ELMÉLKEDÉS A CORIOLIS- ÉS A CENTRIFUGÁLIS ERŐRŐL

Hraskó Péter
PTE Elméleti Fizika Tanszék

Egy tömegpont síkbeli mozgását többnyire Descartes-koordinátákban, de talán még gyakrabban polárkoordinátákban tárgyaljuk. A Descartes-koordinátákban érvényes

$$m\ddot{x} = F_x \qquad m\ddot{y} = F_y \tag{1}$$

egyenletekről az

$$x = r\cos\varphi \qquad y = r\sin\varphi$$

transzformációval térünk át polárkoordinátákra, de a koordinátákon kívül természetesen az erő Descartes-komponenseit is ki kell fejezni az F_r, F_φ poláris komponenseken keresztül. Az eljárás a jól ismert

$$m\ddot{r} = F_r + m r\dot{\varphi}^2, \tag{2}$$

$$m r\ddot{\varphi} = F_\varphi - 2\, m\dot{r}\dot{\varphi} \tag{3}$$

egyenletekre vezet.

Az egyenleteket úgy rendeztük, hogy – az (1)-hez hasonlóan – a bal oldal most is csak a gyorsulással arányos tagot tartalmazza. Ennek azonban az lett a következménye, hogy a jobb oldalon az erő megfelelő komponensén kívül egy-egy új tag is megjelent. Ezeket a jól ismert tagokat logikus ugyancsak erőnek tekinteni, elfogadott nevük is ezt a felfogást tükrözi: A (2) jobb oldalán a második tagot centrifugális erőnek, a (3)-ban megjelenőt pedig Coriolis-erőnek hívjuk.

De álljunk meg itt egy pillanatra. Az eddigi egyenletek felírásánál automatikusan feltettük, hogy inerciarendszerben vagyunk, mert a Newton-egyenletben csak a valódi $\boldsymbol{F}$ erőt szerepeltettük, inerciaerőkről egyáltalán nem esett szó. A kiinduló Descartes-koordinátarendszerünk is és a belőle képzett polárkoordinátáink is inerciarendszert határoznak meg (inerciarendszerhez vannak rögzítve). Márpedig inerciarendszerben nem lép fel se centrifugális, se Coriolis-erő, hiszen ezek inerciaerők, amelyek csak forgó vonatkoztatási rendszerekben hatnak a bennük nyugvó és mozgó testekre.

Ezt a terminológiai kifogást nem lehet csak úgy félretolni. Egyet tehetünk: A (2) és a (3) jobb oldalán megjelenő két fiktív erőtagra más, semleges elnevezést vezetünk be. Elfogadhatónak látszó elnevezés az, hogy ezek *geometriai erők,* mert utal rá, hogy tisztán geometriai úton, a *t* időt nem tartalmazó koordinátatranszformáció következtében jelentek meg.

De ettől még igaz marad, hogy ezek a geometriai erők *a matematikai alakjukat tekintve* pontosan megegyeznek a centrifugális és a Coriolis-erővel. Megmutatjuk, hogy *egy másik gondolatmenet alapján* valóban lehet őket *így is* értelmezni.

Kezdjük megint a kályhától. Képzeljük el a tömegpont valamelyik megvalósuló mozgását az (x, y) síkban, és vezessünk be új vesszős Descartes-koordinátákat úgy, hogy a vesszős és a vesszőtlen rendszer origója, valamint z-tengelye legyen közös, de a vesszős rendszer forogjon oly módon a közös z-tengely körül, hogy *a tömegpont maradjon rajta folyamatosan* az x'-tengelyen. Hogyan fog kinézni a tömegpont mozgásegyenlete a vesszős Descartes-koordinátákban?

