

KÁOSZ A FUTÓSZALAGON

Sándor Bulcsú, Néda Zoltán

Babeş–Bolyai Tudományegyetem, Fizika Kar, Kolozsvár, Románia
Edutus Főiskola, Műszaki Intézet, Tatabánya

Járai-Szabó Ferenc

Babeş–Bolyai Tudományegyetem, Fizika Kar, Kolozsvár, Románia

Tél Tamás

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Elméleti Fizikai Tanszék

A rugó-tömb modellek dinamikájában észlelt komplexitás a súrlódási erők sebességfüggésének tulajdonítható. A legegyszerűbb sebességfüggés esetén is a tapadási súrlódási együttható maximális értéke nagyobb a csúszási súrlódási együtthatónál, így egy felülettel érintkező és vonatszerűen húzott rugó-tömb lánc dinamikája nemlineáris, „csúszó-tapadó” típusú lavinászerű dinamikát produkál. Földrengések nagyság-eloszlását [1], a mágneses Barkhausen-zajt [2, 3], a Portevin–Le Châtelier-hatást [4], illetve közlekedési dugók kialakulását [5, 6] is sikeresen modellezték már rugó-tömb láncokkal.

A 2013. évi Magyar Fizikus Vándorgyűlésen elhangzott előadás írott változata.

A kutatás az Európai Unió és Magyarország támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú *Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program* című kiemelt projekt keretei között valósult meg.

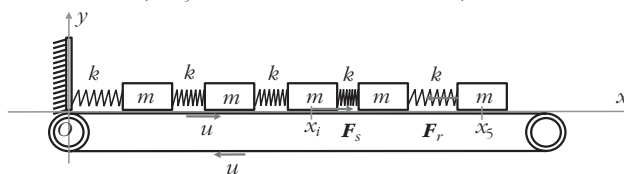
A kutatáshoz előzményként kapcsolódik a TÁMOP 4.2.4.A/1-11-1-2012-0001 azonosító számú projekt, melynek megvalósulási ideje: 2012. szeptember 1. – 2013. július 31.

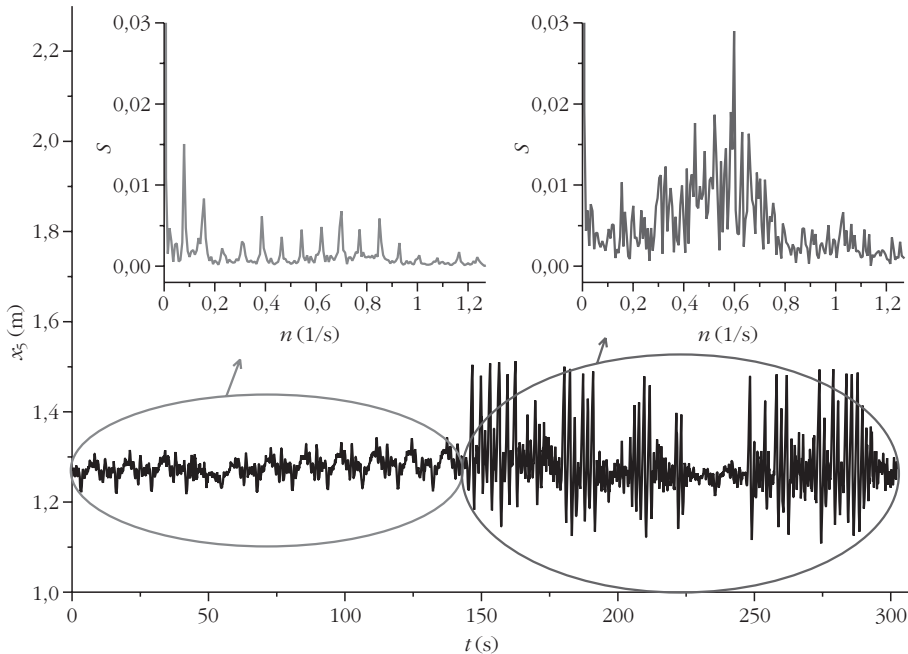
Köszönetünket fejezzük ki a Collegium Talentum által nyújtott szakmai támogatásért.

Itt egy hasonló rendszert vizsgálunk: téglatest alakú tömböket rugókkal láncszerűen összekapcsolunk, majd az így kapott láncot a földhöz képest állandó u sebességgel haladó futószalagra helyezük úgy, hogy a rugó-tömb lánc egyik végét a földhöz viszonyítva egy rugóval rögzítjük (1. ábra). Ez a rendszer egyenértékű egy olyan rugó-tömb láncsal, amelyet az első testhez rögzített rugón keresztül húzunk egy vízszintes felületen.

