

# LÉGNYOMÁS MAGASSÁGFÜGGÉSÉNEK MÉRÉSE A CERN-I TANULMÁNYÚTON

Riedel Miklós – ELTE TTK Fizikai Kémiai Tanszék  
 Ágoston Istvánné – Vasvári Pál Gimnázium, Székesfehérvár  
 Fekete Pál Péter – Pápai Református Kollégium Gimnáziuma  
 Gulácsy Géza – Munkácsi Szent István Líceum, Ukrajna

A ma már könnyen és olcsón beszerezhető precíziós elektronikus barométerekkel jól demonstrálható a légnyomás magasságfüggése. Akár 2 méter szintkülönbség is jól észlelhető effektust (körülbelül 0,1-0,2 hPa) ad, néhány emeletnyi liftezés során pedig a jelenség látványosan követhető. A barometrikus magasságformula kiméréséhez viszont magashegyi utazás szükséges, amire csak ritkán adódik lehetőség. Egy ilyen kiváló alkalom volt a fizikatanárok számára a CERN-i tanulmányúthoz kapcsolódó szakmai kirándulás a Francia-Alpokba. Beszámolónk e kísérleteket ismerteti.

## Elméleti háttér

A légnyomás nagyságát elsőként *Torricelli* állapította meg 1643-ban, nem sokkal később *Pascal* és *Perier* kimutatta a légnyomás magassággal való csökkenését a Puy de Dôme hegyen 800 m magasságkülönbségnél végzett nevezetes kísérlettel (1648). Ezen előzetes tapasztalatok ismeretében és a hordozható műszerek megkonstruálása után a barométert 1705 óta használják magasságmérésre (*Halley*) [1–3]. Érdekességként megemlítjük, hogy *Townson* 1793-as magyarországi útja során valószínűleg elsőként végzett hazánkban barometrikus magasságmérést: a Magas-Tátra néhány csúcsának magasságát határozta meg mai tudásunk szerint is figyelemre méltó pontossággal. 1802-ben pedig *Kitaibel Pál* végzett magasságmérést légnyomásértékek alapján horvátországi útján a Velebit-hegységben [4].

Nem túl nagy magasságkülönbségeknél a levegő sűrűsége közel állandónak tekinthető, és így alkalmazható a

$$\Delta p = \rho g \Delta h$$

összefüggés. A levegő sűrűsége 0 °C-on és 1 bar nyomáson 1,293 kg/m<sup>3</sup>, így a nyomáscsökkenés méterenként körülbelül 0,1 hPa. Ha a sűrűségváltozás már nem elhanyagolható, a levegő nyomását a magasság függvényében az úgynevezett barometrikus magasságformula adja meg. Ez levezethető a tökéletes gáz

A mérésben részt vettek: *Riedel Miklós* (vezető), *Ágoston Istvánné*, *Dezamicsné Babich Gertrud*, *Fekete Pál Péter*, *Fekete Ildikó Irén*, *Ferenczi Tamás*, *Gulácsy Géza*, *Hollósy Ferenc*, *Szabó József*, *Szabó Józsefné*, *Szillási Zoltán*, *Szuákné Gaál Rózsa*, *Újbelyi Zsigmond*.

Köszönetet mondunk *Szekerka József*-nek és *Kovács Bélának* (ELTE Térképtudományi és Geoinformatikai Tanszék) a szakmai tanácsokért és a kézi GPS kölcsönzéséért.

állapotegyenletéből és a hidrosztatikai nyomás összefüggéséből azonos hőmérsékletű légeoszlopot feltételezve (izoterm atmoszféra)

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g}{p_0} b\right),$$

ahol  $p_0$  a légnyomás,  $\rho_0$  a levegő (hőmérséklettől is függő) sűrűsége a tengerszinten,  $g$  a gravitációs gyorsulás. A tengerszinten ( $b_0$ ) a légnyomás átlagosan 1013 hPa. Bármilyen más pontban a

$$\frac{\rho}{p} = \frac{\rho_0}{p_0}$$

arány állandó. A fenti összefüggés

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT} b\right)$$

alakban is felírható, ahol  $M$  a levegő átlagos moláris tömege (28,96 g/mol),  $R$  a moláris gázállandó,  $T$  a termodinamikai hőmérséklet [5–7]. A formula tehát csak akkor érvényes, ha a levegő hőmérséklete a magasság függvényében nem változik, egyébként az úgynevezett adiabatikus közelítést, vagy még általánosabban a politróp állapotváltozást lehet alkalmazni [5]. Ezekre itt nem térünk ki.

