

fizikai szemle



2012/1

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat
havonta megjelenő folyóirata.
Támogatók: A Magyar Tudományos
Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya,
a Nemzeti Erőforrás Minisztérium,
a Magyar Biofizikai Társaság,
a Magyar Nukleáris Társaság
és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete

Főszerkesztő:

Szatmáry Zoltán

Szerkesztőbizottság:

Bencze Gyula, Czitrovszky Aladár,
Faigel Gyula, Gyulai József,
Horváth Gábor, Horváth Dezső,
Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Lendvai János,
Németh Judit, Ormos Pál, Papp Katalin,
Simon Péter, Sükösd Csaba,
Szabados László, Szabó Gábor,
Trócsányi Zoltán, Turiné Frank Zsuzsa,
Ujvári Sándor

Szerkesztő:

Füstöss László

Műszaki szerkesztő:

Kármán Tamás

A folyóirat e-mail címe:

szerkesztok@fizikaiszemle.hu

A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A folyóirat honlapja:

<http://www.fizikaiszemle.hu>

A címlapon:

Mintegy 15–17 ezer éves
falfestmények a franciaországi
Lascaux-i barlangban.
(<http://archaicfragments.blogspot.com>)

TARTALOM

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Cseb József:</i> Atommagok rezgése és forgása: fázisátmenetek hideg kvantumrendszerekben | 1 |
| <i>Pozsgai Imre:</i> Rutherford-közelítés az elektronok szórásának leírására | 7 |
| <i>Farkas Etelka, Horváth Gábor, Boncz Ildikő, Kriska György:</i> Az ősember helyesebben ábrázolta a négylábúak járását, mint a modern művész | 12 |
| <i>Hraskó Péter:</i> Mit mond a kvantumelmélet az alagúteffektus időtartamáról? | 20 |
| <i>Aszódi Attila, Boros Ildikő:</i> Az atomenergia jövője Fukusima után – 2/1 | 23 |

A FIZIKA TANÍTÁSA

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Stonawski Tamás:</i> Gulliver matchboxai – töréskereszték valóságos és játékautókon | 28 |
| <i>Härtlein Károly:</i> Kísérletezzünk otthon! | 32 |
| <i>Leitner Lászlóné:</i> Tanulói kísérletezés formái | 34 |
| Versenlyfelhívások | 35 |

HÍREK – ESEMÉNYEK

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <i>J. Cseb:</i> Oscillating and rotating atomic nuclei: phase transitions in cold quantum systems | |
| <i>I. Pozsgai:</i> Electron scattering as described in the Rutherford approximation | |
| <i>E. Farkas, G. Horváth, I. Boncz, Gy. Kriska:</i> Better than modern artists' representations of leaping four-legged animals: cave sketches of our ancestors | |
| <i>P. Hraskó:</i> What quantum theory tells about the time demand of tunnelling effects | |
| <i>A. Aszódi, I. Boros:</i> The future of nuclear power after Fukushima – 2/1 | |

TEACHING PHYSICS

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <i>T. Stonawski:</i> Gulliver's matchboxes: crashing tests on real and toy automobiles | |
| <i>K. Härtlein:</i> Physical experiments to be performed at home | |
| <i>L. Leitner:</i> Various forms of pupils' experiments | |
| Competitions | |

EVENTS

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <i>J. Cseb:</i> Schwingungen und Drehungen von Atomkernen bei Phasenübergängen in kalten Quantensystemen | |
| <i>I. Pozsgai:</i> Die Beschreibung der Streuung von Elektronen in der Rutherford'schen Approximation | |
| <i>E. Farkas, G. Horváth, I. Boncz, Gy. Kriska:</i> Besser als die Darstellungen moderner Künstler: Skizzen an Höhlenwänden unserer Vorfahren über schreitende Vierfüßler | |
| <i>P. Hraskó:</i> Was hat die Quantentheorie über die Zeitdauer von Tunnel-Effekten zu sagen? | |
| <i>A. Aszódi, I. Boros:</i> Die Zukunft der Kernenergie nach Fukushima – 2/1 | |

PHYSIKUNTERRICHT

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <i>T. Stonawski:</i> Gullivers Kleinautos: Festigkeits-Teste an wirklichen und an Spielzeug-Autos | |
| <i>K. Härtlein:</i> Zu Hause ausgeführte Experimente | |
| <i>L. Leitner:</i> Verschiedene Formen von Schülerexperimenten | |
| Wettbewerbe | |

EREIGNISSE

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <i>Ī. Чех:</i> Колебания и повороты атомных ядер при фазовых переходах холодных квантовых систем | |
| <i>И. Пожгаи:</i> Описание рассеяния электронов в апроксимации Резерфорда | |
| <i>Э. Фаркаш, Г. Хорват, И. Бонц, Г. Кришка:</i> Лучшее современных: картины по ходу 4-ноговых зверев на стенах нор | |
| <i>П. Храшко:</i> Высказание квантовой теории по времени туннельных эффектов | |
| <i>А. Асоди, И. Борош:</i> Будущее ядерной энергии после Фукушимы 2/1 | |

ОБУЧЕНИЕ ФИЗИКЕ

| | |
|--------------------------------------------------------------------------|--|
| <i>T. Stonawski:</i> Испытания по прочности истинных и игровых автомашин | |
| <i>K. Гэртлейн:</i> Эксперименты для выполнения дома | |
| <i>L. Лейтнер:</i> Разные формы ученического экспериментирования | |
| Конкурсы | |

ПРОИСХОДЯЩИЕ СОБЫТИЯ

Fizikai Szemle
MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

megjelenését anyagilag támogatják:



Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Matematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Matematikai és Physikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

LXII. évfolyam

1. szám

2012. január

ATOMMAGOK REZGÉSE ÉS FORGÁSA: FÁZISÁTMENETEK HIDEG KVANTUMRENDSZEREKBE

Cseh József
MTA ATOMKI, Debrecen

Napjainkban olyan véges kvantumrendszerek kapcsán is szoktak fázisátmenetéről beszélni, mint az atommag. Ráadásul némelyiket zérus hőmérsékletű fázisátmenetnek nevezik. Ebben az írásban a kvantummechanikai kétestestprobléma és más egyszerű magmodellek példáján próbáljuk érzékeltetni e meglepő szóhasználat mögött megbúvó fogalmakat és fizikai tartalmat.

Fázisátmenetéről általában makroszkopikus testek kapcsán esik szó. Például: a víz hevítés hatására gőzzé alakul. Bevezetésképpen összefoglaljuk e jól ismert fázisátmenet néhány lényeges vonását. Azután röviden példákat említünk az atommagban észlelhető termikus jellegű, vagyis az előzőhöz hasonló fázisátmenetekre. Ezt követően térünk rá a hideg kvantumrendszerek fázisátmeneteinek kérdésére, amit a kétestestprobléma példáján szemléltetünk. A bemutatott modell nagyon egyszerű, és a fizika több területén – legalábbis közelítőleg – alkalmazható. Használatos például a kétatomos molekulák rezgésének és forgásának leírására, az atommagok molekulászerű állapotának tárgyalására, valamint a mezonspektrum (kétkvarkrendszer) értelmezésére. Röviden szót ejtünk a realisztikusabb modellekkel járó bonyodalmakról is.

A víz-gőz fázisdiagramot az 1. ábra mutatja vázlatosan. Eleveintsük fel a fázisátmenet néhány jellemzőjét, amelyek hasznosak lesznek későbbi összehasonlításunkban! A görbe mentén a két fázis egyensúlyban van, azonos a nyomásuk (p) és hőmérsékletük (T). Azonos továbbá a kémiai potenciáljuk (μ) is. Mi a kémiai potenciál jelentése és szerepe?

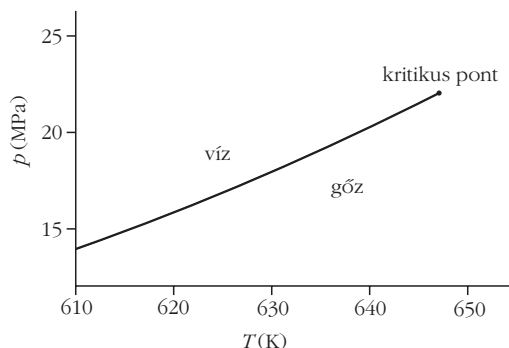
Az egyensúly feltételét, vagy a folyamatok irányát a termodinamika második főtétele határozza meg. Egy olyan rendszer esetében, amelynek hőmérsékletét és nyomását a környezetéhez való csatolás rögzíti a

$$G \equiv E - TS + pV = \mu N$$

szabadentalpia minimuma tünteti ki az egyensúlyt. Itt E a belső energiát, S az entrópiát, V a térfogatot jelöli, μ a kémiai potenciál, N pedig a részecskeszám. (Egyszerűség kedvéért egykomponensű rendszert tekintünk.) A kémiai potenciál tehát az egy részecskére jutó szabadentalpia. Az egyensúlyi állapotban ezért ennek is minimuma van [1].

Szoktunk beszélni a fázisátmenetek rendjéről, a következő értelemben. Adott nyomáson a kémiai potenciál a hőmérsékletnek folytonos függvénye. A fázisátmeneti pont két oldalán a megfelelő állapotegyenletekből nyerhető [2]. A fázisátmenet ugyan az állapotegyenlet változását jelenti, de az egyensúly megköveteli a két fázis kémiai potenciáljának azonoságát; tehát értéke a forrásponton áthaladva is

1. ábra. A víz-gőz fázisdiagram vázlatosan.



Az írásban bemutatott munka az OTKA (K72357) és az MTA-JSPS (119) együttműködés támogatásával folyt.

folytonosan változik. Törése azonban lehet, vagyis a deriváltjának lehet szakadása. Ha az elsőrendű deriváltjának ugrása van, akkor elsőrendű fázisátmenetről beszélünk. Ha az elsőrendű derivált is folytonos, de a másodrendű már nem, akkor másodrendű a fázisátmenet. Amikor a deriváltak minden rendben folytonosak, akkor analitikus (cross-over) átmenetről van szó.

Nyilvánvalóan a legmarkánsabb fázisátmenet az elsőrendű. Ilyen a víz forrása 22,1 MPa nyomás alatt. Ezen a nyomáson a fázisátmenet másodrendűvé válik. Nagyobb nyomásoknál pedig analitikus. Analitikus átmenetekben is érzékelhetünk hirtelen változást például a fajhő vagy a sűrűség viselkedésében, de ez simább függvényt írható le.

Termikus fázisátmenetek az atommagban

Az atommag mikroszkopikus objektum, protonokból és neutronokból (összefoglaló névvel: nukleonokból) épül fel. Elméleti leírása a kvantummechanika feladata. Az alkotóelemek száma általában sokkal nagyobb annál, semhogy egyenként tekintetbe vehessük őket (nem tudjuk megoldani például a száztestproblémát), de sokkal kisebb annál (nem éri el még a háromszázat sem), hogy rájuk statisztikus megfontolásokat lehessen alkalmazni. Következésképpen az atommagok tárgyalásában alapvető fontossága van a modelleknek.

A nukleonok között erős kölcsönhatás működik, amelynek jellege nagyban hasonlít a Van der Waals-típusú erőhöz [3], ami például a vízmolekulák között hat. Ezért nem meglepő, hogy a magfizika – szinte születésétől kezdve – egyik legfontosabb modellje a cseppmodell, vagyis úgy képzeljük el az atommagot, mint mikroszkopikus méretű folyadék-cseppet. Ennek alapján már a 30-as években sikerült értelmezni a magok kötési energiáját. A kvantummechanikai folyadék-csepp rezgő és forgó mozgása alapján – az 50-es évektől kezdődően – pedig kvantitatívan is helyesen tudjuk leírni nagyszámú atommag energiaspektrumát.

Alapállapotuk környezetében tehát folyékonyan gondoljuk az atommagokat. Felmerül a kérdés, hogy a hőmérséklet növelésével átmehetnek-e gáz halmazállapotúba. Úgy tűnik, hogy erre a régóta vizsgált kérdésre a 2000-es évek kutatásai igenlő választ adtak [4]. A hőmérsékletet ütközési folyamattal (magreakcióval) növelték, és kiderült, hogy az atommagokban is bekövetkezik a folyadék-gáz fázisátmenet. Ez az átmenet szintén elsőrendűnek bizonyult. Mindkét fázisban nukleonok alkotják a vizsgált magot, vagyis az észlelt jelenség a nukleonikus maganyag fázisátmenete. A víz-gőz rendszerrel mutatott nagyfokú hasonlóság arra utal, hogy a fázisátmenetek természete nem nagyon függ az azokat okozó kölcsönhatásoktól (elektromágneses a makroszkopikus rendszerben, erős a magokban).

A hőmérséklet további növelése újabb alapvető változásra vezet. A nukleonok nem elemi, hanem

összetett részecskék, kvarkokból és gluonokból állnak. A közöttük működő erős kölcsönhatás természete miatt azonban a magfizikában használatos energiáknál ezek az alkotóelemek nem szabadulnak ki a nukleonokból. Bennük, mint valamiféle zsákokban aránylag szabadon mozognak, de a különböző zsákok tartalma nem keveredik. Kellően magas hőmérsékleten viszont ez is bekövetkezik: a mag a nukleonikus fázisból átmegy a kvark-gluon fázisba. (Érdekes, hogy ez a nagyon markáns fázisátmenet analitikusnak bizonyult a korai Univerzumot és a nagyenergiájú magreakciókat jellemző körülmények között [5], ellentétben az elsőrendű átmenetre vonatkozó várakozással.)

Noha az itt említett fázisátmenetek sok tekintetben emlékeztetnek a makroszkopikus rendszerekben megismertekhez, mégis rá kell mutatnunk egy különbségre. Az atommagok véges méretűek, és ebből fakadóan a viselkedésüket jellemző függvények simább menetet tanúsítanak. (Véges rendszer fajhője például nem válik végtelenné, ami tipikus jellemzője a makroszkopikus testek elsőrendű fázisátmenetének.) Mégis, azt lehet mondani, hogy a végesméret-effektus által okozott bonyodalom ellenére, az eddig említett fázisátmenetek nagyban hasonlítanak a makroszkopikus testek esetében megismertekhez.

Nem-termikus fázisátmenetek

Másfajta fázisátmenetek is megfigyelhetők az atommagokban, amelyek léte kifejezetten a magok véges ségéből fakad. Ezek a mag alakjával, vagy a mag egészének a viselkedésével (például forgásával és rezgésével) függenek össze. Természetesen ebben az esetben az analógia a makroszkopikus testek fázisátmeneteivel még inkább áttételes, mint amit az előző fejezetben láttunk. Mindazonáltal, távolról sem elhanyagolható – és nem marad meg kvalitatív szinten –, ezért honosodott meg ezekkel a jelenségekkel kapcsolatban is a termodinamikára emlékeztető névhasználat. Külön érdekességet ad e vizsgálatoknak, hogy fogalmaik és módszereik más területeken is alkalmazhatók, beleértve a véges kvantumrendszerek fázisátmeneteinek elvi tisztázását éppúgy, mint azok előfordulásának feltérképezését.

Bonyolult problémák megoldásában sokszor segítségünkre vannak a szimmetriamegfontolások. Célszerű ezért olyan modellt szerkeszteni, hogy az jól láthatóvá tegye a rendszer (távolról sem mindig nyilvánvaló) szimmetriáit. Az algebrai modellek különösen alkalmasak erre a célra.

A következőkben a kvantummechanikai kéttest-probléma egyszerű modelljében próbáljuk szemléltetni a hideg kvantumrendszerek fázisátmenetét. Ez a fejtegetés természetesen általános érvényű, de jól meghatározott magfizikai tartalommal is rendelkezik. Ennek megvilágítása érdekében érdemes madártávlatból egy pillantást vetnünk az atommagok szerkezetmodelljeire.

A soknukleonrendszer struktúrájának értelmezésében a már említett folyadékcepp-analógián kívül két további fizikai kép van a segítségünkre, azaz még két alapvető modellről szokás beszélni. Az egyik a héliummodell. Ennek alapfeltevése az, hogy a mag olyan mint egy parányi bolygórendszer vagy egy kicsi atom: a nukleonok egy vonzó erőterben mozognak, amit az összes többi nukleon hatása hoz létre. E modell azáltal tudja lényegesen egyszerűsíteni a problémát, hogy – mint az a részletekből kiderül – a nukleonok nagy része zárt törzset alkot, és az átlagpotenciálhoz való hozzájárulásán kívül lényegében semmilyen szerepet nem játszik. Valójában tehát csak a kevés számú valencianukleon mozgását kell vizsgálni.

A fűrtmodell (vagy klasztermodell) pedig olyanakkal festi le a magot, mint amit kisebb, egymással lazán összefüggő magok (klaszterek, vagy nukleoncsomók) alkotnak (például erősen kötött ${}^4\text{He}$ -magok), miként szőlőszemek a fűrtöt. E modell szerint a mag szabadsági fokai két csoportba oszthatók: egyesek a klaszterek belső szerkezetéhez tartoznak, míg mások azok relatív mozgását jellemzik. Most azáltal egyszerűsítjük a soktestproblémát, hogy feltételezzük: a klaszterek belső állapotjaiból csak kevés jut szóhoz.

A kéttestprobléma a magok kétklaszter-állapotainak leírására alkalmazható, vagyis olyan esetben, amikor egy nagyobb mag két kisebb mag együtteseként áll elő, tehát olyan szerkezettel van dolgunk, mint egy súlyzó, vagy egy kétatomos molekula. Abból fakadóan, hogy ezek a kisebb magok vagy klaszterek maguk is összetett objektumok, természetesen további megfontolásokra is szükség van, ezekről később még szót ejtünk. Először az egyszerű problémát vesszük szemügyre, amelyben a két test csupán rezgő és forgó mozgásra képes.

Mielőtt rátérünk a konkrét problémára, érdemes összefoglalni az algebrai modellezés legfontosabb elemeit az impulzusmomentum-algebra jól ismert példáján.

Az algebrai modellezés

Egy modellt akkor nevezünk algebrainak, ha a benne szereplő fizikai operátorok kifejezhetők egyetlen Lie-algebra elemeivel, bázisállapotai pedig ezen operátorok sajátfüggvényei.

A Lie-algebra operátoroknak egy olyan halmaza, ami a felcserélési relációra, mint műveletre nézve zárt. Legismertebb példája az impulzusmomentum-algebra, amelyet az L_x , L_y és L_z operátorok, valamint lineárkombinációik alkotnak. Matematikai nevén ez az $O(3)$ algebra (mivel elemei generálják a 3-dimenziós valós tér ortogonális forgatásait). A részalgebra az operátorok egy olyan részhalma, ami szintén zárt a felcserélési relációra nézve. Az $O(3)$ algebra $O(2)$ részalgebráját alkotja L_z és tetszőleges valós számmal megszorított értéke. (Ezek a 2-dimenziós tér, vagyis az x - y sík forgatásait generálják.) Az $O(3) \supset O(2)$ tartalmaz(kod)ást leíró összefüggést algebrai láncnak nevez-

zük. Minden algebra elemeiből szerkeszthető(k) olyan operátor(ok), amely(ek) felcserélhető(k) az algebra összes elemével. Ez(eke)t invariáns operátor(ok)nak nevezzük. Az $O(3)$ és $O(2)$ esetében csak egy lineárisan független invariáns operátor van: L^2 , illetve L_z .

Az algebraik a rendszer szimmetriatulajdonságait jellemzik. Az a tény, hogy az állapotok jól meghatározott impulzusmomentummal rendelkeznek a forgásszimmetriából következik. Azt mondjuk, hogy a vizsgált probléma egzakt $O(3)$ szimmetriával rendelkezik, ha Hamilton-operátora felcserélhető az $O(3)$ minden elemével. Ez teljesül, ha felcserélhető L_x -szel, L_y -nal és L_z -vel. Ilyenkor a kölcsönhatások az impulzusmomentum-operátorokat nyilvánvalóan csak az L^2 invariáns operátoron keresztül tartalmazhatják, például: $H = \alpha L^2$. Az ilyen Hamilton-operátor sajátérték-problémája analitikusan (zárt képletek formájában) megoldható, sajátfüggvényei az impulzusmomentum-sajátfüggvények, sajátértéke pedig az adott példánkban $E = \alpha L(L+1)$.

Ha szimmetriasértő kölcsönhatás lép fel, akkor dinamikai szimmetriasértésről beszélünk. Ez teljesen le is rombolhatja a szimmetriát, de nem szükségszerűen. Például, ha a gömbszimmetrikus rendszert egy homogén külső (mondjuk mágneses) térbe helyezzük (mint történik az a Zeeman-effektus kapcsán), akkor fellép egy olyan kölcsönhatás, ami sérti a gömbszimmetriát. Egyszerű példánk Hamilton-operátora $H = \alpha L^2 + \beta L_z$ -re módosul. Ennek sajátérték-egyenlete még mindig analitikus megoldással rendelkezik: sajátfüggvényei változatlanul az impulzusmomentum-sajátfüggvények, sajátértékei pedig: $E = \alpha L(L+1) + \beta M$. A megoldás jó tulajdonságai annak köszönhető, hogy a Hamilton-operátor egyetlen algebrai lánc, jelesen az $O(3) \supset O(2)$ lánc invariáns operátoraival van kifejezve. Ilyen esetben az $O(3)$ szimmetriát dinamikaileg sérült szimmetriának nevezzük. Sérült, hiszen a kölcsönhatás nem forgásinvariáns. És dinamikai, mert a rendszerben ható erőkre vonatkozik. Megemlítendő, hogy a szimmetriasértő kölcsönhatás erősségére nincs semmilyen kikötés (nem kell neki gyengének lennie). Figyelemre méltó, hogy a sérült dinamikai szimmetria esetében a H -operátor nem $O(3)$ -szimmetrikus, de sajátfüggvényei igen.

A dinamikaileg sérült szimmetria nagyon fontos szerepet játszik a fizika számos ágában. Nyilvánvalóan sokkal általánosabb (kölcsönhatások leírására alkalmas), mint az egzakt szimmetria, mégis: nagyon könnyen kezelhető elméleti leírást ad.

A kéttestprobléma

A kéttestprobléma (egyik) algebrai modellje $U(4)$ -es szerkezetű, vagyis ezen algebra elemeivel fejezhető ki az összes fizikai mennyiség operátora. A dolog megértésében segíthet, ha meggondoljuk, hogy egy egyszerű kéttestproblémának, a harmonikus oszcillátornak $U(3)$ -as szimmetriája van, ami azzal függ össze,

hogy a mozgás a háromdimenziós térben zajlik [6]. Jelölje x_i és p_i , $i = 1, 2, 3$ a tér- és impulzuskoordinátákat, és vezessük be az

$$a_i^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_i - p_i) \quad \text{és} \quad a_i = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_i + p_i)$$

oszcillátorkvantum-keltő és -eltüntető operátorokat (az oszcillátorparamétert 1-nek választottuk). Akkor a

$$H = \sum_{i=1}^3 a_i^\dagger a_i + \frac{3}{2}$$

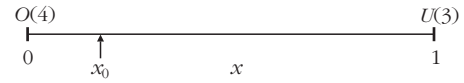
Hamilton-operátor felcserélhető a 9 darab $a_i^\dagger a_j$ operátorral, és ezek alkotják az $U(3)$ szimmetriaalgebrát. E szimmetria segítségével az azonos energiájú, vagyis degenerált állapotokat tudjuk osztályozni. Ha különböző energiájú állapotokat is le akarunk írni, akkor a spektrumgenerálás érdekében szükség van még egy dimenzióra, így adódik az $U(4)$.

Az $U(4)$ algebrának 16 lineárisan független eleme van $a_i^\dagger a_j$, $i, j = 0, 1, 2, 3$, ez tágabb, mint az $U(3)$, vagy $O(3)$; azokat részalgebraként tartalmazza: $U(4) \supset U(3) \supset O(3)$. A fizikai operátorokat, így a kölcsönhatást is a $b_{ij} \equiv a_i^\dagger a_j$ részecskeszám-megőrző operátorokkal fejezzük ki. A legegyszerűbb esetben csupán b_{ij} -ben lineáris és négyzetes tagokat vesznek tekintetbe. Ezt a közelítést hívjuk vibron modellnek.

A rendszer határozott impulzusmomentummal rendelkezik, ezért az $O(3)$ impulzusmomentum-algebrának nyilván szerepelni kell leírásunkban. Más szimmetriák is rejtőzhetnek a problémában, ezért célszerű megkeresni mindazokat az algebrákat (matematikakönyvek fellapozása révén), amelyek a legáltalánosabb $U(4)$ -től indulva előfordulhatnak, amíg elérkezünk az impulzusmomentum $O(3)$ -jához. Az derül ki, hogy még egy további részalgebra van, az $O(4)$, és ennek megfelelően egymásba skatulyázott részalgebráknak egy másik lánc is létezik: $U(4) \supset O(4) \supset O(3)$. Vagyis két, az $U(3)$ és $O(4)$ algebrák által jellemzett sérült dinamikai szimmetriája van a kéttestproblémának.

Modellünk határesetként tartalmazza az oszcillátor ismert tankönyvi példáját, sőt a Kepler-problémát is, ha a kölcsönhatás kifejezésében b_{ij} -nek általánosabb (adott esetben reciprok) függvényt is megengedünk. Az oszcillátor esetében az $U(3)$, a Kepler-problémában pedig az $O(4)$ a rendszer *egzakt* dinamikai szimmetriája [7]. Modellünk tehát olyan kéttestrendszert ír le, amelyben sokféle kölcsönhatás működhet, speciális esetként magában foglalja a rugóerő, vagy a Coulomb-erő esetét is. A rendszer állapotainak száma (az $U(4)$ algebra reprezentációjának dimenziója) véges, azt jellemezhetjük egy egész számmal: N . Fizikailag ez – a vibron modell esetében – a rendszer rezgési kvantumainak maximális számát jelenti.

Amint azt az algebrai modellezés módszeréből tudjuk, ha a Hamilton-operátor csak az egyik vagy másik algebrai lánc invariáns operátorait tartalmazza, akkor a sajátérték-probléma megoldása zárt képlettel kifejezhető. Általános esetben mindkét láncnak van járuléka,



2. ábra. A kéttestprobléma diagramja.

ekkor numerikus megoldásra vagyunk utalva, nevezetesen az energiamátrix diagonalizálására van szükség. Az általános eset vizsgálata előtt azonban fontos megemlíteni, hogy a két dinamikai szimmetria szemléletes fizikai tartalmat hordoz.

A molekulafizika szótárát alkalmazva, a vibron modellben az $U(3)$ -as dinamikai szimmetria puha vibrátornak, az $O(4)$ -es pedig merev rotátornak felel meg. (Valójában mindkét esetben jelen van rezgő és forgó mozgás is; ezért pontosabb szóhasználatul beszélhetnénk akár kemény rotátor-vibrátorról, és puha vibrátor-rotátorról, de az egyszerűbb elnevezést követjük.) Rezgő-forgó rendszerünk mozgásának keménységét kvantitatív módon a nemrigiditási paraméterrel jellemezhetjük:

$$R = \frac{2 E_{rot}}{E_{vib}},$$

ahol E_{rot} az első rotációs gerjesztés, E_{vib} pedig az első vibrációs gerjesztés energiája. Ha $R \approx 1$, akkor puha vibrációról, ha pedig $R \ll 1$, akkor kemény rotációról beszélünk.

Az általános Hamilton-operátort a következő alakban írjuk:

$$H = x H_{U_3} + (1 - x) H_{O_4} + a H_{O_3}.$$

Ekkor az $x = 0$ határeset az $O(4)$, az $x = 1$ határeset pedig az $U(3)$ dinamikai szimmetriát adja. A rendszert tehát egy egydimenziós ábrán tudjuk elhelyezni, amelynek pontjait $0 \leq x \leq 1$ értékei jellemzik (2. ábra). (Később részletezett okok miatt ezt hívjuk a rendszer fázisdiagramjának.)

