



$$\begin{aligned}\frac{dN_x}{dt} + \omega_y N_z - \omega_z N_y &= M_x, \\ \frac{dN_y}{dt} + \omega_z N_x - \omega_x N_z &= M_y, \\ \frac{dN_z}{dt} + \omega_x N_y - \omega_y N_x &= M_z.\end{aligned}\quad (5)$$

Ha a  $K$  koordináta-rendszert a test tömegközéppontjában úgy vesszük fel, hogy az  $x, y, z$  tengelye egybeessen a test tehetetlenségi főirányaival, akkor a főátlón kívüli centrifugális nyomatékok zérusok, és a tehetetlenségi nyomaték tenzora

$$I = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}\quad (6)$$

formában írható. Ekkor:

$$N_x = A \omega_x, \quad N_y = B \omega_y, \quad N_z = C \omega_z.\quad (7)$$

Behelyettesítve az impulzusnyomaték (7) szerinti összetevőit az (5) egyenletekbe, a merev testek forgását leíró *Euler-féle mozgásegyenleteket* (az úgynevezett pörgettyűegyenleteket) kapjuk, a merev testtel együtt forgó  $K$  koordináta-rendszerben:

$$\begin{aligned}A \frac{d\omega_x}{dt} + (C - B) \omega_y \omega_z &= M_x, \\ B \frac{d\omega_y}{dt} + (A - C) \omega_z \omega_x &= M_y, \\ C \frac{d\omega_z}{dt} + (B - A) \omega_x \omega_y &= M_z.\end{aligned}\quad (8)$$

A (8) Euler-féle pörgettyű egyenletek integrálásával meghatározható a forgó testek mozgása, vagyis az  $\omega$  forgási szögsebességvektor összetevőinek  $\omega_x(t), \omega_y(t), \omega_z(t)$  időbeli változása a testtel együtt forgó koordináta-rendszerben.

További feladat külső szemlélő számára a vizsgált forgó test térbeli helyzetének meghatározása az idő függvényében. Azaz, meg kell adni a merev testtel együtt forgó  $K(x, y, z)$  koordináta-rendszer helyzetét a térben rögzített  $K'(x', y', z')$  inerciarendszerhez viszonyítva.

A  $K$  rendszer  $K'$ -höz viszonyított helyzete leegyszerűbben az 1. ábrán szemléltetett  $\vartheta, \psi, \varphi$  Euler-féle szögekkel adható meg [2, 3]. A testtel együtt forgó  $K$  koordináta-rendszerben az  $\omega$  szögsebességvektor összetevői az Euler-féle szögekkel a

$$\begin{aligned}\omega_x &= \frac{d\psi}{dt} \sin\vartheta \sin\varphi + \frac{d\vartheta}{dt} \cos\varphi, \\ \omega_y &= \frac{d\psi}{dt} \sin\vartheta \cos\varphi - \frac{d\vartheta}{dt} \sin\varphi, \\ \omega_z &= \frac{d\psi}{dt} \cos\vartheta + \frac{d\varphi}{dt}\end{aligned}\quad (9)$$

összefüggésekkel fejezhetők ki [4]. Amennyiben a (8) Euler-féle egyenletekből ismertek az  $\omega_x(t), \omega_y(t), \omega_z(t)$  megoldások, akkor a (9) elsőrendű differenciálegyenletekből meghatározhatók a  $\vartheta(t), \psi(t), \varphi(t)$  Euler-féle szögek időbeli változásai. A  $\vartheta, \psi, \varphi$  szögekre közvetlenül is nyerhető megoldás ha a (9) összefüggéseket a (8) Euler-féle egyenletekbe írjuk. Ekkor három másodrendű differenciálegyenlet adódik, amiből a  $\vartheta, \psi, \varphi$  szögek közvetlenül meghatározhatók.

## A Föld, mint erőmentes szimmetrikus pörgettyű

Amennyiben a (8) Euler-féle egyenleteket erőmentes szimmetrikus pörgettyűnek feltételezett merev Földre alkalmazzuk, az alábbi egyszerűsítő feltevéseket tehetjük:

1. a Föld alakváltozásra képtelen *merev* test, azaz eltekintünk a rugalmasságától,

2.  $M_x = M_y = M_z = 0$ , azaz a Földre semmiféle külső forgatónyomaték nem hat (ez az erőmentes pörgettyű esete),

3.  $A = B$ , vagyis az egyenlítő síkjába eső tehetetlenségi nyomatékok megegyeznek (szimmetrikus pörgettyű esete),

4. a Földhöz rögzített és vele együtt forgó  $K$  koordináta-rendszer kezdőpontja a Föld tömegközéppontjában van ( $0 \equiv tkp.$ ),

5. a forgástengely átmegegyezik a tömegközépponton,

6. a Földhöz rögzített koordináta-rendszer  $z$  tengelyének iránya egybeesik a  $C$  legnagyobb tehetetlenségi nyomaték irányával ( $C > A$ ).