A futószalag elindítása után az első rugó megnyúlik, majd megcsúszik az első test, és ezt követően hasonló módon a többi is. A testek mozgásának

1. ábra. A tanulmányozott rendszer vázlata: öt testből álló rugó-tömb lánc a futószalagra helyezve. A használt lényeges fizikai mennyiségek jelölése: u a szalag sebessége, k a lineáris rugóállandó, m a testek tömege, F_r a rugóerő, F_s a súrlódási erő, x_i az i -edik test koordinátája, x_5 az 5. (utolsó) test koordinátája.



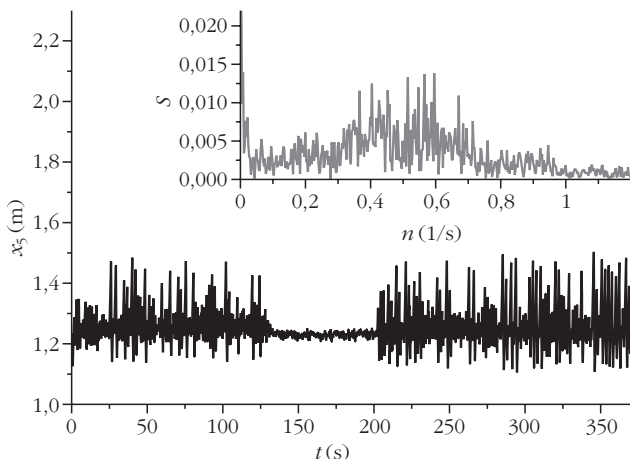


2. ábra. A lánc hossza az idő függvényében, $u = 0,28$ m/s-os szalagsebesség esetében, valamint a különböző típusú dinamikához tartozó idősor-intervallumok Fourier-transzformáltjainak $S(v)$ teljesítményspektruma. Az első tartományban a dinamika periodikus, míg a másodikban rendezetlen, kaotikus mozgást látunk.

komplexitása a súrlódási erő sebességfüggésének és a rugók által közvetített feszültségek összjátékának tulajdonítható. Mivel a súrlódási erők nemlineárisak, egy aránylag kevés testből álló rendszer dinamikája már az elindítást követően rövid idő után nagyon bonyolulttá válik.

Kísérletünk a „vonat modell” néven ismert rendszer egy gyakorlati megvalósítása [7, 8], amelyre a már létező elméleti és kísérleti eredmények jó kiindulási alapot szolgáltatnak. Számos súrlódási erő-modellt alkalmazva kimutatták, hogy két test esetében a rendszer mozgása lehet kaotikus, periodikus és kváziperiodikus is a paraméterek függvényében. Az általunk

3. ábra. A lánc hossza az idő függvényében, $u = 0,22$ m/s-os szalagsebesség esetében, valamint teljes idősor Fourier-transzformáltjának $S(v)$ teljesítményspektruma. Megfigyelhető, hogy egymás után változnak a nagy, majd kis és újból nagy amplitúdójú tartományok. Ezt a jelenséget intermittenciának nevezzük. Az egész időintervallumra vonatkozó Fourier-transzformált is kaotikus mozgásra utal.



tanulmányozott rendszer azonban néhány tulajdonságában és a kapott eredmények tekintetében mégis újnak tekinthető. A szakirodalomban elsősorban egészen kis rendszereket (egy, kettő, illetve három testből álló), valamint kifejezetten nagy (ötven, vagy több száz testből álló) rendszereket tanulmányoztak kísérletileg és számítógépes szimulációk segítségével. Itt a közepes méretű rendszerek tanulmányozását célozzuk meg, ahol egyszerre van jelen a nagy rendszerekre jellemző kritikus önszerveződés és kis rendszerekben tapasztalható kaotikus dinamika. Megmutatjuk, hogy a szalag sebességének függvényében a rendszer sokféle kaotikus és kollektív viselkedési formát mutat.

Kísérleti eredmények

Kísérleti berendezésünk egyszerű és olcsó. Fából készült tömböket hasonló rugókkal kötünk össze és az így kapott láncot egy edzőteremben levő futópadra helyezük, amelynek u sebessége szabályozható (1. ábra). A rugó-tömb lánc mozgását a futópad fölé szerelt videokamerával rögzítjük és a felvételeket digitálisan feldolgozzuk. A fehérre festett utolsó test középpontjának $x_3(t)$ koordinátáját az idő függvényében képkockánként meghatározzuk, amely által megkapjuk a lánc hosszának időbeli fluktuációját. Kísérleteink azt sugallták, hogy az $N = 5$ testből álló rendszer érdekes intermittens dinamikát mutat, ahol váltakozik a nagy amplitúdójú, rendezetlen és a kis amplitúdójú, periodikus viselkedés, lásd a 2. és 3. ábrán az $x_3(t)$ idősorokat. Az ábrákon feltüntetett idősorok intervallumonként számított Fourier-transzformáltjának $S(v)$ teljesítményspektruma is szépen mutatja ezt az intermittens típusú viselkedést.