Fázisátmenet

A kéttestrendszer (például molekula, vagy atommag) egyensúlyi állapotát az energia minimuma tünteti ki. Ez az extrémum-feltétel éppúgy a termodinamika második főtételének kifejeződése, mint amit a víz-gőz rendszerrel kapcsolatban említettünk a bevezetőben.

A H Hamilton-operátor birtokában kiszámíthatjuk az energia $E_r(x)$ várható értékét. Növeljük N értékét igen nagyra: $N \rightarrow \infty$. Ebben a határesetben a számítás analitikusan és egyértelműen elvégezhető. Az energia két dologtól függ. Egyrészt a rendszer geometriai alakjától, ez adott esetben egyetlen paraméterrel, a két tömegközéppont egymástól való r távolságával jellemezhető. Függ továbbá a különböző szimmetriájú kölcsönhatások relatív erősségét megszabó x kontrollparamétertől. Keressük meg r függvényében az energia minimumát, ez határozza meg a rendszer egyensúlyi állapotát (alakját)! Vizsgáljuk e minimum viselkedését az x változtatásával! Azt tapasztaljuk,

hogy a függvény értéke, sőt annak elsőrendű deriváltja is folytonosan változik, ám a kontrollparaméter egy jól meghatározott x_0 értékénél az elsőrendű deriváltnak törése van, a másodrendű derivált szakadást mutat [8]. A klasszikus fázisátmenettel mutatott nagyfokú hasonlósága miatt ezt a jelenséget másodrendű fázisátmenetnek nevezzük.

Az analógia tehát a következő. A rendszer egyensúlyi állapotát egy fizikai mennyiség minimuma szabja meg (kémiai potenciál, illetve alapállapot energiája). Ez folytonosan változik egy (vagy több) kontrollparaméter függvényében (adott nyomás mellett a hőmérséklet, illetve a különböző dinamikai szimmetriájú kölcsönhatások relatív súlya). E függvény viselkedése a kontrollparaméter egy értékénél megváltozik, ezért fázisátmenetről beszélünk. Jelesen: valamilyen rendű deriváltja szakadást mutat, és e derivált rendje határozza meg a fázisátmenet rendjét.

A kvantummechanikai példánkban a fázisátmenet hideg állapotok között ment végbe, ezért néha $T=0$ fázisátmenetnek is nevezik.

Véges N esetben numerikusan oldjuk meg az energia sajátérték-problémáját. Az alapállapot energiája (és más fizikai mennyiségek) viselkedését tanulmányozzuk az x kontrollparaméter függvényében. Ilyenkor azt tapasztaljuk, hogy noha a kérdéses függvények simább viselkedést mutatnak (a végesméret-effektus következtében), de jelentős változások észlelhetők a kontrollparaméter kritikus értéke körül. Ilyenkor azt mondhatjuk, hogy fázisátmenetre emlékeztető viselkedést mutat a rendszer, hasonlóan ahhoz, ahogyan termikus fázisátmenet is megmutatkozott a végesméret-effektus ellenére.

A véges kvantumrendszerek fázisátmenetének értelmezése tehát két lépésben történt egy olyan elméleti leírás keretében, aminek van nagy részecskeszámú határeset. Az első lépésben, a nagy N határesetben a makroszkopikus testekéhez hasonló viselkedést észlelünk, amelyekre alkalmazhatók a termodinamikai fogalmak. A második lépésben pedig ugyanazon elméleti leírás véges részecskeszámhoz tartozó esetében konstatáltuk a fázisátmenet tüneteinek megjelenését.

Az alapállapot energián kívül más fizikai mennyiségek kontrollparaméter-függése is árulkodik a fázisátmenetről. Például elektromágneses átmenetek, valamint az energia sajátfüggvényének átfedése az $U(3)$ bázisállapotokkal [9].

Véges kvantumrendszer fázisa

Eddig a hasonlóságot hangsúlyoztuk a makroszkopikus testek és a véges kvantumrendszerek fázisdiagramjai között. Ez a hasonlóság azonban nem teljes, logikai szempontból van egy nagy hiányossága. Nézzük a fázisátmeneti pont vagy görbe egyik vagy másik oldalán elhelyezkedő állapotok halmazát, vagyis a fázist. Mit mondhatunk ezekről a két esetben? A vízgőz rendszerre nézve tudjuk, hogy azonos állapot-egyenlet köti össze őket. Vagyis a fázist az egységes fizikai viselkedés határozta meg, amit egyenletek

alakjában lehet felírni. Kvantumrendszerünkkel más a helyzet. A fázisdiagram két végpontját definiálta egy-egy (sérült) dinamikai szimmetria. És valahol a kettő között észleltük a fázisátmenetet. Azt mondhatjuk tehát, hogy a fázist a fázisdiagram végpontja és fázisátmeneti pontja határozza meg. De van-e benne valami közös fizikai tartalom? Valóban jogos az elnevezése? Erre a kérdésre még nincs meg az egyértelmű végső válasz, de már körvonalazódik.

A véges kvantumrendszerekre végzett numerikus számolások azt mutatták (az itt bemutatott példánk esetében is [10] és más hasonló problémákban is [11]), hogy van közös fizikai jellemzője a kérdéses fázisoknak. Ez a kvázidynamikai szimmetria.

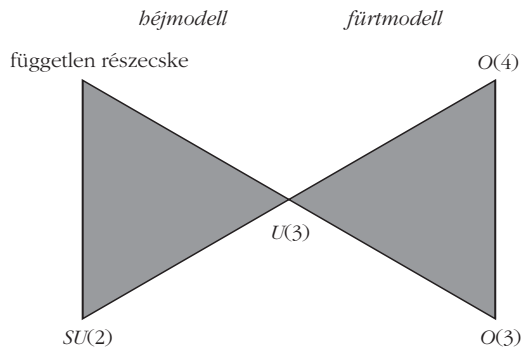
A kvázidynamikai szimmetria a kvantummechanika egyik (ha nem a) legáltalánosabb szimmetriafogalma. Azt a helyzetet jellemzi, amelyben sem az operátor, sem sajátfüggvényei nem szimmetrikusak, mégis a szimmetria jelen van [12]. (Emlékeztetőül: az eddig emlegetett sérült dinamikai szimmetria esetében az operátor ugyan nem szimmetrikus, de sajátfüggvényei igen.) Az, hogy érvényes lehet a szimmetria olyankor is, amikor sem az operátor, sem sajátfüggvénye nem szimmetrikus, meglepő ugyan, de előfordulhat. Ilyenkor az energia sajátfüggvénye különböző szimmetriájú bázisállapotok lineárkombinációja, de olyan speciális módon, hogy az algebra operátorainak e lineárkombinációkkal számolt mátrixeleme (az állapotok egy részalalmazára) megegyezik azzal a mátrixelemmel (közelítőleg, vagy akár pontosan), amit az egzakt szimmetria esetében kapunk. (Az impulzusmomentum-algebra esetében a kvázidynamikai szimmetria annak felelne meg, hogy az energia-sajátállapot különböző L -ű bázisfüggvények lineárkombinációja.) A kvázidynamikai szimmetria helytállósága egy numerikus számolás esetében természetesen közvetlen módon ellenőrizhető.

Az említett példánkban a kérdéses szimmetriák az $U(3)$ -as és $O(4)$ -es kvázidynamikai szimmetriák. A szimmetriát jellemző kvantumszámok ugyan pontról pontra változhatnak, de egy fázison belül ugyanahhoz az algebrahoz tartoznak. Például az $U(3)$ -as kvázidynamikai szimmetria érvényes a 2. *ábra* x_0 és 1 pontjai között.

Úgy tűnik tehát, hogy véges kvantumrendszerek esetében a kvázidynamikai szimmetria lehet az a közös fizikai tartalom, ami a fázist jellemzi, vagy egyenesen annak definiálására szolgálhat. Ha a további vizsgálatok is helyben hagyják ezt a sejtést, akkor a helyzet emlékeztet arra, amit *Landau* elmélete mond a fázisokról: azokat a szimmetriájuk jellemzi, a fázisátmenet pedig a szimmetria megváltozását jelenti (ami a fázisok általános tankönyvi definíciójaként is olvasható [13]).

Bonyolultabb rendszerek

A kéttestprobléma előbb említett modellje aránylag jó közelítéssel képes leírni a kétatomos molekulák rotációs-vibrációs spektrumát [14]. Alkalmazták a mezon-spektrum (kétkvarkrendszer) értelmezésére is, de

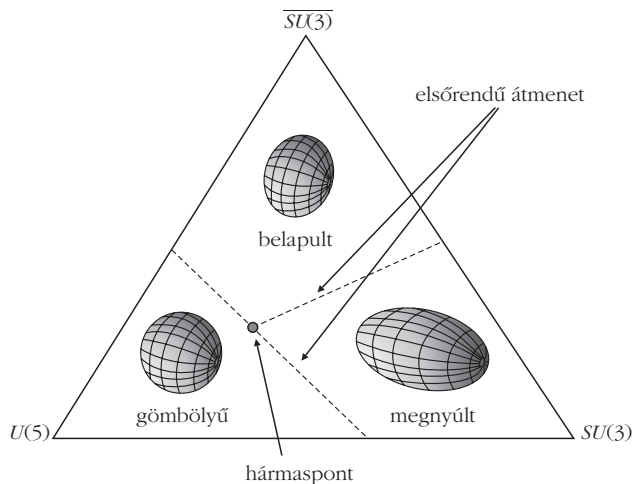


3. ábra. A héjmodell és a fürtmodell fázisdiagramja.

ebben az esetben már tekintetbe kell venni azt, hogy a kvarkoknak egyéb szabadsági fokai is vannak, nem csak azok, amelyek a térbeli mozgáshoz tartoznak. Még bonyolultabb a helyzet, ha a magok klaszterállapotait vizsgáljuk. Ekkor ugyanis azon kívül, hogy azoknak is vannak belső szabadsági fokai, még azt is figyelembe kell vennünk, hogy a klasztereket nukleonok alkotják, amelyekre érvényes a Pauli-féle kizárási elv; gondoskodnunk kell arról, hogy ezt az elvet ne sértsek meg a különböző klaszterekben lévő nukleonok sem. Ennélfogva a magok algebrai fürtmodellje lényegesen összetettebb, mint a kétatomos molekulák $U(4)$ -es modellje. Ez utóbbi csupán a két klaszter relatív mozgásának leírására szolgál, a klaszterek belső szerkezetéről pedig héjmodellel adunk számot [15]. A héjmodellnek is jól meghatározott algebrai struktúrája van: $U_i^{st}(4) \otimes U_i(3)$, ahol az i index a klaszter sorszám, az s, t kvantumszámok a nukleonok spinjére és izospinjére (proton- vagy neutron-voltára) vonatkoznak (mindkettő kétértékű, ezért az összesen 4 szabadsági fok), az $U(3)$ pedig a héjmodell térbeli részének szimmetriája.

Az algebrai fürtmodell természetesen a fázisátmeneteknek is gazdagabb tárházát kínálja, mint az egyszerű $U(4)$ -es modell. Létezik benne nem csak másodrendű, hanem elsőrendű fázisátmenet is [16]. Az algebrai modellezesnek a Pauli-elv szempontjából külön érdekessége van. Könnyen szerkeszthetünk ugyanis két olyan modellt amelyekben teljesen azonosak a klaszterek, azonos a közöttük működő kölcsönhatás is (azonos a modellek algebrai szerkezete); csupán abban különböznek, hogy az egyikben nem vettük tekintetbe a kizárási elvet (ezt hívjuk teljesen fenomenologikus leírásnak), a másikban pedig igen (félmikroszkopikus leírás) [10]. Ilyen módon képesek vagyunk mintegy ki- vagy bekapcsolni a Pauli-elvet, és vizsgálni hatását a fázisátmenetekre.

A magfizikai fürtmodell fázisdiagramja sem egydimenziós, hanem kettő, ugyanis nem két, hanem három dinamikai szimmetriája van. Ebből kettőt már ismerünk. Az egyik az $U(3)$ -as puha vibrátor határeset, amit a nukleonok nyelvén héjmodell-szerű klaszterizációnak nevezünk (mert olyan fürtmodell-állapotot ír le, amelyik igen egyszerűen kifejezhető héjmodellbázisban is). A másik az $O(4)$ -es merev rotator, vagy molekulaszerű klaszterizáció (amit csak nagyon sok héjmodell-bázisállapotból tudunk kikombi-



4. ábra. A folyadékcseppmodell fázisdiagramja.

nálni). A harmadik pedig az $O(3)$ dinamikai szimmetria, amit a relatív mozgás és a belső szabadsági fokok közötti gyenge csatolás jellemez.

Kézenfekvő egy ilyen kétdimenziós fázisdiagramot egy háromszöggel szemléltetni, amelynek csúcsában a három dinamikai szimmetria helyezkedik el. A héjmodell esetére szintén javasoltak egy ilyen háromszög-diagramot, és annak is van egy $U(3)$ csúcsa, épp úgy, mint a fürtmodellének. A két fázisdiagram ebben a pontban csatlakozik egymáshoz [17], amint azt a 3. ábra szemlélteti. Érdekes megvizsgálni, hogy ezen a térképen hol helyezkednek el a valódi magállapotok, mennyire héjmodellszerűek vagy fürtösödöttek, és milyen természetűek a fentebb említett osztályozás szerint. Az első ilyen jellegű tanulmányok a héjmodellszerű klaszterizáció fontosságára utalnak [18], összhangban az $U(3)$ -as dinamikai szimmetria korábról is ismert helytállóságával.

Eddigi fejtegetéseink középpontjában a kéttest-probléma állt. Ezt egyrészt annak egyszerűsége, másrészt sokoldalú alkalmazhatósága indokolta. Az atommagok fázisairól beszélve azonban meg kell említenünk, hogy sokkal kiterjedtebb vizsgálatokat végeztek a cseppmodell keretében. A rezgő-forgó folyadék-csepp alakját leginkább a gömbszimmetrikushoz képest belapult vagy megnyúlt ellipszoid jellemzi, amit kvadrupólus alaknak nevezünk. Emiatt szokásos az alakfázis elnevezés is az általánosabb kvantumfázis mellett.

A folyadék-cseppmodell algebrai megfelelőjének [19] fázisdiagramja szintén háromszög alakú. Az egyik sarokban a gömbszimmetrikus alaknak megfelelő ($U(5)$ -ös szimmetriájú) puha (kvadrupólus) vibrátor helyezkedik el (4. ábra), a másikban a megnyúlt alakú ($SU(3)$ -as szimmetriájú) merev rotátor, a harmadikban pedig a belapult egyensúlyi állapotú (az előzőtől különböző $SU(3)$ -as szimmetriájú) szintén merev rotátor [20]. Ezek között a fázisok között elsőrendű átmenet észlelhető, ahol pedig az elsőrendű fázisátmenetek egyenesei metszik egymást, ott másodrendű fázisátmenetnek megfelelő hármaspont helyezkedik el (Landau elméletével összhangban).

Összefoglalás és kitekintés

Írásunkban azt próbáltuk bemutatni, hogy milyen megfontolások alapján beszélnek véges kvantumrendszerek viselkedéséről a fázisátmenetek nyelvén. Alapvetően egy kétlépéses fogalmi általánosításról van szó, amit olyan modellek keretében lehet legkönnyebben elvégezni, amelyeknek van nagy részecskeszámú határeset. Határesetben a termodinamikai fogalmak aránylag könnyen illeszthetők a problémához, véges részecskeszám esetére pedig azáltal vihetők át, hogy az előzővel teljesen azonos elméleti leírást alkalmazunk. Ezek a fázisátmenetek nem feltétlenül termikus jellegűek, végbemehetnek hideg állapotok között is.

Az ilyen jellegű problémák vizsgálatában nagyon hasznosnak bizonyultak az algebrai modellek; bemutatott példánk is ezek közül került ki. Egyik nagy erényük, hogy kiválóan feltárják a probléma (gyakran rejtett) szimmetriatulajdonságait. Ilyen vizsgálatok alapján fogalmazódott meg az a sejtés, hogy véges kvantumrendszerek fázisát jellemző fizikai tartalom a kvázidinamikai szimmetria lehet.

Szemléltető példánk közül a legnagyobb hangsúlyt az atommagok fűrtösödött (klaszterizált) állapotai kapták. Az ilyen állapotok fázisainak és fázisállapotainak vizsgálata csak a legutóbbi időben kezdődött el. Tekintettel arra, hogy a nukleonikus maganyag folyadék-gáz fázisátmenetére nemrég derült fény, a hadronanyag-kvarkanyag átmenetet pedig jelenleg – mind a kísérleti, mind elméleti oldalról – nagy erővel tanulmányozzák, az is igen érdekes kérdésnek tűnik, milyenek a fűrtösödött maganyag fázisai és azok átmenetei.

Végezetül érdemes megemlíteni, hogy azok a fogalmak és módszerek, amelyeket az atommagok fázisátmenetének tanulmányozására fejlesztettek ki egészen más területeken is hasznosak. Példaként említünk egy biológiai problémát.

A fehérjék a sejtben való felépülésükkor gyakorlatilag lineáris láncnak tekinthetők. Élettani funkciójuk szempontjából viszont alapvető fontosságú az a tény, hogy háromdimenziós alakjuk van, pontosabban, hogy éppen milyen háromdimenziós alakjuk van. Az nagyon izgalmas kérdés, hogy ez az alakváltozás (hideg fázisátmenet) hogyan következik be. Sokan úgy tartják, hogy a genetikai kód megfejtése után ez az élet legnagyobb rejtélye. A probléma természetesen nagyon bonyolult, és kutatása eléggé újkeletű. E kérdés vizsgálatához egyes kutatók olyan fogalmakat és módszereket alkalmaznak, amelyeket (részben) a magszerkezet-kutatásból kölcsönöztek [21].

Irodalom

1. Fényes I.: *Termostatika és termodinamika*. Műszaki Kiadó, Budapest, 1968.
2. Sailer K.: *Statisztikus fizika és termodinamika*. KLTE, Debrecen, 1991.
3. Lovas I., Schramm Zs., Vibok Á., *Europhys. Lett.* 21 (1993) 433.
4. Elliott J. B. és tsai., *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002) 042701.
5. Fodor Z., Katz S., *Fizikai Szemle* 56 (2006) 393.
6. Györgyi G., *Fizikai Szemle* 17 (1967) 88.
7. Györgyi G., *Fizikai Szemle* 18 (1968) 142.
8. Van Roosmalen O. S., Dieperink A. E. L., *Ann. Phys. NY* 139 (1982) 198; Leviatan A., Kirson M., *Ann. Phys. NY* 188 (1988) 142; Cejnar P., Iachello F., *J. Phys. A* 40 (2007) 581.
9. Zhang Y. és tsai., *Phys. Rev. C* 78 (2008) 024314.
10. Yeppez-Martinez H., Cseh J., Hess P. O., *Phys. Rev. C* 74 (2006) 024319.
11. Rowe D. J., *Nucl. Phys. A* 475 (2004) 47.
12. Cseh J., *Fizikai Szemle* 54 (2004) 165.
13. Geszti T.: *Termodinamika*. ELTE, Budapest, 2001.
14. Iachello F., Cseh J., Lévai G., *APH NS Heavy Ion Phys.* 1 (1995) 1.
15. Cseh J., *Phys. Lett. B* 281 (1992) 173; Cseh J., Lévai G., *Ann. Phys. (NY)* 230 (1994) 165.
16. Yeppez-Martinez H., Parra-Rodriguez L., Hess P. O., Cseh J., Lévai G., *J. Phys. Conf. Ser.* 239 (2010) 012005.
17. Cseh J., *J. Phys. Conf. Ser.* 205 (2010) 012021.
18. Itagaki N., Cseh J., Ploszajczak M., *Phys. Rev. C* 83 (2011) 014302.
19. Cseh J.: *Az atommagok kollektív gerjesztései*. szerk.: Lovas I., Akadémiai Kiadó (1968) 281.
20. Warner D., *Nature* 420 (2002) 614.
21. Broglia N. A., Tiana G., Provasi D., *J. Phys. Cond. Matt.* 16 (2004) R111.

RUTHERFORD-KÖZELÍTÉS AZ ELEKTRONOK SZÓRÁSÁNAK LEÍRÁSÁRA

Pozsgai Imre
Richter Gedeon R.T.

A *Fizikai Szemle* 2011/6 számában *Bencze Gyula Rutherford* tevékenységét méltatta abból az alkalomból, hogy Rutherford száz évvel ezelőtt fedezte fel az atommagot. E kimagasló tudós tevékenysége *Szalay Sándor* keresztül közvetlenül és gyorsan hatott a magyarországi magfizikai kutatásokra. Ennek részleteire és Rutherford aktualitására *Berényi Dénes* világított rá a *Fizikai Szemle* ugyanennek a számában közölt második cikkben. Bár az első írásban meglepően sok Rutherford-tanítvány nevét olvashatjuk, a másodikban azt írja Berényi Dénes Szalay Sándorról: „Nem túlzunk,

akkor, ha azt állítjuk, hogy munkatársairól, együttműködő partnereiről nem sokkal rövidebb névsort lehetne összeállítani, mint Rutherford esetében.”

A debreceni fizikusképzésről már egyszer megemlékeztem a *Fizikai Szemle*ben Berényi Dénes tevékenysége kapcsán [1], de most újra megteszem, mert mély nyomokat hagyott bennem és valamennyi évfolyamtársamban. Szalay Sándor radioaktivitást és atomfizikát oktatott nekünk fizikushallgatóknak a Debreceni Egyetem Kísérleti Fizikai Intézetében. Ezen túlmenően *Raics Péterrel* tudományos diákköri munkát is végeztem nála.

Az alább ismertetendő elektronszórási mérések [2–4] szolgáljanak annak bizonyítékául, hogy a debreceni oktatás mennyire befolyásolta gondolkodásmódomat a későbbi, külső körülmények ellenére is.

Az egyetem elvégzése után az MTA Műszaki Fizikai Kutatóintézetében kezdtem dolgozni. Ott a transzmissziós elektronmikroszkópot használhattam volna „rendeltetészerűen”, azaz képek előállítására, de engem sokkal jobban érdekelték azok az atomfizikai folyamatok, amelyekhez előképzettségemet Debrecenben szereztem meg. Így került látókörömbe az elektronszórás, elektronsugaras röntgen mikroanalízis és elektronenergia veszteségi analízis a transzmissziós elektronmikroszkópban, továbbá a mikro-röntgen fluoreszcens analízis a pásztázó elektronmikroszkópban. Bár vékony minták lokális tömegvastagságának meghatározásáról fogok írni, de ennek hátterében az elektronszórás rendszámfüggése, illetve a rendszámfüggés feszültségfüggése áll.

Lokális tömegvastagság meghatározás a transzmissziós elektronmikroszkópban

Azt a feladatot tűztem magam elé, hogy vákuumpárolgatott vékonyrétegek lokális tömegvastagságát (sűrűség és lineáris vastagság szorzata) határozzam meg a transzmissziós elektronmikroszkópban (TEM) a besugárzó elektronnyaláb vékony mintában fellépő abszorpciójának mérésével. Az exponenciális sugáryengülésre számos példát láttam az atomfizikában. De az irodalomban talált adatok alapján [5] a központi nyaláb intenzitásának közvetlen mérése Faraday-kalickával az elektronmikroszkóp képernyőjének síkjában számos kristályos rétegen (Sb, Ag, Au, Bi, Cu stb.) az exponenciálistól eltérő, anomális sugáryengülést mutatott. Az ok a minták kristályos szerkezete miatt fellépő Bragg-reflexiók, amelyek többszörös szórás révén erősen megváltoztatják a központi elektronnyaláb intenzitását.

Az elektronok szóródása nemcsak a minta vastagságától függ, hanem a szóró atomok rendszámától is. Ez utóbbiról csak annyit lehetett tudni, hogy 60 kV-nál kisebb gyorsító feszültségeknél és kis szórési szög tartomány ($\alpha < 4 \cdot 10^{-3}$ rad) esetén lineárisan függ a rendszámától (Lenz-közelítés [6]), majd magasabb gyorsító feszültségeknél a rendszám kitevője $4/3$ (Moliere-közelítés [7]), végül nagy gyorsító feszültségeknél és nagy szórásiszög-tartományban a szóró atomok rendszámának négyzetével arányos Rutherford-közelítéssel írható le.

A kérdés az volt, hogy a rendelkezésemre álló maximális 100 kV-os gyorsító feszültségen érvényes-e a Rutherford-közelítés, vagy ha nem, akkor hogyan határozzam meg a kitevő pontos értékét. A maximális gyorsító feszültség használatát a kedvező leképezési lehetőségek tették szükségessé.

Egy tudományosan érdektelen, de gyakorlatilag fontos peremfeltétel az volt, hogy az elektronmikroszkópon csak olyan változtatásokat volt szabad végezni, amelyek rövid idő alatt helyreállíthatók voltak és a sok felhasznált mikroszkóp működését nem korlátozták.

A Columbo-filmekhez hasonlóan az elején „lelövöm a poént”: az első 100 kV-os transzmissziós elektronmikroszkóppal még nem, de a másodikkal, amelyen már 200 kV-os gyorsító feszültséget lehetett beállítani, elértem azt a pontot, amikor a Rutherford-közelítést alkalmazni lehetett. Ennél a pontnál az elektronoknak olyan nagy a kinetikus energiájuk, hogy az atommagot árnyékoló elektronburok átlátszóvá válik számukra, a mag hatása teljesen érvényre jut és a négyzetes rendszámfüggés jó közelítésnek bizonyul. Mint később látni fogjuk, ennek gyakorlati jelentősége abban áll, hogy a több anyagon végzendő rendszám-kalibrációt el lehet hagyni és a feladat egyetlen anyagon végzendő tömegvastagság-kalibrációra redukálódik.

A Bragg-reflexiók zavaró hatásának elkerülésére nem a központi nyaláb mérését választottam, hanem olyan nagy szög tartományban integráltam a transzmittált elektronintenzitást (I_r), amely már a Bragg-reflexiókat is tartalmazta. Ez az integrált intenzitás már exponenciális gyengülést mutatott a rétegvastagság függvényében. A fentiek összefoglalhatók a következő egyenletben [8]:

$$I_r = I_0 \exp\left(-k \rho t \frac{Z^x}{A}\right), \quad (1)$$

ahol I_r a mintán átmenő, nagy szög tartományban integrált elektronnyaláb intenzitása; I_0 a mintát besugárzó elektronnyaláb intenzitása; k arányossági tényező; ρ sűrűség; t lineáris mintavastagság; ρt tömegvastagság; Z rendszám; A atomsúly; x a rendszám ismeretlen kitevője.

Kísérleti rész

A kalibráló rétegeket vékony (10–20 nm) szénhártyára vittem fel volfrám szárlól vagy csónakból vákuumpárolgatással $5 \cdot 10^{-6}$ mbar nyomáson. A rétegek tömegvastagságát rezgőkvarcos vastagságmérővel monitoroztam. A vastagságokat Noran gyártmányú energiadiszperzív röntgenspektrométerrel is ellenőriztem és csak azokat a rétegeket használtam fel kontrasztmérésre, amelyekre a röntgenintenzitás lineáris függést mutatott a vastagsággal. Az elektronmikroszkópiában kontraszt alatt a

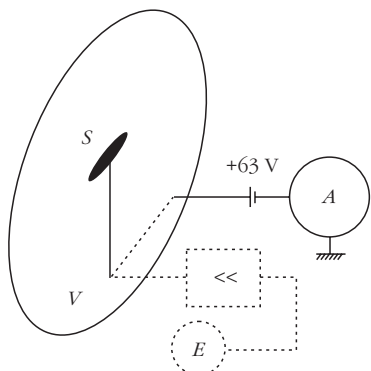
$$C = \log_{10}\left(\frac{I_0}{I_r}\right) \quad (2)$$

kifejezést értik.