Mivel a légnyomás nagysága egyebek mellett (például időjárás-változás) függ az észlelőhely tengerszint feletti magasságától, a légnyomás mérése lehetőséget ad a magasság meghatározására (1. táblázat). A barométeres magasságmérés általános szabálya, hogy a méréseket olyankor lehet elvégezni, amikor a légnyomás hirtelen változása nem várható. A légnyomás alapján való magasságmérésre empirikus összefüggé-

1. táblázat		
A légkörre vonatkozó tájékoztató nyomás- és hőmérsékletadatok		
$h$ (m)	$p$ (hPa)	$T$ (K)
0	1013	288,0
1000	899	281,5
2000	795	275,0
3000	701	268,5
4000	616	262,0

sek és táblázatok vannak, amelyeket egyebek mellett a földrajzi helyzet meghatározásánál, valamint a légi közlekedésben használtak és esetenként használnak ma is. A barométeres magasságmérés csak korlátozott pontosságú eredményt ad, ez 1000 m-es magasságoknál 4-5 m-re tehető [8–11].

## Mérési feladatok, kísérleti eszközök

A fizikatanárok CERN-i tanulmányútja során a mérőcsoport tagjai két kísérletet végeztek el:

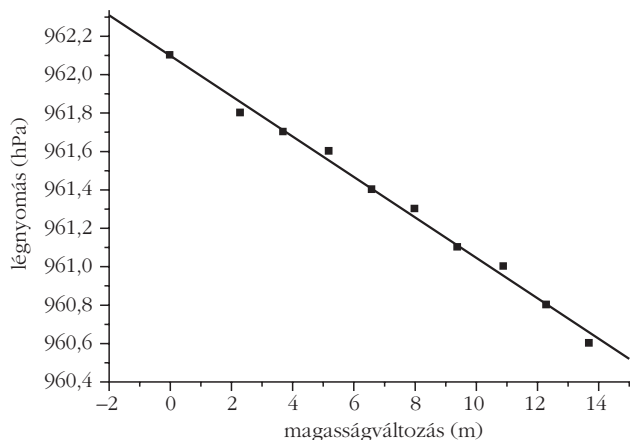
- a légnyomásváltozás észlelését kisebb magasságkülönbségek esetén egy többemeletes épület szintjein mérve,

- a barometrikus magasságformula kimérését nagy magasságkülönbségeknél a Mont Blanc melletti Aiguille-du-Midi csúcsra (3842 m) való buszutazás és a felvonótúrák során.

A kísérletekhez Lufft C300 típusú 0,1 hPa felbontású elektronikus barométert, Garmin eTrex Legend HCX kézi GPS-t, Greisinger GTH 175/Pt ellenálláshőmérőt és a kis magasságok mérésére mérőszalagot használtunk. Esetenként összehasonlításként a magasságot mértük még okos telefonnal, a légnyomást elektronikus turista műszerrel is.

Az elektronikus barométerek működése azon a jelenségen alapszik, hogy a szilárd testek (kristályok) ellenállása mechanikai feszültség hatására megváltozik (piezo-ellenállási effektus). A jelenséget *Lord Kelvin* fedezte fel fémeknél (1856). A félvezetők (szilícium, germánium) piezo-ellenállási effektusa a fémekéhez képest sokkal nagyobb. Ezt 1954-ben ismerték fel (*Smith*). A barométerben egy megfelelően kialakított szilícium félvezető integrált áramkörti elem van. Ez egy membrán, amely deformálódik (meghajlik), ha nyomáskülönbség van a lemez két oldalán. A deformáció következményeként a lemez elektromos ellenállása megváltozik, a műszer ezt az ellenállást méri. A lemez egyik oldalán a nyomás állandó, a másik oldalán a mindenkor légnymás uralkodik. A műszer közvetlenül a légnyomást jelzi ki [12].