Mivel a kísérletek során a futópad adott hosszúsága miatt nem volt lehetőségünk hosszabb rugó-tömb láncokat tanulmányozni, illetve a szalag sebességét megfelelően változtatni, a rendszer viselkedését alaposabban egy realiztikus modellen keresztül, számítógépes szimulációk segítségével tanulmányoztuk.

A modell

A modellben realiztikus, kísérletileg mért paramétereket használunk, lerögzítjük a tömbök m tömegének, a k lineáris rugóállandónak és a rugók egyensúlyi l

hosszának megfelelő paramétereket ($m = 1, k = 1, l = 50$), és annak érdekében, hogy a dimenziótlan paraméterek megfeleljenek a kísérletben mért mennyiségeknek, a következő egységeket alkalmazzuk: $[m] = 0,1158 \text{ kg}$ a tömegre, $[k] = 19,8 \text{ N/m}$ a rugóállandóra, és $[l] = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ a hosszúságra. Az idő, sebesség és az erő egységei dimenziális megfontolások alapján pedig $[t] = ([m]/[k])^{1/2} = 0,0765 \text{ s}$, $[u] = [l]/[t] = 0,0183 \text{ m/s}$ és $[F] = [k] \cdot [l] = 0,0277 \text{ N}$ lesznek.

A szakirodalomban használt bonyolultabb modellek [7, 8] helyett a súrlódási erőre az egyszerű Coulomb-típusú modellt használjuk. Ennek értelmében a testek a szalaghoz képest nyugalomban maradnak mindaddig, amíg a rájuk ható F külső erő el nem éri az F_t tapadási súrlódási erő maximumát. Ezt követően megcsúsznak és az $f_s F_t$ csúszási súrlódási erő jelenlétében csúsznak a szalagon. Az f_s mennyiség a csúszási és tapadási súrlódási erő arányát jelöli. Az általunk használt szalag esetén $f_s \approx 0,45$, a továbbiakban ezzel az értékkel fogunk számolni. Hasonlóképpen, a tapadási súrlódási együtthatóra a kísérletnek megfelelő $F_t = 71,4$ értéket (dimenziótlan egységekben) használjuk.

A súrlódási erő ezek alapján a következőképpen írható fel:

$$F_s(v_r, F) = \begin{cases} -F, & \text{ha } v_r = 0, |F| < F_t, \\ -\text{sgn}(v_r) f_s F_t, & \text{ha } v_r \neq 0, \end{cases} \quad (1)$$

ahol v_r a testek szalaghoz viszonyított relatív sebessége.

Ahhoz, hogy elkerüljük a testek ütközését, lineáris rugóerők helyett a valódihoz hasonló $F_r(\Delta l)$ profilú rugóerőket vezetünk be a 4. ábrának megfelelően. Ha a rugó nagyon össze van nyomódva, vagy nagyon meg van nyúlva, a deformációval exponenciálisan növekvő rugóerő jelenik meg.

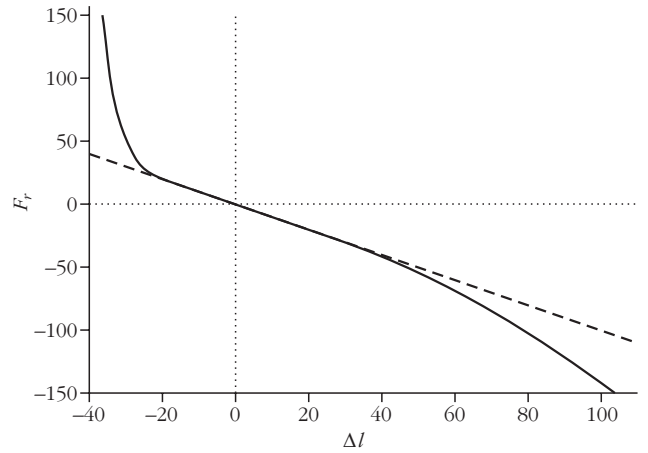
Ezek alapján a láncban levő i -edik testre a földhöz viszonyított vonatkoztatási rendszerben felírható mozgásegyenlet:

$$\ddot{x}_i = F_r(\Delta l_-) - F_r(\Delta l_+) + F_s[v_r, F_r(\Delta l_-) - F_r(\Delta l_+)], \quad (2)$$

ahol $\Delta l_- = x_i - x_{i-1} - l$ és $\Delta l_+ = x_{i+1} - x_i - l$.