A kontrasztméréshez a nagy szórás szöget úgy biztosítottam, hogy az objektív blendét visszahúztam a sugármenetből.

A minták tömegvastagsága és lineáris vastagsága között a következő összefüggés áll fenn:

$$\rho t \left[\frac{\mu\text{g}}{\text{cm}^2} \right] = 10 \rho \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right] t [\text{nm}].$$



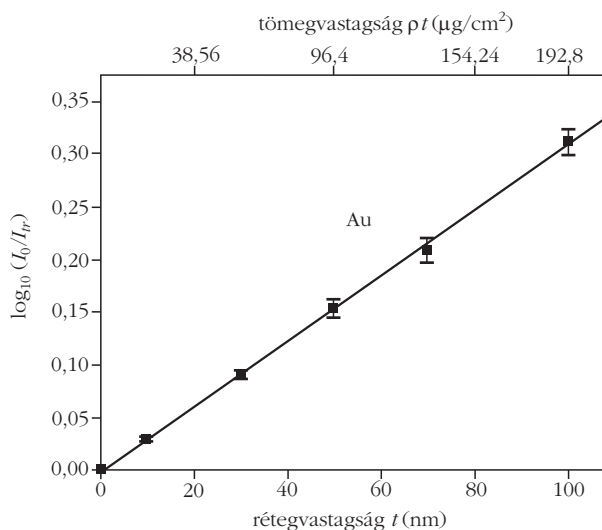
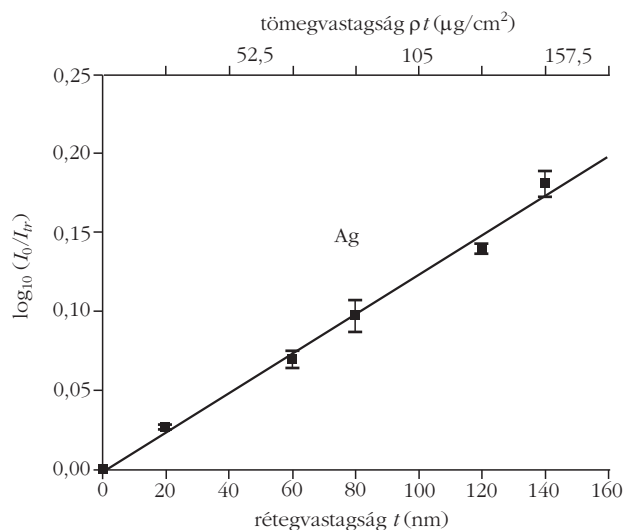
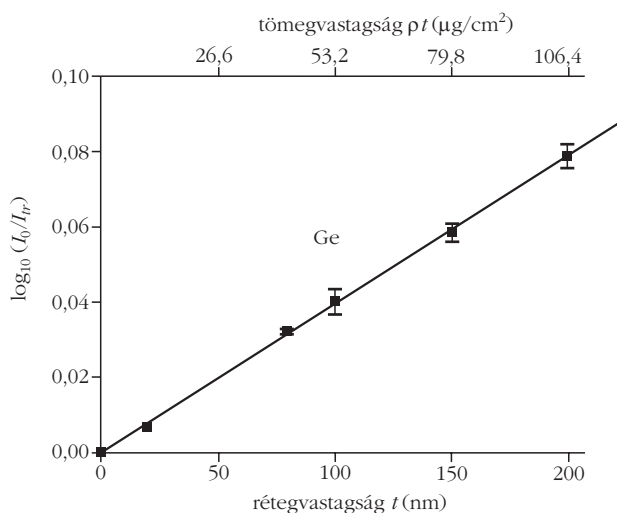
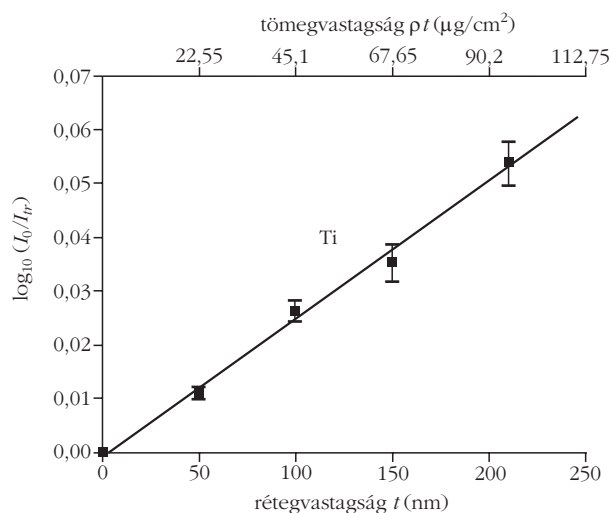
1. ábra. Mérési elrendezés a transzmittált elektronintenzitás mérésére Philips CM20 elektronmikroszkópban.

A rétegek közül a Ti, Ag és Au polikristályosak, a Ge amorf volt. A 100 kV-os JEOL 100U transzmissziós elektronmikroszkópon végzett méréseknél még Al, Fe, Sb és Bi is szerepelt a kalibráló minták sorában, de az ottani méréseredmények meggyőztek arról, hogy a 200 kV-os mikroszkópon végzett rendszámkalibrációhoz négy anyag is elegendő lesz.

A transzmittált elektronintenzitást nem lehetett olyan műszerrel mérni, amelyet széles szögterületben mozgatnak az integráláshoz, erre az elektronmikroszkóp nem ad lehetőséget. A JEOL 100U és a 200 kV-os Philips CM20 transzmissziós elektronmikroszkópok nagyon különböző megoldásokat kívántak meg az elektronáram szög szerinti integrálására. Ezek részletes ismertetése túlmegy e cikk keretein, viszont az idézett cikkekben megtalálható [2, 3]. Mindössze a 200 kV-os mikroszkópon alkalmazott megoldás sémáját mutatom az 1. ábrán.

Az ábrán S-sel jelzett kis ernyő eredetileg az automatikus expozíció céljait szolgálta, különösen olyan esetekben, amikor a V-vel jelzett nagy képernyőn az intenzitáseloszlás nagyon inhomogén, például diffrakciós képek felvételekor. Az eredeti konstrukciót az ábrán szaggatott vonal mutatja: a kis ernyőről lefolyó áram egy logaritmikus erősítőn keresztül a fénymérő (E) irányába folyt. Az eredeti csatlakozást elváltuk, BNC-csatlakozót szereltünk fel, és a kis ernyőt egy előfeszítő tápforráson keresztül Keithley 601C típusú elektrométerhez (A) kötöttük. A tápforrás +63 V-os

2. ábra. Az elektronmikroszkópos kontraszt függése a minta vastagságtól, illetve tömegvastagságtól Ti, Ge, Ag és Au rétegeken.



feszültsége arra szolgál, hogy a kis ernyőből kilépő szekunder elektronokat visszatartsa. A mérések befejezésével a kis képernyőnek a logaritmikusan erősítővel és a fénymérővel való eredeti kapcsolatát BNC-csatlakozó segítségével állítottuk helyre.

A kontraszt lineáris vastagságtól vagy a tömegvastagságtól való mért függését a 2. ábra mutatja négy elemre. Meghatározva a 2. ábrán látható egyenesek S meredekségét

$$S_i = \frac{\log_{10} \left(\frac{I_0}{I_{tr}} \right)}{\rho t} = k_2 \frac{Z^x}{A}, \quad (3)$$

ahol $k_2 = k \log_{10} e = 0,43429 k$, a következő értékeket kaptam:

$$\begin{aligned} S &= 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Ti-ra}; & S &= 3,9 \cdot 10^{-4} \text{ Ge-ra}; \\ S &= 1,24 \cdot 10^{-3} \text{ Ag-re}; & S &= 3,11 \cdot 10^{-3} \text{ Au-ra}. \end{aligned}$$

A (3) egyenlet logaritmálásával kapjuk, hogy

$$\log_{10} \left(\frac{A \log_{10} \left(\frac{I_0}{I_{tr}} \right)}{\rho t} \right) = x \log_{10} Z + \log_{10} k_2. \quad (4)$$

A (4) egyenlet bal oldalát a $\log_{10} Z$ függvényében ábrázoltam (3. ábra), hogy a rendszám kitevőjét megkapjam.

A legkisebb négyzetek elve alapján történt illesztésből a következő numerikus értékekhez jutottam:

$$\log_{10}(A \text{tg} S_i) = 1,9599 \log_{10} Z - 4,2024. \quad (5)$$

A (4) és az (5) összehasonlításából következik, hogy a $k_2 = 6,3 \cdot 10^{-5}$, így $k = 1,44 \cdot 10^{-4}$. Ezért az (1) egyenlet a következő alakban írható fel:

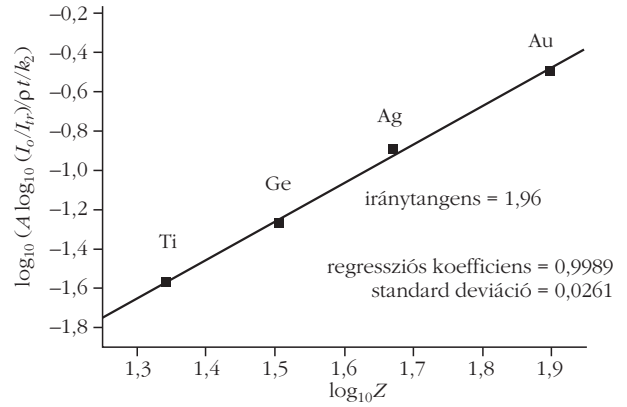
$$C = \log_{10} \left(\frac{I_0}{I_{tr}} \right) = \frac{1,44 \cdot 10^{-4} \rho t Z^{1,96}}{A}. \quad (6)$$

Általánosítás többkomponensű rétegekre

A (6) egyenlet csak egykomponensű rétegek vastagságának meghatározását teszi lehetővé, amelynek gyakorlati jelentősége viszonylag kicsi. Többkomponensű rétegek esetén a transzmittált elektronintenzitás függeni fog a vizsgált terep kémiai összetételétől is. Mint korábban megmutattam, a c_i koncentrációk segítségével a következő átlagolás végezhető el [2]:

$$\left(\frac{Z^x}{A} \right) = \sum_{i=1}^n \frac{c_i Z_i^x}{A_i}. \quad (7)$$

A (7) formula segítségével az egykomponensű rétegekre nyert (6) formula általánosítható többkomponensű rétegekre is:



3. ábra. A kontraszt rendszámfüggésének meghatározásához.

$$\rho t = \frac{\log_{10} \left(\frac{I_0}{I_{tr}} \right)}{1,44 \cdot 10^{-4} \sum_{i=1}^n \frac{c_i Z_i^{1,96}}{A_i}}. \quad (8)$$

A (8) formula szerint egy minta ρt tömegvastagsága meghatározható kontrasztmérés segítségével, amennyiben a vizsgált pont kémiai összetétele (c_i) ismert. Az esetleg ismeretlen kémiai összetétel meghatározható az elektronmikroszkóphoz csatolt röntgen- vagy elektron-spektrométer segítségével.

Tömegvastagság-mérés rendszám-kalibráció nélkül

A (8) formulában a rendszámnak 1,96-os kitevője kísérleti hibán belül megegyezik a Rutherford-közelítés 2-es exponensével. Ez lehetőséget ad arra, hogy egyszerűsítsük a tömegvastagság meghatározását a TEM-ben azáltal, hogy a kitevőt 2-nek választjuk a rendszámfüggésre a (6) egyenletben és a rendszám-kalibrációt elhagyjuk. Egyetlen arányossági tényezőt (k_2 a (3) egyenletben) kell csak meghatározni 4-5 ismert vastagságú rétegen. Tétélezzük fel, hogy az integrált transzmittált elektronintenzitást (I_{tr}) germánium rétegeken (vagy más közepes rendszámú elemeken, például Fe, Co, Ni, Cu, Zn) mérjük a 20–100 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ tömegvastagság tartományban.

$$\rho t = \frac{A \log_{10} \left(\frac{I_0}{I_{tr}} \right)}{k \log_{10}(e) Z^2} = \frac{A \log_{10} \left(\frac{I_0}{I_{tr}} \right)}{k_2 Z^2}$$

összefüggés miatt k_2 -re a következőket kapjuk:

$$k_2 = \frac{72,59 \log_{10} \left(\frac{I_0}{I_{tr}} \right)}{32^2 \rho t} = 7,088 \cdot 10^{-2} S_{\text{Ge}},$$

ahol

$$S_{Ge} = \left(\frac{\log_{10} \left(\frac{I_0}{I_{tr}} \right)}{\rho t} \right)_{Ge}$$

Így a (6)-nak megfelelő formula germánium rétegekkel való kalibráció esetén

$$\rho t = \frac{A \log_{10} \left(\frac{I_0}{I_{tr}} \right)}{7,088 \cdot 10^{-2} S_{Ge} Z^2} \quad (9)$$

alakot ölt egykomponensű rétegekre.

Többkomponensű rétegekre a (9) formula a következőképpen általánosítható:

$$\rho t = \frac{A \log_{10} \left(\frac{I_0}{I_{tr}} \right)}{7,088 \cdot 10^{-2} S_{Ge} \sum_{i=1}^n \frac{c_i Z_i^2}{A_i}}, \quad (10)$$

ahol c_i , Z_i és A_i a többkomponensű réteg komponenseinek koncentrációja, rendszáma, illetve atomsúlya.

A (9) formula helyességét ellenőriztem a 2. ábrán látható Ti, Ag és Au rétegek adatain. A $Z^{1,96}$ ((6) formula) és a Z^2 -tel számolt tömegvastagságok ((9) formula) különbsége Ti rétegekre 1,5%, Ag rétegekre 1,52% és Au rétegekre 3,5% volt.

Az rendszámfüggés feszültségfüggésének magyarázata

A (6) formula szerint az elektronszórás rendszámfüggésének kitevőjére 200 kV-os gyorsítófeszültségen kapott érték (1,96) nagyon közel áll a Rutherford-közelítés által adott 2 értékhez. Korábbi, 100 kV-os gyorsítófeszültségen végzett, más típusú mérésekben a szórás rendszámfüggésének kitevőjére 1,8-et kaptam [2]. Ez késztetett annak elemzésére, hogy mivel magyarázható a rendszám kitevőjének feszültségfüggése.

Induljunk ki az (1) alapegyenletből és hasonlítsuk össze a (11) egyenlettel, amely a jelenség egy másik oldalról való megközelítéséből adódik:

$$I_{tr} = I_0 \exp \left(-k \rho t \frac{Z^x}{A} \right), \quad (1)$$

$$I_{tr} = I_0 \exp(-N \sigma t) = I_0 \exp \left(-\frac{N_A \sigma \rho t}{A} \right), \quad (11)$$

ahol N az egységnyi térfogatban lévő atomok száma, N_A az Avogadro-szám, σ a teljes szórási hatáskeresztmetszet.

Az (1) és (11) összehasonlításából látható, hogy Z^x viselkedését a teljes szórási hatáskeresztmetszet, σ határozza meg. A teljes szórási hatáskeresztmetszet a

rugalmas (σ_e) és rugalmatlan (σ_i) szórási hatáskeresztmetszetek összegeként adódik:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_i.$$

Vizsgáljuk meg külön a rugalmas és a rugalmatlan tagot! A rugalmas szórás differenciális hatáskeresztmetszete [9]:

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} \approx \frac{4 \gamma^2 Z^2}{a_0^2 k_0^4 (\theta^2 + \theta_0^2)^2},$$

ahol $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ relativisztikus korrekció, a_0 a Bohr-sugár, $k_0 = 2\pi/\lambda$ a hullámszámvektor, θ a szórási szög,

$$\theta_0 = \frac{1}{k_0 r_0} = \frac{\lambda}{2\pi r_0} = \frac{1,226}{2\pi r_0 (U\sqrt{1+0,9788 \cdot 10^{-6} U})}$$

árnyékolási tényező, r_0 az árnyékolási sugár és U a gyorsító feszültség.

A rugalmas szórási hatáskeresztmetszet a θ_0 árnyékolási tényezőn keresztül függ a gyorsító feszültségtől. Ha $\theta_0 = 0$, akkor elhanyagoljuk az elektronburoknak az atommagra gyakorolt árnyékoló hatását és (12)-ből a Rutherford-közelítéshez jutunk el, amelyben a szórás Z^2 -es függést mutat. A Rutherford-közelítés nagy θ szórási szögekre jobban teljesül, mert az árnyékolásért felelős θ_0 (12)-ben elhanyagolhatóvá válik.

Amikor a gyorsítófeszültség nem olyan nagy, hogy az árnyékolási tényező elhanyagolható lenne, akkor az árnyékolási sugár a Thomas–Fermi-modell szerint:

$$r_0 = a_0 Z^{-1/3} = 0,0529 Z^{-1/3} \text{ nm},$$

és (12)-ben a rugalmas szórási hatáskeresztmetszet $Z^{4/3}$ -os rendszámfüggést mutat (lásd a bevezetőben említett Moliere-közelítést). A k_0 hullámszámvektor fontos szerepet játszik az árnyékolásban, ezért σ_e függ az elektronok λ hullámhosszától, következésképpen a gyorsítófeszültségtől is.

A rugalmatlan szórás függését a gyorsítófeszültségtől hasonlóképpen mutathatjuk meg. A rugalmatlan szórás differenciális hatáskeresztmetszete [10]:

$$\frac{d\sigma_i}{d\Omega} = \frac{4 \gamma^2 Z}{a_0^2 q^4} \left\{ 1 - \frac{1}{[1 + (q r_0)^2]^2} \right\}. \quad (13)$$

Itt $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ relativisztikus korrekció, q a szórásvektor, $q^2 \approx k_0^2 (\theta^2 + \theta_0^2)$.

A (13) egyenlet közvetlenül is tartalmazza az r_0 árnyékolási sugarat és implicite a k_0 hullámszámvektort, ahogy a (12) egyenlet is. Így semmi kétség nincs afelől, hogy a σ_i rugalmatlan szórási hatáskeresztmetszet is függ a gyorsító feszültségtől. A diszkussziót azzal kezdtem, hogy a Z^x viselkedését a σ határozza meg, így a σ feszültségfüggésének bizonyításával azt bizonyítottam (amit kísérletileg is kaptam), hogy az

elektronszórás rendszámfüggésének x kitevője függ a gyorsítófeszültségtől.

Röviden és szemléletesen úgy összegezhethetjük a fenti magyarázatot, hogy egyre növekvő gyorsítófeszültségnél egyre kevésbé árnyékolják le az atommagokat saját elektronjaik.

A tömegvastagság ismeretének hasznosítása az elektronsugaras röntgen mikroanalízisben

A vékonyrétegek elektronsugaras röntgen mikroanalízisben nagy jelentősége van a tömegvastagság ismeretének, ugyanis a vékony mintákban elektronbesugárással kiváltott röntgensugárzás intenzitása ($I_{\text{rfg},i}$) lineárisan függ a minta tömegvastagságától. Egy n -komponensű mintára:

$$I_{\text{rfg},i} = k_i c_i \rho D f_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

ahol k_i arányossági tényező, amely ismert vastagságú, egykomponensű rétegek segítségével meghatározható, c_i az i -edik elem koncentrációja, ρ a minta sűrűsége, D a minta lineáris vastagsága, ρD a minta tömegvastagsága, f_i korrekciós tényező, amely a röntgensugárzás mintában való abszorpcióját és fluoreszcenciáját veszi figyelembe, értéke vékony rétegekre 1.

Egy n -komponensű mintánkra n darab egyenlünk van, de az ismeretlenek száma $n+1$ (a minta tömegvastagsága ρt az $(n+1)$ -edik ismeretlen). Ha nem ismerjük a tömegvastagságot, akkor a koncentrációk 100%-ra való normálására kényszerülünk, ami sok pontatlanságot okozhat kis koncentrációjú komponenseknél a nem mért vagy pontatlanul mérhető könnyű elemek miatt. Végző soron az együttes röntgenmérés és elektronintenzitás-mérés azt eredményezi, hogy az ismeretlenek és a rendelkezésre álló

egyenletek száma megegyezik. A koncentrációk összegének 100%-tól való eltérése jól használható a mérések pontosságának jellemzésére, továbbá felhívhatja a figyelmet a vékonyréteg kritériumtól való eltérésre ($f_i \neq 1$) és szükség esetén a röntgensugárzás mintában történt abszorpciójának a korrekciójára.

Összefoglalás

Összefoglalva elmondhatjuk, hogy 200 kV-on vagy ennél nagyobb gyorsítófeszültségeken az elektronok szórására teljesül a Rutherford-közelítés, azaz a Z^2 -es rendszámfüggés. Ezt a tényt jól lehet hasznosítani a transzmissziós elektronmikroszkópban végrehajtott tömegvastagság-mérésben és kvantitatív elektronsugaras mikroanalízisben.

Irodalom:

1. Pozsgai I.: Szupravezető röntgendetektorok. *Fizikai Szemle* 56/4 (2006) 109.
2. I. Pozsgai, Á. Barna: Wavelength-dispersive microanalysis in the transmission electron microscope. *Scanning Electron Microscopy 2* (1983) 585–601, SEM Inc. AMF O'Hare (Chicago) IL 60666, USA
3. I. Pozsgai: Thickness determination by measuring electron transmission in the TEM at 200 kV. *Ultramicroscopy* 68 (1997) 69–75.
4. I. Pozsgai: Mass thickness determination and microanalysis of thin films in the TEM – revisited. *Ultramicroscopy* 107 (2007) 191–195.
5. L. Reimer: Zur Elektronenabsorption dünner Metallaufdampfschichten im Elektronenmikroskop. *Zeitschrift für Angewandte Physik* (1957) 34–38.
6. F. Lenz: Zur Steuerung mittelschneller Elektronen in kleinste Winkel. *Zeitschrift für Naturforschung* (1954) A9, 185.
7. G. Molière: Theorie der Steuerung schneller geladener Teilchen. *Zeitschrift für Naturforschung* (1949) A2, 133.
8. E. Ruska, *Zeitschrift für Naturforschung* (1938) 402.
9. R. F. Egerton: *Electron Energy-Loss Spectroscopy in the Electron Microscope*. Plenum Press, New York and London, 1986. p. 291
10. L. Reimer: *Transmission Electron Microscopy*. Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag, Berlin, 1984. p. 146

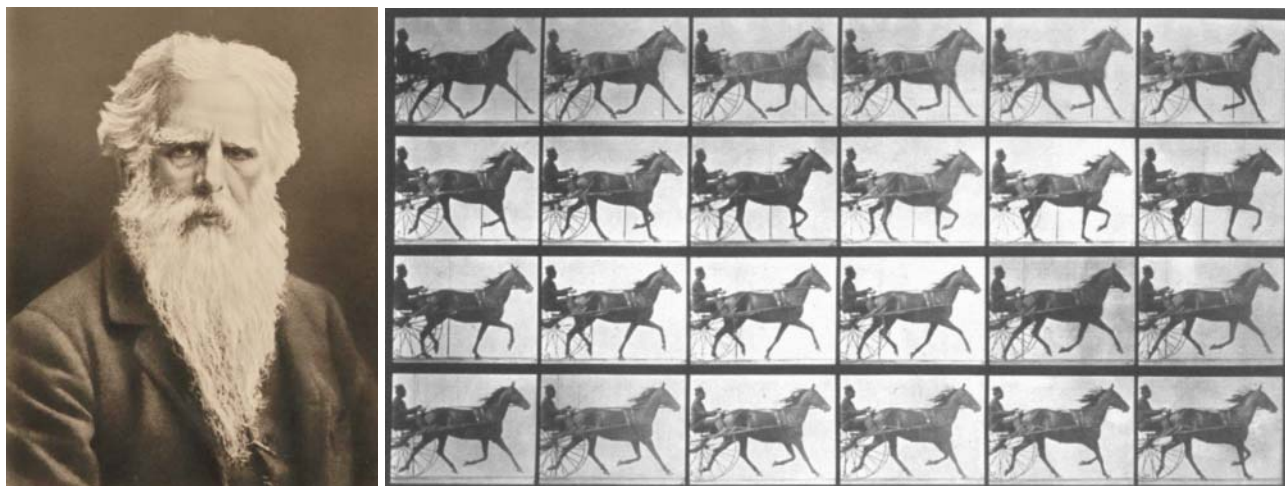
AZ ŐSEMBER HELYESEBBEN ÁBRÁZOLTA A NÉGYLÁBÚAK JÁRÁSÁT, MINT A MODERN MŰVÉSZ

Hibás művészeti járásábrázolások az őskortól napjainkig

Farkas Etelka, Horváth Gábor, ELTE, Fizikai Intézet, Biológiai Fizika Tanszék, Budapest
Boncz Ildikó, Nyugat-Magyarországi Egyetem, Fizika Tanszék, Szombathely
Kriska György, ELTE, Biológiai Intézet, Biológiai Szakmódszertani Csoport, Budapest

Az állati mozgásnak egy több százmillió éves evolúción alapuló, tudományos úton vizsgálható biomechanikai szabályrendszere van, amit először Eadweard Muybridge (1830–1904) skót származású amerikai fényképész dokumentált. Az 1887-ben publikált *Animal Locomotion* című könyvsorozat megjelenésével bárki utánanézhethet annak, hogy a négy lábú állatok miként járnak. Azt gondolhatnánk, hogy az

azóta eltelt több mint 120 év elegendő volt ahhoz, hogy Muybridge úttörő munkássága kibathasson a négy lábúak képzőművészeti járásábrázolásának helyességére. Azonban azt tapasztaltuk, hogy a Muybridge műveinek megjelenése után készült festmények, domborművek, grafikák és lovasszobrok számtalán hibásan jelenítik meg a négy lábúak járását. Célunk annak kiderítése volt,



1. ábra. Eadweard Muybridge (1830–1904) fényképportréja és egy részlet az *Animal Locomotion* című könyvéből.

bogy az 1887 után készült képzőművészeti négylábú járásábrázolásoknál javult-e a helyes ábrázolások aránya az 1887 előttiékhöz képest. Muybridge munkásságának a képzőművészekre kifejtett hatását ezer darab, 1887 előtt és után készített, négylábú állatok lassú járását ábrázoló festmény, grafika, dombormű és lovasszobor fényképének biomechanikai elemzésével és ezek összehasonlításával vizsgáltuk. Arra az eredményre jutottunk, hogy a Muybridge (1887) előtt készített négylábú járásábrázolások hibaráta 83,5% volt, míg a Muybridge (1887) után készítetté 57,9%. E 25,6%-os javulásból arra lehet következtetni, hogy a művészek egy hányada ismerhette Muybridge munkásságát és figyelembe vette Muybridge idevonatkozó eredményeit a négylábúak járásának képzőművészeti ábrázolásakor. Ezen kívül érdekes eredményre vezetett az őskori járásábrázolások vizsgálata, amennyiben kiderült, hogy ezek hibaráta csak 46,2% volt, ami jóval kisebb, mint az őskor utáni járásábrázolásoké. Ezek szerint az ősemberek jobban megfigyelték és így pontosabban ábrázolták sziklafestményeiken és -véseteiken a négylábú zsákmányállataik járását.