Ezekkel a feltevésekkel a (8) Euler-féle mozgásegyenletek az

$$\begin{aligned}A \frac{d\omega_x}{dt} + (C - A) \omega_y \omega_z &= 0, \\ A \frac{d\omega_y}{dt} + (C - A) \omega_z \omega_x &= 0, \\ C \frac{d\omega_z}{dt} &= 0\end{aligned}\quad (10)$$

alakra egyszerűsödnek.

Mivel  $C \neq 0$ , a harmadik egyenlet megoldása:

$$\omega_z = \omega_{z_0} = \text{állandó},\quad (11)$$

tehát a  $z$  tengely körüli forgás szögsebessége állandó, vagyis az  $\omega$  szögsebességvektor szimmetriatengelyre eső vetülete nem változik. A további megoldásához osszuk el az (10) első két egyenletét  $A$ -val, írjuk be ezekbe a (11) megoldást, és vezessük be a

$$k = \frac{C - A}{A}\quad (12)$$

jelöléssel a *dinamikai lapultság* fogalmát. Ekkor a (10) első két egyenlete:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_x}{dt} + k\omega_y\omega_{z0} &= 0, \\ \frac{d\omega_y}{dt} + k\omega_{z0}\omega_x &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Differenciáljuk a (13) első egyenletét  $t$  szerint és helyettesítsük be az így keletkező  $d\omega_y/dt$  differenciálhányados kifejezését a (13) második egyenletébe. A rendezés után:

$$\frac{d^2\omega_x}{dt^2} + (k\omega_{z0})^2\omega_x = 0, \quad (14)$$

amely másodrendű differenciálegyenletnek az  $\omega_x = 0$  triviális megoldása mellett az

$$\omega_x = m \cos\left[(k\omega_{z0})t + \tau\right] \quad (15)$$

is megoldása, amelyben  $m$  és  $\tau$  integrálási állandók (a harmonikus rezgőmozgás differenciálegyenletének megoldásához hasonlóan  $m$  a legnagyobb kitérést,  $\tau$  pedig a kezdőfázist jelöli).

Hasonlóképpen kapjuk meg az  $\omega_y$  értékét:

$$\omega_y = m \sin\left[(k\omega_{z0})t + \tau\right]. \quad (16)$$

Legyenek a  $t = 0$  időpontban  $\omega_x = m$  és  $\omega_y = 0$  kezdeti feltételek (vagyis a kezdő időpontnak azt választjuk, amikor az  $\omega$  vektor éppen az  $xz$  síkban fekszik). Ekkor a (15) és a (16) szerint  $\tau = 0$ .

Bevezetve az

$$\alpha = (k\omega_{z0})t \quad (17)$$

jelölést, a (11), (15) és a (16) alapján az  $\omega$  forgási szögsebességvektor összetevői:

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \cos\alpha \\ m \sin\alpha \\ \omega_{z0} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

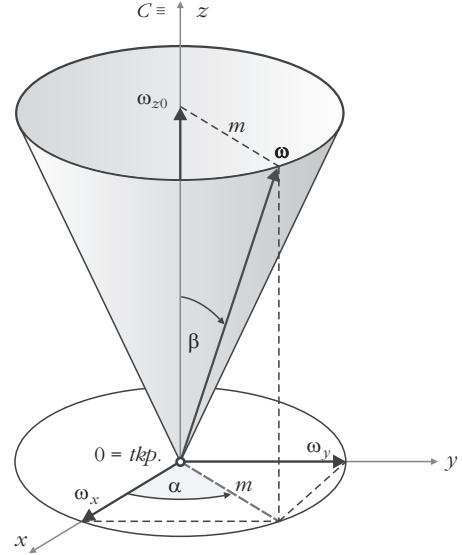
A kapott eredményeket a 2. ábrán szemléltetjük. Eszerint az  $\omega$  vektor összetevőiben szereplő  $\alpha$  nem más, mint a  $z$  koordinátatengely és az  $\omega$  vektor által meghatározott síknak az  $xz$  síkkal bezárt szöge. Mivel az  $\alpha$  a (17) szerint a  $t$  időnek lineáris függvénye, ezért

$$\frac{d\alpha}{dt} = k\omega_{z0} = \frac{C-A}{A}\omega_{z0} = \text{állandó}, \quad (19)$$

tehát az  $\omega$  vektor állandó szögsebességgel járja körül a test tömegéhez rögzített koordináta-rendszer  $z$  tengelyét.