A csúszó-tapadó dinamikát egy test esetében analitikusan is lehet tanulmányozni [9–11] (ideális rugókat használva), de hosszabb láncokra a rendszer dinamikáját csak a fenti egyenletrendszer numerikus integrálásával kaphatjuk meg. A $t = 0$ kezdeti időpillanatban a rugók nyújtatlanok ($\Delta l_i = 0$), és a testek a futószalaghoz képest nyugalomban vannak ($v_{ri} = 0$). A szalag elindításával így kezdetben vele együtt mozognak, majd a rugóerők hatására rendre megcsúsznak. Ha a szalaghoz viszonyított relatív sebességük nullára csökken, újból megállnak. Ezt a megállási feltételt numerikusan a relatív sebesség előjelváltásával ellenőrizzük. A rendszer lényeges szabad paraméterei a szalag u sebessége és a láncban levő testek N száma.

A rugó-tömb lánc dinamikájának rendezetlenségét az N testből álló teljes hosszának fluktuációjával



4. ábra. Az F_r rugóerő a Δl összenyomódás/megnyúlás függvényében, dimenziótlanított változókkal. Szaggatott vonallal egy ideális rugóerőt ábrázoltunk, folytonos vonallal pedig az általunk használt valóságghűbb, exponenciálisan korrigált rugóerőt.

is jellemezzük. Mivel a lánc hosszát az N -edik test x_N koordinátája jellemzi, a rendszer rendezetlenségét jellemző r paramétert az x_N szórása fogja megadni:

$$r = \frac{\sqrt{\langle x_N^2 \rangle - \langle x_N \rangle^2}}{\langle x_N \rangle}. \quad (3)$$

Itt $\langle x \rangle$ jelöli az x mennyiség időátlagát. Tehát az r rendezetlenségi paraméter nagy értékei esetén a rendszer dinamikája nagy fluktuációkkal jellemezhető, míg kis értékek esetén csupán kis fluktuációkkal jellemzett rendezett viselkedést látunk.

Numerikus eredmények

A több testből álló rendszer dinamikájának jobb megértéséhez tekintsük először az $N = 1$ test esetét. (A harmonikusan gerjesztett rugó-tömb rendszer dinamikájának részletes tárgyalását lásd a [9]-ben!) Könnyen belátható, hogy a kezdőfeltételektől függően az egy testből álló rendszer dinamikája csúszó-tapadó, vagy egyszerűen csúszó típusú lehet.

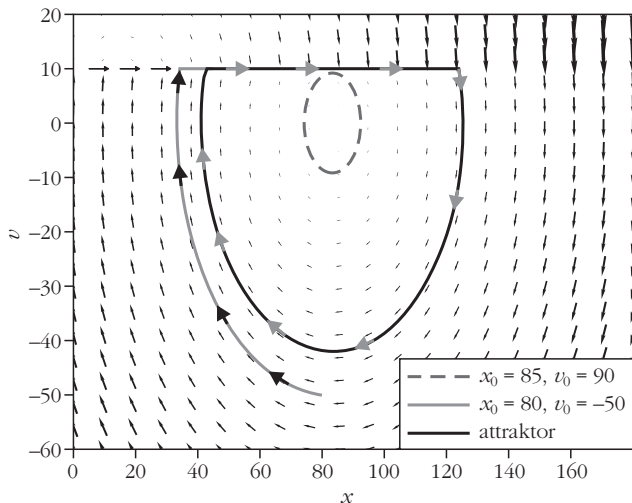
Tiszta csúszó típusú dinamika esetén a testre az állandó, $F_s = f_s F_t$ csúszási súrlódási erő hat, amely ez esetben a test relatív sebességétől teljesen független. Ez kis amplitúdójú rezgéshez vezet, ebben a tartományban még közel lineáris a rugóerő, így a mozgásegyenlet megoldható a következő dimenziótlan alakban:

$$\ddot{x} = -(x - l) + F_s. \quad (4)$$

Tehát a rendszer dinamikája egyenértékű egy súrlódásmentesen mozgó oszcillátoréval, amelynek egyensúlyi állapota el van tolvá $\Delta x = F_s \approx 32,1$ hosszúságegységgel:

$$\ddot{x}' = -(x' - l), \quad (5)$$

ahol $x' = x - \Delta x$.



