KÁROLYHÁZY-FELADATOK AZ EÖTVÖS-VERSENYEN II. RÉSZ – TERMODINAMIKA

Volt olyan időszak, amikor *Károlyházy Frigyes* évről évre a fizikának ugyanarról a területéről adott feladatokat az Eötvös-versenyre. Ez egyáltalán nem azt jelenti, hogy a feladatok ravaszul ismétlődtek, még csak azt sem, hogy megfogalmazásukban hasonlítottak egymásra. Belső, mély rokonság volt köztük: a fizikának ugyanabból az ágából nőttek ki. Megoldásukhoz mégsem volt elég ezen ág ismerete, olykor le kellett nyúlni a gyökerekig is. Jó példa erre a termodinamika, ami már eleve a klasszikus fizikát széleskörűen átható tudomány. (Nem lehet véletlen, hogy a világ legsikeresebb fizikus tankönyvszerzői, mint például az amerikai *Sears, Zemansky, Callen,* a német *Becker,* a japán *Kubo,* vagy az orosz *Kikoin,* mind írtak termodinamika tankönyveket.) A Károlyházy-féle termodinamika-feladatok megoldásához azonban sohasem volt elég a magasröptű elvi gondolkodás, hanem a konkrét problémákban kellett felfedezni a fizikai jelenségeket, és azokra alkalmazni a fizikai törvényeket.

Az alábbi feladat egyszerre volt mechanikai és termodinamikai.

Egy henger alakú, zárt tartály fekvő helyzetben egyenletesen forog (vízszintes) hossztengelye körül, 0,5/s fordulatszámmal. A tartály 100 kg homokot tartalmaz, belső átmérője és hossza egyaránt 1 m, fala érdes.

Becsüljük meg, mennyivel növekszik a homok hőmérséklete 10 perc alatt, ha a falon keresztül elszökő hőmennyiséget elhanyagoljuk!

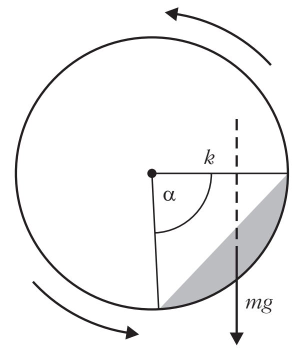
Megoldás. Ha a henger elég lassan forog (a feladatban 2 másodperc alatt fordul körbe, s ez elég lassúnak tekinthető), akkor a homok a hengerben valamennyire „felmászik” a forgás irányának megfelelő oldalon, és közelítőleg egy hengerszelet térfogatát tölti ki.

A hőmérséklet változását a homok tömege, fajhője és a rajta végzett súrlódási munka ismeretében tudnánk meghatározni:

$$\Delta T = \frac{W_{súrl}}{c\,m}.$$

A homok tömege adott (m = 100 kg), fajhőjét táblázatból (a hozzá hasonló anyagok, például a kvarcüveg vagy a porcelán adatainak felhasználásával) 700–800 J/(kg°C) közötti értékre becsülhetjük.

A homok mozgásának részletes leírása (és ennek ismeretében a súrlódási munka kiszámítása) reménytelenül bonyolult feladat lenne. Szerencsére erre nincs szükség! Elegendő azt észrevenni, hogy az egyenletesen forgatott hengerben a homok előbb-utóbb állandósult (stacionárius) állapotba kerül. A homok egyes darabkái mozognak (áramlanak) ugyan, de a homok egésze olyan alakot vesz fel, amelynek határa időben nem változik. Emiatt a homok tömegközéppontja mindig ugyanott, a henger forgástengelyétől vízszintes irányban valamekkora k távolságra helyezkedik el (*1. ábra*).



1. ábra

A homok belső energiájának növekedése (azaz a súrlódási erők munkája) nyilván megegyezik a henger egyenletes forgatása során végzett munkával, ez utóbbi pedig a hengerre kifejtendő mgk forgatónyomaték és a henger $\Delta\varphi$ szögelfordulása szorzatával egyenlő:

$$W_{súrl} = m\,g\,k\,\Delta\varphi.$$

A tíz perc alatti szögelfordulás:

$$\Delta\varphi = \omega\,\Delta t = 2\pi\,n\,\Delta t = 2\pi\;0{,}5\ \mathrm{s}^{-1}\;600\ \mathrm{s} = 1885\ \mathrm{rad}.$$