A műholdas helymeghatározás három egyidejű távolságmérésen alapszik, ez a felhasználó GPS-vevőjének távolsága minimum három, e célra felbocsátott műholdtól. A három ismert sugarú és középpontú gömb metszése adja a földi pont ismeretlen helyzetét. Az eszköz a műhold által kibocsátott rádiójel beérkezésének időpontját méri, és a fénysebességgel terjedő rádiójel futási idejéből határozza meg a távolságot. A mérési hibák csökkentése érdekében az észleléshez három helyett legalább négy műhold észlelésére van szükség. Több műhold egyidejű észlelése nagyobb pontosságot eredményez, mert kiválasztható az optimális jelerősségű négy. Lényeges az is, hogy a GPS-vevő által látott műholdak aránylag egyenletesen helyezkedjenek el az égbolton. A mérés vízszintes irányban általában pontosabb, mint függőlegesen, azaz a magasságmeghatározásnál. Ilyen irányban a hiba az előzőnek körülbelül kétszerese [13].



1. ábra. A légnyomás változása a magassággal kis magasságkülönbségeknél.

## Mérések, eredmények és tapasztalatok

Kis magasságkülönbségek esetén a méréssorozatot 2012. augusztus 13-án a CERN egyik négyzetes épületének tűzlépcsőjén végeztük el, a bejárható teljes magasság 14 m volt. A GPS ilyen kis magasságkülönbségeknél megbízhatatlan eredményeket adott, a műszer által kijelzett hiba a teljes magasságkülönbséghez képest nagy volt (4–7 m), ezért az egyes légnyomás-mérési szintek magasságát mérőszalaggal állapítottuk meg a talajszinttől mérve. A mérés teljes ideje körülbelül 15 perc volt, ezalatt a légnyomás a légköri viszonyok miatt nem változhatott meg.

A mérési pontokra egyenest illesztettünk (1. ábra). Látható, hogy ilyen kis magasságkülönbségeknél a  $p(h)$  függvény valóban lineáris, a méterenkénti nyomáskülönbség 0,105 hPa-nak adódott az irodalomból ismert adatoknak megfelelően.

A nagy (több ezer) méteres szintkülönbségek esetén az exponenciális magasságfüggésnek már meg kell mutatkoznia. Ennek kimérésére – azaz a barometrikus magasságformula kísérleti tanulmányozására – a tanulmányút során az Aiguille-du-Midi csúcsra történő túra során volt lehetőség (2012. augusztus 18).

A méréssorozatban megmértük a légnyomást a CERN területén (430 m tengerszint feletti magasság), a Chamonix-ba vivő autóbuszút során több helyen (800–1040 m), a csúcsra vivő drótkötélpálya mindkét szakaszán a mozgó felvonókabinban, valamint a köztes és a csúcson lévő kilátó teraszokon 3842 m maximális magasságig. A légnyomás leolvasását a felvonótúrák során körülbelül 100 méterenként végeztük el a GPS-szel megállapított helyzetekben.

A méréssorozatot nyugodt légköri viszonyok között viszonylag rövid időn belül a kora délelőtti órákban (körülbelül 180 perc) végeztük el, így feltételezhető, hogy a légnyomás (és annak eloszlása) a légköri események miatt nem változott. Különösen érvényes ez a felvonóval megtett mintegy 20-25 perces, 2400 m szintkülönbséget átfogó szakaszra. A levegő hőmérséklete mindeközben természetesen változott a felfelé való út során következőképpen: CERN: 16,9 °C, Cha-



2. ábra. Egyidejű légnyomásmérés és helymeghatározás a felvonókabin ablakánál a pontos magasságmeghatározás érdekében.

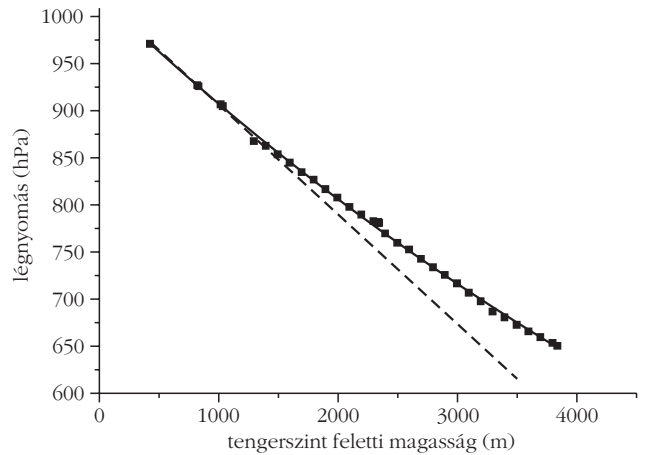
monix,  $16,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a csúcson  $9,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Ez azonban a termodinamikai hőmérsékletskálán ( $T$ ) csak körülbelül 2% változásnak felel meg, így az izoterm közelítéssel nem követünk el súlyos hibát.