Az  $\omega$  (18) összetevőit megvizsgálva látható, hogy az  $\omega$  vektor végpontja a  $z$  tengely körül a (19) szerint állandó szögsebességgel

$$m = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \quad (20)$$



2. ábra. Nutációs mozgás a Földdel együtt forgó koordináta-rendszerből szemlélve.

sugarú kört ír le, így maga a forgási szögsebességvektor, vagyis a Föld forgástengelye

$$2\beta = 2 \arctg \frac{m}{\omega_{z0}}. \quad (21)$$

nyílásszögű körkúp palástja mentén mozog a tehetlenségi főteneggellyel azonos  $z$  koordináta-tengely körül.

A Föld forgása tehát nem a  $C$  szimmetriatengely körül (azaz nem a Föld tömegéhez kötött állandó helyzetű  $z$  tengely), hanem mindig a pillanatnyi forgástengely körül történik. A Föld felszínén az  $\omega$  vektor végpontja által leírt kör (a pillanatnyi forgástengely földfelszíni nyomvonala) a merev Föld póluspályája, vagy pollódiuma.

Határozzuk meg ezek után a pillanatnyi forgástengely egy teljes körülvándorlásának idejét. Jelölje  $T_E$  azt az időt, amely alatt a forgástengely egyszer körüljárja a  $z$  tengelyt. Ekkor a (17) alapján:

$$k\omega_{z0}T_E = 2\pi, \quad (22)$$

amiből:

$$T_E = \frac{2\pi}{\frac{C-A}{A}\omega_{z0}}. \quad (23)$$

Mivel a forgás jó közelítéssel a  $z$  tengely körül történik, ezért  $\omega_{z0} \approx |\omega|$ , azaz

$$\frac{2\pi}{\omega_{z0}} \approx \frac{2\pi}{\omega} = 1 \text{ csillagnap} = \quad (24)$$

$$= 0,9973 \text{ szoláris nap},$$

tehát:

$$T_E \approx \frac{A}{C-A}. \quad (25)$$

Csillagászati megfigyelések szerint:

$$\frac{A}{C-A} = 0,003295, \quad (26)$$

így tehát

$$T_E \approx 303 \text{ nap.} \quad (27)$$

Mivel a mozgásegyenletek fenti levezetése *Eulertől* származik, a forgástengely állandó szögsebességű körbevándorlásának 303 napos periódusát *Euler-féle periódusnak* (gyakran Euler-féle *szabadnutációs periódusnak*) nevezzük. Az elnevezésben a „szabad” jelző arra utal, hogy a jelenség külső erőhatásoktól teljesen független és a kialakult mozgás periódusidejét kizárólag a merev test (esetünkben a Föld) tömegeloszlása (lapultsága) határozza meg.

Mind ezekből az következik, hogy ha valamely merev test tengelykörüli forgása nem a  $C$  fő tehetetlenségi nyomaték tengelye körül indult meg, akkor ez a mozgási állapot megmarad, tehát a forgástengely nem billen vissza olyan állapotba, hogy a fő tehetetlenségi tengellyel egybeesék. Így a pillanatnyi forgástengely állandó szögtávolságra, egyenletes sebességgel járja körül a fő tehetetlenségi tengelyt. Amikor a forgástengely pontosan egybeesik a szimmetriatengellyel ( $\beta = 0$ ), vagy az  $A = B = C$  esetén a mozgás ugyanolyan, mint egy rögzített tengely körüli állandó szögsebességű forgás, azaz nutáció nem lép fel.

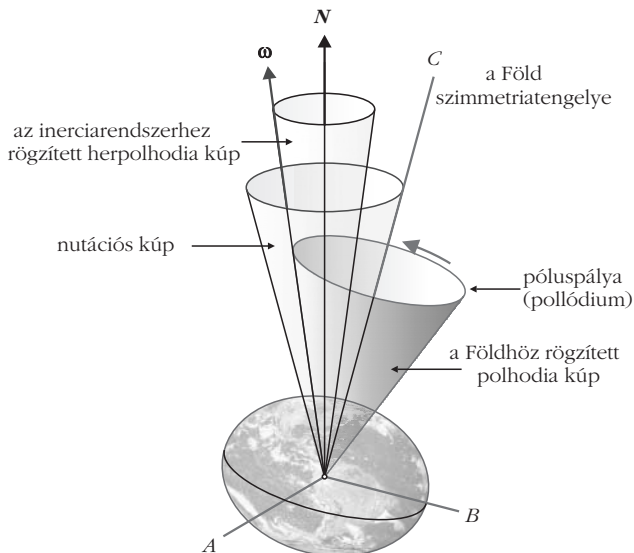
Mind ez, amit eddig tárgyaltunk, a Földdel együtt forgó  $K$  koordináta-rendszerből szemlélve látható. A következő feladat az Euler-szögek meghatározása, ami lehetővé teszi az erőmentes szimmetrikus pörgettyű nutációs mozgásának leírását külső inerciarendszerből szemlélve.