A lehető legnagyobb állásszilárdságot biztosító lépéssorrend minden négylábú állat járására azonos. Ennek képlete –BH–BE–JH–JE–, ahol BH a bal hátsó lábat, BE a bal első lábat, JH a jobb hátsó lábat, JE pedig a jobb első lábat jelenti [1–6]. Ezt először a skót származású amerikai fényképész, Eadweard Muybridge (1830–1904) (1. ábra) fedezte föl, amikor számos négylábú állat mozgásáról készített fényképfelvétel-sorozatokat. Az eredményeit összefoglaló főműve 1887-ben jelent meg *Animal Locomotion* [7] címmel.

Ily módon tehát 1881–1899 óta tudhatjuk, hogyan járnak a négylábú állatok. Azt gondolhatnánk, hogy az azóta eltelt idő elegendő volt ahhoz, hogy a lovakat és más négylábú állatokat ábrázoló képzőművészek megtanulhatták helyesen ábrázolni ezen állatok járását. A tapasztalat viszont nem ezt mutatja. Még manapság is rengeteg helytelen művészeti járásábrázolásra bukkanhat a témában járatos megfigyelő [8–10]. Ilyen hibák

tömkelege fordul elő például tudományos és művészeti állatanatómiai tankönyvekben [11].

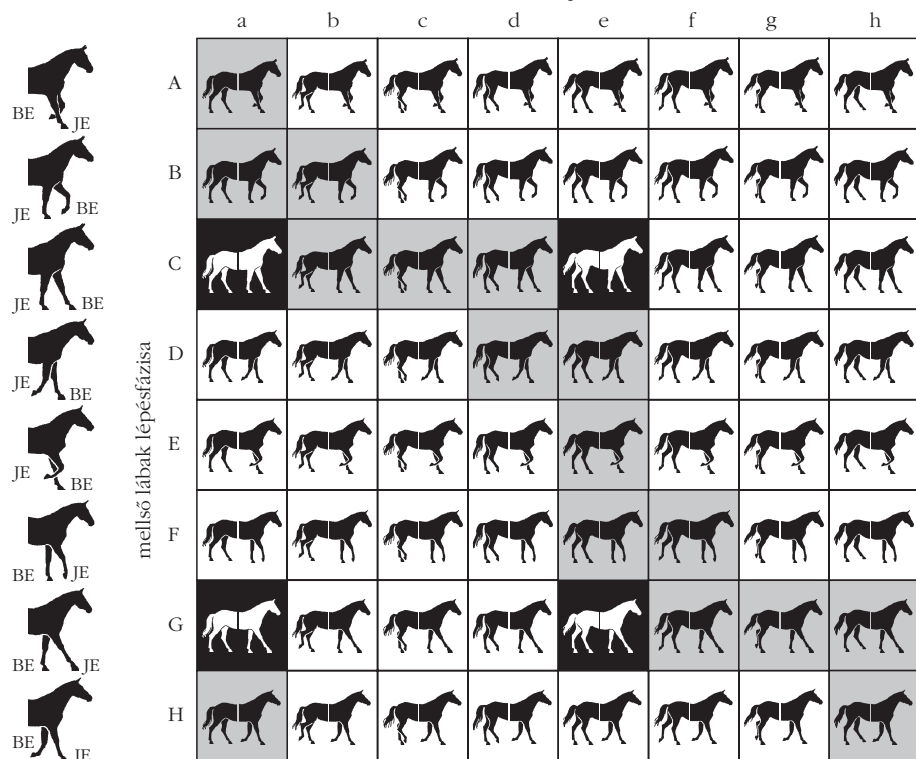
Az ember történelme során a négylábú állatok közül a ló játszotta a legnagyobb szerepet. Az őskori barlangrajzokon is jóval az emberábrázolás előtt jelent meg a ló ábrázolása, és a képzőművészeti ágak további fejlődése folyamán is a ló szerepelt legtöbbször az állatokat, mint fő- vagy melléktémát ábrázoló műalkotások között. Mivel a ló lassú járásának egyes mozzanatai is már csak nagy nehézségek árán figyelhetők meg, ezért nem csodálkozhatunk azon, hogy a képzőművészek nem mindig ábrázolják helyesen a négylábúak járását. Csak a fényképezés, majd később a mozgófilm technológiáinak föltalálása után vált lehetővé a járás részleteinek megfigyelése és tudományos értékű dokumentálása. Ennek ellenére Muybridge munkásságának 1904-es befejeződése után is számtalan járásábrázolási hiba fordul elő a legújabb műalkotásokban is [8].

Kutatásunk célja annak vizsgálata volt, hogy Muybridge munkássága mennyire volt befolyással a lójárási képzőművészeti ábrázolásaira. Ehhez négylábú állatok 1000 művészeti járásábrázolását gyűjtöttük össze különféle forrásokból. E műalkotásokat a következő három csoportra osztottuk: (i) őskori járásábrázolások, (ii) az *Animal Locomotion* 1887-es megjelenése előtti járásábrázolások, (iii) az *Animal Locomotion* 1887-es megjelenése utáni járásábrázolások. Ezek helyességét elemeztük biomechanikailag egy jól bevált módszerrel [6, 9, 10].

Az állatok ábrázolása egészen az őskorig nyúlik vissza, amikor az ősemberek barlangrajzokkal és -vésetekkel örökítették meg a különböző zsákmányállataikat. Mivel az állatok megfigyelése számukra nemcsak szórakozást jelentett, hanem a túlélésüket is segítette, ezért föltételezhetjük, hogy a természethez nem olyan szorosan kötődő, attól kevésbé függő leszármazottaikhoz képest a sziklarajzokat és -véseteket készítő ősemberek jobban megfigyelték, és ezáltal talán élethűbben ábrázolták az állatok járását is. Érdekes kérdés, hogy vajon ez tényleg így volt-e. Ezért gyűjtöttünk és elemeztünk számos őskori járásábrázolást is.



hátsó lábak lépésfázisa



2. ábra. Balról jobbra haladó lovak mellső és hátsó lábai lépésfázisainak 8x8-as járasmatrixa, amelyben a sorok a mellső lábpár, az oszlopok pedig a hátsó lábpár 8-8 eltérő helyzetét tartalmazzák. Egy adott cellában a cella sorához tartozó mellső lábpár áll párban a cella oszlopának megfelelő hátsó láppárral. A négylábú járásábrázolás valóságű, helyes fázisainak a fekete és szürke cellák felelnek meg, míg a fehér cellák nem valóságű, helytelen fázisok.

Vizsgálati módszer

Négylábú járásábrázolások gyűjtése

Elemzéseink alapjául képzőművészeti alkotások, festmények, domborművek és szobrok fényképei szolgáltak. E képek különböző nyomtatott és elektronikus médiából származtak (például [11]). Csak négylábúak olyan járását ábrázoló művekkel foglalkoztunk, amelyekben az állat egyértelműen jár: egy vagy két lába a levegőben van, vagy éppen talajt fog, azaz két- vagy háromláb-alátámasztásról van szó. Munkánk legidőigényesebb része maga a járásábrázolások összegyűjtése volt, amiben az Internet sokat segített, de még ott sem könnyű a statisztikai elemzéshez elegendő számú járásábrázolást összegyűjteni.

Állatábrázolások elemzése

Vettük a négylábú állatok járásciklusa 8 fő mozzanatának oldalról történő ábrázolását (8 lépő fekete lókontúrt). A függőleges hosszanti felező sík-

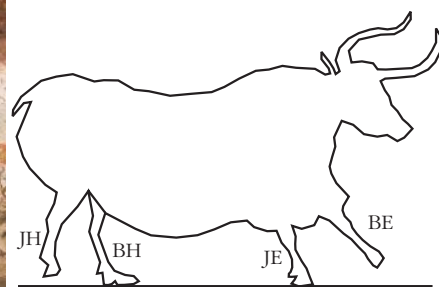
jukra merőlegesen kettévágtuk e lovakat. Így 8 darab mellső és 8 darab hátsó, egyenként különböző lábpárhoz jutottunk a 2. ábrán látható módon, amelyek közül a mellsőket A, B, C, D, E, F, G, H betűkkel jelöltük, míg a hátsókat a, b, c, d, e, f, g, h betűkkel. Ezen mellső és hátsó lábpárhoz jutottunk minden lehetséges módon párba állítottuk, miáltal a 2. ábra szerinti 8x8-as táblázatot kaptunk, amit járasmatrixnak hívunk. A járasmatrix elemeinek (celláinak) jelölésénél az első, nagybetűs karakter a mellső, a második, kisbetűs karakter pedig a hátsó láppárra utal.

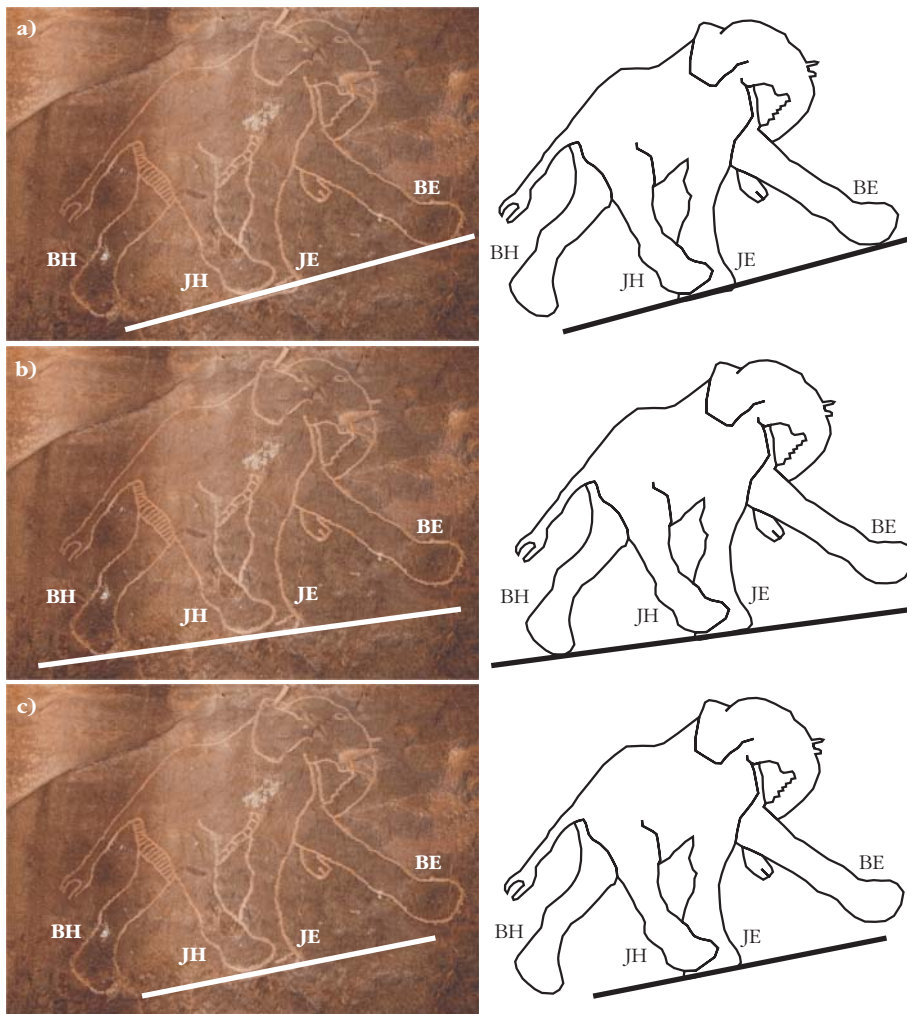
A járasmatrixban a helyes lépésfázisú elemek feketék, ha a talajon van mind a négy láb, és szürkék, ha egy vagy két láb van a levegőben, míg a helytelen lépésfázisú elemek fehérek. A helyes lépésfázisokat úgy kaptuk, hogy az összes négylábú lassú és gyorsított járására jellemző –BH–BE–JH–JE– lépéssorrendnek megfelelően végigkövettük a talajon és levegőben

lévő lábak egymáshoz képesti helyzeteinek sorozatát, és megkerestük a járasmatrix ezeknek megfelelő celláit.

Mivel a járasmatrix négyláb-alátámasztásos elemei (ahol mind a négy láb a talajon van) mindig helyes, valóságű járásábrázolást jelentenek, ezért az ilyen ábrázolásokat kirekesztettük a vizsgálatunk köréből. Négyláb-alátámasztáskor két általános eset létezik: az egyiknél a talajon nyugvó lábak végei egy trapéz (járasmatrix *Ce* és *Ga* cellái), a másiknál pedig megközelítőleg egy paralelogrammát (járasmatrix *Ca* és *Ge* cellái) alkotnak. A kétláb-alátámasztásos járásábrázolásoknál körültekintő elemzésre volt szükség, mivel itt

3. ábra. Szarvasmarha ábrázolása a francia Lascaux barlangból (<http://www.donsmaps.com>).





4. ábra. Elefánt ábrázolása a líbiai Tadrart Acacus mellett (<http://www.galuzzi.it>).

c) csak a JH és JE lábak érik a talajt, a BH láb fölemelési, a BE láb pedig letevési fázisban van. E három esetben a járásábrázolás járásmátrixbeli célja rendre a *Be*, *Cf* és *Bf*, amelyek mind helytelenek.

Összesen 39 hasonló őskori járásábrázolást elemeztünk, amiből $J = 21$ volt jó és $H = 18$ volt hibás. Ez $r = H/(J+H) = 18/39 = 46,2\%$ hibaráttát jelent. Az őskori járásábrázolások járásmátrixbeli eloszlását az 1. táblázat mutatja.

Őskor utáni járásábrázolások

Az 5. ábrán Benozzo Gozzoli *Magnus Balthazar körmenete* című, Muybridge előtti festményén helyes a lójárás, mivel a járásábrázolás a járásmátrix *Ba* cellájába esik. A 6. ábrán Győrfi Lajos III. Jan Sobieski lengyel királyt ábrázoló, Muybridge utáni lovaszobra esetén szintén helyes a lójárás, mert a járásábrázolás a járásmátrix *Ee* cellájába tartozik.

A 7. ábra Leonardo da Vinci egyik lórajzát mutatja. E Muybridge előtti járásábrázolás helytelen, mert a járásmátrix *Eb* cellájába esik. A 7.c ábrán egy lehetséges javítási mód látható, amikor a hátsó lábakat megtartottuk és a mellső lábak tartását úgy javítottuk, hogy az így

pontosan föl kellett térképezni a lábak fázisát, a nyak, farok, sörény, fej és törzs tartását is.

Az őskori képek elemzésénél gyakran gondot jelentett, hogy az állatok alá nem rajzoltak talajt, ami miatt nem mindig egyértelmű a lábak helyzete a talajhoz képest. E bizonytalanság miatt az őskori rajzokon és véseteken feltüntettük a talaj általunk föltételezett logikus irányját. A talaj egyenesét mindig úgy rajzoltuk be, hogy legalább egy hátsó és egy mellső láb legyen a talajon.

Eredmények

Őskori járásábrázolások

Példaként csak két őskori járásábrázolást hozunk föl, egy barlangfestményt és egy sziklavésetet. A 3. ábrán látható szarvasmarha BH és JE lábai a talajon vannak, a JH lábát éppen emeli, a BE lábát pedig a földre teszi. E helyes járásábrázolás a járásmátrix *Bb* cellájába tartozik.

A 4. ábra elefántjánál három eset lehetséges: a) a JH, JE és BE lábak a talajon helyezkednek el, a BH láb pedig a levegőben van; b) az elefánt a BE lábát éppen fölemeli, a JH, JE és BH lábai pedig a talajon vannak;

és a mellső lábak tartását úgy javítottuk, hogy az így

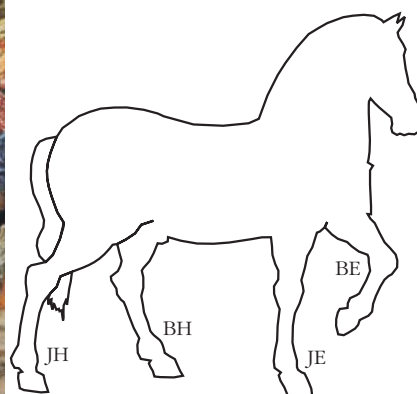
1. táblázat

A járásmátrix celláiban elhelyezkedő helyes (szürke) és helytelen (fehér) őskori járásábrázolások száma

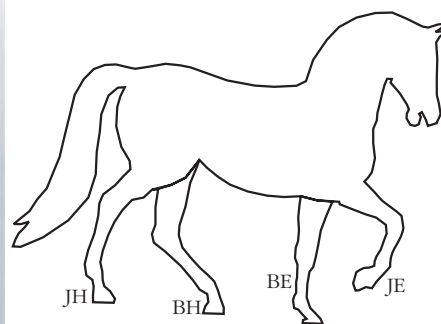
| | a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | | | | | | | |
| B | 3 | 6 | | | 3 | 4 | | |
| C | | 3 | | | | 1 | | |
| D | 1 | | | | | 1 | | 1 |
| E | | | | | | | | |
| F | | 3 | | | 3 | 1 | | 1 |
| G | | | | 1 | | 1 | | |
| H | | 1 | | | | 1 | | 4 |

adódó helyes járásábrázolás a járásmátrix *Gb* cellájába essen. A 7.d ábrán a mellső lábakat tartottuk meg és a hátsó lábak tartását úgy módosítottuk, hogy az eredményül kapott helyes járásábrázolás a járásmátrix *Ee* cellájába essen. A 8. ábra Anna Hyatt Huntington *Monumento el Cid* című lovasszobrát mutatja. E Muybridge utáni lójáras-ábrázolás is helytelen, mert a járásmátrix *Bd* cellájába esik. A 8.c ábrán a hátsó lábak megtartásával úgy javítottuk a mellső lábak tartását, hogy az így adódó helyes járásábrázolás a járásmátrix *Cd* cellájába essen. A 8.d ábrán pedig a mellső lábakat tartottuk meg és a hátsó lábak tartását azonképpen javítottuk, hogy az így kapott helyes járásábrázolás a járásmátrix *Bb* cellájába essen.

Az őskoriak kivételével összesen 961 járásábrázolást gyűjtöttünk és elemeztünk. Ebből $J = 334$ volt jó, és $H = 627$ volt hibás, ami $r = 627/961 = 65,2\%$ hibaráta-t jelent. Összesen 1000 (őskori és őskor utáni) járásábrázolást vizsgáltunk, melyekből $J = 355$ volt jó, és $H = 645$ volt hibás, ami $r = 645/1000 = 64,5\%$ hibaráta-nak felel meg. Mivel az is ér-



5. ábra. Benozzo Gozzoli *Magnus Balibazar körmenete* (<http://www.abcgallery.com>) című, Muybridge előtti festményén a lójáras ábrázolása helyes, mert a járásmátrix *Ba* cellájába esik.



6. ábra. Győrfi Lajos III. Jan Sobieski lengyel királyt ábrázoló (Párkány), Muybridge utáni lovasszobrán (Horváth Gábor fényképe) a lójáras ábrázolása helyes, mert a járásmátrix *Ee* cellájába esik.

2. táblázat

A járásmátrix celláiban elhelyezkedő helyes (szürke) és helytelen (fehér) járásábrázolások száma a Muybridge előtti művek esetén az őskoriak kivételével

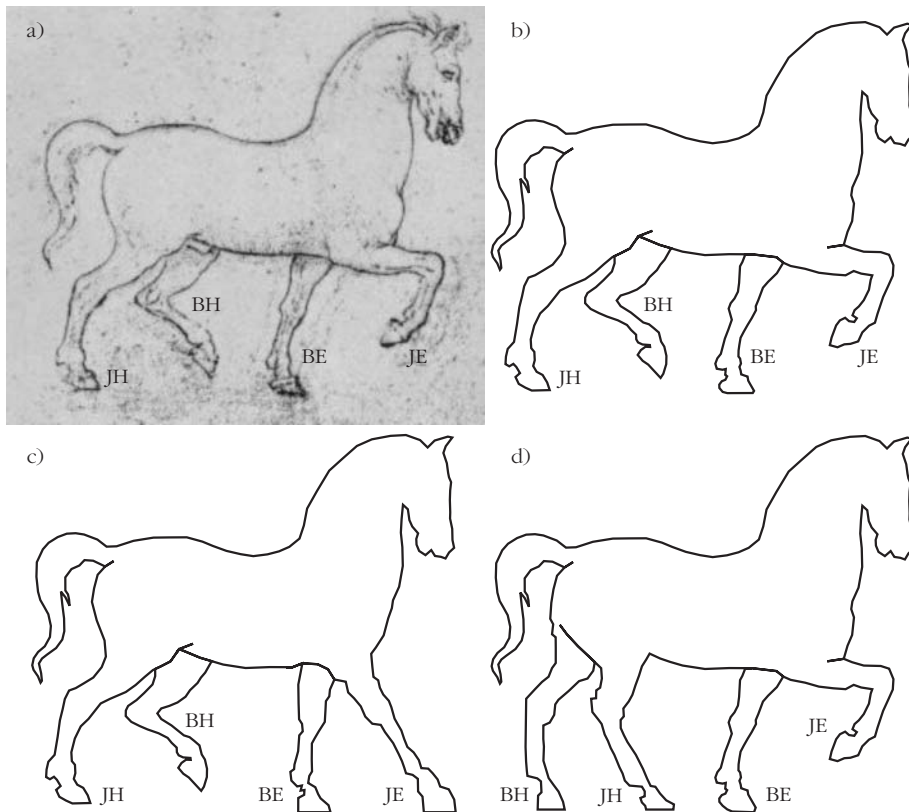
| | a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|----|---|---|----|---|---|----|----|
| A | 1 | | 2 | 4 | | | | |
| B | 17 | 9 | 7 | 35 | 5 | 3 | 5 | 17 |
| C | | | 1 | 1 | | | 1 | 1 |
| D | | | | | 4 | | 1 | 3 |
| E | 6 | | 5 | 5 | 6 | 1 | 21 | 53 |
| F | 4 | | | | 2 | | 9 | 33 |
| G | | 1 | 1 | 1 | | | | 3 |
| H | | | | 1 | 1 | | 1 | 1 |

3. táblázat

A járásmátrix celláiban elhelyezkedő helyes (szürke) és helytelen (fehér) járásábrázolások száma a Muybridge utáni művek esetén

| | a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| A | 23 | 9 | 9 | 11 | 1 | | | 1 |
| B | 52 | 24 | 29 | 73 | 30 | 3 | 6 | 7 |
| C | | 10 | 10 | 11 | | 2 | 3 | 2 |
| D | 5 | | 1 | 12 | 26 | 9 | 5 | 3 |
| E | 7 | 2 | 1 | 6 | 25 | 13 | 31 | 37 |
| F | 22 | 4 | | 2 | 21 | 22 | 13 | 36 |
| G | | 4 | 1 | | | 9 | 15 | 15 |
| H | 12 | 1 | | 1 | 1 | 2 | 4 | 2 |

dekltek bennünket, hogy változott-e a hibaráta Muybridge munkássága következtében, ezért külön vettük az 1887 előtt és után készített járásábrázolásokat az őskoriak kivételével. A Muybridge előtről származó képzőművészeti járásábrázolások járásmátrixát a 2. táblázat mutatja. A 272 elemezhető eset közül a jó járásábrázolások száma $J = 45$ volt, a hibásoké pedig $H = 227$, így a hibaráta $r = 227/272 = 83,5\%$. A Muybridge utáni művek járásmátrixát a 3. táblázat szemlélteti.



7. ábra. Leonardo da Vinci (http://www.davincisketches.com), Muybridge előtti rajzán (a) és annak vázlatán (b) a lójárás ábrázolása helytelen, mert a járásmátrix *Eb* cellájába esik. (c) A hátsó lábak megtartásával így lehetne javítani a mellső lábak tartását, amikor a helyes járásábrázolás a járásmátrix *Gb* cellájába esik. (d) A mellső lábak megtartásával így lehetne javítani a hátsó lábak tartását, amikor a helyes járásábrázolás a járásmátrix *Ee* cellájába esik.

A 686 Muybridge utáni járásábrázolás közül $J = 289$ volt jó és $H = 397$ volt hibás, ami $r = 397/686 = 57,9\%$ -os hibarátának felel meg.

Külön elemeztük a lovasszobrokat, valamint a festményeket, grafikákat és domborműveket. A 359 lovasszoborból a jó járásábrázolásúak száma $J = 124$ volt, míg a hibásoké $H = 235$, ami $r = 235/359 = 65,5\%$ -os hibarátát jelent. Az elemzett festmények, rajzok és domborművek száma 602 volt. Ebből $J = 210$ volt jó, és $H = 392$ bizonyult hibásnak, ami $r = 392/602 = 65,1\%$ -os hibarátára vezetett. A 829 lóábrázolás (őskori és őskor utáni festmény, rajz, dombormű, lovasszobor) közül $J = 244$ volt jó, és $H = 585$ volt hibás. Ez $r = 585/829 = 70,6\%$ -os hibarátát jelent.

Elemzés

Egy korábbi hasonló vizsgálatban [6, 9, 10] 307 darab két- és háromláb-alátámasztásos négylábú járásábrázolás hibarátáit határoztuk meg:

- A budapesti, bécsi, oslói, oului, firenzei és a Világhálón talált *természettudományi múzeumok*beli kitömött emlősök járásábrázolásainak 41,1%-a volt rossz.

- A Van Dyke, McKenzie és Jonas *múzeumi termékkatalógusok*beli járásábrázolások 43,1%-a bizonyult helytelennek.

- Az *állatanatómiai tankönyvek*ben található emlősök (főleg lovak) járásának 63,6%-a volt hibás.

- A Világhálón és egyéb forrásból gyűjtött *négylábú játékok állatfigurák* (zömében lovak) járásábrázolásainak 50%-a volt rossz.

- Az összes (307) vizsgált járásábrázolás közül a rossz ábrázolások aránya 46,6%-nak adódott.

- A négylábú járásábrázolások közül a *lovak* esetében 50,4%-os volt a hibaráta.

- A *lókalkatúak* (szamarak, őzek, szarvasok, zebrák, antilopok, impalák, gazellák, kuduk, okapik, dikdikiek, bongók, nyalák, oribik) járásábrázolásainak 43,4%-os volt a hibaránya.

- A *lovak és lókalkatúak* együttes járásábrázolásait tekintve, 48,2%-os hibarátát találtunk.