A felvonó nagy sebessége miatt a mérés nagy figyelmet és több ember gondos együttműködését kívánta meg. Ugyanabban a pillanatban kellett a két műszert leolvasni, és az adatokat a magasságmérés hibájával együtt (az előre elkészített táblázatba) feljegyezni (2. ábra).

Az út egy részén a légnyomást egy turisztikai célú elektronikus barométerrel is mértük. Ez utóbbi szisztematikusan  $2,6\text{ hPa}$ -lal kisebb légnyomásértéket mutatott – feltehetően a napi kalibrációjához szükséges, önkényesen alkalmazott, tengerszintre érvényes légnyomásérték miatt. A mérés átlagos pontossága a GPS szerint 3D-ben 4-8 m volt. A lefelé úton csak az alsó felvonószakaszon tudtunk magasságot mérni a műholdak nem kellő láthatósága miatt. Az itt mért nyomásadatok azonos magasságban átlagosan  $5,1\text{ hPa}$ -lal nagyobbak voltak a felfelé való út során mért adatokhoz képest. Ennek egyik lehetséges okát abban látjuk, hogy a nyomás leolvasása néhány másodperccel a magasság-leolvasás után történt, és ezalatt a nagy sebességű felvonó már feljebb, illetve lejjebb tartózkodott.

A mérési pontokra a barometrikus magasságformulának megfelelő exponenciális függvényt illesztettük (3. ábra). Látható, hogy a görbe az illesztett paraméterekkel jól fekszik a mérési pontokra, az exponenciális görbület is egyértelműen kivehető. Az illesztés alapján a tengerszintre számított légnyomás  $1021,2\text{ hPa}$ , az exponens paramétere pedig

$$\frac{p_0}{\rho_0 g} = 8454\text{ m},$$



3. ábra. A légnyomás a tengerszint feletti magasság függvényében körülbelül 3200 m szintkülönbség-tartományban (a kis magasságkülönbségekhez tartozó egyenes arányosság feltüntetésével).

amelyből a levegő normál sűrűségére  $\rho_0 = 1,23\text{ kg/m}^3$  adódik, az irodalmi adatoknak jól megfelelően.

## Tanulságok, megfontolások az oktatásban való alkalmazhatóságra

Kétségtelen, hogy a standard iskolai tananyag mostohán bánik a hidrosztatika témakörével, a légnyomásról, a barométerről pedig lényegében nem is esik szó [14, 15], holott ezek gyakorlati, mindennapi jelentőségét itt nem is kell hangsúlyoznunk. Ennek ellenére – vagy éppen ezért – nagy örömet okozhat érdeklődő diákjainknak, ha egy elektronikus barométerrel a kezükben bejárják az iskolaépület emeleit, és azonnal számszerűen észlelik a légnyomás magasságfüggését. Esetleg eljutnak egy-egy magasabb hegyre is, ahol nem csak a táj szépségét élvezhetik, hanem a fizika jelenlétét, annak szépségét is. Érdekes lehet az a tény is, hogy a ma már szinte mindennapos GPS nem csak a helyes útirány kijelölésére, hanem magasságmérésre is használható.