Induljunk ki a (9) differenciálegyenletekből! Ezeknek elegendő egy partikuláris megoldása, mivel az általános megoldásban szereplő három integrációs állandót a  $K'$  koordináta-rendszer szabad választásával automatikusan megadjuk [2]. Vegyük fel a térhez rögzített  $K'$  koordináta-rendszerünk  $z$  tengelyét az *1. ábrán* szemléltetett módon úgy, hogy iránya megegyezzen az (1) miatt a térben állandó helyzetű  $\mathbf{N}$  impulzusnyomaték-vektor irányával, továbbá tételezzük fel, hogy a  $z'$  és a  $z$  irányok közötti  $\vartheta$  szög az időben nem változik, tehát:

$$\vartheta = \vartheta_0 = \text{állandó.} \quad (28)$$

Ekkor behelyettesítve a (9) differenciálegyenletekbe a (11), (15) és a (16) megoldásokat:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} \sin\vartheta_0 \sin\varphi &= m \cos\left[(k\omega_{z_0})t + \tau\right], \\ \frac{d\psi}{dt} \sin\vartheta_0 \cos\varphi &= m \sin\left[(k\omega_{z_0})t + \tau\right], \\ \frac{d\psi}{dt} \cos\vartheta_0 + \frac{d\varphi}{dt} &= \omega_{z_0}. \end{aligned} \quad (29)$$



3. ábra. A Föld Euler-féle szabadnutációs mozgása külső inerciarendszerből szemlélve.

Az első két egyenletből a koordináták *1. ábrán* látható értelmezése mellett az alábbi két összefüggés adódik:

$$\frac{d\psi}{dt} \sin\vartheta_0 = m \quad (30)$$

és

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - (k\omega_{z_0}t + \tau). \quad (31)$$

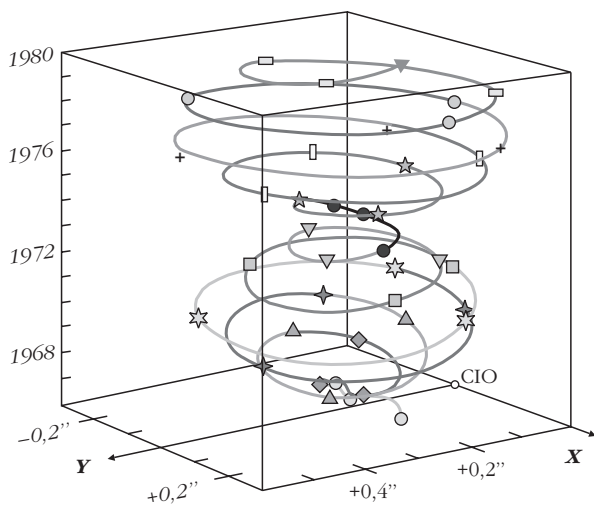
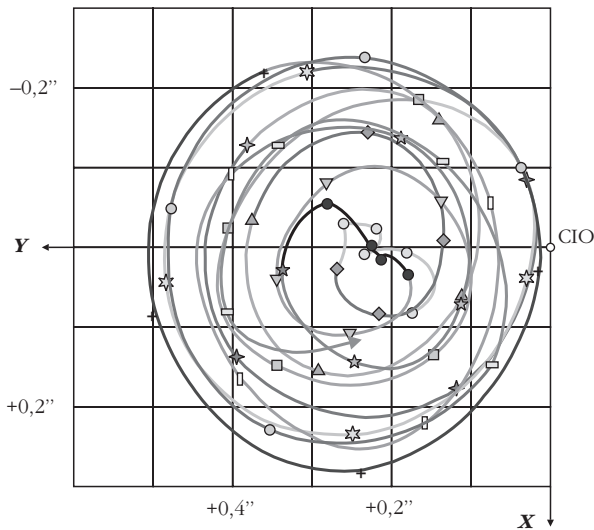
Beírva ezeket a (29) harmadik egyenletébe, kiszámítható a  $\vartheta_0$  értéke:

$$\vartheta_0 = \arctan\left(\frac{m}{\omega_{z_0}} \frac{A}{C}\right). \quad (32)$$