Most természetesen figyelembe kell venni az inerciaerőket is, amelyek képlete

$$\boldsymbol{F}^* = -2\, m(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v}') - m\big(\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r})\big) - m(\dot{\boldsymbol{\omega}}\times\boldsymbol{r}).$$

A jobb oldal első tagja az $\boldsymbol{F}_c^*$ Coriolis-erő, a második az $\boldsymbol{F}_{cf}^*$ centrifugális erő, és van egy harmadik tag is, amelyre, mivel tudomásom szerint nincs elfogadott neve, „szöggyorsulási erőként” fogok hivatkozni. Az $\boldsymbol{\omega}$ az a szögsebesség, amellyel a vesszős rendszer forog az inerciarendszerekhez képest.

Specializáljuk ezeket a mennyiségeket az (x', y') síkban történő mozgásra. A szögsebesség nyilván a következő:

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_{x'}, \omega_{y'}, \omega_{z'}) = (0, 0, \dot{\varphi}),$$

az erő pedig

$$\boldsymbol{F} = (F_{x'}, F_{y'}, F_{z'}) = (F_r, F_\varphi, 0).$$

A tömegpont helyzetvektorának, sebességének és gyorsulásának csak x' komponense van:

$$\boldsymbol{r}' = (x', y', z') = (r, 0, 0),$$
$$\boldsymbol{v}' = (\dot{x}', \dot{y}', \dot{z}') = (\dot{r}, 0, 0),$$
$$\boldsymbol{a}' = (\ddot{x}', \ddot{y}', \ddot{z}') = (\ddot{r}, 0, 0).$$

A Coriolis-, a centrifugális erő és a szöggyorsulási erő komponensei a következők:

$$\boldsymbol{F}_c^* = (0, -2\, m\dot{\varphi}\,\dot{r}, 0),$$
$$\boldsymbol{F}_{cf}^* = (m r\dot{\varphi}^2, 0, 0),$$
$$-m(\dot{\boldsymbol{\omega}}\times\boldsymbol{r}) = (0, -m r\ddot{\varphi}, 0).$$

Természetesen a komponensek az inerciaerők képletében is a vesszős koordinátákra vonatkoznak.

Most már könnyen felírhatjuk az $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}^*$ Newton-egyenlet x', y' komponenseit:

$$m\ddot{r} = F_r + m r \dot{\varphi}^2,$$

$$0 = F_\varphi - 2 m \dot{\varphi} \dot{r} - m r \ddot{\varphi}.$$

Ez az egyenletrendszer pontosan megegyezik (2)-vel és (3)-mal, a fiktív erők pedig valóban azonosak benne a Coriolis-erővel és a centrifugális erővel.

Ezzel beláttuk, hogy a vizsgált esetben a geometriai erők egyben inerciaerők is, de szerintem ebből nem szabad levonni azt a következtetést, hogy a két fogalom közül az egyik – a geometriai erő – fölösleges. Ezt a következtetésünket meg se tudtuk volna fogalmazni mindkét fogalom együttes használata nélkül. Különben is, a két fogalom biztosan nem esik egybe, mert a φ-koordináta második időderiváltjával arányos tag inerciaerő, de nem geometriai erő. Más, összetettebb feladatokban pedig valószínűleg méginkább különböznek egymástól.

Még egy utolsó megjegyzés: azt szoktuk mondani, hogy egy körpályán mozgó bolygó esetében, amikor $\ddot{r} = 0$, a centrifugális erő egyensúlyt tart a gravitációs vonzással ($F_r < 0$, $F_\varphi = 0$). Mások meg éppen arra figyelmeztetnek, hogy ez félrevezető konklúzió, mert egyáltalán nem következik a (2)-(3) egyenletek levezetési módjából. Most látjuk, hogy a kijelentés korrekt, de nem az inerciarendszerhez rögzített szokásos polárkoordinátákra kell vonatkoztatni, hanem arra a vesszős Descartes-rendszerre, amely együtt forog a bolygóval.