A nehézségi erő:

$$m\,g = 100\ \mathrm{kg}\;9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 981\ \mathrm{N}.$$

Hátra van még a nehézségi erő k karjának kiszámítása. Becsüljük meg először a tömegközéppont és a forgástengely r_{tkp} távolságát! Felhasználjuk, hogy egy α nyílásszögű hengerszelet térfogata

$$V = \frac{1}{2}\,h\,r^2(\alpha - \sin\alpha).$$

Jelen esetben h = 10 dm, r = 5 dm, így

$$V = \frac{m}{\rho} \approx 60\text{–}65\ \mathrm{dm}^3.$$

(A homok sűrűsége nyilván a homok minőségétől, nedvességtartalmától, összetételétől stb. is függ, de mindenképpen kisebb, mint a tömör kvarc táblázatban megtalálható 2,65 kg/dm^3-es sűrűsége.) Ezekből az adatokból és becslésekből $\alpha \approx 90°$, illetve $r_{tkp} \approx 4$ dm adódik.

Vajon hogyan helyezkedik el a homokkal kitöltött hengerszelet síkja a henger tengelyén átmenő függőleges síkhoz képest? Mindennapi tapasztalatból (homokozó, homokóra) tudjuk, hogy a (száraz) homokból körülbelül 45°-os „rézsűszög” alakítható ki, ezért jogosan tekinthetjük úgy, hogy a jelen esetben is az állandósult mozgású homokgörgeteg legfelső pontja a henger tengelyével körülbelül azonos magasságba kerül, és emiatt a keresett erőkar

$$k \approx r_{tkp} \sin 45° \approx 2{,}8 \text{ dm},$$

a súrlódási munkára pedig mintegy 520 kJ-t kapunk. Ezt felhasználva és a homok fajhőjét 800 J/(kg°C)-nak véve kapjuk:

$$\Delta T \approx 6{,}5 \text{ °C}.$$

Mivel a homok sűrűsége és fajhője is mintegy 10%-ra határozatlan mennyiség, a homok dinamikus rézsűszöge is rejt ekkora bizonytalanságot, helyesnek tekinthetünk minden olyan becslést, amely mintegy 20%-kal tér el ΔT fenti értékétől, vagyis 5 és 8 °C közé esik.

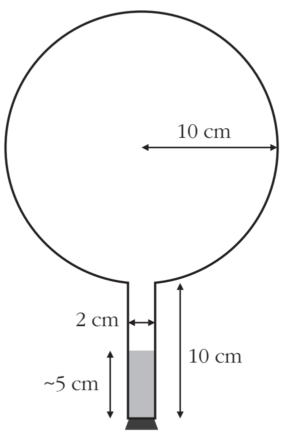
Megjegyzések. 1. A feladat megoldása során összesen 57 versenyző jutott el odáig, hogy konkrét numerikus becslést tudott adni a hőmérséklet emelkedésére. Ezek a becslések széles határok között változtak, a legkisebb 0,0009 °C volt, a legnagyobb 44,65 °C. ΔT = 5-8 °C-os intervallumba eső értéket összesen 10 versenyző kapott, tehát ennyien oldották meg elfogadhatóan a feladatot.

2. Érdemes a feladatban leírt jelenséget kísérletileg is tanulmányozni. (A fényképen látható berendezést, amely a feladatban szereplő összeállítás kicsinyített mása, a verseny eredményhirdetésén láthattuk.) Gyorsabb forgás esetén nagyon sok érdekes részlet figyelhető meg a homokszemek „kollektív mozgásában”. Ezek vizsgálata ma is aktuális kutatási feladat a fizikusok számára.

A következő feladatban a diákok számára ismerős eszközökkel valósul meg egy érdekes jelenség. Ki ne tudná, milyen az a gömblombik? Forgatógép is van a legtöbb iskola fizikai szertárában.

Zárt lombikban egy kevés víz van. A lombik száját lefelé fordítva a víz körülbelül 5 cm magasan áll a lombik nyakában. (A belső méreteket a 2. ábra mutatja.)

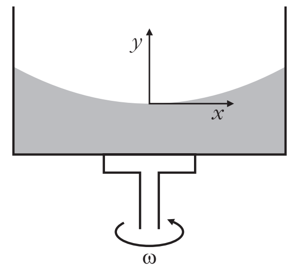
2. ábra



Ezután a lombikot függőleges tengelye körül egyenletes forgásba hozzuk úgy, hogy másodpercenként hármat forduljon. Gondoskodunk róla, hogy a lombik falának hőmérséklete mindenütt ugyanakkora legyen. Kellően hosszú idő után egyensúly áll be.