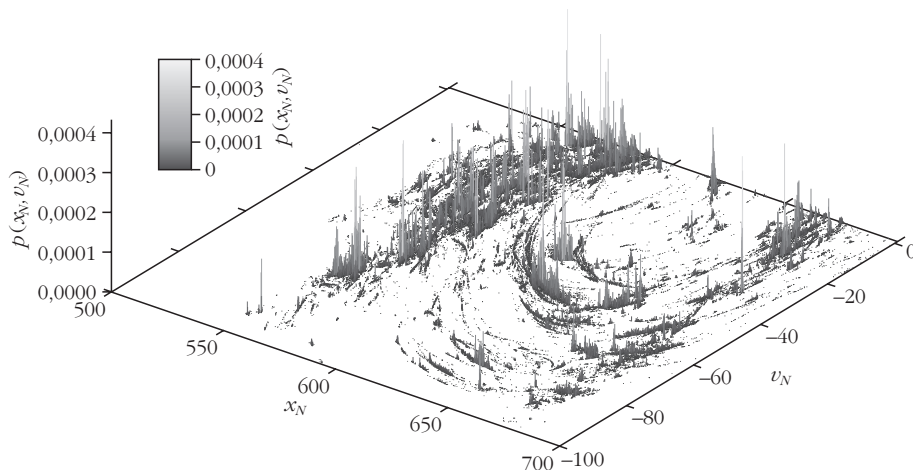
5. ábra. Különböző kezdeti állapotból indított trajektóriák a $\{x, v\}$ fázistérben. A kezdeti koordináta és sebesség az ábrán van bejelölve a megfelelő görbével együtt. A szalag sebessége $u = 10$.

Az 5. ábrán a rendszer $\{x, v\}$ fázisterét ábrázoltuk, berajzolva néhány különböző kezdeti állapotból indított trajektóriát. A nyilak egy négyzetrácsra vannak helyezve. A vektor iránya megadja a támadáspontban lévő fázispont fázistérbeli mozgásának irányát, nagysága pedig a fázistérben értelmezett sebességét.

Kis megnyúlások esetén az általunk definiált exponenciális rugóerő helyettesíthető lineáris rugóerővel, így a szalag kis sebességei esetén (!) jó közelítéssel megadhatjuk a tiszta csúszó típusú dinamikához tartozó kezdőfeltételek halmazát. A testre akkor hat a tapadási súrlódási erő, ha a v , szalaghoz viszonyított relatív sebessége 0-ra csökken, azaz ha a földhöz viszonyított vonatkoztatási rendszerben a test sebessége eléri a szalag sebességét ($v = u$). Tiszta csúszó dinamikát akkor kapunk, ha $v < u$ a mozgás során. Az analóg súrlódásmentes (konzervatív) rendszerben, ez a következő kezdeti állapotokra vonatkozó feltételhez vezet:

$$(x_0 - \Delta x - l)^2 + v_0^2 < u^2, \quad (6)$$

6. ábra. A természetes eloszlás (az x_N, v_N pont megtalálhatósági valószínűség-sűrűsége) az $x_2 = 304,3$ Poincaré-metszeten, $u = 1$, $N = 5$. A jobb láthatóság érdekében a $0 < v_N \leq u$ keskeny tartományt (amely tartalmazza a szalaggal együtt haladást: $v_N = u = 1$) nem ábrázoltuk. A szálak szerkezetű eloszlás a rendszer kaotikus attraktorát szemlélteti ezen a metszeten.



ahol x_0 és v_0 a test kezdeti koordinátája és sebessége az eredeti, földhöz viszonyított koordináta-rendszerben. A fenti feltétel egy ellipszist határoz meg a fázistérben. Ha kezdeti állapot ezen ellipszisen belül helyezkedik el (lásd a szaggatott vonallal ábrázolt trajektóriát az 5. ábrán), bár súrlódás van jelen, a rendszer konzervatívként kezelhető.

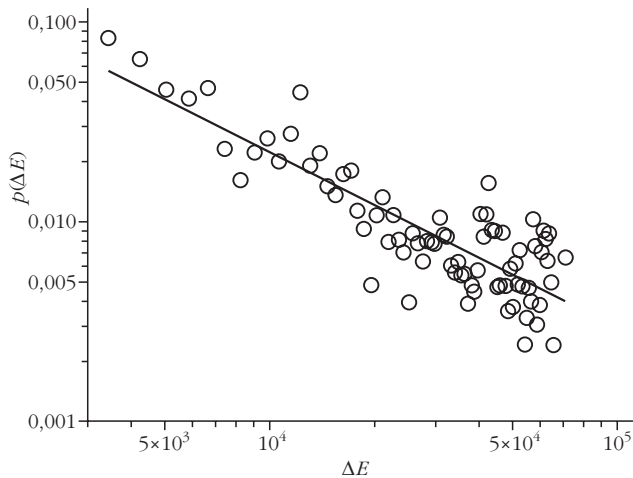
Ha a kezdőfeltételek az ellipszisen kívül esnek, akkor a mozgás csúszó-tapadó marad mindvégig. Ez a típusú dinamika egy határciklust határoz meg az $\{x, v\}$ fázistérben (fekete folytonos vonallal ábrázolt trajektória az 5. ábrán), tehát az ellipszisen kívül eső bármely kezdeti feltétellel indítva el a rendszert, a trajektória a határciklushoz konvergál (szürke folytonos vonallal ábrázolva), ami megadja a rendszer hosszú távú viselkedését. Érdekes módon ezen attraktor vonzó jellege csak a $v = 10$ -es egyenesnél mutatkozik meg. A szokásos fázistérbeli ábrákkal szemben a trajektóriák itt egymáson fekdühetnek, mert a dinamika itt többértékű: a $v = 10$ -es sebességhez különböző x koordináták tartozhatnak. Ez a Coulomb-súrlódás következménye. Ha nem vagyunk rajta az egyenesen, akkor újból konzervatív rendszerrel van dolgunk, tehát nem kell közeledjenek a nyilak a fekete görbe $v < 10$ -es, ellipszis alakú részéhez.

