.

Sajnos a tömeg-energia relációnak egy olyan változata vált közismertté, amelyet Einstein sohase bizonyított be, de nem is állított: az, hogy a képlete segítségével nemcsak a nyugvó testek E_0 energiájához, hanem az energia *bármely fajtájához* rendelhető tömeg. Így például a v sebességgel szabadon mozgó test

$$E = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

teljes (kinetikus plusz belső) energiájának képlete alapján a test tömege

$$\frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

értékkel lenne egyenlő.

Ha valóban így volna, a jól ismert

$$m a = (1 - v^2/c^2)^{3/2} F$$

relativisztikus mozgásegyenlet, amely az impulzus

$$p = \frac{m v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

képlete segítségével $\dot{p} = F$ alakban is írható, nem lenne igaz. Az egyenlet első formájában ugyanis a meghatározó

$$(1 - v^2/c^2)^{3/2}$$

tényező egyedül az idődilatació következménye. Ha a mozgás következtében az m tömeg valóban az

$$\frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

képletnek megfelelően változna, akkor ezt kellene a tömeg helyébe írni, és az egyenlet az

$$m a = (1 - v^2/c^2)^2 F$$

alakot öltene, amit a tapasztalat cáfol.

Határozottan le kell tehát szögeznünk: bármennyire elterjedt is az a felfogás, hogy a mozgás növeli a testek tömegét, a relativitáselméletből ez nemcsak hogy nem következik, hanem kifejezetten ellentétben áll vele. Mondanunk sem kell, hogy ez teljes mértékben összhangban van azzal a jól ismert ténnyel, hogy a tömeg invariáns.

Az ismertett cikk szerint esetleg nem is Einstein, hanem Friedrich Hasenöhr volt a tömeg-energia reláció valódi felfedezője. Hasenöhr idevágó dolgozatát⁵ nem olvastam, de az ismertetés és Hasenöhr dolgozatának címe alapján fel sem merülhet az Einsteinnel szembeni prioritás kérdése, hiszen Hasenöhr olyasmint fedezett fel, amit Einstein sohasem állított: azt, hogy a mozgás következtében a testek tömege (vagy legalábbis a fekete sugárzást tartalmazó üregeké) megnő. Nyilvánvaló, hogy a cikk szerzője is osztozik abban a tévhitben, hogy a relativitáselmélet szerint a mozgó test tömege nagyobb, mint a nyugvóé.

Hraskó Péter

⁵ Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern. (A mozgó testekben lévő sugárzás elméletéhez) *Ann. der Physik* 320/12 (1904) 344–370.

A FIZIKA TANÍTÁSA

BECSLÉSI VERSENY AZ ÁRPÁD VEZÉR GIMNÁZIUM ÉS KOLLÉGIUMBAN

Bigus Imre

Árpád Vezér Gimnázium és Kollégium, Sárospatak

Az Árpád Vezér Gimnázium és Kollégium 1995 óta évenként megrendezi a becslési versenyt, a kiírás szerint minden évben egy magyar fizikus életével és munkásságával ismerkednek meg a versenyzők.

A 2011. október 14-én megrendezett fizika becslési versenyt *Bay Zoltán* emlékének szenteltük.

Bay Zoltán 1930-ban a Szegedi Egyetem Elméleti Tanszékének vezetőjeként az ország legfiatalabb pro-

fesszora volt. 1936-ban a Tungsram Kutató Laboratóriumának vezetője, 1938-ban a Műszaki Egyetem Atomfizikai Tanszékének első professzora. 1946. február 6-án sikeres radarvizsgálatot fogott fel a Holdról, ezzel teljesült gyermekkori álma, mert sikerült megtapogatnia a Holdat, és neve méltán került fel azon magyar tudósok közé, aki névadóul szolgál a Hold valamely tájegységének. Később a Washingtoni