Összefoglalva végül az Euler-szögekre kapott megoldás:

$$\begin{aligned} \vartheta &= \vartheta_0 = \arctan\left(\frac{m}{\omega_{z_0}} \frac{A}{C}\right), \\ \psi &= \psi_0 + \frac{m}{\sin\vartheta_0} t, \\ \varphi &= \varphi_0 - \frac{C-A}{A} \omega_{z_0} t. \end{aligned} \quad (33)$$

A (33) első két összefüggése azt mutatja, hogy külső inerciarendszerből szemlélve az erőmentes pörgettyű  $C$  szimmetriatengelye a térben állandó helyzetű  $\mathbf{N}$  impulzusnyomaték-vektor körül  $2\vartheta_0$  nyílásszögű úgynevezett *nutációs kúp* palástja mentén állandó  $m/\sin\vartheta_0$  szögsebességgel mozog körbe, miközben a harmadik egyenlet szerint ehhez még hozzájön egy további forgás a  $C$  szimmetriatengely körül. Az  $\mathbf{N}$  vektor  $C$  szimmetriatengellyel bezárt  $\vartheta_0$  szögét a (33) első összefüggése, míg a  $C$  szimmetriatengely  $\omega$  pillanatnyi forgástengellyel bezárt  $\beta$  szögét pedig a (21) összefüggés adja. Ebből viszont az  $\omega$  pillanatnyi forgástengely  $\mathbf{N}$  vektorral bezárt  $\gamma$  szöge is meghatározható.



○1967 ◆1968 ▲1969 ✦1970 ☆1971 □1972 ▽1973

●1974 ☆1975 □1976 +1977 ○1978 □1979

4. ábra. A póluspálya 1967–1979 között.

Két alapeset lehetséges: a  $C > A$  esetben  $\gamma = \beta - \vartheta_0$ , míg a  $C < A$  esetben  $\gamma = \vartheta_0 - \beta$ .

Összefoglalva a fentieket: *szabadnutáció* esetén a külső térben rögzített  $K'$  inerciarendszerben mind a Föld forgástengelyének, mind a Föld  $C$  szimmetriatengelyének iránya folyamatosan változik, csupán az  $N$  impulzusnyomaték-tengely iránya változatlan, az impulzusnyomaték-megmaradási törvény értelmében. A mozgást legegyszerűbben a 3. ábra alapján érthetjük meg – ami egyébként az erőmentes pörgettyű szabadnutációs mozgását mutatja a külső térben rögzített inerciarendszertől szemlélve. A Föld pillanatnyi forgástengelye ( $C > A$  esetén) a kisebb nyílásszögű, úgynevezett *herpolhodia kúp* palástja mentén, a  $C$  szimmetriatengely (a Föld tehetetlenségi főiránya) pedig a nagyobb nyílásszögű úgynevezett *nutációs kúp* palástja mentén kerüli meg az  $N$  impulzusnyomaték-vektort. Eközben az  $\omega$  vektor az úgynevezett *polhodia kúp* palástja mentén a  $C$  tengely körül is vándorol. A mozgás során az  $\omega$ ,

az  $N$  és a  $C$  mindig egy síkban van, miközben a Föld tömegéhez rögzített helyzetű polhodia kúp és az inerciarendszerben rögzített helyzetű herpolhodia kúp palástja állandóan az  $\omega$  vektor iránya mentén érintkezve csúszásmentesen gördül egymáson.

## A pólusingadozás valódi periódusa

A valódi Föld pillanatnyi forgástengelyének fő tehetetlenségi irányát jól közelítő (megállapodással definiált) tengelyéhez viszonyított (mérésekkel meghatározható) mozgását *pólusingadozásnak* nevezzük. Az eddigi feltevések (például merev és forgásszimmetrikus Föld esete) a valóságban nem érvényesek, ezért a megfigyelt pólusingadozás jelentősen eltér az eddigi megfontolások eredményeitől.

Ha mérésekkel meghatározzuk a valódi póluspályát (a forgástengely mozgásának földfelszíni nyomvonalát) a *pollódiomot*, akkor folyamatosan a 4. ábra felső részén látható görbékhez hasonló képet kapunk. A 4. ábrán az 1967 és 1979 közötti póluspálya látható olyan koordináta-rendszerben, amelynek  $+x$  tengelye a greenwichi kezdőmeridián irányába,  $+y$  tengelye pedig erre merőlegesen, nyugat felé mutat, a kezdőpontja pedig az 1900 és 1905 közötti időtartamra meghatározott közepes pólushely: a CIO (Conventional International Origin). Látható, hogy a pólus valóban periodikus mozgást végez, a pólus elmozdulása körülbelül  $0,5'' \approx 10$  m sugarú körön belül marad, de az amplitúdó nem állandó és a periódus sem egyenlő az Euler-féle 303 napos periódussal, hanem ennél lényegesen hosszabb: 405 és 457 nap között ingadozik – átlagosan mintegy 435 nap.