A 4. táblázat azon járásmátrixot mutatja, amelynek minden cellájában 1-es érték helyezkedik el annak érdekében, hogy szemléltessük a vakszerencséhez, a tökéletes véletlenszerűséghez tartozó valószínűség számítását: Ekkor a jó (J) és hibás (H) járásábrázolások száma $J = 16$ és $H = 44$,

4. táblázat

**Azon járásmátrix, amelynek minden cellájában 1 helyezkedik el.
Ekkor a jó (szürke, J) és hibás (fehér, H) járásábrázolások száma $J = 16$ és $H = 44$.
Ez $r = H/(H+J) = 44/60 = 73,3\%$ hibarátát jelent, ami a vakszerencsének, a teljes véletlenszerűségnek felel meg**

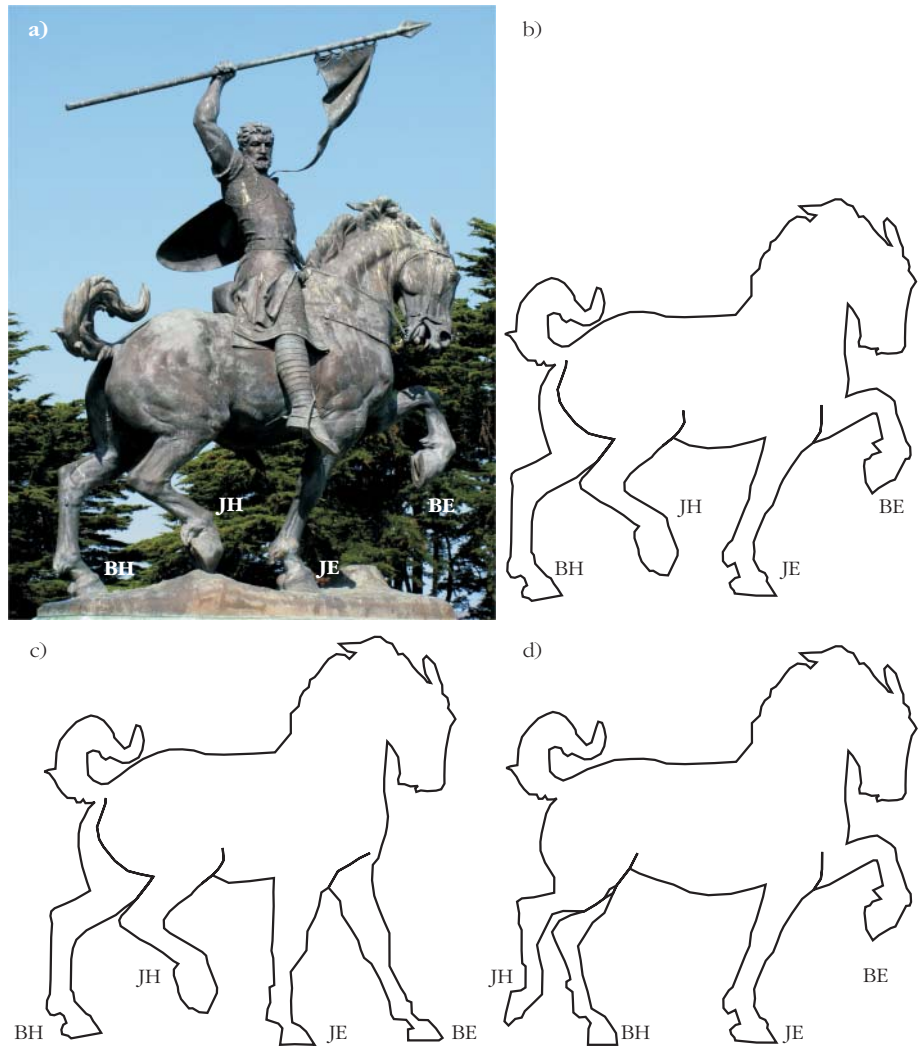
| | a | b | c | d | e | f | g | h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| B | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| C | | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 |
| D | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| E | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| F | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| G | | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 |
| H | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

ami $r = H/(H+J) = 44/60 = 73,3\%$ hibarátát jelent. Ha tehát egy művész teljesen véletlenül választaná meg az általa ábrázolandó négy lábú állat lábainak tartását, vagyis a vak-szerencsére bízna a járásmátrixból való választást, akkor 73,3% valószínűséggel követne el hibát.

Összefoglalva eredményeinket; a művészeti négy lábú járásábrázolások különböző kategóriák szerinti r hibarátái a következőképpen alakultak:

- Az *őskori járásábrázolások* (1. táblázat) hibaránya: $r = 46,2\%$.
- Az *őskor utáni járásábrázolások* hibaránya: $r = 65,2\%$.
- Az 1000 (*őskori és őskor utáni*) járásábrázolás hibaránya: $r = 64,5\%$.
- A *Muybridge előtti járásábrázolások* (2. táblázat) hibaránya: $r = 83,5\%$.
- A *Muybridge utáni járásábrázolások* (3. táblázat) hibaránya: $r = 57,9\%$.
- A *lovasszobrok* hibaránya: $r = 65,5\%$.
- A *festmények, rajzok és domborművek* együttes hibaránya: $r = 65,1\%$.
- A *lójárásképek* hibaránya: $r = 70,6\%$.

Az általunk vizsgált négy lábú járásábrázolások közül a legkisebb hibaránya, 46,2% az őskori járásábrázolásoknál fordult elő (1. táblázat), ami igen közel esik a korábban vizsgált [6, 9, 10] természettudományi múzeumi, anatómia-tankönyvi és játék állatfigurás járásábrázolások 46,6%-os hibarányához. Ez az 50%-hoz közeli hibavalószínűség azonban nem azt jelenti, hogy véletlenszerűen ábrázolták a négy lábúak járását. Ugyanis, ha megnézzük, hogy az összes lehetséges két-, illetve háromláb-alátámasztásos járásábrázolásból hány százalék a helytelen, akkor a 4. táblázat alapján azt találjuk, hogy ez 73,3%. Ehhez képest a 46,2%-os őskori hibaránya egészen alacsonynak tekinthető, ami azt mutatja, hogy az ősemberek 53,8%-ban tudatosan, helyesen ábrázolhatták zsákmányállataik járását, és igen jó megfigyelők voltak. Ez érthető is, hiszen vadászó életük erősen függött az állatoktól, főleg a négy lábú zsákmánytól, aminek viselkedését a könnyebb elejthetőség érdekében jól megfigyelték. Gyakran hosszan üldözték ezen állatokat, miközben alaposan megfigyelhették a járásukat, mozgásukat is. Mikor a zsákmányállatokat a sziklára rajzolták, fes-



8. ábra. Anna Hyatt Huntington *Monumento el Cid* (<http://www.flickr.com>) című, Muybridge utáni lovasszobrán (a) és annak vázlatán (b) a lójárásképek helytelen, mert a járásmátrix Bd cellájába esik. (c) A hátsó lábak megtartásával így lehetne javítani a mellső lábak tartását, amikor a helyes járásábrázolás a járásmátrix Cd cellájába esik. (d) A mellső lábak megtartásával így lehetne javítani a hátsó lábak tartását, amikor a helyes járásábrázolás a járásmátrix Bb cellájába esik.

tették vagy vésték, tették ezt sokszor azzal a szándékkal, hogy isteneiket, szellemeiket a vadászataik sikerére kérjék. Ehhez valószínűleg fontosnak tartották az elejtendő állatok minél pontosabb, élethűbb ábrázolását is, aminek része a lábak mozgás közbeni tartásának helyes megjelenítése. Talán részben ezzel magyarázható az őskori járásábrázolások 50%-nál is kisebb hibaránya. De könnyen lehet, hogy e barlangrajzok során egyszerűen csak azt festették, rajzolták, vésték a sziklába, amit a saját szemükkel láttak vadászat közben, s így váltak meglehetősen valószínűvé az őskori járásábrázolások.

Az őskori állatábrázolások viszonylag sematikusak és néha torznak tűnnek (3. ábra). Ennek vélhetőleg nem az volt az oka, hogy még kezdetleges volt az ősember ábrázoló képessége. Egyik magyarázat lehet e rajzok célja, azaz az elejtendő vad húsának birtoklása. Az őskori termékenységszobrokhoz hasonlóan a hangsúly itt is a fontos testrészek, jelen esetben a húsos régiókon van. Másrészt a korántsem ideális körülményekkel, a sziklafelület egyenetlenségével és

a rajzfelületnek a festéshez, rajzoláshoz, véséshez kényelmetlen, kifejezetten rossz elhelyezkedésével, irányulásával is magyarázható. Gondoljuk csak meg, mennyivel kényelmetlenebb lehet egy sziklabarang mennyezetére fáklyafényben bármit is rajzolni, mint egy világos műterem festővászna előtt ülve vagy állva festegetni.

Ha jobban belegondolunk, az őskori járásábrázolások 46,2%-os hibaráta teljesen meglepően kicsinek tűnik, főleg a későbbi képzőművészeti járásábrázolások sokkal magasabb hibarátaához (57,9%-65,2%-83,5%) képest. A 46,2%-os őskori hibaráta csak 4,45%-kal több, mint a Muybridge előtti 83,5%-os hibaráta fele. Azt is várhattuk volna, hogy a fejletlenebb kultúrával és ábrázolási technikával rendelkező ősemberek sokkal nagyobb hibaarányal dolgozhattak, mint az őskor utáni, de még Muybridge előtti korok képzőművészei. Mégis, éppen az ellenkezője derült ki, vagyis az ősember ábrázolta majdnem fele akkora hibaráttal a négylábúak járását. Ennek lehetséges okait fent említettük. Az őskori járásábrázolások 46,2%-os hibaráta felülről közelíti a korábban vizsgált [6, 9, 10] természettudományi múzeumi járásábrázolások 41,1–43,1%-os hibarátaát. Arra jutottunk tehát, hogy az ősember közel olyan pontossággal ábrázolta zsákmányállatai járását, mint a természettudományi múzeumok állatpreparátorai.

Az őskor utáni összes vizsgált művészeti járásábrázolás 65,2%-os hibaráta csak 8,1%-kal kevesebb a véletlenszerű járásábrázolás 73,3%-ánál (4. táblázat). Ezért azt mondhatjuk, hogy az őskor utáni képzőművészek majdnem a vakvéletlennek engedelmességgel ábrázolták a négylábúak járását, ellentétben az ősemberekkel, akik törekedtek az élethűbb járásábrázolásra, s így csak 46,2%-os hibaráttal dolgoztak.

Muybridge munkássága előtt az őskor utáni járásábrázolások hibaráta 83,5% (2. táblázat) volt, amely érték 57,9%-ra csökkent Muybridge után (3. táblázat). E 25,6%-nyi csökkenés logikus módon föltételezhetően Muybridge munkásságának a képzőművészekre kifejtett pozitív hatásaként magyarázható. A Muybridge után készített festményeknél, rajzoknál, domborműveknél és szobroknál a fényképezési technika rohamos és egyre széleskörűbb elterjedése is befolyással lehetett a művészeti járásábrázolások hibaarányának jelentős csökkenésére. A Muybridge utáni képzőművészek már nemcsak a csupasz szemükre hagyatkozva megfigyelt négylábúakat ábrázolhattak, hanem mozgó (járó) négylábúakról készített fényképek felhasználásával is dolgozhattak, ami a hibázási lehetőséget csökkenti, vagy akár ki is kűszöböli. A Muybridge utáni művészeti járásábrázolások 57,9%-os hibaráta közel esik a korábban vizsgált [6, 9, 10] állatanatómiai tankönyvek járásábrázolásainak 63,6%-os hibarátaához, mert ezen állatanatómiai tankönyvek is Muybridge munkássága után születtek.

A Muybridge munkássága és a fényképezés elterjedése előtti 83,5%-os hibaarány a véletlenszerű 73,3%-nál jelentősen, 10,2%-kal nagyobb. Ez arra utalhat, hogy a művészek nem véletlenszerűen megválasztva

ábrázolhatták a négylábúak járását, hanem a járó állatábrázolások gyakran másolással keletkeztek: egy művész a művében ábrázolt járó négylábú lábtartását módosítás nélkül vehette át egy korábbi képzőművészeti alkotásból. A képzőművészeti műhelyekben, iskolákban a fiatal, tanuló művészek a mester helyes vagy helytelen járású állatábrázolásait másolhatták le, illetve különböző iskolák, műhelyek művészei egymástól leshették el a négylábú állatok járásának különféle módozatait. Ily módon a nem valóság-hű járásábrázolások kulturálisan öröklődhetnek művészgenerációkról művészgenerációkra, ami megnehezíti, ha nem teljesen ellehetetleníti e hibák csökkenését vagy eltűnését.

A lovasszobrok járásábrázolásának 65,5%-os hibaaránya csak 0,4%-kal haladja meg a festmények, grafikák és domborművek járásábrázolásainak 65,1%-os hibarátaát. Tehát e képzőművészeti ágak a hibaráttalban lényegében nem különböznek egymástól. Amiben eltérnek egymástól, az a leggyakoribb hibafajta: a lovasszobroknál leggyakrabban a járásmátrix *Bd* hibás járásábrázolása fordul elő, míg a festményeknél, rajzoknál és domborműveknél a leggyakoribb hiba a járásmátrix *Eb* cellájába esik. E különbségek talán azzal magyarázhatók, hogy míg a festményeken, grafikákon és domborműveken hibás járással ábrázolt négylábúak nem dőlhetnek föl, addig a háromdimenziós lovasszobroknál bizony egy hibás járásábrázolás jelentősen csökkentheti a szobor állásszilárdságát, ami a szobor mechanikai bizonytalanságával, instabilitásával jár. Ezt a szobrászok tapasztalataikból is tudhatják, és igyekeznek elkerülni. Ezáltal bizonyos járásábrázolási hibák eleve kiszelektálódnak a lovasszobrok esetében.

Az őskor utáni, de még Muybridge előtti járásábrázolások leggyakoribb hibája az *Eb* volt (2. táblázat), míg a Muybridge utáni járásábrázolásoknál leggyakrabban a *Bd* hiba fordult elő (3. táblázat). E különbség okára nem sikerült rájöttünk.

A művészeti lójárási ábrázolásoknál a hibaráta 70,6%, ami csupán 2,7%-kal kevesebb, mint a véletlenszerű eset 73,3%-os hibaaránya (1. táblázat), és csak 5,4%-kal több, mint az összes vizsgált őskor utáni járásábrázolás 65,2%-os hibaráta. Ugyanakkor a művészeti lójárási ábrázolások 70,6%-os hibaráta 20,2%-kal, azaz jelentősen nagyobb, mint a korábban vizsgált [6, 9, 10], természettudományi múzeumokban, állatanatómiai tankönyvekben és játék állatfiguráknál talált lójárási ábrázolások 50,4%-os hibaráta. Ezek szerint tehát a művészek jóval gyakrabban hibáznak a lójárási ábrázolásokor, mint a múzeumi állatpreparátorok, állatanatómiai tankönyvek szerzői és a játék állatfigurák tervezői.

Köszönetnyilvánítás

Köszönjük *Wehner Tibornak*, hogy a rendelkezésünkre bocsátotta a magyarországi lovasszobrokat összefoglaló jegyzékét. Hálásak vagyunk *Farkas Alexandrának* a szakirodalom felkutatásában nyújtott segítségéért.

Irodalom

1. Gambaryan, P. P.: *How Mammals Run: Anatomical Adaptations*. John Wiley and Sons, New York, 1974.
2. Greguss Ferenc: *Eleven találmányok – Bevezetés a bionikába*. Móra Ferenc Könyvkiadó, Budapest, 1976.
3. Horváth Gábor: Négy lába van a lónak... A járás statikai és dinamikai elemzése. *Természet Világa* 117(1986) 547–552.
4. Hildebrand, M.: The quadrupedal gaits of vertebrates. *Bioscience* 39(1989) 766–775.
5. Alexander, R. McN.: *Dynamics of Dinosaurs and other Extinct Giants*. Columbia University Press, 1989.
6. Horváth Gábor: *Biomechanika: A mechanika biológiai alkalmazásai*. Egyetemi tankönyv, 3. átdolgozott, bővített kiadás, 368 o., ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2009.
7. Muybridge, E.: *Animal Locomotion*. Pennsylvania University Press, Philadelphia, 1887.
8. Zimmermann Ágoston: A lovaszobrok lovai anatómiai és hipológiai nézőpontból. *Természettudományi Közlöny* 51 (1919) 305–317.
9. Horváth Gábor, Csapó Adelinda, Nyeste Annamária, Gerics Balázs, Csorba Gábor, Kriska György: Járásábrázolások – hibákkal. *Természet Világa* 140(2009) 302–305.
10. Horváth, G.; Csapó, A.; Nyeste, A.; Gerics, B.; Csorba, G.; Kriska, G.: Erroneous quadruped walking depictions in natural history museums. *Current Biology* 19 (2009) R61–R62 + online supplement.
11. Szunyoghy András: *Művészeti állatanatómia – A ló*. Corvina Kiadó, Budapest, 1991.

MIT MOND A KVANTUMELMÉLET AZ ALAGÚTEFFEKTUS IDŐTARTAMÁRÓL?

Hraskó Péter

Pécsi Tudományegyetem Elméleti Fizika Tanszék

Az alagúteffektus valószínűségének a kiszámítása standard feladat a kvantummechanikában, az effektus időtartamának a meghatározása azonban problémát jelent. Az alagutazási idő fogalmát egy egyszerű gondolatkísérlettel lehet megvilágítani, amelyet egy reális kísérletből kiindulva ismertetek.

Pályakezdőként a KFKI-ban kísérleti magfizikával foglalkoztam. Neutronok rugalmatlan szóródását tanulmányoztuk különféle magokon. A neutronokat a $H^2 + H^3 \rightarrow \alpha + n$ reakcióban állítottuk elő. Ebben a reakcióban határozott v_0 sebességű (14 MeV energiájú) neutronok keletkeznek, de miután rugalmatlanul szóródtak, a sebességük valamilyen kisebb v -re csökken. Ezt a v -t a neutronok repülési ideje alapján határoztuk meg (1. ábra). Azt használtuk ki, hogy a neutronokkal egyidejűleg egy alfa-részecske is keletkezik. Ezt az α -t a keletkezési hely közvetlen szomszédságában elhelyezett detektorral regisztráltuk és a detektor jelét használtuk fel egy órákét működő késleltetett koincidencia-kör megindítására. Az „órát” a neutrondetektor jele állította le. A rugalmatlanul szórt neutronokat több méteres úton repültettük mielőtt a detektorig eljutottak, ezért sebességüket a repülési idejük alapján a szükséges pontossággal meg lehetett mérni. A repülési idő eloszlásából lehetett megállapítani, milyen valószínűséggel gerjed fel különböző energiákra a neutront szóró atommag.

Ha a neutronok útjába nem teszünk be semmiféle céltárgyat, akkor ezzel a módszerrel a $H^2 + H^3 \rightarrow \alpha + n$ reakcióban keletkező neutronok repülési idejét mér-

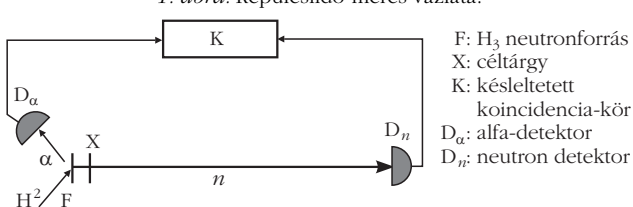
hetjük meg. Tudjuk, hogy energiájuk 14 MeV, amelyből könnyen kiszámíthatjuk, hogy sebességük a fénysebesség körülbelül 17 százaléka: $v_0 = 0,17 c$. Néhány méteres repülési távolság mellett ez nagyságrendileg $t_0 \approx 10^{-7}$ s repülési időnek felel meg. Semmi meglepetést sem okozott, hogy a kísérlet valóban a sebesség alapján várt repülési időt adta eredményül. Eszünkbe se jutott csodálkozni azon, hogy a repülési idő kiszámításához nem volt szükség kvantumelméletre.

Eddig tartott a reális kísérlet ismertetése. Képzeljünk el most, hogy a neutronok útjába makroszkopikus méretű barrieret helyezünk el, amely magasabb, mint 14 MeV. Az alagúteffektusnak köszönhetően néhány neutron még így is eljut a neutrondetektorba, de vajon mennyi idő alatt?

A kérdés megválaszolásához a klasszikus kinematika már nem elég, mert a repülési út barrierre eső tartományában a sebesség képzetes. A barrier előtt és után a sebesség továbbra is v_0 , de ha a barrier kellően széles – mondjuk a teljes repülési távolság fele –, akkor legfeljebb csak azt várhatjuk (de még ebben sem lehetünk egészen biztosak), hogy a repülési idő $t_0/2$ -nél nem lesz kisebb. De hogy mennyivel lesz nagyobb, arról fogalmunk sincs. Ez az ismeretlen időtartam az alagutazási idő.

Az évtizedek során több javaslat is született az alagutazási idő kiszámítására. 1955-ben Wigner levezetett egy képletet a rugalmas szóródás időtartamára, vagyis arra az időkésésre, amelyet egy E energiájú részecske szenved el, amikor valamilyen céltárgyon (atommagon) rugalmasan szóródik. A

1. ábra. Repülésiidő-mérés vázlata.



$$\Delta\tau_w = \hbar \frac{d\delta(E)}{dE}$$

képletet kapta, amelyben $\delta(E)$ a rugalmas szórás fázistolása. Azt várjuk, hogy amikor E a céltárgy valamilyen gerjesztett nivójának energiájával egyenlő, $\Delta\tau_w$ egyezzen meg a nivó \hbar/Γ élettartamával és ez való-

ban így is van. A képletét Wigner abból a feltevésből vezette le, hogy a részecskét az E -hez közeli energiájú síkhullámokat tartalmazó hullámcsomagként fogta fel és a részecske mozgását a hullámcsomag maximumának a mozgásával helyettesítette. Később a képletet felhasználták az alagutazási idő számítására is, hiszen az alagutazáshoz is határozott $\delta(E)$ fázistolás tartozik.¹

Egy másik elképzelés szerint a rugalmas ütközés – és az alagutazás – időtartamát úgy lehet megbecsülni, hogy elképzelünk valamilyen homogén mágneses teret, amely a szórócentrum vagy a barrier tartományát tölti ki (ezen kívül zérus), és gondolatban még azt is feltételezzük, hogy a szóródó vagy alagutazó részecskének van valamekkora mágneses dipólmomentuma. Ezután a kvantummechanika alapján kiszámítjuk, hogy a szóródás vagy az alagutazás folyamán mekkora szöggel fordul el a dipólmomentum és a Larmor-formula segítségével ebből meghatározzuk, mennyi ideig tartózkodott a részecske a szórócentrum, illetve a barrier tartományában. Ezt a nagyon mesterkéltnél $\Delta\tau_i$ alagutazási időt nevezik Larmor-időnek. Használatban van egy harmadik, Büttiker–Landauer-időnek nevezett alagutazási idő is, amely talán még a Larmor-időnél is mesterkéltőbb. Erre nem térek ki.

Ezek az elképzelések azonban nem lehetnek a végleges válaszok az alagutazási idő kérdésére, mert különböző alagutazási időkre vezetnek és eleve eldöntöttnek tekintenek egy fontos kérdést, azt, hogy az alagutazási időnek határozott értéke van, nem pedig valamilyen valószínűségi eloszlás egy átlagos érték körül. A különböző alagutazási idők közötti választást és az eloszlás problémáját nyilván olyan típusú repülésiidőméréssel lehet ellenőrizni, amelyről fentebb volt szó, ezért az emberben elkerülhetetlenül felmerül a kérdés, hogy az alagutazási időt miért nem közvetlenül az alagutazási idő fogalmát operatív módon definiáló repülésiidő-kísérlet várható eredményének kiszámítása útján határozzák meg ahelyett, hogy mesterkéltnél, másodlagos kritériumokból indulnának ki. Az ok nagyon egyszerű: *a kvantumelmélet nem tud mit kezdeni az olyan kísérletekkel, amelyekben részecskedetektorok spontán megszólalásának időbeli eloszlása, illetve korrelációja a vizsgálat tárgya.* Ennek az az oka, hogy a $|\varphi(x, t)|^2 dt$ kifejezés *nem interpretálható* úgy, mint annak valószínűsége, hogy a részecske a $(t, t+dt)$ időintervallumban egy adott x pontban tartózkodik, noha $|\varphi(x, t)|^2 dx$ annak valószínűségét adja meg, hogy egy adott t pillanatban a részecskét az $(x, x+dx)$ intervallumban találjuk meg. Ennek következtében annak valószínűségét, hogy egy részecske a $(t, t+dt)$ időintervallumban érkezik meg egy adott pontba, csak valamilyen közvetett úton lehet kiszámítani.

Fotonkorrelációs kísérletekben például azt vizsgáljuk, hogy a fénysugár útjában a P_1 és a P_2 pontban elhelyezett egy-egy (pontoszerűnek tekinthető ideális)

fotondetektor esetén, mi a $w(t_1, t_2)dt_1 dt_2$ valószínűsége annak, hogy a P_1 -beli detektor a (t_1, t_1+dt_1) , a P_2 -beli a (t_2, t_2+dt_2) intervallumban szólaljon meg. A kvantumoptikában ezt a valószínűséget a következő eljárással számítják ki.

A detektorokat egy-egy izolált atommal helyettesítik (atomi detektorok), amelyek $t=0$ -ban alapállapotban vannak. Ezután kiszámítják annak $p(t_1, t_2)$ valószínűségét, hogy az *általunk választott* t_1 -ben az 1. detektort, az *általunk választott* t_2 -ben pedig a 2. detektort gerjesztett állapotban találjuk. Ez a számítás elvégezhető a kvantumelmélet standard szabályai szerint, mert az időpontokat *mi* választjuk. A keresett $w(t_1, t_2)$ valószínűséget a

$$w(t_1, t_2) = \frac{\partial^2 p(t_1, t_2)}{\partial t_1 \partial t_2} \quad (1)$$

adja meg, mert $w(t_1, t_2)$ a $p(t_1, t_2)$ eloszlásfüggvényhez tartozó sűrűségfüggvény: a $(t_1, t_1+dt_1; t_2, t_2+dt_2)$ intervallumban a $p(t_1, t_2)$ valószínűség annyival növekszik meg, amilyen valószínűséggel a detektorok ebben az intervallumban felgerjednek.

A kvantumoptikában az ilyen típusú gondolatmenettel kapható formulákra a *counting rate formula* elnevezést használják és a segítségükkel írják le a fotonkorrelációs kísérletek eredményét. Ezekben a kísérletekben a detektorok maguk választják meg azt az időpontot, amikor megszólalnak, és noha a képletek levezetésénél az időpontokat *mi* jelöljük ki, a tapasztalat szerint ezek a képletek mégis korrekt leírását adják a kísérleteknek. Miért mondtuk akkor, hogy a kvantumelméletben nem tudunk mit kezdeni az olyan kísérletekkel, amelyekben a detektorok spontán megszólalásainak korrelációjára kérdezzük rá?

Azért, mert (1) nem garantálja, hogy a $w(t_1, t_2)$ valószínűsége pozitív értéket kapjunk. A kvantumelméletben ugyanis nincs ok arra, hogy a $p(t_1, t_2)$ valószínűség az argumentumainak monoton növekvő (vagy legalább is nem csökkenő) függvénye legyen. A „szokásos” kvantumelméleti valószínűségek pozitivitását a kiszámításuk algoritmusa biztosítja ($w_n = |(\varphi_n, \Psi)|^2$). Az időbeli eloszlások számításának előbb vázolt receptje ezt nem garantálja – *kivéve*, ha a foton és a detektor-atom kölcsönhatás első rendjére (az első Born-közelítésre) korlátozódunk. A kvantumoptikában a foton és a detektor kölcsönhatás számításánál mindig ezt a közelítést használják, mert – hacsak nem tiltja valamilyen kiválasztási szabály, – az első Born-közelítés általában jó közelítést ad.

A gondolatmenet azért eredményezhet negatív valószínűséget is, mert azt az állítást, hogy „a detektor megszólalt” azzal az állítással helyettesítettük, hogy „a detektor-atom gerjesztett állapotban van”. A két állítás nem egyenértékű. Az, hogy a detektor megszólalt, irreverzibilis kijelentés, amely nem tehető meg nem történtté. A detektor-atom a valóságban ugyanis nem egy izolált rendszer, hanem egy makroszkopikus eszköz része, amely képes jelezni a gerjesztés tényét. Egy izolált atom esetében azonban a dinamikai egyenlet

¹ A maximumhely mozgási sebességéről lásd M. W. Mitchell, R. Y. Chiao: Causality and Negative Group Delays in a Simple Bandpass Amplifier. *Am. J. Phys.* 66(1998) 14.

megengedi, hogy az atom gerjesztettsége időben csökkenhessen (az alapállapotú valószínűség növekedjen). Ez csak az első Born-közelítésben nem fordulhat elő.