A kísérleteinkben kezdeti állapotban a testek a szalaghoz viszonyítva állnak, tehát elindulásukkor vele együtt mozognak. Egy test esetében ez azt jelenti, hogy már kezdettől fogva rajta vagyunk az attraktoron (az $u = 10$ -zel jellemzett Ox tengellyel párhuzamos vonalon). (Érdeemes megemlíteni, hogy a valóságban a tiszta csúszó dinamika esetén a levegővel való súrlódás miatt a rendszer már nem tekinthető konzervatívna, így a határciklus helyett nagyon lassan egyetlen fixpontba csavarodnak be a trajektóriák, amelyek koordinátái $(x^*, v^*) = (l + \Delta x, 0)$. Ez megfelel a test új egyensúlyi pozíciójának.)

Most pedig nézzük meg, mi történik a kísérletnek megfelelő $N = 5$ test esetén. A szalag kis sebességei esetén ($u = 1$) a rendszer egyszerre mutat lavinaszerű

csúszásokat, ami a kritikus önszerveződés egyik jele és kaotikus dinamikát [14].

Az öt test koordinátái és sebességei által meghatározott fázistér tíz dimenziós. A rendszer dinamikáját ebben a tíz dimenziós térben mozgó karakterisztikus pont írja le. Elmetszve a fázisteret a második test egy adott koordinátája által meghatározott síkkal ($x_2 = 304,3$), majd levetítve azt az utolsó test fázissíkjára (x_N, v_N) Poincaré-metszetet kapunk [12]. Hosszú idejű futásokból meghatároztuk, hogy az egyes pontokat a rendszer milyen valószínűséggel látogatja meg, megszer-



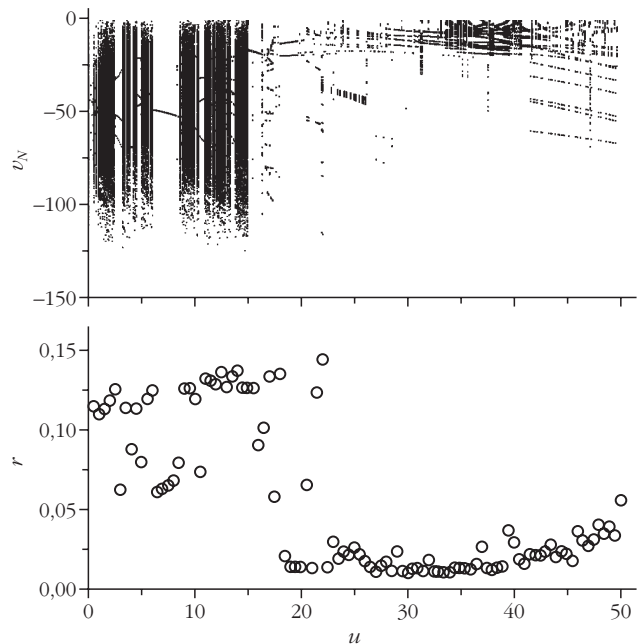
7. ábra. A lavinák során disszipált energia nagyságeloszlása logaritmikus tengelyeket használva. A lineáris viselkedés hatványfüggvény-eloszlásra utal, és a kritikus önszerveződés egyik jele.

kesztve az úgynevezett „természetes eloszlást” [13]. A kapott szálas szerkezet, amelyet a 6. ábrán szemléltünk a kaotikus dinamikára jellemző.

Ugyanezen paraméterek mellett a testek megcsúszásakor megjelenő lavinák során disszipált ΔE energia hatványfüggvényszerű eloszlása kritikus önszerveződésre utal (7. ábra). A lavinákat úgy értelmezzük, mint egy csúszási sorozatot, amely addig tart, amíg az összes test a szalaghoz viszonyítva újból megáll. A rugók potenciális energiája változását tekintjük egy lavina során disszipált energiának. Ezen lavinaszerű energiadisszipációt felhasználva lehet a rugó-tömb modelleket földrengések nagyságeloszlásának modellezésére is használni [1].