A pólusmozgás felfedezése utáni években *Chandler* amerikai csillagász kimutatta, hogy a pólusingadozás két domináns periódusból, egy 12 és egy 14 hónapos periódusból tevődik össze. Az utóbbit tiszteletére *Chandler-periódusnak* nevezték el. Néhány hónappal *Chandler* felfedezése után *Newcomb* már elméleti magyarázattal is szolgált: a 14 hónapos összetevő a Föld *szabadnutációja*, míg a 12 hónapos összetevő az úgynevezett *kényszernutáció*, amely az azonos periódusú globális meteorológiai jelenségek (tömegátrendeződések, például légtömegmozgások, hó- és jégtömegek olvadása és újraképződése stb.) következménye.

A 4. ábrán látható, hogy a pólus az óramutató járásával ellentétes irányban többé-kevésbé szabályos spirális pályán mozog. Ezek a spirális pályák körülbelül hat évenként hasonló jellegűek, a két frekvencia összeadódásából kialakuló *lebegés* következtében. Jól látható ez a lebegés a 4. ábra alsó részén, a pólusingadozás 1967 és 1979 közötti időszakra vonatkozó háromdimenziós képén. Ugyancsak ezt szemlélteti az 5. és 6. ábra is, ahol a felső görbe a pólusmozgás  $x$ , illetve  $y$  irányú összetevője, alatta pedig a szétválasztott 14 hónapos, 12 hónapos és a maradék összetevők láthatók. Megállapítható, hogy a szabadnutáció és a kényszernutáció külön-külön is meglehetősen bonyolult folyamat. A *Chandler*-összetevőn például felis-



merhető egy fél évszázad körüli periódus, amely több más földfizikai folyamatban is jelentkezik, pontos okát azonban egyelőre nem ismerjük.

Az átlagosan 427 napos Chandler-periódus és a 303 napos Euler-periódus közötti különbség oka a Föld rugalmas viselkedése. Ha ugyanis a Föld nem merev – mint ahogyan az Euler-féle pörgettyű-egyenletek megoldásakor feltételeztük – akkor a forgástengely elmozdulásának megfelelően a megváltozó centrifugális erő hatására tömege úgy deformálódik, hogy a tehetetlenségi főtengelye közeledik a forgástengelyhez. (Szélső esetben, ha a Föld folyadékszerűen viselkedne, akkor a tehetetlenségi főtengelye teljes mértékben követné a forgástengely elmozdulását – tehát a periódus végtelen nagy lenne, és így pólusingadozásról nem is lehetne beszélni.)

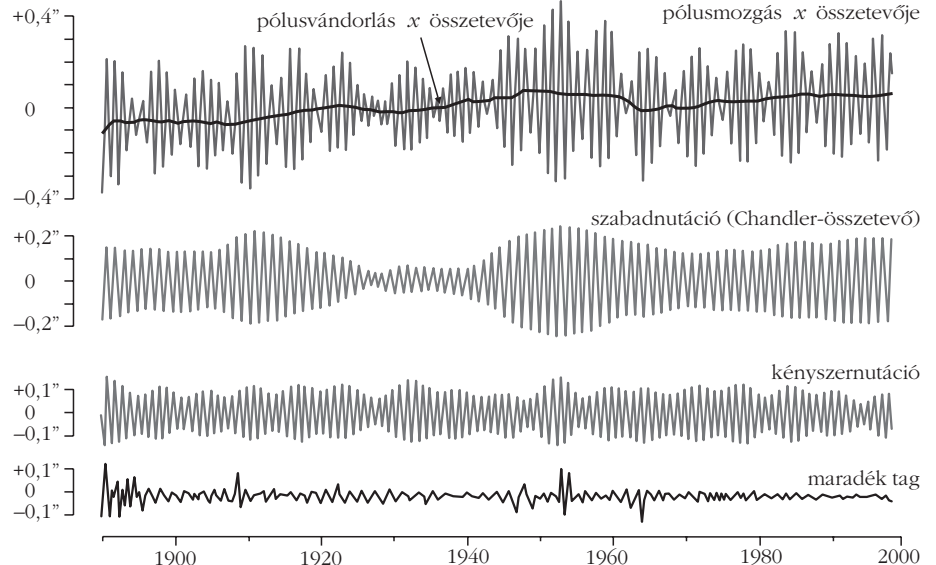
Ennek megfelelően a  $T_E$  Euler-féle, és a  $T_C$  Chandler-periódus hányadosa kapcsolatba hozható a Föld rugalmasságát jellemző Love-féle  $k$  számmal:

$$\frac{T_E}{T_C} = 1 - k \frac{\epsilon}{2f - \epsilon}, \quad (34)$$

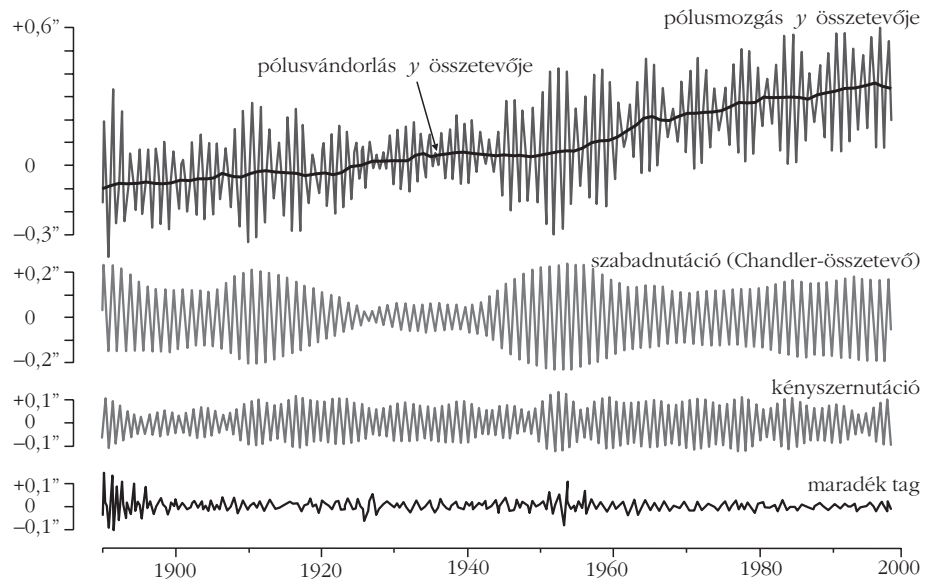
ahol  $f$  a Föld geometriai lapultsága,  $\epsilon$  pedig a centrifugális és a nehézségi gyorsulás egyenlítői értékének hányadosa [5]. Az

1. táblázatban a (34) összefüggés alapján kiszámított, néhány szóba jöhető  $k$  értékhez tartozó Chandler-periódus hosszát tüntettük fel. A táblázatból látható, hogy a szabadnutáció Chandler-periódusa annál hosszabb, minél kevésbé merev a Föld. Az árapályjelenségek megfigyeléséből származó 0,29 és 0,31 közötti  $k$  értéknek 440 és 454 nap közötti periódus felel meg, viszont a pólusmozgás megfigyeléséből a 428–440 nap közötti Chandler-periódus tűnik a legvalószínűbbnek, amihez a táblázat adatai szerint  $k = 0,27\text{--}0,29$  érték tartozik.

1. táblázat								
A Föld rugalmassága és a Chandler-periódus hossza közötti összefüggés								
$k$	0	0,26	0,27	0,28	0,29	0,30	0,31	0,32
$T_C$ (nap)	303	421	428	434	440	447	454	461



5. ábra. A pólusmozgás  $x$  összetevője 1890–2000 között.

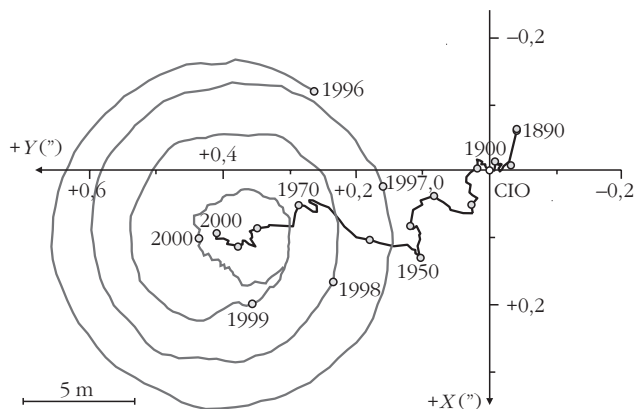


6. ábra. A pólusmozgás  $y$  összetevője 1890–2000 között.