Rajzoljuk fel vázlatosan, hogyan helyezkedik el ekkor a víz a lombikban!

Megoldás. A feladat első ránézésre mechanikai problémának látszik. Ki fog derülni, hogy legalább ennyire termodinamikai feladat is; az egyensúly, ami „kellően hosszú idő után” beáll, termodinamikai egyensúly lesz. A példa termodinamikai jellegére utal a lombik falának hőmérsékletéről szóló mondat is.



3. ábra

Az egyenletes forgásba hozott folyadék felszíne a földi homogén nehézségi erőtérben forgásparaboloid. Ennek síkmetszetét mutatja a *3. ábra*. A „megforgatott parabola” egyenlete az ábrán felvett koordinátarendszerben.

$$y = \frac{\omega^2}{2g} x^2.$$

Megjegyzések. 1. A fenti összefüggést annak alapján határozhatjuk meg, hogy a folyadék az ω szögsebességgel forgó koordinátarendszerben egyensúlyban van; felülete a ráható erők eredőjére merőleges. Így az érintő iránytangense

$$\frac{\Delta y}{\Delta z} \rightarrow \frac{m x \omega^2}{m g} = \frac{x \omega^2}{g},$$

amiből [minthogy $y(0) = 0$] a megadott formula következik.

2. Úgy is megkaphatjuk a felület egyenletét, hogy felismerjük: egy m tömegű folyadékdarabkára ható centrifugális erő kifejezése hasonló a Hooke-törvényben szereplő rugóerő képletéhez, de a „rugóállandó” negatív, $D = -m\omega^2$. Ennek megfelelően a „centrifugális potenciális energia” $-m\omega^2 x^2/2$, amihez hozzáadva a gravitációs helyzeti energiát, a teljes potenciális energiára

$$E_{pot} = -\frac{m\omega^2 x^2}{2} + m g y$$

adódik. A folyadék szabad felszínén a teljes potenciális energia mindenhol ugyanakkora kell legyen, ami a megadott parabola egyenletéhez vezet.

3. Az összefüggés levezetését a feladat nem kívánta meg. Mivel az Eötvös-versenyen bármilyen könyv használható a megoldáshoz, egyszerűen ki lehetett írni a megfelelő képletet például Budó: *Kísérleti fizika* I. kötetének megfelelő fejezetéből.

Megvizsgálva a feladat konkrét adatait könnyen belátható, hogy a forgó folyadék felülete felveszi a forgásparaboloid alakot anélkül, hogy a folyadék széle a lombik nyakában egészen a gömbig felemelkedne. Felmerülhet azonban egy kérdés – és ez volt a kulcs a feladat helyes megoldásához –, hogy ha gondolatban meghosszabítanánk ezt a forgásparaboloidot egészen a gömbig, vajon nem „vágna-e bele” a gömbbe? Mert ha igen, akkor ott a gömbben, a forgásparaboloid alatt is lehetne víz!

Vegyünk ismét egy, a forgástengelyen átmenő síkmetszetet! Határozzuk meg azon parabola legmélyebb pontját, amely érinti a gömblombik síkmetszeteként adódó kört! Legyen ez a pont h-val mélyebben, mint a kör középpontja, ekkor a parabola egyenlete (a kör közepéhez választva a koordinátarendszer kezdőpontját)

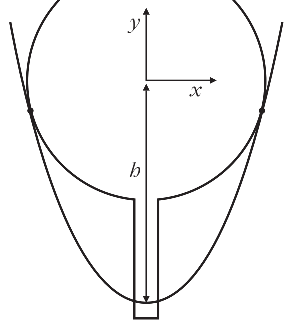
$$y + h = \frac{\omega^2}{2g} x^2,$$

a kör egyenlete pedig $x^2 + y^2 = R^2$. Ebből x^2-et kifejezve és a parabola egyenletébe helyettesítve, a kör és a parabola közös pontjainak y koordinátáira a következő másodfokú egyenletet kapjuk:

$$y^2 + \frac{2g}{\omega^2} y + \frac{2gh}{\omega^2} - R^2 = 0.$$

Amikor a parabola érinti a kört (*4. ábra*), a fenti egyenletnek csak 1 gyöke lehet, tehát a diszkrimináns zérus kell legyen, és éppen ez ad feltételt a h magasságra:

$$h = \frac{g}{2\omega^2} + \frac{\omega^2}{2g} R^2.$$

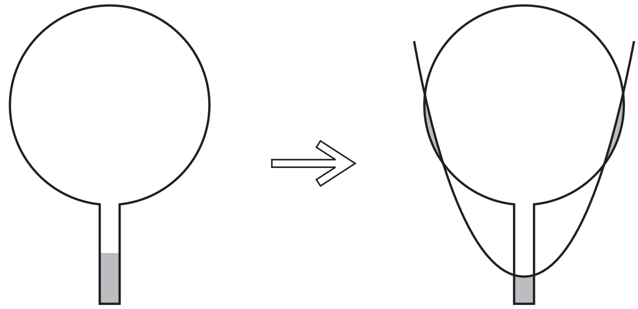


4. ábra

Behelyettesítve a g = 9,81 m/s^2, $\omega = 2\pi 3$ s^{-1}, R = 0,1 m adatokat, h-ra 0,195 m = 19,5 cm adódik. A gömb sugara 10 cm, a nyak hossza ugyancsak 10 cm, együtt ez több, mint 19,5 cm.

A gömböt érintő paraboloid tehát a lefelé fordított lombik nyakának legalsó pontjánál fél centiméterrel feljebb halad! A feladat megoldásához tartozó paraboloid persze ennél az érintő paraboloidnál is valamivel feljebb halad, mégpedig úgy, hogy a gömblombik nyakában a paraboloid alatt maradó víz éppen annyival kevesebb az eredetileg ott volt víznél, amennyi a gömbben, egy körbefutó keskeny sávban a paraboloid alá került.

De hogyan került oda a víz? Voltak versenyzők, akik arra tippeltek, hogy a gömblombik felpörgetésekor talán odafreccsenhetett a víz. Ez a feltevés nincs híjával az iskolai szertárakban található forgatógépekkel szerzett érdekes tapasztalatoknak. Mégsem ez a probléma megoldása, hanem az, hogy a lombikban a cső nyakánál elpárolgó vízgőz egy része csapódik ki – megfelelő helyen – a lombik falára. E termodinamikai folyamat hajtóereje pedig éppen az az ici-pici nyomáskülönbség, ami a lombikban fellép a nehézségi


5. ábra

erő és a forgás együttes hatása miatt. Egy-egy forgásparaboloid mentén a víz a forgó koordinátarendszerből nézve egyensúlyban van, hiszen éppen ez a feltétel határozza meg a felület alakját. Különböző forgásparaboloidokat összehasonlítva viszont a magasabban elhelyezkedő felület mentén nagyobb egy bizonyos vízmennyiség energiája, mint az alacsonyabban levő felületnél. Egyensúlyi állapotban a víz felszíne ugyanazon paraboloidon kell elhelyezkedjen a lombik nyakában és a gömbben is, ha nem így lenne, a párolgás és lecsapódás folyamata „megkeresné” az alacsonyabb összenergiájú állapotot.

Végeredményben tehát az *5. ábrá*n látható vázlatos rajz (helyes indoklással) a feladat megoldása.

Megjegyzések. 1. A paraboloid helyzetének pontos meghatározása nem volt feladat – középiskolai matematikával ez nehéz is lett volna.

2. Az egyik versenyző eljutott annak felismeréséhez, hogy lehet víz a lombik falán, de nem hitte el, hogy ez meg is valósulhat. „Ugyanúgy nem – írta –, mint ahogy egy, az asztalon álló pohár vízből sem mászik ki a víz az asztalra, hiába lenne ott kisebb az energiája.” Nos, az érdekes az, hogy a víz onnan is kimászhat, még a tökéletes hőmérsékleti egyensúly esetén is, éppen a meglévő piciny barometrikus nyomáskülönbség miatt, ami a pohárban levő víz felszíne és az asztal (vagy még inkább a padló) szintje között fennáll. Letakarva egy üvegharanggal az asztalon álló pohár vizet, el is végezhető a kísérlet. Csak kissé soká kell várni! (Üvegharang nélkül is „kimászik” a víz a pohárból, de a szoba nagy légtere miatt sehol sem csapódik le, hanem telítetlen gőz formájában a levegőben marad.)