Nagyobb szalagsebességek esetén – egy kezdeti tranzienst kaotikus dinamika után – a rendszer kis amplitúdójú periodikus viselkedést mutat. A rendszerben kétféle aszimptotikus viselkedést figyelhetünk meg: kis sebességekre többnyire kaotikus dinamikát, míg nagy szalagsebességek esetén periodikus mozgást. Részletesen tanulmányozva az r rendezetlenségi paraméter változását a szalagsebesség függvényében, a rendszer érdekes fázisátalakulás-szerű viselkedést mutat [14]. Kis sebességeknél nagy rendezetlenségiparaméter-értékeket kapunk, majd egy kritikusnak tekinthető sebesség felett ($u > 16,5$) r értéke hirtelen lecsökken a 8. ábra alsó diagramján látható módon.

Értelmezhetünk egy bifurkációs diagramot is a következőképpen: megmérjük az utolsó test sebességét akkor, amikor az áthalad egy lerögzített koordinátán egy adott irányban. Ezt a műveletet sokszor megismételve és kirajzolva a mért sebességeket a szalagsebesség függvényében, egy $v_N(u)$ pontsokaságot kapunk. Az így kapott diagramon (8. ábra felső diagramja) jól látható, hogy – a két fázisnak megfelelően – elkülöníthetünk egy többnyire kaotikus és egy periodikus tartományt. A kaotikus tartományokban az adott u sebességértékekhez tartozó hosszú folytonos sávokat láthatunk, míg a periodikus és kváziperiodikus tartományban a szalag különböző sebességeihez különálló pontok tartoznak. Periodikus dinamika esetén az utolsó



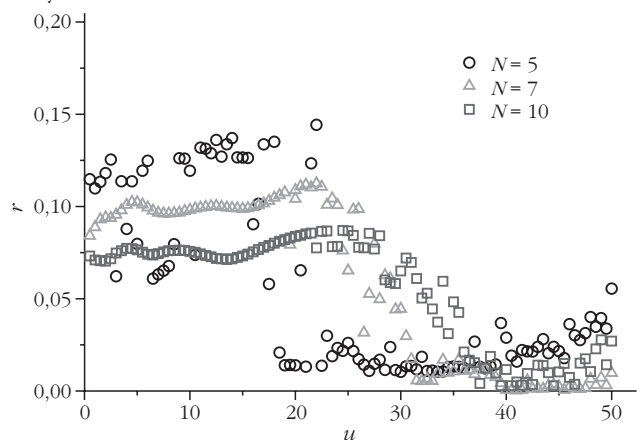
8. ábra. Lenti ábra: az r rendezetlenségi paraméter a szalagsebesség függvényében. Fenti ábra: a bifurkációs diagram a szalagsebesség függvényében (az ábra értelmezéséhez lásd a szöveget).

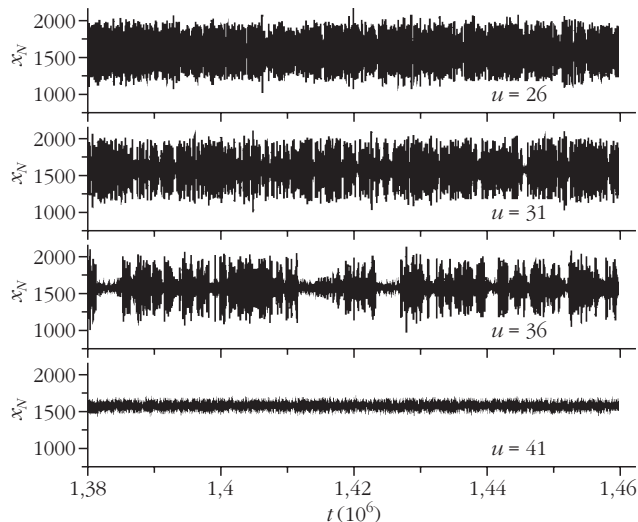
test tiszta csúszó, míg a többi test csúszó-tapadó dinamikát mutat. Ezen bifurkációs diagram összhangban van a rendezetlenségi paraméterre vonatkozó eredményekkel: ahol magas rendezetlenségi fokot mérünk, kaotikus típusú dinamikát sejtet a bifurkációs diagram.

A rendszerméret hatása

Numerikusan könnyen tanulmányozható az N rendszerméret hatása is. Az r rendezetlenségi paraméter változását nézve a szalag u sebességének függvényében azt tapasztaljuk, hogy a termodinamikai rendszerreknél tapasztalt fázisátalakulásokkal ellentétben a rendszer méretének növelésével a hirtelen átmenet mindinkább kisimul (9. ábra). $N = 7$, valamint $N = 10$ test esetén már elég széles átmeneti tartományokat figyelhetünk meg, amelyben a rendezetlenségi paramé-

9. ábra. A rendezetlenségi paraméter a szalag sebességének függvényében különböző méretű rendszerek esetén.