Külön tanulsága lehet annak, ha a diákjaink elvégzik a Torricelli-kísérlet egy egyszerű és látványos változatát is, amelyet a fizikatanár-csapat ugyancsak kipróbált a CERN-i tanulmányút során különböző tengerszint feletti magasságokban [16]. Jó példája lehet a kvalitatív és kvantitatív észlelések összevetésének, ha  $0,1\text{ hPa}$  érzékenységgű elektronikus barométerrel mérjük a légnyomás változását 1-2 m szintkülönbségnél, és ugyanakkor bemutatjuk az ismert kísérletet a Behn-féle csővel, amely ugyancsak a gázok nyomásának magassággal való csökkenésén alapul [5]. Érdeemes megjegyezni, hogy a kémények huzatát is a barometrikus magasságformula alapján lehet megmagyarázni. A kémény felső nyílásánál a külső és a belső nyomás egyenlő. Lefelé haladva a kéményben a meleg és ezért a kisebb sűrűségű gázok nyomása kisebb mértékben növekszik, mint a nagyobb sűrűségű, külső levegőé. Ennek következtében az alsó nyílásnál kívül nagyobb a nyomás, mint belül, ezért a külső levegő behatol a kályhába. A huzat annál jobb, minél hosszabb a kémény [5].

Az e cikkben említett eszközök ára és beszerezhetősége tekintetében ne legyen aggodalmunk. Mint minden elektronikus eszköznek, ezeknek is rohamosan csökken az ára, némelyik már mindennapos eszköznek tekinthető (GPS, elektronikus tájoló, magasságmérő). Az eszközök legtöbbször már ma is a tízezer forintos kategóriába esik. A tengerszint feletti magasság egyidejű, folyamatos méréséhez kézi GPS kell, de erre a célra ma már egy kellően „okos” telefon GPS funkciója is megfelelő.

Teljesen egyetérthetünk az egyik, a mérésekben részt vett kollégánk gondolataival, miszerint a mérések során érezhettük igazán, hogy milyen nagy műszaki és tudományos teljesítmény lehetett ezek kivitelezése az adott korban – Torricelli, Pascal, Halley, Kitaibel idejében –, amikor még nem álltak rendelkezésre olyan könnyen kezelhető, gyors és áruházi szinten kapható eszközök és műszerek, mint napjainkban. Mi magunk, okulva a kísérletekből, átadhatjuk a kísérletezés örömét a tanulóknak. Ha sikerül náluk elérni a rácsodálkozást – már nyert ügyünk van!

## Irodalom

1. Simonyi K.: *A fizika kultúrtörténete*. Gondolat Kiadó, Budapest, 1981.
2. <http://www.1911encyclopedia.org/Barometer>
3. <http://mek.niif.hu/00000/00060/html/036/pc003697.html>
4. Both M.: PhD disszertáció, Miskolci Egyetem, 2009, [http://www.document\\_5664\\_section\\_1423.pdf](http://www.document_5664_section_1423.pdf)
5. Budó Á., Pócza J.: *Kísérleti fizika I.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1965.
6. Budó Á.: *Mechanika*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1965.
7. [http://en.wikipedia.org/wiki/Barometric\\_formula](http://en.wikipedia.org/wiki/Barometric_formula)
8. F. Kohlrausch: *Praktische Physik*. B. G. Teubner Vlg. Leipzig, 1951.
9. Karsay F.: *Geodézia*. (egyetemi jegyzet) Tankönyvkiadó, Budapest, 1978.
10. *Természettudományi Lexikon*. (Főszerk.: Erdey-Grúz T.) Akadémiai Kiadó, Budapest, 1964.
11. <http://hu.wikipedia.org/wiki/Nyom%C3%A1smagass%C3%A1g>
12. [http://en.wikipedia.org/wiki/Piezoresistive\\_effect](http://en.wikipedia.org/wiki/Piezoresistive_effect)
13. [http://www.geo.info.hu/portal2007/images/stories/bgy/nepszeru\\_gnss\\_1\\_resz\\_alapok.pdf](http://www.geo.info.hu/portal2007/images/stories/bgy/nepszeru_gnss_1_resz_alapok.pdf)
14. Gulyás J., Rácz M., Tomcsányi P., Varga A.: *Fizika. Ennyit kell tudnod*. Akkord és Panem Kft., Budapest, 1995.
15. Halász T., Jurisits J., Szűcs J.: *Fizika középfel- és emelt szintű érettségire készülőknek*. Mozaik kiadó, Szeged, 2004.
16. Fekete P. P.: Torricelli kísérlete (a CERN-ben és a Mont Blanc-on), 2012.



Az Eötvös Társulat főt van a **facebook**-on!



<https://www.facebook.com/pages/Eötvös-Loránd-Fizikai-Társulat/434140519998696?fref=ts>