A következő két Károlyházy-feladat öt év eltéréssel szerepelt az Eötvös-versenyen: az első 2006-ban, a második 2011-ben. Ránézésre a két kiinduló szituáció meglehetősen hasonlít egymásra. Látni fogjuk azonban, hogy a két probléma mégsem ugyanaz, amit az is bizonyít, hogy a 2011-es feladat megoldói közül senki se hivatkozott az öt évvel azelőtti feladat megoldására. Lássuk először a 2006-ban feladott problémát.

Fizika szakkörön egy példatárból az alábbi feladat kerül elő: „Egy függőlegesen álló, henger alakú edényt körülbelül fele magasságáig megtöltünk vízzel, majd lezárjuk. Az alap- és fedőlap jó hővezető, a henger oldalfala hőszigetelő. Az alaplapot –10 °C-ra

hűtjük, a fedőlapot 110 °C-ra melegítjük, s a továbbiakban ezen a hőmérsékleten tartjuk. Hosszú idő elteltével hogyan oszlanak meg magasság szerint a különböző halmazállapotok az edényben?”

A nebulók különböző könyvekben kutakodnak. Tóni szerint a jég úszik a vízen, a folyékony víznek tehát alul kell lennie. Réka szerint középen kell lennie a víznek, hiszen forró gőzzel érintkezik. Bea, miközben adatokat keres, felfedezi, hogy a gázok hővezető-képessége néhány táblázatban – feltehetően elírás folytán – nagyobbnak van feltüntetve a víz vagy a jég hővezető képességénél, más táblázatok és könyvek szerint azonban a gázok hővezető képessége sokszorosan kisebb. (Bea szerint is így logikus.)

Segítsünk nekik megtalálni a helyes választ a feladat kérdésére!

Megoldás: A hővezetésre felírható legegyszerűbb összefüggés (ebben a különböző könyvek és táblázatok egyetértenek) a következő:

$$\Phi = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda\, A\, \frac{\Delta T}{\Delta x}.$$

Itt Φ jelenti a hőáramot, vagyis az A keresztmetszeten a T hőmérséklet növekedésének irányában másodpercenként áthaladó rendezetlen energiát. Minthogy ez az energia mindig a magasabb hőmérsékletű helyről halad az alacsonyabb hőmérsékletű hely felé, ezért negatív az arányossági tényező. A fenti összefüggéssel definiált pozitív λ mennyiséget nevezik hővezetési együtthatónak, ennek mértékegysége SI-rendszerben $\mathrm{J\,m^{-1}\,K^{-1}\,s^{-1}}$.

A hővezetési együttható jellemzi a hővezető képességet, ez az, ami néhány táblázatban – feltehetően elírás folytán – hibásan szerepel. A helyes értékek (lásd például a Nemzeti Tankönyvkiadó *Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok* 2005-ös 2., javított kiadásának 216., 214. és 212. oldalát) a következők:

vízgőzre (18 °C-on) $\lambda_g = 18{,}0 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{m\,k\,s}}$,

levegőre (18 °C-on) $\lambda_l = 24{,}2 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{m\,k\,s}}$,

vízre (18 °C-on) $\lambda_v = 587 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{m\,k\,s}}$,

jégre (0 °C-on) $\lambda_j = 2200 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{m\,k\,s}}$.

A jobb összehasonlíthatóság kedvéért emeltük ki mindegyik adatból a 10^{-3} tényezőt.

Igaz, hogy a hővezetési együtthatók függnek a hőmérséklettől, de nem változnak olyan erősen, hogy elfedjék azt a tényt, amely szerint a gázok hővezető képessége sokkal-sokkal kisebb, mint a folyadékoké, illetve a szilárd anyagoké. A gázoknál csak a vákuum lehet jobb hőszigetelő. (A dupla ablak, vagy a réteges öltözködés előnye éppen a levegő rossz hővezetésén alapul.)

Szemléletesen tehát azt mondhatjuk, hogy a feladatbeli henger felső felében hőszigetelő, alsó felében hővezető réteg helyezkedik el, vagyis a két réteg közös határának hőmérséklete sokkal közelebb van a hővezető réteg alsó hőmérsékletéhez, mint a hőszigetelő réteg felső hőmérsékletéhez. Jelen esetben, a hővezetési tényezők konkrét adatait figyelembe véve −6 °C körüli hőmérséklet alakul ki a két réteg határán.