Elég nyilvánvaló, miről van itt szó. A detektor megszólalása *spontán redukciós folyamat*, amelyet a Schrödinger-egyenlet – mint tudjuk – nem ír le. Ezt a spontán redukciós folyamatot kell valahogy megkerülni ahhoz, hogy az időbeli korrelációkat tárgyalni tudjuk. Ez a megkerülés történik meg

a detektor megszólalt →

a detektor-atom gerjesztett állapotban van

helyettesítéssel, amelyet *naiv redukciós hipotézisnek* fogok nevezni. A kvantumelméletben mindig, amikor időbeli eloszlásokról van szó – az exponenciális bomlástörvény tárgyalásánál például –, tudatosan vagy hallgatólagosan a naiv redukciós hipotézist alkalmazzák.

Tegyük fel a kvantumoptikai tapasztalatok alapján, hogy a naiv redukciós hipotézis a Born-közelítéssel kombinálva elfogadható közelítése a spontán redukció ma még ismeretlen pontos elméletének és próbáljuk felhasználni az alagutazási idő kiszámítására. Nyilvánvaló ugyanis, hogy az alagutazási idő is két spontán esemény időbeli korrelációjával kapcsolatos, ezért a kvantumoptika gyakorlatát erre a feladatra is alkalmazhatjuk, *hacsak fotonokkal is végezhetünk alagutazási kísérletet*.

Ezért fontos körülmény, hogy lehet készíteni olyan fóliákat, amelyek fotonbarrierként viselkednek. A Maxwell-egyenletek – amelyek a foton Schrödinger-egyenletének a szerepét töltik be – az ilyen fólia jelenlétében matematikailag pontosan azonosak a nem-relativisztikus részecskék alagutazását leíró Schrödinger-egyenlettel (nulla spinű fotonra), ezért remélhető, hogy ha mélyebben belelátunk a foton-alagutazás tulajdonságaiba, a részecskék alagutazásáról is meg tudhatunk valamit.

Az időkorrelációs felfogás szellemében a fotonok alagutazási idejét a következő eljárással kell kiszámítani:²

1. A foton forrását, amely egy legalacsonyabb gerjesztett állapotban lévő atom, elhelyezzük a koordináta-rendszer origójában. Az atomi foton-detektort tőle z távolságban helyezük el a z -tengelyen. Közöttük, a z -tengelyre merőlegesen helyezkedik el a barrier, amely egy D -szélességű síklap.

2. $t = 0$ -ban elvégezzük a kezdeti állapot preparálását: a forrás-atomot gerjesztett állapotba hozzuk (külön állapotpreparálás nélkül feltehetjük, hogy a detektor-atom alapállapotban van és fotonok nincsenek jelen). Ezután „elengedjük” a rendszert, hogy a Schrödinger-egyenlet alapján fejlődjön. Az atomi detektor-foton kölcsönhatást első Born-közelítésben számítjuk. A forrás-atom és a foton kölcsönhatását elvben pontosan

kell figyelembe venni, de a gyakorlatban itt is közelítést, a Wigner–Weisskopf perturbációs számítását alkalmazzuk. A számításban a barrier is idealizált formában szerepelt.

3. Ezután a naiv redukciós hipotézis szellemében egy általunk választott tetszőleges $t_1 > 0$ pillanatban ránézünk a forrás-atomra és megállapítjuk, gerjesztett vagy alapállapotban van-e. Egy másik $t_2 > 0$ pillanatban, amely lehet kisebb is, nagyobb is t_1 -nél, ugyanezt tesszük az atomi detektorral, és a Schrödinger-egyenlet megoldásának a birtokában a standard szabályok alapján kiszámítjuk annak $p(t_1, t_2)$ valószínűségét, hogy a forrás-atomot alapállapotban, az atomi detektort gerjesztett állapotban találjuk.

4. A keresett $w(t_1, t_2)$ valószínűséget (1) alapján számítjuk ki. A következő struktúrájú képletre jutunk:

$$w(t_1, t_2) = K \exp\left(\frac{-\Gamma t_1}{\hbar}\right) F(t_2 - t_1),$$

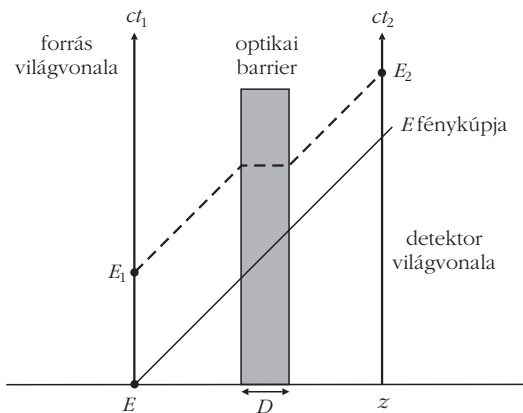
amelyben Γ a forrás-atom nívószélessége, K pedig egy konstans, amely a forrás bomlási állandóját, a barrier transzmisszióját, valamint az elrendezés geometriájával összefüggő mennyiségeket tartalmazza.

Amikor barrier nincs jelen, $F(t_2 - t_1) = \delta(t_2 - t_1 - z/c)$ -re jutunk, ami a várakozásnak megfelelően azt fejezi ki, hogy a foton pontosan fénysebességgel teszi meg a z távolságot. Ez az eredmény a számítási eljárás fontos kontrollja, és valószínűleg az első olyan számítás, amely – a tett feltevéseken belül – igazolja, hogy a fény *a kvantumelektrodinamika szerint is c sebességgel terjed a vákuumban*. Érdekes kérdés, hogy vajon ilyen számítás el lehet-e végezni neutrínókra, és ha igen, azt kapjuk-e eredményül, hogy a neutrínók *a kvantumtérelmélet szerint is pontosan fénysebességgel mozognak*. Egy ilyen vizsgálat az OPERA-kollaboráció nagy figyelmet keltő eredményei kapcsán különösen aktuálissá vált. Mint jól ismert, ez a kísérleti csoport arról számolt be, hogy 730 kilométeres bázistávolságon végzett megfigyeléseik szerint a neutrínók a fénynél gyorsabb sebességgel haladnak. Ezt két egymás utáni mérésben is tapasztalták, amelyek közül a második a jelen cikkben tárgyalt repülési-idejű-kísérlethez volt hasonló.³

Széles és magas barrier esetében a fenti számítás az $F(t_2 - t_1) = \delta(t_2 - t_1 - (z - D)/c)$ képletre vezet, amelyből az következik, hogy *az alagutazás nem vesz időt igénybe* (végtelen sebességgel történik) és a vizsgált határesetben az eloszlása éles. Mindjárt egy kicsit részletesebben diszkutálom ezt a következtetést, de előbb megjegyzem, hogy a naiv redukciós hipotézisen túlmenő közelítések miatt *nem ezt a számszerű eredményt, hanem a gondolatmenetet* tartom a számításban a legfontosabbnak. Hangsúlyozom még, hogy a számítás során nem szükséges – és nem is lehet – figyelembe venni olyan addicionális kritériumokat, amilyenek például a Wigner-idejű vagy a Larmor-

² P. Hráskó: Time Correlation in Tunneling of Photons. *Foundations of Physics* 33 (2003) 1009–1031.

³ A <http://arxiv.org/abs/1109.4897> linken olvasható közleményük mindkét kísérletet tartalmazza.



2. ábra. A foton pályája széles és magas barrier határesetében.

időhöz szükségesek. Az időkorreláció-számításnál a barrier abban jelentkezik, hogy az elektromágneses mező módusai nem pontos, hanem a barrier által deformált síkhullámok, pontosan olyanok, mint a határozott energiájú részecskék alagutazásának a tárgyalásánál fellépő hullámfüggvények.

A 2. ábrán a két függőleges vonal a forrás és a detektor-atom világvonal, E_1 a bomlási, E_2 pedig a detektálási esemény. A két pontot összekötő szaggatott vonal a foton pályáját reprezentálja. A középső szakasz vízszintes, mert a számítás szerint az alagutazás nem vesz igénybe időt. Ennek ellenére a rajzon feltüntetett viszonyok mellett a kauzalitás nem sérül, mert az E_1 esemény időpontja nem a kísérletező választásától függ. A kísérletező utoljára az E esemény,

az állapotpreparálás alkalmával avatkozik be a rendszerbe, ezért az információ E és E_2 között terjed. Mivel E_2 az E fénykúpján belül van, az információ terjedési sebessége kisebb a fénysebességnél.

Ez természetesen azon múlik, hogy a rajzon a bomlás a D/c időnél később következik be: $t_1 > D/c$. Amikor $t_1 < D/c$, az E_2 az E fénykúpján kívülre kerül. A számítás azonban ezt az esetet nem öleli fel, mert Wigner–Weisskopf-közelítésben történt, amelyről ismertes, hogy a \hbar/T bomlási időnél sokkal kisebb időkre nem érvényes. Ezért, amikor arra a következtetésre jutunk, hogy E_2 az E fénykúpján vagy azon kívül van, a Wigner–Weisskopf-közelítésnél pontosabb kiértékelési eljárás válik szükségessé, amely lényeges módosításhoz vezethet. Nagyon jó lenne tudni, hogy a pontosabb tárgyalás megengedi-e, hogy E_2 az E fénykúpján kívülre kerüljön. Amikor azonban E_2 kellő mértékben az E fénykúpján belül van ($t_2 - z/c \gg \hbar/\text{fotonenergia}$), a Wigner–Weisskopf-közelítés elfogadható.

Összefoglalva: az alagutazási időt a fogalom definíciója alapján a foton emissziójának és abszorpciójának időkorrelációjából lehet meghatározni. A kvantumelmélet azonban jelenleg nem biztosít egy ilyen számításra fundamentális elveken alapuló eljárást; úgy látszik, ez a kvantumelmélet egyetlen még ma is megoldatlan problémája. Ha a kvantumoptika gyakorlatából indulunk ki, amely a naiv redukciós hipotézisen alapul, akkor a kísérletező utolsó beavatkozásának fénykúpján belül az alagutazási idő standard kvantumelektrodinamikával kiszámítható.

AZ ATOMENERGIA JÖVŐJE FUKUSIMA UTÁN – 2/1

Aszódi Attila, Boros Ildikó
BME, Nukleáris Technikai Intézet

Az atomenergia sohasem tartozott a könnyen megérthető és könnyen „eladható” technológiák közé. A II. világháborút lezáró, Japánra ledobott két amerikai atombomba hívta fel igazán a világ figyelmét az atomenergia létezésére, és ez a belépő nem tette egyszerűvé az atomenergia békés célú alkalmazásának elfogadását, még akkor sem, ha a hadiipari és a békés célú nukleáris alkalmazások sok évtizede és határozottan szétváltak. Az 1986 áprilisában bekövetkezett csernobili baleset történései tovább erősítették a laikus közönségben az atomenergiával szembeni félelmeket. Kétségtelen, hogy Csernobil óriási anyagi és – lokális – környezeti károkat okozott a Szovjetunióban, és az elhibázott kommunikáció, a lakosság nem megfelelő védelme is hozzájárult a szovjet politikai rendszer bukásához.

Ma egyértelmű konszenzus van arról a szakmában, hogy Csernobil az elhárításon dolgozók és a lakosság egy kisebb csoportja szempontjából nagy sugárdózist okozó esemény volt, ugyanakkor az európai lakosság

– ezen belül az orosz, fehérorosz és ukrán lakosság zöme – szempontjából kis dózissal járt, sugár-egészségügyi következmények nélkül. Mégis az ezzel kapcsolatos félelmek, a sajtóban fellelhető túlzások mélyen beépültek a társadalmi-politikai tudatba, és részét képezik a fejlett emberi társadalom hétköznapi szorongásainak.

A Csernobil utáni két évtizedben az amerikai és az európai kontinensen is több új atomerőművet helyeztek üzembe, ugyanakkor kétségkívül lassult a fejlődés üteme a 70-es és 80-as évekhez viszonyítva. Ebben az időszakban Ázsiában, ezen belül is Japánban, Dél-Koreában, Indiában és Kínában töretlen fejlődést mutatott az atomenergia-ipar. Két évtizeddel a csernobili baleset után lassú fordulat következett be, és a fejlett világban, többek közt az európai és az amerikai politikában újra higgadtan lehetett beszélni az atomenergiáról. Ebben egészen biztosan szerepet játszott az is, hogy a klímaváltozás elleni küzdelem szükségességét ekkorra értette meg a nagypolitika, és az atomenergia a kezünkben lévő kevés olyan technológia egyike, amellyel nagy

A cikk a TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 támogatásával jött létre.

mennyiségben, stabilan tudunk alacsony áron, széndioxid kibocsátása nélkül villamos energiát termelni.

Az ezredforduló utáni években a fejlett országok sorra jelentették be, hogy újra tervezik atomerőműi kapacitások építését. Finnországban, Franciaországban ténylegesen újblokk-építések indultak meg, az USA komoly állami ösztönzőkkel segíti az építeni szándékozó cégeket, Litvánia, Lengyelország, az Egyesült Királyság, Bulgária, Csehország, Szlovákia, Magyarország, Oroszország érdemi gazdasági és politikai lépéseket tett ilyen projektek előkészítésére. Még a törvényben deklaráltan antinukleáris Németország és Olaszország is az atomenergia jövőbeli alkalmazásának revízióját fontolgatta. Ebben a helyzetben történt 2011 márciusában a japán fukusimai atomerőmű balesete, ami a második legsúlyosabb az iparág történetében. Jelen cikk a szerzők [1] alatti írása alapján készült.

A fukusimai baleset

2011. március 11-én Japán keleti partjaitól körülbelül 130 km távolságban, az óceán alatt egy rendkívüli erejű, sekély fészű földrengés történt. A Richter-skálán 9-es magnitúdójú földrengés a felszabadult energia nagysága szempontjából a világon mért földrengések közül a 4. legnagyobb volt [2]. A földrengés hatására az ország északi részén található atomerőművek – automatikus biztonságvédelmi működések hatására – rendszerben, biztonságosan leálltak és megkezdődött az egységek lehűtése. Japán északi részén ugyanakkor a villamosenergia-rendszer összeomlott, mert a távvezetékben a földrengés számos súlyos károsodást okozott, továbbá a leálló hő- és atomerőművek kieső kapacitását más forrásokból nem lehetett pótolni.

Az országos villamosenergia-rendszer összeomlása kezdeti eseményként szerepel az atomerőművek méretezési alapjában, azaz ezt a helyzetet az atomerőművek biztonságosan kezelni tudják. A földrengés által okozott vízszintes talajszint gyorsulás ugyan kismértékben meghaladta a japán északkeleti partvidéken lévő atomerőművek (Onagawa, Fukushima-1, Fukushima-2, Tokai) tervezési alapjában szereplő méretezési biztonsági földrengés vízszintesgyorsulásértékét, de nem tudunk arról, hogy ez érdemi technológiai károsodáshoz vezetett volna. Ez érthető is, mert a földrengés mechanikai hatásaira való méretezés megfelelő mérnöki tartalékkal történik.

Az óceán alatt kis mélységben bekövetkező nagy földrengés nem várt, rendkívüli méretű cunamit váltott ki. A nyílt óceánon 5–6 méter magas hullámok a partvidéken 15–30 méter magasra erősödtek, és az épített infrastruktúrában óriási pusztítást okoztak. A cunami körülbelül 500 km² területen rombolta le a településeket, sodorta el a házakat, utakat, hidakat, vasutakat (1. ábra). A cunami áldozatainak száma megközelíti a 20 000 főt. Közülük sokan azon a mintegy száz cunami óvóhelyen veszítették életüket, amelyeket ilyen esetre építettek, de a méretezésük során a mostaninál jóval kisebb cunamival számoltak.



foto: Yomiuri Shimbun

1. ábra. Az Iwate prefektúrában található Otsuchi várost teljesen lerombolta a cunami.

A Fukushima-1 atomerőmű ugyanezen okból került fel a veszteséglistára: az 1970-es években üzembe lépett, hat atomerőművi blokkot tartalmazó telephelyen a mérnöki építményeket maximum 5,7 m magas cunamihullámokra készítették fel (2. ábra), amelyet jelentősen meghaladott a telephelyet 15 m magas hullámokkal elérő tényleges külső behatás. A cunami elpusztította az erőmű hűtővíz-ellátásáért felelős vízkivételi művet, valamint az árhullám behatolt a turbínacsarnokokba, egyéb épületekbe, és működésképtelenné tette a villamos berendezéseket, ezen belül is az üzemzavari dízelgenerátorokat.

Az atomreaktorok fontos alaptulajdonsága, hogy azokat a láncreakció leállítását után is feltétlenül hűteni kell, mert a nukleáris üzemanyagban felhalmozódott hasadási termékek radioaktív bomlása (nem az urán hasadása!) annyi hőt termel, hogy aktív hűtés nélkül az üzemanyag-kazetták néhány óra elteltével megolvadnának. Ezért létfontosságú az energetikai reaktoroknál a leállítás után a hűtővíz-ellátás és megfelelő üzemzavari áramellátás biztosítása. Ha az atomerőmű külső villamoshálózati feszültség nélkül marad, és a telephelyen lévő összes blokk leáll, az áramellátás csak vészhelyzeti aggregátokról (tipikusan dízelgenerátorokról) biztosítható. A cunami azonban a Fukushima-1 atomerőműnél mind a hűtővíz-ellátást (az

2. ábra. A Fukushima-1 atomerőmű 2009-ben



foto: fukushima-nuclear.com

úgynevezett végső hőnyelő elérését), mind pedig a dízelgenerátorokat tönkretette, így egy rendkívül súlyos, tervezési alapon túli állapot alakult ki, amelynek során megolvadt az 1., 2. és 3. reaktorban lévő üzemanyag, valamint sérülés érte az 1., 2., 3. és 4. blokki pihentető medencét. Az 1., 2. és 3. blokki súlyos baleseti folyamatok több száz kilogramm hidrogén keletkezéséhez vezettek. Az 1., 2., 3. reaktorok hermetikus védőépületének megővése érdekében az operátorok a hidrogén-gőz keverék környezetbe történő lefűtatása mellett döntöttek, amely során – eddig nem ismert okokból – a hidrogén az 1. és 3. blokki reaktorépületekben felrobbant. A 3. blokki hidrogén egy része a közös szellőzőrendszeri vezetéseken keresztül átáramlott a 4. blokk épületébe is, ahol később szintén felrobbant. Összesen 4 reaktorépület súlyosan károsodott (3. ábra). (A 2. blokki hidrogén sorsával kapcsolatban egyelőre nem látunk tisztán. 2011 márciusában azt közölték a japánok, hogy a 2. blokk hermetikus terében, az úgynevezett nedvesaknában hidrogénrobbanás volt, ezt azonban később cáfolták.) A robbanások fokozták a környezetbe kikerülő radioaktív anyagok mennyiségét, és nagyon komplikálttá tették a helyzet hosszú távú kezelését. A hidrogénrobbanások felhívják rá a figyelmet, hogy a Fukusimában és más forralóvízes reaktorokon is használt hidrogénkezelési stratégia – amely szerint nitrogénnel töltik fel a hermetikus védőépületet, így abban hidrogénkeletkezés során nem tud robbanóképes elegy létrejönni – elhibázott, hiszen láttuk, hogy a hidrogén lefűtatása során további hibák fordulhatnak elő, amelyek végül akár robbanáshoz is vezethetnek. Megfelelőbbnek tűnik a Pakson és sok más energetikai reaktorban alkalmazott eljárás, ahol passzív autokatalitikus rekombinátorokat helyeznek el a hermetikus tér kiválasztott pontjain, amelyek a hidrogént oxigén jelenlétében visszaalakítják vízgőzzé, még mielőtt robbanásveszélyes hidrogén-koncentráció jöhetne létre.

A robbanások következtében a reaktorokból jelentős mennyiségű radioaktív anyag került a környezetbe. Úgy is fogalmazhatunk, hogy ha nem lettek volna hidrogénrobbanások Fukusimában, a környezeti következmények sokkal kisebbek lettek volna. A légnemű kibocsátások között a nemesgázok, illékony hasa-

3. ábra. A Fukusima-1 atomerőmű 2011. március 16-án.



fotó: DigitalGlobe

dási termékek (főként jódt, cézium) a fő komponensek. A sérült szerkezeteken keresztül közvetlenül a tengerbe is történt jelentős mennyiségű folyékony kibocsátás. A telephelyen igen magas dózisteljesítmények alakultak ki, ami komolyan akadályozza az elhárítási munkálatokat. Az elhárításon dolgozók megengedett dóziskorlátját ideiglenesen 100-ról 250 mSv-re emelték, ezt a korlátot 2011 végéig – kis mértékben – hat munkás lépte túl, mindannyian az elhárítási munkálatok elején kapták a jelentősebb többletdózt.

A környező lakosság kitelepítése 3 km-es körzetben már a cunamit követően, március 11-én megkezdődött, mivel a dízelgenerátorok kiesésével az üzemeltető számára nyilvánvalóvá vált a helyzet súlyossága. Másnap 20 km-re emelték a kitelepítési körzetet, ehhez később a mért dózisviszonyok alapján további településeket csatoltak az erőműtől északnyugati irányban. A kitelepítésen túl további korlátozásokat is be kellett vezetni: egyes helyeken a csapvíz, illetve a friss zöldség fogyasztását tiltották meg egy időre. A közvetlen légköri és tengeri kibocsátások mostanra a reaktorok zártkörös hűtésének megvalósításával jelentősen csökkentek, a korlátozások teljes feloldásához azonban a szennyezett lakott területeket meg kell tisztítani.

A kibocsátott radioaktivitás össz mennyisége alapján a japán nukleáris hatóság április 12-én a hétfokozatú Nemzetközi Nukleáris Eseményskála (INES) legmagasabb, hetes szintjére sorolta be a fukusimai balesetet. Ezt a besorolást korábban csak a csernobili baleset kapta meg (az INES skálát éppen az 1986-os baleset után dolgozta ki és vezette be a nemzetközi közösség). Az azonos INES-7-es kategória ellenére sok eltérés van a csernobili és a fukusimai baleset között. Az 1986-os csernobili baleset közvetlen oka a reaktor rossz reaktorfizikai tervezése volt, amit csak rontottak az erőmű bizonyos műszaki megoldásai, egy kiterjedt hermetikus védőépület (konténment) teljes hiánya, illetve a balesetelhárítási terv hiánya. Fukusima esetében egy extrém méretű külső termelési esemény okozta a balesetet, amelynek lezajlását nem megfelelő tervezésű műszaki eszközök (például a lefűtatás során hibásan működő szellőzőrendszer) súlyosbították.

Az ukrajnai baleset következményeként körülbelül 50 haláleset írható közvetlenül az elhárítás során elszenvedett rendkívül magas (tipikusan 4000 mSv-nél nagyobb) többletdózis számlájára, emellett körülbelül 6000–8000 többlet rákos megbetegedés várható statisztikai alapon becslve az orosz, fehérorosz, ukrán területen érintett lakosság körében.

Fukusima – ahol a jelenlegi becslések szerint a három megsérült reaktorzónából és a 4 érintett pihentető medencéből összesen körülbelül a csernobili kibocsátás tizede-ötöde került a környezetbe (az adatok csak becslések, egyelőre még nincs pontos, minden fél által elfogadott érték), alapvetően a konténmenteknek köszönhetően – egészségügyi hatásai várhatóan jóval korlátozottabbak lesznek: jelen ismereteink alapján a lakosság egészségügyi károsodása nem várható a baleset következtében. Ennek oka a japán ha-

tóságok gyors döntése a kitelepítésről, a kitelepítés hatékony végrehajtása, az élelmiszerek és a csapvíz fogyasztásának szakszerű korlátozása, illetve az a tény, hogy a korábban kidolgozott balesetelhárítási terv alapján dolgozhattak a hatóságok. Csernobilhoz viszonyítva a fukusimai baleset környezeti következményeit az is csökkenti, hogy Japánban nem került ki a környezetbe számottevő mennyiségű üzemanyag-fragmentum, míg Csernobilban a besugárzott üzemanyag mintegy 3,5%-a jutott a környezetbe – benne nagy mennyiségű alfa-sugárzó nehézizotóppal – a 10 napig tartó intenzív grafitűz és az általa létrehozott extrém magas hőmérséklet, valamint a mérnöki gátak teljes hiánya miatt.

A fukusimai baleset okaival, lefolyásával és következményeivel kapcsolatban további információk érhetőek el a [3] alatti weblapon.

A baleset értékelése a nukleáris biztonság szemszögéből

A fukusimai tapasztalatok fényében jogosan merül fel a kérdés, hogy létezik-e biztonságos atomenergia. A kérdés másként is megfogalmazható: mi az a biztonsági szint, amit elvárunk egy technológiától, ezen belül az atomenergiától?

Az atomerőműveket villamos energia előállítására építik. A használati funkción kívül az atomerőműnek azonban biztonsági funkciókat is el kell látnia, hiszen a reaktorban a működése során nagy mennyiségű, a környezetre veszélyes radioaktív anyag halmozódik fel, amelynek kedvezőtlen biológiai hatásaitól meg kell óvni a környezetet, az élőlényeket. Az atomerőmű tervezése, építése és üzemeltetése során tehát alapvető cél, hogy a környezet és a lakosság elfogadhatatlan többlet sugárterhelését elkerüljük. E cél elérése érdekében három alapvető biztonsági funkciót kell ellátni:

1. a nukleáris láncreakciót mindenkor hatékonyan kell tudni szabályozni, szükség esetén a reaktort le kell tudni állítani és leállított állapotban kell tudni tartani (röviden: reaktor szabályozása és lezárása);

2. a reaktorban megtermelődő hőenergiát mind normál üzemen, mind pedig üzemzavarok során és leállított állapotban el kell tudni szállítani (üzemanyag hűtése);

3. meg kell tudni akadályozni, hogy az erőműből a radioaktív anyagok kijussanak a környezetbe (radioaktivitás benntartása).

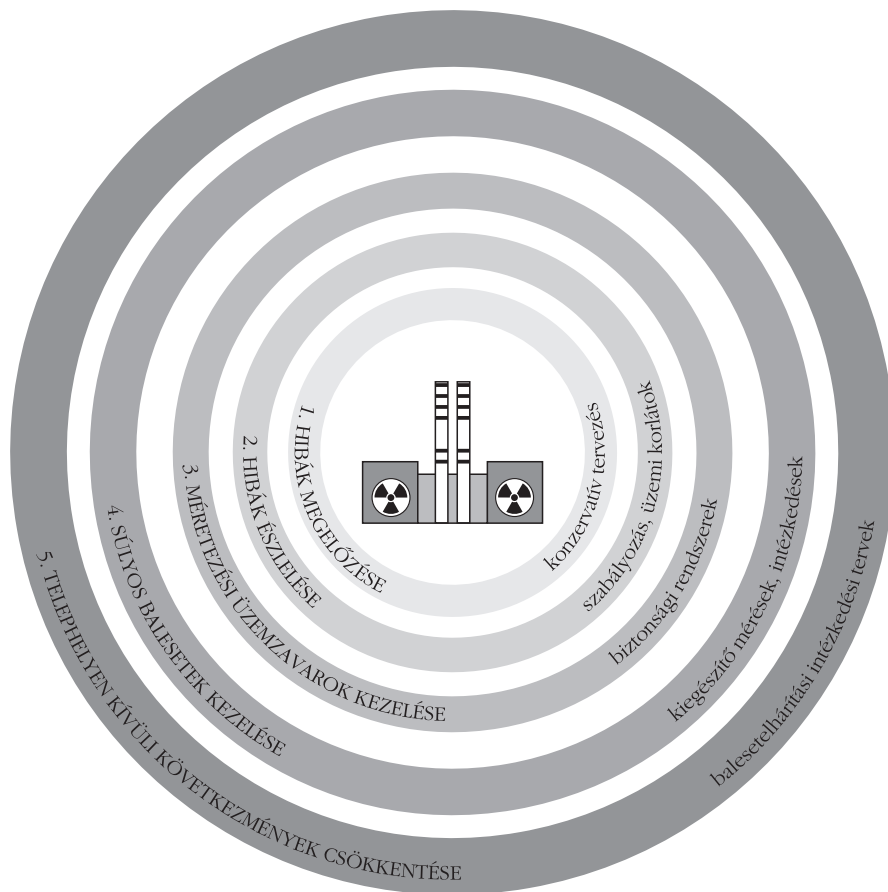
A biztonsági funkciók akkor teljesíthetők, ha az atomerőművet a normál üzemen túl a reálisan elképzelhető eseményekre, üzemzavarokra is méretezzük, vagyis felkészítjük az elképzelhető rendkívüli események és üzemzavarok kezelésére. Az atomerőmű tervezési alapjában ezért a létesítmény és rendszereinek, rendszerlemeinek mindazon jellemzői, valamint a rendszerek, rendszerlemek által ellátni szükséges funkciók szerepelnek, amelyek megléte szükséges a várható üzemi események és feltételezett kezdeti ese-

ményekből származó tervezési üzemzavarok ellenőrzött kezeléséhez a meghatározott sugárvédelmi követelmények betartása mellett.