## A pólusvándorlás

Ha meghatározzuk egy-egy teljes periódushoz a 4. ábrán látható póluspályák közepes pólushelyzeteit, akkor azt tapasztaljuk, hogy ezek a közepes pólushelyek az idő függvényében folyamatosan eltolódnak. A jelenséget szekuláris pólusmozgásnak, vagy *pólusvándorlásnak* nevezzük. A 7. ábrán látható, hogy az 1890 és 2000 közötti póluspálya már teljes egészében az 1900 és 1905 között meghatározott CIO középpóluson kívül halad. Az is látható, hogy a közepes pólus 110 év alatt több mint 10 m távolsággal vándorolt el Kanada irányában.

A megfigyelések szerint a pólusvándorlás mértéke viszonylag csekély – évente legfeljebb néhány dm (néhány ezred szögmásodperc) nagyságrendű –, a földtörténeti időskálán azonban ez az elmozdulás jelentős (több  $10^\circ$ ) mértékű is lehet. Ezért a pólusvándorlás problémája a geológia és a geofizika sokat tár-



7. ábra. A pólus vándorlása 1890 és 2000 között.

gyalt kérdése; különösen a paleoklimatológiai és újabb néhány globális tektonikai kérdés megválaszolása szempontjából igen fontos.

## A pólusmozgás geodéziai és csillagászati hatása

Kizárólag a pólusmozgás hatását figyelembe véve az  $\omega$  forgási szögsebességvektor állócsillagokhoz viszonyított helyzetét gyakorlatilag állandónak tekinthetjük. Ekkor viszont állandó az égi egyenlítő síkjának helyzete is, tehát a csillagok saját mozgásától eltekintve, ezek égi egyenlítői (ekvatoriális) koordinátái az időben változatlanok. Ugyanakkor a Föld felszínén fekvő valamennyi pont helyzete (például a pontok szintfelületi földrajzi koordinátái) a forgástengelyhez rögzített geodéziai koordináta-rendszerekben a Föld tömegének a forgástengelyhez viszonyított elmozdulása miatt folyamatosan változik.

## A pólusmozgás oka

A pörgettyűmozgás elmélete szerint a szabad tengely körül forgó merev testek helyzete akkor stabil, ha a forgás megindulásakor a test forgástengelye megegyez-

zik a tehetetlenségi főtengeleyével. Ellenkező esetben, vagyis ha a forgás nem a tehetetlenségi főtengeley körül indul meg, akkor a forgó test helyzete – erőmentes térben is – állandóan változik, azaz a test szabadnutációs mozgást végez. Így, ha valamely merev bolygó esetében valamikor kialakult a szabadnutációs mozgás, akkor ennek fenntartásához semmiféle mechanizmusra nincs szükség.

Mivel a Föld nem merev test, rá ez a megállapítás nem érvényes. A Föld esetében a minimális mozgási energiájú állapot a tehetetlenségi főtengeley körüli forgás. Ettől eltérő helyzetű forgástengely esetén olyan belső tömegátrendeződések lépnek fel, amelyek a két tengely közeledését, illetve egybeesését igyekeznek előidézni. A Chandler-összetevő vizsgálata alapján az a csillapítási idő, amely alatt a mozgás amplitúdója  $e$ -ed részére csökken körülbelül 10–30 év közötti értékre becsülhető [2]. Az ennél jóval hosszabb idejű megfigyelések azt bizonyítják, hogy léteznie kell valamilyen gerjesztő folyamatnak, amely a pólusmozgás ismeretlen módon elnyelődő energiáját valamilyen formában pótolja.

A lehetséges disszipációs és gerjesztési folyamatok napjainkban még nagyrészt tisztázatlanok, mivel az eddig felmerült lehetőségek általában más módon nehezen ellenőrizhetők és a számítások igen bonyolultak.

A fentiek szerint nyilvánvaló, hogy *a Föld nutációs mozgásának oka a Föld bonyolult belső tömegeloszlása és a tömegek állandó mozgása, áthelyeződése*. A Földön kívüli tömegek eloszlásának, a különböző égitesteknek a pólusmozgásra semmilyen hatása nincs.

## Irodalom

1. Völgyesi L.: A Föld precessziós mozgása. *Fizikai Szemle* 63 (2013) 152.
2. Völgyesi L.: A pólusmozgás fizikai alapjai. *Geomatikai Közlemények V. Sopron*, (2002) 55.
3. Völgyesi L.: *A Föld precessziós mozgásának fizikai alapjai. Geomatikai Közlemények V. Sopron*, (2002) 75.
4. Landau L. D., Lifsic E. M.: *Elméleti Fizika I.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1974.
5. Völgyesi L.: *Geofizika*. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2002.