10. ábra. A lánc hosszának változása az idő függvényében $N = 10$ tömb esetére és különböző u sebességekre. $u = 36$ esetére jól megfigyelhető a kísérleteinkben is tapasztalt intermittencia.

ter értéke nem ugrásszerűen változik. Érdekes módon ennek magyarázatát az intermittencia megjelenése adja. Intermittenciát az átmeneti zónában észlelhetünk, ugyanis a szalagsebesség növelésével a dinamika során egyre gyakrabban jelennek meg kis amplitúdójú fluktuációval jellemzett időintervallumok. Ezt a jelenséget szemléltetjük a 10. ábrán, ahol a lánc hosszának változását ábrázoltuk az idő függvényében $N = 10$ test esetében, növekvő sebességértékeket tekintve.

Következtetés

Egy futószalagra helyezett rugó-tömb rendszerrel könnyen illusztrálható a kaotikus viselkedés és önszerveződés megjelenése egy kontrollparamétert változtatva. A releváns kontrollparaméter a futószalag sebessége, ennek függvényében érdekes fázisátalakulás-szerű átmenetet találtunk. Kis sebességek esetén többnyire a nagy fluktuációkkal jellemzett kaoti-

kus mozgás dominál, nagy sebességek esetén pedig kis amplitúdójú periodikus dinamikát észlelünk. A nagy amplitúdójú fázisban egyszerre van jelen kaotikus dinamika és kritikus önszerveződés. A rendszer méretének növelésével a kisebb rendszerekre észlelt éles átmenet mindinkább elmosódik. Ez az érdekes jelenség annak tulajdonítható, hogy a tömbök számának növelésével az átmeneti tartományban egy intermittenciát mutató, mindinkább kiszélesedő tartomány jelenik meg. Ezen egyszerű rendszer tehát számos érdekes dinamikai jelenséget illusztrál, és jól alkalmazható a fizika oktatásában is.

Irodalom

1. R. Burridge, L. Knopoff: Model and theoretical seismicity. *Bull. Seism. Soc. Am.* 57(1967). 341–371.
2. K. Kovacs, Y. Brechet, Z. Neda: A spring-block model for Barkhausen noise. *Model. Simul. Mater. Sc.* 13/8(2005) 1341–1352.
3. K. Kovacs, Z. Neda: Disorder-driven phase transition in a spring-block type magnetization model. *Phys. Lett. A* 361/1–2(2007) 18–23.
4. M. A. Lebyodkin, Y. Brechet, Y. Estrin, L. P. Kubin: Statistics of the catastrophic slip events in the Portevin–Le Chatelier effect. *Phys. Rev. Lett.* 74(1995) 4758–4761.
5. F. Járjai-Szabó, B. Sandor, Z. Neda: Spring-block model for a single-lane highway traffic. *Cent. Eur. J. Phys.* 9/4(2011) 1002–1009.
6. F. Járjai-Szabó, Z. Neda: Earthquake model describes traffic jams caused by imperfect driving styles. *Physica A* 391/22(2012) 5727–5738.
7. M. de Sousa Vieira: Self-organized criticality in a deterministic mechanical model. *Phys. Rev. A* 46(1992) 6288–6293.
8. M. de Sousa Vieira: Chaos and synchronized chaos in an earthquake model. *Phys. Rev. Lett.* 82/1(1999) 201–204.
9. Csernák G., Stépán G.: Egy irreverzibilis mechanikai modell nemlineáris dinamikája. *Fizikai Szemle* 51/9(2001) 279–282.
10. G. Csernák, G. Stepan: Symmetric and asymmetric motions of a harmonically driven dry-friction oscillator. In *Fifth EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference: ENOC(2005)* 258–263.
11. Licskó G., Csernák G.: Káosz egy egyszerű száraz súrlódásos mechanikai rendszerben. In *XI. Magyar Mechanikai Konferencia*, 2011.
12. T. Tél, M. Gruiz: *Chaotic Dynamics: An Introduction Based on Classical Mechanics*. Cambridge University Press, 2006.
13. E. Ott: *Chaos in Dynamical Systems*. Cambridge University Press, 1993.
14. B. Sándor, F. Járjai-Szabó, T. Tél, Z. Neda: Chaos on the conveyor belt. *Phys. Rev. E* 87(2013) 042920.

57. Fizikatanári Ankét és Eszközbemutató

A 2014. évi ankétot március 13-tól 16-ig Egerben, a Gárdonyi Géza Ciszterci Gimnázium és Szakközépiskolában rendezzük meg.

Témák: a fizika mindenütt, oktatás.
Állandóan frissülő részletek a Társulat www.elft.hu honlapján.

Az ankét 30 órás akkreditált továbbképzés.

A műhelyfoglalkozásokat március 15-én és 16-án délelőttre tervezzük.

A műhelyfoglalkozások mellett a korábbi, sikeres **10 perces kísérletek** című programot is meg kívánjuk szervezni.

ELFT Tanári Szakcsoportjainak vezetőiségei