A magyar szabályozás – összhangban a nemzetközi irányelvekkel – előírja, hogy minden olyan kezdeti eseményt, amely száz évente vagy ennél gyakrabban bekövetkezhet az erőmű üzemideje során, *várható üzemi eseményként* kell kezelni, és a szabályozórendszereket, valamint a személyzetet úgy kell felkészíteni, hogy az összes ilyen eseményből származó problémát el lehessen hárítani anélkül, hogy az erőmű radioaktív kibocsátásai meghaladnák a normál üzemi korlátokat. Az erőműnek egy ilyen esemény után működőképesnek kell maradnia. Várható üzemi események kiinduló eseménye lehet például a turbina kiesése, egyes szelepek, szivattyúk kiesése, meghibásodása, hibás emberi beavatkozás miatti téves működése vagy üzemképtelensége.

A *tervezési üzemzavarok* olyan kezdeti eseményekből kiinduló eseménysorok, amelyek a várható üzemi eseményeknél jóval ritkábban fordulhatnak elő, de esetükben a biztonsági rendszerek működésére, az operátorok hatékony közreműködésére lehet szükség annak érdekében, hogy a lakosság és a dolgozók többlet sugárdózisa a hatósági határértékek alatt maradjon. Bizonyos tervezési üzemzavarok esetén a reaktort körülvevő hermetikus védőépületre (konténmentre), mint mérnöki gátra is szükség lehet a radioaktivitás visszatartásához. Az előírások szerint tervezési üzemzavarként kell figyelembe venni minden olyan – az erőműből induló – *belső eredetű kezdeti eseményt*, amely száz-ezer évente vagy annál gyakrabban előfordulhat (például egy fontos hűtőrendszeri cső eltörése, a reaktorzónát hűtővízzel ellátó fő keringető szivattyúk egyidejű kiesése, egy mérő vagy beavatkozó rendszer meghibásodása, tűz az erőműben stb.), míg *külső eredetű kezdeti eseményeknél* (tornádó, szélvihar, földrengés, áradás stb.) a tervezési alap részeként kell figyelembe venni a tízezer évente vagy annál gyakrabban bekövetkező eseményeket. Egy tervezési üzemzavar bekövetkezése után atomerőmű nem feltétlenül marad működőképes, de egy ilyen eseménysor nem vezethet a lakosság és a dolgozók dóziskorlátnál nagyobb sugárterheléséhez.

A tízezer évnél ritkábban bekövetkező külső eredetű eseményeket, valamint a százezer évnél ritkábban bekövetkező belső eredetű eseményeket nem veszünk figyelembe a tervezési alapon, mert ezek olyan kis valószínűségűek, olyan ritkán fordulhatnak elő, hogy az atomerőművet nem lehet racionálisan felkészíteni a kezelésükre. Mivel ezek nincsenek a tervezési alapon, de előfordulási valószínűségük nem nulla, ezért tervezési alapon túli baleseteknek nevezzük őket. A tervezési alapon túli balesetek közül azokat, amelyek a reaktorzóna sérüléséhez vezetnek, és így az erőmű szempontjából végzetesek lehetnek, súlyos balesetnek nevezzük. A reaktorzóna sérülése, megolvadása még nem jelent feltétlenül jelentős környezeti radioaktív kibocsátást, mint ahogy azt az amerikai TMI-2 atomerőművi blokk 1979-es balesete is



4. ábra. A mélységi védelem elve.

bizonyította. Az atomerőmű fent leírt lehetséges állapotait, a tervezés során figyelembe vett kezdeti eseményeket a hátsó belső borítón található színes *ábra*-ban foglaltuk össze.

Az atomerőmű működésével járó maradék kockázat csökkentése érdekében a mélységi védelem elve alapján (4. ábra) a kis valószínűségű tervezési alapon túli balesetek lefolyását is elemzik, és kiegészítő intézkedéseket tesznek annak érdekében, hogy az ilyen extrém kis valószínűségű, de nagy radioaktív kibocsátást eredményezhető események környezeti következményeit csökkenteni lehessen, és a végcélt, a lakosság egészségének megóvását meg lehessen valósítani. Egy nagy környezeti kibocsátással járó esemény során az utolsó eszköz a lakosság védelmében az úgynevezett balesetelhárítási intézkedési terv (BEIT) alkalmazása, amikor a katasztrófavédelem és a rendőrség bevonásával, előre leírt forgatókönyv szerint, előkészített eszközök segítségével (például gyorstájékoztató, elzárkóztatás, kitelepítés stb.) akadályozzák meg, hogy a lakosságot határértéknél nagyobb többletdózis érje.

A japán fukusimai atomerőmű tervezése során számoltak cunamival, a méretezési alapon szereplő cunami árhulláma maximum 5,7 m magas volt. Ezt az értéket a március 11-i cunami közel háromszorosan haladta meg, így az erőmű létfontosságú rendszerei károsodtak, az atomerőmű blokkjai tervezési alapon túli súlyos baleseti állapotba kerültek. Mivel a biztonsági rendszerek terhelése jelentősen meghaladta a tervezési értéke-

ket, ezek a rendszerek nem tudták ellátni feladatukat, így az erőmű biztonsági funkciói is sérültek. Azonban a mélységi védelem elvének helyes alkalmazásával, a balesetelhárítási intézkedési terv eszközeinek segítségével a lakosság és a dolgozók védelmét jól valósították meg a japán szakemberek még úgy is, hogy a földrengés és az extrém nagy cunami következtében az erőmű körüli területeken mostoha körülmények uralkodtak. A legfontosabb célt, a lakosság egészségének megóvását sikeresen teljesítették.

Ezen a ponton ki kell emelnünk, hogy Fukusimában a méretezési cunami nagyságát annak idején nem valószínűségi alapon határozták meg, hanem a történelmi földrengések és cunamik értékelése alapján. A 2011 októberében publikált legújabb információk alapján [4] 2008-ban készült ugyan egy olyan új cunami-elemzés, amely 10 méter magas árhullámot meghaladó cunamit is lehetségesnek tartott a telephelyre,¹ azonban ezen új ered-

mény részletesebb elemzését, és az ebből származó biztonságnövelő intézkedéseket az erőművet üzemeltető TEPCO cég 2011 márciusáig nem hajtotta végre, az elemzés eredményeiről pár nappal a 2011. március 11-i földrengés előtt tájékoztatta a japán kormányt [4]. A TEPCO bizonyosan hibázott, amikor késlekedett a kormány tájékoztatásában és az atomerőmű cunami elleni védelmének fokozásában. Érdekes körülmény ugyanakkor az is, hogy ez a 2008-as új elemzés sem valószínűsített 15 méter magas cunamit.

Irodalom

1. Aszódi Attila, Boros Ildikó: Van-e az atomenergiának jövője Csernobil és Fukusima után? *Természettudomány tanítása korszerűen és vonzóan; Motiváció, tehetséggondozás, tanárképzés* – Nemzetközi szeminárium magyarul tanító tanárok számára az ELTE Természettudományi Oktatás-módszertani Centrum és az InfoPark Alapítvány szervezésében, Budapest, 2011. augusztus 23–25.; az előadások szerkesztett anyaga.
2. Varga Péter, Süle Bálint: A rendkívüli Tohoku-földrengés. *Természet Világa* 142/7 2011. július.
3. Aszódi Attila személyes weblapján elérhető különböző írások a fukusimai balesetről, 2011. március – október: http://www.reak.bme.hu/munkatarsak/dr_aszodi_attila/japan_foeldrenges.html
4. NHK World: TEPCO forecast 10-meter tsunami, 2011. október 3. http://www3.nhk.or.jp/daily/english/03_21.html

¹ „Government documents show that the operator of the Fukushima Daiichi nuclear plant predicted in 2008 that a tsunami over 10 meters high could hit the plant, which was only designed to withstand tsunami of 5.7 meters. But it failed to report this to the government until just before the March 11th disaster.”

GULLIVER MATCHBOXAI – TÖRÉSTESZTEK VALÓSÁGOS ÉS JÁTÉKAUTÓKON

– Szakköri diákkísérlet

Stonawski Tamás
Báthori István Református Gimnázium
és Kollégium, Nagyecséd

A gyerekszobában a valóság kicsinyített modelljeit fedezhetjük fel: a mackó, a babaszoba, a kisautó, a kisvasút mind a valóságtól eltérő, apró méretűek. Amikor a gyermek egy játékautóval játszik, óriásnak érzi magát, akár Gulliver a mesebeli Liliputban, és könnyedén emelgeti játékautóit. Vajon, ha tényleg ilyen nagyra nőnénk, és valóságos autókkal játszanánk, akkor a valódi autók a játék során hasonlóan viselkednének-e, mint a modell-társaik (1. ábra)? Vajon könnyebbnek éreznénk-e a felemelt valódi gépkocsikat, mint a modell-autókat, és esetleg össze is tudnánk azokat roppantani?

Hogy a feltett kérdésekre válaszolhassunk, kiválasztottunk egy Volvo C70 típusú modellautót, és kikerestük a Volvo katalógusából (2. ábra) a gépkocsi gyári adatait. A játékautó szélességét, hosszúságát és lemezvastagságát tolmérővel, a tömegét digitális mérleggel (3. ábra) mértük meg (1. táblázat).

A lemezvastagságon kívül a geometriai arányok rendre megegyeztek: 1:43, ami elterjedt arány a kisautók körében. Ezt az arányt a gyártó is feltüntette az „alvázon” (4. ábra). Ettől az aránytól a visszapillantó tükör felfogatásánál tértek el a könnyebb önthetőség érdekében.

Az autók oldallemezeinek vastagságára vonatkozó arány viszont jóval eltér a 43-tól, 1-nél kisebb értéket vesz fel. Ha kiszámoljuk a $\lambda = 43$ -ra vonatkozó lemezvastagságot a kiskocsi esetére, akkor 0,02 mm-t kapunk, ami egy háztartási alufólia vastagságának felel meg. Tehát az óriásoknak nagyon óvatosan kellene emelgetni a személyautóinkat! Egy gyermek körülbe-

1. ábra. Ha óriások lennénk, vajon a valódi autók játék során hasonlóan viselkednének-e, mint a modell-társaik? [1].



1. táblázat

A valódi és a modellautó főbb adatainak összehasonlítása

| | hosszúság (mm) | szélesség (mm) | lemezvastagság (mm) | saját tömeg (g) |
|---------------------------------|----------------|----------------|---------------------|-------------------|
| Volvo C70 gyári adatai | 4580 | 1820 | 1 | 1651000 |
| játékautó adatai | 106,4 | 42,3 | 1,3 | 63 |
| hasonlóság aránya (λ) | 43 | 43 | 0,8 | 29,7 ³ |

lül 1–6 N erővel szorítja meg a kiskocsit, ami az óriás esetében λ^3 -szörös lenne: 79 507–477 042 N, ami megfelel annak, mintha egy tank menne keresztül a járművön (10. ábra).

Természetesen érthető, hogy a játékgyárak a használati igénybevételek miatt a geometriai arányoktól eltérő, jóval nagyobb lemezvastagságot választják.

2. ábra. Az a) ábrán egy valódi autó fényképe, a b) ábrán egy azonos gyártmányú modellautó fényképe látható.





3. ábra. A játékautó szélességét, hosszúságát és lemeztvastagságát tolómérővel, a tömegét digitális mérleggel mértük meg.

A megnövekedett lemeztvastagság is magyarázza a tömegek arányának λ^3 -tól való eltérését:

$$\lambda^3 = 43^3 > 29,7^3 = \frac{m_{\text{valódi}}}{m_{\text{játék}}}$$

A kiskocsi tömegét pusztán a geometriai arányok figyelembevételével 20,8 grammra várjuk, ami harmada a mért értéknek.

Ütközések és töréskeresztek

A valóságos autók ütközéseit rengeteg körülmény befolyásolja: a fékezés, a kerekek és a talaj közötti súrlódási együttható különbözősége (ami a gépjármű forgását, pörgését okozhatja), az ütközési sebesség, az autó gyártmánya, tömege, műszaki állapota, de az sem mellékes, hogy mivel ütközik.

Az autógyártás első évtizedeiben az autóiipar vezetői



4. ábra. Az 1/43 arányt a gyártó is feltüntette az „alvázon”.

nem nagyon figyeltek fel a rengeteg halálos áldozatot is követelő közúti balesetekre. Az 1950-es években került sor az első töréskeresztre, amit a magyar származású *Barényi Béla* (1907–1997) végzett el. Az ő nevéhez fűződik a nem deformálódó utastér, a nyugalmi állapotban rejtett ablaktörlő és a biztonsági kormányoszlop feltalálása, de a gyűrődési zóna megfelelő kialakítása is [2].

A valóságos autók ütközése nem kizárólagosan rugalmatlan vagy rugalmas, az ütközési folyamatokban mindkét típusú ütközést felfedezhetjük.

A személygépkocsik lemeztvastagsága sem azonos, a karosszéria kiemelt helyein vastagabb és merevítőekkel van ellátva. A kiskocsi lemeztvastagsága sem egyenletes, az öntési eljárásnak megfelelően helyfüggő lehet.

Az összehasonlítható autók anyagai is különbözők: a valódi autó hengerelt, mélyhúzott acéllemez-ből készül, míg a vizsgált játékautó anyaga spiáteröntvény (más néven zamak), cink-alumínium ötvözet, így azonos jellegű erőhatásokra akár teljesen eltérően reagálhatnak.

A valóságos és a modellautó ütközéseinek összehasonlítása céljából töréskeresztekre végeztünk a kiskocsikon (5. ábra), majd összehasonlítottuk a valódi autók töréskeresztjével.

A 6. ábrán egy személyautó 64,4 km/h-val történő frontális ütközését láthatjuk [3]. Ezt a sebességet az állandó nagyságú nehézségi erő által létrehozott gyorsítással is elérhetjük abban az esetben, ha 16,2 méter magasságból vastag betonra ejtjük az autót (egy képzeletbeli speciális ejtőcsőben, hogy forgás nélkül es-

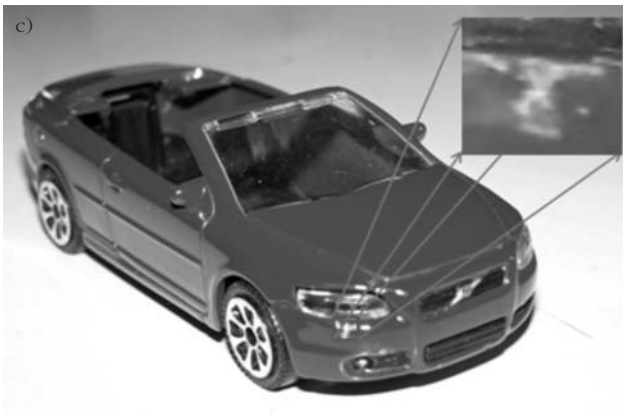
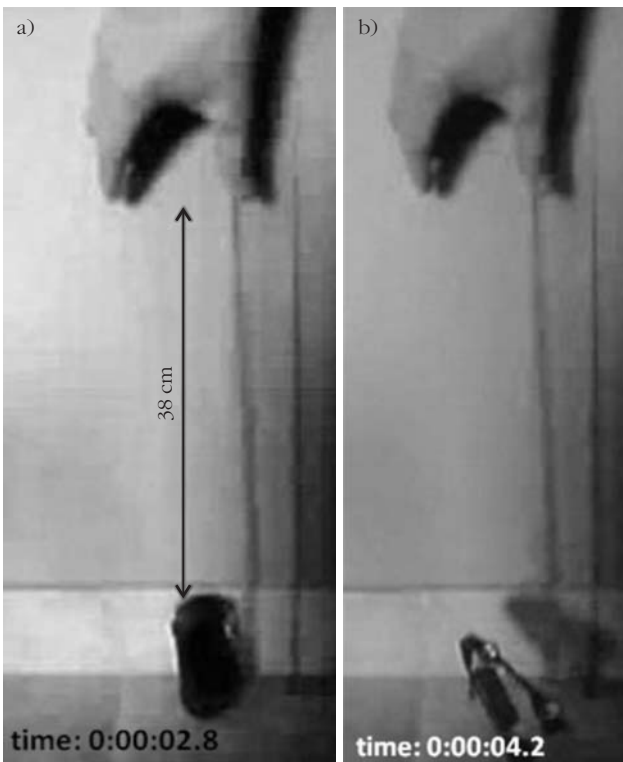
5. ábra. Valóságos és játékautók kísérleti ütköztetése.





6. ábra. Frontális ütközés 64,4 km/h-val. A felvételen látható a karosszéria első részének deformációja, de ugyanakkor a rugalmas visszalökődés is.

7. ábra. Az ejtési kísérletet egy szobában végeztük el, ahol kerámia-járólapra ejtettük a kiskocsit a vonalzóval előre bejelölt 38 centiméteres magasságból. a) ábra: pillanatkép a földet érés pillanatában. b) ábra: az ütközés után a kiskocsi majdnem 2 másodpercig pörgött a levegőben. c) ábra: a kísérlet után az öntvényanyagban deformációt nem tapasztaltunk, csak a jobb első lámpa alatt sérült meg a festékréteg.



sen, frontálisan ütközzön és a visszapattanás után ne végezzen tranzienst mozgásokat):

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(\frac{18 \text{ m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot \frac{20 \text{ m}}{\text{s}^2}} = 16,2 \text{ m} = s'$$

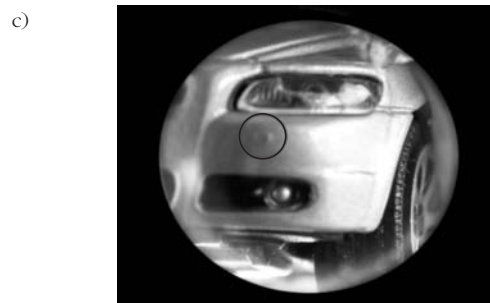
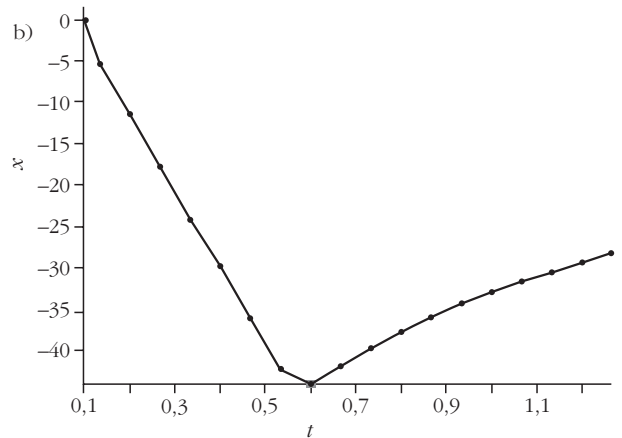
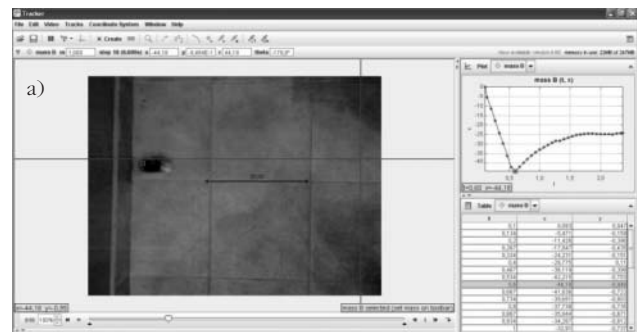
Ha a kiskocsival is szeretnénk hasonló ütközési kísérleteket végezni, az ejtési magasság:

$$s = \frac{s'}{\lambda} = \frac{16,2 \text{ m}}{43} = 0,38 \text{ m} = 38 \text{ cm}.$$

Ejtési kísérletek 38 cm magasságból

Az ejtési kísérletet egy szobában végeztük el, ahol kerámia-járólapra ejtettük a kiskocsit, a vonalzóval előre bejelölt 38 centiméteres magasságból. A kísérle-

8. ábra. a) ábra: a mozgás elemzése a video-analizáló programmal. b) ábra: a szoftver segítségével meg tudtuk határozni a kiskocsi sebességét az ütközés pillanatában. c) ábra: deformációt nem tapasztaltunk, csak a festékréteg sérült meg a bal alsó lámpa alatt.





9. ábra. PzKpfw IV közepes harckocsi [5].

tet egy 120 frame/s időbeli felbontású kamerával vet-tük fel. Az ütközés után az autó többször megpördült, és majdnem annyi időt töltött a levegőben, mint a zuhanáskor. A kísérlet után az öntvényanyagban de-formációt nem tapasztaltunk, csak a jobb első lámpa alatt sérült meg a festékréteg (7. ábra).

Ütközési kísérletek vízszintes talajon

A töréstesztet vízszintes mozgásnál is elvégeztük. Nagy sebességgel nekilöktük a kiskocsit a kerámia-lapnak, amiről videofelvételt is készítettünk, majd a mozgást kielemeztük egy ingyenes video-analizáló programmal [4]. A szoftver segítségével meg tudtuk határozni a kiskocsi sebességét az ütközés pillanatá-ban. Ez a sebesség 75 cm/s volt, ami a valóságos autónál 116,1 km/h-nak felel meg. Ismét megvizsgál-tuk a kiskocsit, méreteiben nem változott, deformá-ciót nem tapasztaltunk, csak a festékréteg sérült meg a bal alsó lámpa alatt (8. ábra).

Konklúziók

Ahogy a kísérletek is mutatták, a játékautók nem roncsolódnak össze még nagyobb sebességű ütkö-zések során sem. A valódi autók pedig már kisebb sebességű ütközések esetén is hajlamosak a defor-mációkra.

Bár a vizsgált kiskocsi és a valóságos autó mozgá-sát geometriai hasonlóságuk miatt (ugyanabban az aerodinamikai közegben) jól le lehet írni, a komplex mechanikai rendszerek ütközéseinek önmagában a geometriai arány az ütközések kimenetelének leírásá-hoz már nem bizonyult elegendőnek. Nem véletlen, hogy az autóipar, költséget nem kímélve, valóságos méretű autókkal végzi el az ütközési kísérleteit.

Óriás lett a matchboxom!

De mi történne, ha egy reggelen nem csak Gulliver nőne óriássá, hanem modellautónk is? Vajon ez a monstium milyen paraméterekkel rendelkezne? Ho-gyan nézhetne ki egy olyan gépjármű, aminek nem-

2. táblázat

A harckocsi és a modellautó adatainak összehasonlítása

| | hosszúság (mm) | szélesség (mm) | lemez- vastagság (mm) | saját tömeg (g) |
|------------------------------------|-------------------|-------------------|-----------------------------|-----------------------|
| PzKpfw IV közepes harckocsi | 7010 | 2880 | 80 | 22000000 |
| játékautó adatai | 106,4 | 42,3 | 1,3 | 63 |
| hasonlóság aránya (λ) | 66 | 68 | 62 | $70,4^3$ |

csak a méretei, hanem lemezzvastagsága is követné a modellautónk geometriai arányait? Számítsuk ki a lemezzvastagságot:

$$\lambda \cdot 1,3 \text{ mm} = 43 \cdot 1,3 \text{ mm} = 55,9 \text{ mm}.$$

Számítsuk ki a tömeget:

$$\lambda^3 \cdot 63 \text{ g} \approx 5 \text{ t}.$$

Ezek az adatok nagyon közelítik egy harckocsi adatait (9. ábra):

- Hosszúság: 7,01 m
- Szélesség: 2,88 m
- Magasság: 2,68 m
- Súly: 22 t
- Legénység: 5 fő
- Fegyverzet: 1 db 75 mm-es KwK L/24-es harckocsi-ágyú; 2 db 7,92 mm-es MG 34-es géppuska
- Motor: Maybach HL 108, 12 hengeres; 300 LE
- Sebesség: 40 km/h (úton)
- Hatótávolság: 200 km
- Páncélzat: 10–30 mm, a homlok 80 mm

Vessük össze a kiskocsi adatait a harckocsi „gyári” adataival (2. táblázat)!

A geometriai hasonlósági arány szinte minden vizs-gált paraméternél megegyezik, így az óriássá nőtt kisautó ütközései is sokkal jobban közelítenék a harc-kocsik ütközéseit. Persze a tankok egymással való ütközéseinek az utasok biztonsága nem kiemelten fontos tényező, a harckocsik szinte egyetlen nem de-formálódó „utastérből” állnak.

10. ábra. Ha a valóságban találkozna egy „felnagyított” modellautó és egy valódi személyautó, az megfelel egy tank és egy személyko-si végzetes találkozásának [6].



Ha tehát a valóságban találkozik egy „felnagyított” modellautó és egy valódi személyautó, az megfelel egy tank és egy személykocsi végzetes találkozásának (10. ábra).



A modellautók mért adatainak a valóságos autók paramétereivel való összehasonlítása és kiértékelése mindenképpen hasznosak lehetnek a fizikaoktatásban és a gépjárművezetésben is. A 11. osztályos tanulók többsége a jogosítvány megszerzése előtt áll (a vizsgált osztályban a tanulók 30%-a KRESZ-tanfolyamra járt), ezért a tanulók motiváltsága igen kedvező a gépjárművekkel kapcsolatos problémák megoldásában. A kísérletek során könnyen lehetett mozgósítani a közepes képességű diákokat is, a felhasznált digitális környezet szintén motiváló erőként hatott a diákokra. Az autóvezetés és a fizika kapcsolatát maguk a tanulók fedezték fel, és az előbbieken kívül sokkal több összefüggést is észrevettek a munka so-

rán (a gépkocsi tömege és fogyasztása közötti kapcsolat, miért nem lehet 100 km/h a tankok sebessége... stb.). A tanulók többsége már rutinszerűen alkalmazta a kinematika és a dinamika összefüggéseit, a grafikonelemzés is sikeres volt, a hasonlóságot, mint matematikai fogalmat már korábbról ismerték, a tömegekre alkalmazott arányosság pedig átvezette őket a fizika tantárgy témakörébe. A kísérletben részt vevő tanulók remélhetőleg körültekintő gépjárművezetők lesznek, és a fizika sem csak az utakon jut majd az eszükbe.

Irodalom

1. <http://autosguides.com/wp-content/uploads/2010/05/2009-Volvo-C70.jpg>
2. <http://www.decens.hu/barenyi-bela-es-a-gyrdesi-zona.html>
3. <http://www.youtube.com/watch?v=14oUIV89SGg>
4. <http://www.opensourcephysics.org/items/detail.cfm?ID=7365>
5. http://www.masodikvh.hu/index.php?option=com_content&task=view&id=894&Itemid=380
6. http://www.indavideo.hu/video/T-72_toresteszt

KÍSÉRLETEZZÜNK OTTHON!