UV-SUGÁRZÁS MÉRÉSE A CERN-I TANULMÁNYÚTON

Riedel Miklós – ELTE TTK Fizikai Kémiai Tanszék
Hollósy Ferenc – Premier Research Hungary, Budapest
Szabolics Imre – Képző- és Iparművészeti Szakközépiskola, Budapest
Vantsó Erzsébet – ELTE TÓK Matematika Tanszék

Az utóbbi időben az ózonlyukjelenség miatt megnőtt a földfelszínre érkező napsugárzásban az ultraibolya (UV) sugarak hányada. Emiatt a napozás során gyorsabban leégünk, és hamarabb keletkeznek bőrelváltozások. Ha ismerjük a sugárzás aktuális mértékét, megfelelően védekezhetünk ezek ellen a déli órákban, magas hegyekben, a tengerparton stb. Az UV-sugárzás mennyiségi kísérleti tanulmányozására jó lehetőséget adott a fizikatanárok CERN-i tanulmányútja, és az azzal kapcsolatos magashegyi túra.

Elméleti háttér

Az elektromágneses színkép 1 nm-től 1 mm-ig terjedő hullámhossztartományát optikai sugárzásnak nevezzük. Ezen belül a különböző hullámhossztartományokat másként érzékeljük. Szemünk a látható sugárzást fényként érzékeli, ennek hullámhosszhatárai (400–780 nm), az ultraibolya sugárzás hullámhossza 100 és 400 nm közé esik, az infravörös sugárzás a 780 nm fölötti tartomány. Az ultraibolya színképtartományt nemzetközileg elterjedt módon három részre szokás osztani: 100–280 nm UV-C, 280–320 nm UV-B, 320–400 nm UV-A. A Nap sugárzó energiájának mintegy 7%-a az ultraibolya és röntgentartományba tartozik, 46%-a a látható fény, további 47% pedig az infravörös tartomány része. A UV-C lenne az élő szervezetre a legveszélyesebb, ezt azonban – szerencsére – a légkör csaknem teljesen elnyeli. A magas légköri ózonréteg az UV-B jó részét is elnyeli és az UV-A is veszít erejéből. A Napból a földfelszínre érkező UV-sugárzás az egészségre részben hasznos: elősegíti a D-vitamin képződését, a mesterséges UV-sugárzást pedig felhasználják a gyógyászatban és fertőtlenítésre is. Egy bizonyos mértéket meghaladó ultraibolya sugárzás viszont káros lehet, hatására bőrpír (erythema), bőröregedés, bőrdaganatok, szürke hályog keletkezhet, sőt a DNS károsodása is felléphet [1–3, 11].

A napsugárzás intenzitása és a biológiai érzékenység együttes hatását az *1. ábra* szemlélteti a DNS-sérülés érzékenysége, a napsugárzás intenzitása és ezek szorzata, azaz a napsugárzás biológiai hatékonysága (DNS-károsító hatása) ábrázolásával. A beszürkített görbe alatti terület az effektív biológiai besugárzás, ennek a besugárzási idővel való szorzata adja meg biológiai effektív dózis értékét [2].

A sugárzás intenzitását watt/m^2 egységben fejezik ki, az utóbbi időben azonban megnőtt az igény arra, hogy a szélesebb közönség tájékoztatására a Nap UV-B sugárzásának kifejezésére valamely könnyen áttekinthető skálázást vezessenek be. Ez az úgynevezett UV-index (UVI) [4–7]. Kanada volt az első ország (1992 után), amely a napi időjárás-előrejelzésben a várható UV-sugárzás maximális értékét is megadta. Az UVI-t a WHO standardizálta, így fogalma, meghatározása és skálázása az egész világon egységes.

A mérésben részt vettek: *Riedel Miklós* (vezető), *Azari Henriette, Csatlós Mária, Hollósy Ferenc, Horváth Krisztina, Kovács Zoltán, Lábas Antalné Pém Judit, Láng Róbert, Papp Géza, Pájer Szabolcs, Ságiné Valaczka Ilona, Szabolics Imre, Tóth Diana, Vantsó Erzsébet, Varjasiné Balla Edit, Várnainé Benedek Ágnes.*