Van olyan víz, ami alul −10 °C-os, felül −6 °C-os? A víz túlhűthető, az igaz, de a túlhűtött vízben aligha maradhat fenn ilyen hőmérséklet-különbség, mert ez belső áramlást indít, és e túlhűtött víz pillanatok alatt kifagy: ilyen hőmérsékleteken a *jég* a stabil fázis.

A jég viszont még jobb hővezető, mint a víz, tehát a feladatban kérdezett végállapot a következő: *alul jég, felette levegő és egy kevés vízgőz keveréke, víz pedig egyáltalán nem lesz a hengerben!* A jég és a gáz határán a hőmérséklet −9 °C körül stabilizálódik.

Most lássuk a 2011-ben feladott problémát!

Egy függőlegesen álló, henger alakú, zárt tartály magassága legyen mondjuk 20 cm! Tegyük fel, hogy a tartály falának és belső tartalmának hőmérséklete huzamos ideje T =1 °C! A tartalom pedig egy, a tartály alaplapját borító papírvékonyságú vízréteg és fölötte ennek a telített gőze, más semmi. Az oldalfalat hőszigetelőnek tekinthetjük, az alap- és fedőlap azonban igen jó hővezető vékony fémlemez, amelyeknek a hőmérsékletét kívülről szabályozhatjuk.

A lehetőséggel élve emeljük a fedőlap hőmérsékletét T_f = 100 °C-ra, miközben az alaplap hőmérsékletét T = 1 °C-on tartjuk, és gondoskodjunk róla, hogy ezek az értékek elég sokáig így maradjanak! Várjuk meg, amíg az edényben kialakul a víz, illetve a gőz új stacionárius állapota, amely már nem változik tovább!

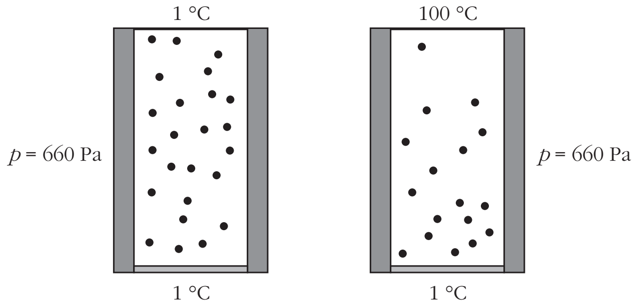
a) A korábbi egyensúlyi állapothoz képest megváltozott-e említésre méltó mértékben a gőzállapotban lévő vízmolekulák száma, és ha igen, akkor nőtt vagy csökkent?

b) Vajon mi lenne a válasz, ha a kezdeti állapotban a vízréteg magassága 10 cm lenne?

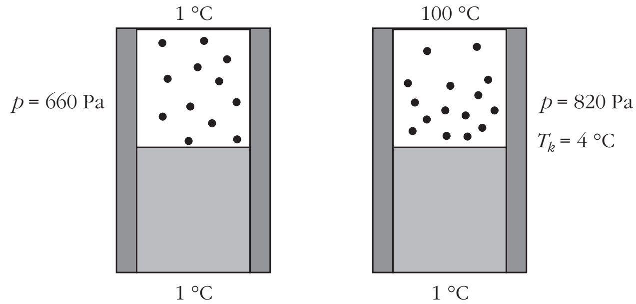
Megoldás: a) Ha egy folyadék saját telített gőzével érintkezik, akkor a gőz nyomása csak közös hőmérsékletüktől függ. Az alul levő 1 °C-os víz felett a gőz nyomása tehát mindkét esetben ugyanannyi. (A táblázatból interpolációval leolvasható ennek aktuális értéke: 660 Pa.)

A gőznyomás az egész edényben ugyanakkora, de abban az esetben, ha a hőmérséklet felfelé emelkedik, a gőz sűrűsége felfelé csökken. (Szintén a táblázatból olvasható ki, hogy az 1 °C-os telített gőz sűrűsége 5,2 g/m^3, amiből egy átlagosan 50,5 °C-os gőz sűrűségére „ideális gáz közelítésben” 4,4 g/m^3 adódik.)

A gőz új stacionárius (időben állandó) állapotában tehát a gőz átlagos sűrűsége kisebb lett, vagyis a gőzállapotban levő vízmolekulák száma *csökkent* (*6. ábra*)!



6. ábra



7. ábra

b) Ha a vízréteg magassága kezdetben 10 cm, a víz kitölti az edény felét. Felette azonban ugyanúgy 1 °C hőmérsékletű és 660 Pa nyomású telített gőz van, mint az a) esetben.