Härtlein Károly
BME Fizikai Intézet

5. Hanginterferencia bemutatása

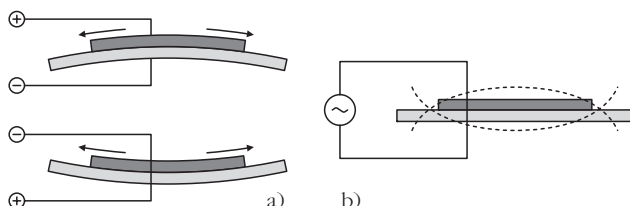
Két hullámforrásból érkező hang interferenciáját érdemes bemutatni fizikaórán, mert segítségével a jelenséget leíró bonyolult képletet meggyőző módon lehet igazolni. Hangtani bemutatónk hullámforrásául választunk két azonos típusú piezo zümmer (1. ábra). Ez a

kis elektronikai alkatrész jellemzően 3–20 V feszültségű egyenárammal működik, áramfelvétele 5–25 mA, tipikusan 2,5–4,5 kHz frekvenciájú, 75–95 dB erősségű hangot bocsát ki [1]. Én az eszközt két darab TAT-BPC3215W-1 típusú piezo zümmerből építettem meg, de megépíthető bármely hasonló, saját meghajtó áramkörrel rendelkező zümmerből.

1. ábra. Egy tipikus piezo zümmer.



2. ábra. A piezolapka alakváltozása egyenáram esetén (a) és rezgése váltóáram alkalmazásakor (b).



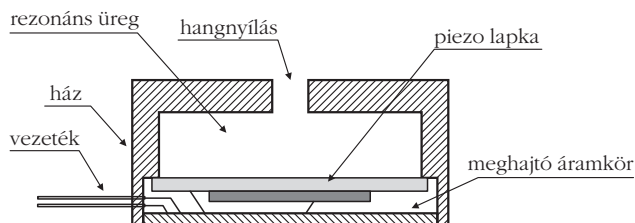
A piezo zümmer működése

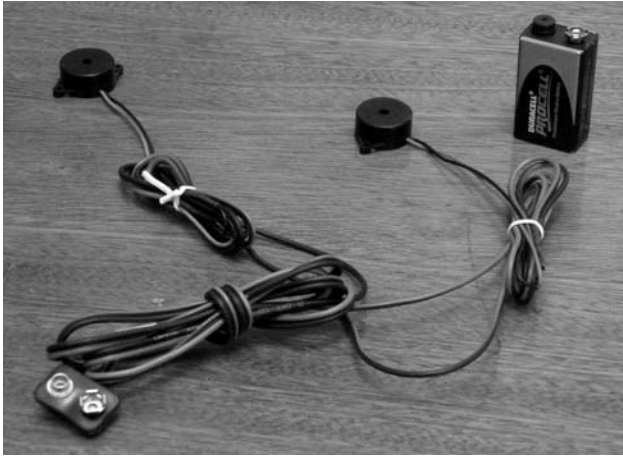
Eszközünk lelke egy piezolapka. A piezolapka feszültség hatására megváltoztatja alakját a 2.a ábrán látható módon. Váltakozó feszültség hatására pedig rezgésbe jön, a rezgés frekvenciája megegyezik a váltakozó feszültség frekvenciájával (2.b ábra).

A zümmerben a piezo lapkát egy meghajtó áramkör hozza rezgésbe, a rezgést jó hatásfokkal egy rezonáns üreg alakítja hanghullámmá, amely a házon lévő furaton keresztül jut ki a térbe (3. ábra).

Az interferenciához szükséges koherens – azonos frekvenciájú, és állandó fázishelyzetű zümmer még változtatással sem lehet találni, hiszen technikai adatai szerint a 4000 Hz-es névleges frekvenciától $\pm 12,5\%$ -os

3. ábra. A piezo zümmer felépítése.





4. ábra. Az elkészített hanginterferenciás eszköz.

eltérés is megengedett. Tanulmányozva a zümmer meghajtó áramkörét, észrevehetjük, hogy ha két zümmerünket sorosan kapcsoljuk, akkor koherens hullámforrásokká válnak. Ennek részleteiről a [2] honlapon tájékozódhat a kedves olvasó. A sorba kapcsolt zümmerek meghajtó áramköreik révén szinkronba kerülnek, frekvenciájuk teljesen megegyező lesz és ellenfázisban ($\varphi = 180^\circ$) fognak rezegni.

Az eszköz elkészítése

Hozzávalók és szerszámok:

- 2 darab piezo zümmer (például TAT-BPC3215W-1 típusú),
- 1 darab 9 V-os elem,
- 1 darab 9 V-os elemtartó,
- 5 méter hosszú egy eres, sodrott vezeték,
- zsugorcső vagy szigetelőszalag,
- forrasztópáka, forrasztó ón.

Az egyik zümmer negatív kivezetését a másik pozitív kivezetésével kell összeforrasztani. A két zümmer közé forraszunk 2 méter hosszú huzalt. Az így megmaradt két kivezetést forraszunk az elemtartóhoz, ügyelve a helyes polarításra. A zümmerek és az elemtartó közé másfél-másfél méter huzalt forraszunk (4. ábra).

Tanácsok a bemutatáshoz

Az eszköz bekapcsolása után először azt mutassuk be, hogy egy forrás esetén nincs interferencia. Ezt az egyik, majd a másik zümmer hangnyílásának befogásával tehetjük meg. Fordítsuk a zümmer a tanulók felé, és mozgassuk. Kérjük fel a hallgatóságot arra, hogy a zümmer hangerejének változását figyeljék meg! Ekkor szinte észlelhetetlen a hangerő változása.

Miután mindkét zümmerrel bemutattuk, hogy nincs változás, irányítsuk mindkét zümmer a tanulók felé. Lesznek, akik halknak és lesznek, akik hangosnak fogják hallani a két zümmer együttesen kisugárzott hangját. Ha a zümmerünk helyzetét változtatjuk, akkor az egyhelyben ülő megfigyelő hol hangosnak, hol halknak fogja hallani a két zümmer által kisugárzott

hangot. Mutassuk be, hogy milyen mozgások esetén figyelhetjük meg az interferenciát. Rögzítsük a zümmerünket egy faléc két végére (például a táblavonalzóra bluetack ragasztóval), így a két forrás távolságát állandósíthatjuk. Ekkor mozgatva vagy forgatva a léceket a léchez viszonyítva állandó interferenciakép is mozogni vagy forogni fog. Ezt jól fogják hallani a diákok. Ha az egyik zümmer a bal, a másikat pedig a jobb kezünkben tartjuk, majd az egyiket a testünkhöz közelítve a másikat távolítva mozgatjuk, akkor is megfigyelhető lesz az egyhelyben ülő számára az erősödés és halkulás.

Teljessé tehetjük az interferenciáról tanultakat, ha bemutatjuk azt, hogy a nem koherens hullámforrásokkal nem lehet létrehozni interferenciát. Zümmerünket a bemutató ezen részéhez párhuzamosan kell kapcsolni, ilyenkor nem szinkronizálódnak egymáshoz, eltérő lesz a frekvenciájuk. És bárhogy mozgatjuk őket, bármilyen helyzetbe állítjuk, diákjaink nem fognak hang erősödést és halkulást hallani.

Ha már a képletet levezettük, vagy megmutattuk, ne sajnáljuk ismét a táblára felírni.

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(kr_1 - kr_2 + \varphi).$$

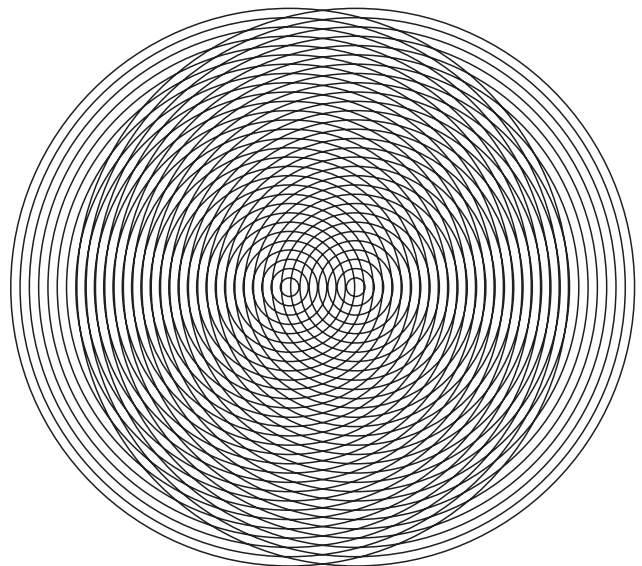
Mutassuk meg, hogy a képletben mit változtatunk, amikor mozgatjuk vagy az egyik, vagy a másik, vagy mindkét zümmer. Ha van írásvetítőnk, akkor egy hullámforrás kinyomtatott képét tartalmazó két fóliát egymás fölött mozgatva láthatóvá is tehetjük a hallottakat (5. ábra).

Az eszköz megépítése oly egyszerű, hogy mindenkinek ajánlom, főleg azoknak, akik még nem készítettek sajátkezűleg kísérleti eszközt! Az elkészítéshez és használatához sok sikert kívánok!

Kapcsolódó oldalak:

1. <http://piezo.com/tech4history.html>
2. <http://www.microbuzzer.com/buzzer-dirving-circuities>

5. ábra. Hanginterferencia demonstrálása hullámfrontokkal.



A természettudományos tárgyak oktatása korunk egyik legvitatottabb oktatási problémája: mind kevesebb idő alatt egyre többet kellene elmondani. Az ismeretek átadása, begyakorlása után kerülhet sor az alkalmazásra. Botor módon olyan elvárásnak kellene megfelelnünk, amely nem biztosít lehetőséget az alapok lerakására, miközben felhőkarcoló építést várják el a természettudományos tárgyat oktatóktól. Az elvárások minden irányból körülvesznek bennünket: a tanulók, szülők, oktatáspolitikusok is az elsajátított ismeretek rutinszerű alkalmazását várják el a munkánk eredményeként.

A fizika tanításának kimeneti követelményei között már a középszintű érettségi szóbeli részénél is megjelenik a kísérlet elvégzése, emelt szinten pedig a vizsgázók mérési feladata jelentős hangsúlyt kap: „Az A) feladat a méréshez köthető kompetenciákat kéri számon. (A mérés megtervezése, elvégzése, a mért értékek kezelése, a megfelelő következtetések levonása.)”¹

A munkát úgy elvégezni, ahogyan elvárják tőlünk, szinte lehetetlen, de a munkát úgy végezni, hogy megfeleljünk a lehetőségek adta elvárásoknak, ez a pályán dolgozó fizikatanárok fő célja. Az elmélet és a gyakorlat összhangját megteremteni, lehetőséget adni a fizika szépségének felismerésére nem csupán feladatunk, de kötelességünk. Olyan elődök nyomain haladunk, mint *Öveges József*, akinek „előadásait nézve annak sem tűnik lehetetlen feladatnak megszeretni a fizikát, aki addig irtózott tőle” [1]. Ő volt az, aki „a bonyolult kísérleteket is oly egyszerűen magyarázta el, hogy a teljesen képzetlenek is megérthették. Számos kísérletét egyszerű eszközökkel, egy konyhaasztalon is el lehetett végezni.” [2]

A kitaposott úton haladva könnyebb a nehézségeket legyőzni, és az ismeretek átadása mellett sikerül valóban fizikát is tanítani. A fizikai kísérletek elvégzése idő- és eszközigényes, ez a fő oka annak, hogy kevés alkalmunk van a kísérletezés örömeinek helyett szorítani, azonban a diákokat nem foszthatjuk meg ettől. Boldogan végeznek el minden kísérletet, és mutatják meg azokat társaiknak is, különösen, ha valóban egyszerű eszközökkel a konyhaasztalon, fürdőszobában vagy a parkban is elvégezhetik őket.

A Nyíregyházi Evangélikus Kossuth Lajos Gimnáziumban még egy nyomós érv szól amellett, hogy a kísérletezés örömét megismertessük a diákokkal: örökségünk ez, hiszen iskolánk tanulója volt, és itt érettségizett *Szalay Sándor* Kossuth-díjas akadémikus, egyetemi tanár, intézetalapító, aki „az ismeretanyag formális elsajátítása helyett a megértést, a tágabb keretbe ágyazott ismeretek oktatását helyezte előtérbe. Nem »táblafizikát« tanított. Ahogy kutatási tevékenységében az empiria, a kísérleti megközelítés

játszott uralkodó szerepet, előadásai során is a kísérletezés és mérés, a jelenségek pusztá ismertetése helyett azok szemléletes bemutatása játszott főszerepet. E tekintetben munkája példaként szolgálhat középiskoláink fizikatanárai számára is.” [3]

Örökségünkhöz hűnek lenni nehéz, de szép feladat. A tanítási órák adta keret szűkösége arra kényszerített, hogy megpróbáljam ösztönözni a diákokat: szabad idejükben, otthon végezzék el azokat a kísérleteket, amelyekhez megfelelő eszköz áll rendelkezésükre. Az általános iskola hetedik és nyolcadik évfolyamán a tanulók lelkesen fogtak bele az otthoni kísérletezésbe, és megfelelő motivációval a középiskolás korosztály is bevonható a munkába. A kiválasztott és otthon elvégzett kísérletek mindegyikéről a tanítási órákon nehéz lenne beszámolni, de ahhoz, hogy a tanulók munkája nyilvánosságot is kapjon, és megfelelő sikerélményben legyen részük a kísérletezés öröme mellett, lehetőséget kellett biztosítani a munka bemutatására. A lehetőségek közül a most bemutatásra kerülő formák működőképeseek, és könnyen megvalósíthatók szerényebb körülmények között is.

A diákok jelentős része nem pusztán felvételre alkalmas telefonnal, de számítógéppel, internet-elérhetőséggel is rendelkezik. Ezt a lehetőséget kihasználva hoztuk létre a következő kísérletezési formát: a tanulók a kiválasztott kísérletet otthon elvégzik, majd felvételen rögzítik úgy, hogy az előkészületek és a folyamat is követhető legyen.

A sikeres munka feltételei a következőkben foglalható össze:

- a kísérlet elvégzéséhez szükséges eszközök láthatók,
- a kísérletet végző diák meg is nevezi őket;
- a kísérlet célját a diák ismerteti;
- a munka során az eseményeket közvetíti;
- a felvételen egyértelműen látszik, hogy a kísérlet valóban a tanuló végzi;
- a tapasztalatok, következtetések levonása megfelelő;
- a diák ismerteti a forrást, ahol a kísérlet ötletét találta.

A diákok különböző módon és helyszíneken végzik el a munkát, majd miután azt közösen jóváhagyjuk, az aktuális osztály elektronikus levelezési címére elküldve mindenki számára elérhetővé tesszük.

Másik lehetőség arra, hogy a tanulók megoszthassák a kísérletezés örömét társaikkal a nagy előadás: 2005 óta évente egy alkalommal a tanulóknak lehetőségük nyílik arra, hogy nagyobb nyilvánosság előtt ismertessék, bemutathassák a kiválasztott kísérleteket, az elkészített kísérleti eszközöket.

Ezen alkalommal is meghatározott szempontok szerint folyik a munka:

- eszköz bemutatása,
- a kísérlet ismertetése,

¹ Fizika emelt szintű szóbeli tételsor tartalmi és formai jellemzői.

- a kísérlet elvégzése közben a közönség figyelmének „éber tartása”,
- a kísérlet kimenetelének, lehetőségeinek számbavétele,
- a következtetések közös levonása,
- a hely megnevezése, ahol hasonló lehetőségekre talál az érdeklődő diák.

Azok a diákok, akik az aktuális tananyaghoz kapcsolódva készítenek el otthon kísérletet, és ezt szeretnék társaiknak bemutatni, minimális tanári segítséget kapnak, és előre egyeztetett időben a tanítási egységhez kapcsolódva mutatják be kísérletüket. A tanulók a hozott eszközöket a szertárban találhatóakkal kombinálva bemutatják a kísérletet úgy, hogy igyekeznek magyarázatot fűzni az elméleti anyagrészekhez. A bemutatóról felvételeket is készítenek a diákok, ami nagy segítség lehet egy későbbi felidézés megkönnyítése érdekében.

Vannak olyan diákok is, akik idegenkednek a nyilvános szerepléstől, ők az elvégzett kísérlet menetét, annak folyamatát az előkészülettől a kivitelezésig rögzítik, majd az elkészült képekből válogatva rövid cikkben ismertetik azt. Kevésbé vállalkozó kedvű tanulók a

külső fórumok által szervezett programokon szerzett kellemes benyomásait szeretnék másokkal is megosztani. Ezek az alkalmak is az elkészített felvételek és a hozzá tartozó rövid beszámoló az, amit a társikkal megoszthatnak. Az elkészített cikkek az iskola honlapján: <http://www.eklg.hu> frissítésig olvashatók.

Tudom, hogy minden fizikát oktató pedagógus megpróbálja elérni az elérhetetlent, és munkáján keresztül megmutatni a diákoknak azt, miért is választotta éppen ezt a tudományágat a sok közül.

A rendelkezésre álló lehetőségek struktúrája folyamatosan változik, de jó hír, hogy a diákok igénylik és szívesen végzik azokat a feladatokat, amelyek a természet kutatására és a kor technológiájának alkalmazására serkentik őket. Így talán a rájuk váró megmérettetéseken is felkészültebbek lesznek.

Irodalom

1. http://www.sulinet.hu/tart/ncikk/kh/0/11975/tudosmagyarok_oveges.html
2. <http://www.mult-kor.hu/cikk.php?id=11482>
3. Kovács Ádám: Emlékbeszéd Szalay Sándor emléktáblájánál. Nyíregyháza, 2011. október 7.

VERSENYFELHÍVÁSOK

Nagy László Fizikaverseny a Szalézi Szent Ferenc Gimnáziumban Kazincbarcika, 2012. március 1–2.

Iskolánk, a kazincbarcikai Szalézi Szent Ferenc Gimnázium (volt Ságvári Andre Gimnázium) idén immár huszonhetedik alkalommal rendezi meg a Nagy László Fizikaversenyt. A verseny célja a tanulók problémamegoldó készségeinek fejlesztése, a fizika minél tágabb szakterületeinek a versenybe való bevonása, konzultációs lehetőség biztosítása a megye gimnáziumaiban tanító fizikatanárok részére.

A versenyt a borsod megyei gimnazisták számára csapatversenyként hirdetjük meg, amelyen az iskolák évfolyamonként 2 fős csapatokkal vehetnek részt. Az *első napon* a diákok 20 perces *írásbeli tesztet* töltenek ki, ezt követi a *két órás írásbeli feladatsor* megoldása. A feladatokat *Zsúdel László* Mikola-díjas középiskolai tanár, *Nagy László* volt egyetemi tanárunk tanítványa állítja össze, aki egyben a zsűri elnöke is.

Az első nap zárásaként a résztvevő diákok és a tanárkollégák neves előadók izgalmas, érdekes bemutatóján vehetnek részt. Az előző évek előadói voltak: *Härtlein Károly*, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem mérnöke, *Vida József*, az egri Eszterházy Károly Főiskola Rátz Tanár Úr életműdíjas tanára.

A verseny igazi unikuma azonban a *második napon* lebonyolított *szóbeli-kísérleti forduló*, amelyen a

csapatok gyakorlatban önállóan megoldandó problémákkal találják szembe magukat.

Az első fordulóban a csapatoknak egy bemutatott kísérlet értelmezését kell elvégezniük néhány perces gondolkodási idő után, a második fordulóban pedig egy önállóan elvégzendő mérési feladatot kapnak, amelynek megoldásához 20-30 perc áll rendelkezésükre. Munkájukról és annak eredményéről, valamint kiértékeléséről 3-5 percen számolhatnak be a csapatok.

A kísérletek között minden évben igyekszünk meghökkenítő problémákkal foglalkozni: ittunk már szárazjeges teát, „égettünk” alkoholba áztatott papírpénzt, de sor került már a gasztrfizikai kísérletekre (puding-gejzír, elektromos kolbászsütés stb.) is. Idén a 27. tavasszal várjuk a megye legjobb száz diákját és tanárait a fizika szalézi ünnepére Kazincbarcikára.

Az ideai verseny időpontja: 2012. március 1–2. (csütörtök, péntek).

A nevezési határidő: 2012. február 15.

A versenykiírás és a jelentkezési lap a gimnázium www.sagim.hu honlapjáról letölthető.

Várjuk a csapatok jelentkezését a szilagyi@sagim.hu e-mail címen!

Petróczi Gábor igazgató

Nevezze iskoláját az ELMŰ–ÉMÁSZ Energia Suli Tanulmányi versenyére! 2012. február 29., április 2. – április 15., május 12.

2012 februárjában kezdetét veszi a természettudományos ismereteket felölelő *Energia Suli Tanulmányi verseny*. Az ország bármely pontján működő *általános iskolákból* várják a 4+1 fős csapatok jelentkezését, amelyekben a 4 tanuló mellett 1 fő valamely természettudományos tantárgyat oktató pedagógus is részt vesz, a közös siker érdekében. Részletes információ: www.energiasuli.hu weboldalon.

1. forduló

Feladat: három perces videó készítése arról, hogy az iskolában milyen módon lehetne energiát megtakarítani.

Jelentkezési határidő a videóval: 2012. február 29.

2. forduló

A második fordulóba bejutó 45 iskola egyedi, az Energia Suli program fizikatanárai által megalkotott, látványos kísérletek bemutatásához segítséget nyújtó Fizibox dobozt kap!

Feladat: online tudásteszt.

Időpont: 2012. április 2. – április 15.

3. forduló

Élő, egész napos verseny Budapesten a 10 döntős csapat számára!

Időpont: 2012. május 12.

Jelentkezés a versenyre

A Tanulmányi Versenyre történő jelentkezés érdekében kérjük, regisztrálja csapatát az Energia Suli program internetes felületén, a www.energiasuli.hu oldalon.

A sikeres jelentkezés érdekében kérjük, hogy a regisztrációt követően 2012. február 29-ig töltsen fel az első forduló nevezési videóját!

Nyeremények

1. helyezett 1 db Philips 26PFL3606H/58 típusú televíziót nyer iskolája, továbbá 5×15 000 Ft értékű Libri vásárlási utalványt a csapattagok számára.

2. helyezett 5×10 000 Ft értékű Libri vásárlási utalványt nyer a csapattagok számára.

3. helyezett 5×5 000 Ft értékű Libri vásárlási utalványt nyer a csapattagok számára.

Különdíj: 1 db Philips 26PFL3606H/58 típusú televízió az iskola számára.

További nyeremény:

Mindhárom dobogós csapatot elvisszük 2012. június 1-től 3-ig *Güssingbe*, az osztrák energiatakarékos településre egy *bárom napos buszos kirándulásra!*

HÍREK – ESEMÉNYEK

A Magyar Tudomány Ünnepe

A Simonyi Károly-díj szakkuratóriumának fizikai díját *Gábos Zoltán*, az MTA külső tagja a részecskefizika és az általános relativitáselmélet területén elért eredményeiért, szaktanári és a kutató generációk nevelésében végzett kimagasló tevékenységéért vehette át.

A Paksi Atomerőmű Zrt. és a Wigner Jenő-díj kuratóriuma által adományozott Wigner Jenő-díjat

Raics Péter, a fizikai tudományok kandidátusa, a Debreceni Egyetem Kísérleti Fizikai Tanszékének nyugalmazott egyetemi docense az atommagfizika tanításában, alap- és alkalmazott kutatásában, az atomerőművek biztonságát növelő nukleáris technikai módszerek kidolgozásában és az atomenergia széles körű népszerűsítésében végzett kiemelkedő tevékenységéért;

Sükösd Csaba, a fizikai tudományok kandidátusa, a BME Nukleáris Technikai Intézet Nukleáris Technika Tanszékének egyetemi docense, a nukleáris fizika egyetemi oktatásában és a nukleáris ismeretek középiskolai oktatásának megalapozásában végzett kimagasló tevékenységéért vehette át.



2011-ben a Prima Primissima díjat a Magyar Tudomány kategóriában *Kroó Norbert* akadémikus, fizikus, kutatóprofesszor, Társulatunk elnöke kapta.



A Magyar Nukleáris Társaság Öveges József Díját 2011-ben *Jendrék Miklós* tanár úr (Boronkay György Műszaki Középsiskola és Gimnázium, Vác) nyerte, aki a díj átadásakor az MNT 2011. évi Ünnepi Közgyűlésén változást mutatott be kísérleteiből.

Szerkesztőség: 1121 Budapest, Konkoly Thege Miklós út 29–33., 31. épület, II.emelet, 315. szoba, Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacíme: mail.elft@gmail.com

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős: Szatmáry Zoltán főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrizzük meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

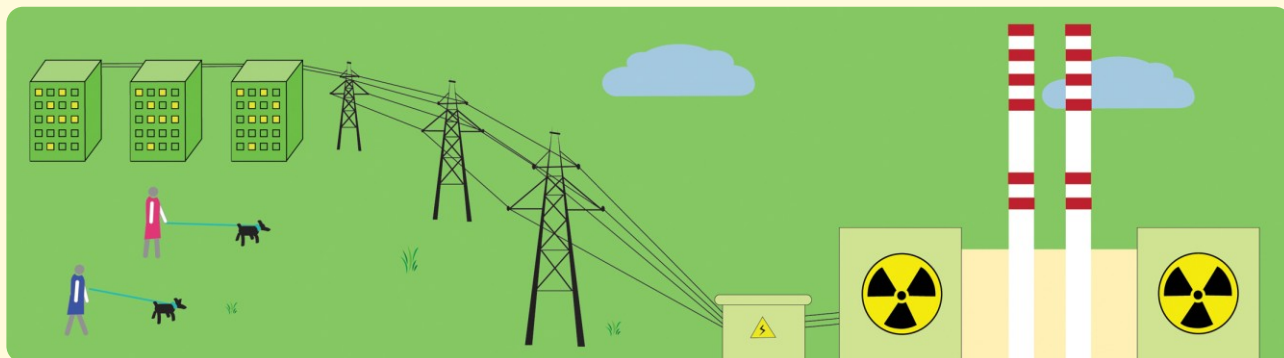
Nyomdai előkészítés: Kármán Tamás, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyezményen.

Megjelenik havonta, egyes szám ára: 800.- Ft + postaköltség.

HU ISSN 0015–3257 (nyomtatott) és HU ISSN 1588–0540 (online)

Atomerőművi események és állapotok besorolása



normál üzem



várható üzemi események



tervezési üzemzavarok



súlyos baleset

előfordulás várható gyakorisága (f)

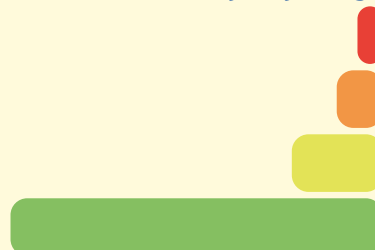
esemény súlyossága

$1/\text{év} < f$

$10^{-2}/\text{év} < f < 1/\text{év}$

$10^{-4}/\text{év} < f < 10^{-2}/\text{év}$ külső kezdeti eseménynél
 $10^{-5}/\text{év} < f < 10^{-2}/\text{év}$ belső kezdeti eseménynél

$f < 10^{-4}/\text{év}$ külső kezdeti eseménynél
 $f < 10^{-5}/\text{év}$ belső kezdeti eseménynél



Jövönk energiája



paksi atomerőmű

www.atomeromu.hu



ISSN 0015325-7

9 770015 325009 12001