Amikor viszont a fedőlap hőmérsékletét 100 °C-ra emeljük, már nem mondhatjuk, hogy az egész víz 1 °C-os marad, ugyanúgy, mint amikor „papírvékonyságú” volt. Azt se állíthatjuk persze, hogy jelentősen felmelegszik a víz felső rétege, mivel a víz sokkal jobb hővezető, mint a vízgőz. Mennyire melegszik hát fel?

Táblázatból kiolvasható, hogy a vízgőz hővezetési együtthatója

$$\lambda_g = 18 \cdot 10^{-3} \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m\,K\,s}},$$

míg a víz hővezetési együtthatója

$$\lambda_v = 587 \cdot 10^{-3} \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m\,K\,s}}.$$

Mivel a vízréteg és felette a vízgőz ugyanolyan (10 cm) magas, és a kialakuló hőmérséklet-különbségek fordítva arányosak a hővezetési együtthatókkal, ezért a víz teteje és a vele érintkező vízgőz közös hőmérsékletét T_k-val jelölve felírhatjuk:

$$\frac{T_k - 1\ ^\circ\mathrm{C}}{100\ ^\circ\mathrm{C} - T_k} = \frac{\lambda_g}{\lambda_v} = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{587 \cdot 10^{-3}}.$$

Ennek alapján kapjuk T_k-ra a 4 °C-os értéket, amit már a *7. ábrá*n is feltüntettünk.

Ezek után a táblázatból extrapolációval kiolvashatjuk a 4 °C-hoz tartozó telítési gőznyomás nagyságát: 820 Pa. Ez is szerepel már az ábrán.

Hasonlóképpen kiolvashatjuk a telített vízgőz sűrűségének értékét 4 °C-on, ez 6,4 g/m^3. A nyomás az egész gőztérben 820 Pa lesz, a gőz sűrűsége azonban csak legalul 6,4 g/m^3, felfelé egyre kevesebb. Megbecsülhetjük az átlagos sűrűséget, újra csak ideális gáznak tekintve a vízgőzt, amely átlagosan 50,5 °C hőmérsékletű:

$$\rho = \frac{274}{323{,}5} \cdot 6{,}4 \ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3} = 5{,}4 \ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}.$$

Ez viszont még mindig több, mint az 1 °C-hoz tartozó 5,2 g/m^3 érték, vagyis ebben az esetben a gőzállapotban levő vízmolekulák száma *nőtt!*

Kiegészítés. Számításunkban eltekintettünk a víz sűrűségváltozásától, amely persze elhanyagolható a vízgőz sűrűségváltozásához képest. Mégis okozhat egy kis galibát, ha figyelembe vesszük, hogy a 4 °C-os legfelső vízréteg sűrűsége nagyobb, mint az alatta levőké. Ezáltal a víz mechanikailag instabillá válik az edényben, s az egyensúly kis megzavarása is áramlásokat idézhet elő. Ha valamelyik versenyző erre is utalt volna a dolgozatában, a versenybizottság plusz pontokkal jutalmazta volna, de ez senkinek se jutott akkor eszébe. Hasonlóképpen figyelmen kívül hagyta mindenki a 100 °C-os felső lap hősugárzásának hatását a vízréteg hőmérsékletére, azonban ez a hatás nem is olyan jelentős, hogy módosítaná a végső választ: az a) esetben csökken, a b) esetben nő a vízgőz molekuláinak száma.

Ez a feladat volt az utolsó, amit Károlyházy Frigyes feladott az Eötvös-versenyen. Bizonyára volt a tarsolyában még jó néhány kérdés, de ezeket sose árulta el előre.

Viszont nehogy azt higgye valaki, hogy csak mechanikai meg termodinamikai témából talált ki és adott fel Károlyházy Frigyes izgalmas problémákat, ugyanennyi jó feladatot hozott elektromosságtanból is. Ezekből válogatunk majd a 3. és a 4. részben.

Radnai Gyula

Irodalom

1. Vermes Miklós: *Az Eötvös-versenyek feladatai I. 1959–1988.* Typotex, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1997, 163 o.
2. Radnai Gyula: *Az Eötvös-versenyek feladatai II. 1989–1997.* Typotex, Budapest, 1998, 131 o. http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tkt/eotvos-versenyek/adatok.html
3. http://www.kfki.hu/education/verseny/eotvosverseny/report.html