

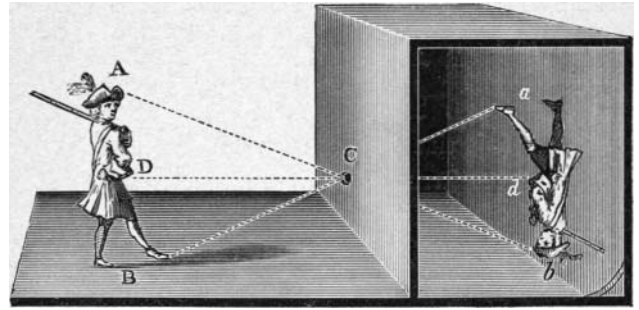
A camera obscuráról (1. ábra) fennmaradt legrégebb feljegyzések csaknem 2500 évesek. A sötét szobába bevetített kép látványa a szemlélt technológiailag nem épp ingerszegény korunkban is joggal lenyűgözi, pedig ennél egyszerűbb optikai eszközt aligha lehet elképzelni. Mindössze egy ablaktalan helyiség és az egyik falba fúrt apró lyuk kell hozzá. Mivel a sötét szobának csupán az a szerepe, hogy a környező szórt fényt kitakarja a bevetített halvány kép elől, nem is feltétlenül van rá szükség: ha nem az utcán játszódó jeleneteket, hanem egy erős fényforrás, például a Nap képét akarjuk kivetíteni, akkor a kép elég intenzív lesz ahhoz, hogy elsötétítés nélkül is lássuk. Ilyenkor akár egyetlen kartonlapba vágott kis lyuk (ez a camera obscura végtelékig letisztult formájának tekinthető) is elég a megfigyeléshez. Az ernyő szerepét pedig a járda aszfaltja vagy egy ház fala is betöltheti.

A lyuk nem tökéletes leképező eszköz. Minél pontosabb, annál élesebb képet alkot, viszont ilyenkor a kép fényereje – ami a lyuk területével arányos – is nullához tart. Fényesebb képhez nagyobb lyukméret kell, ami viszont a kép elmosódottságához vezet. Ezt a jelenséget a 2. ábra szemlélteti. A szabálytalan alakú lyuk minden egyes pontja külön ideális lyukkameraként működik, és létrehozza a fényforrás tökéletesen éles képét, a megfelelő pozícióba eltolva. Inkoherens fényforrás esetén (mint amilyen a Nap) az ernyőn látható eredő fényintenzitás-eloszlás az egyes eltolt éles képek intenzitáseloszlásának összege, ahol az egyes éles képek eltolási pozíciói összességében a lyuk alakjának megfelelő területet fedik le. Az ernyőn egy olyan elmosódott képet látunk tehát, amely a lyuk alakját és a fényforrás alakját egyaránt „magában hordozza”. A fentieket matematikai nyelven megfogalmazva: az ernyőkép a lyuk alakjának és a fényforrás térbeli intenzitáseloszlásának a *konvolúciójaként* számolható:

$$e(x, y) \propto \iint I(X, Y) f(x-X, y-Y) dX dY, \quad (1)$$

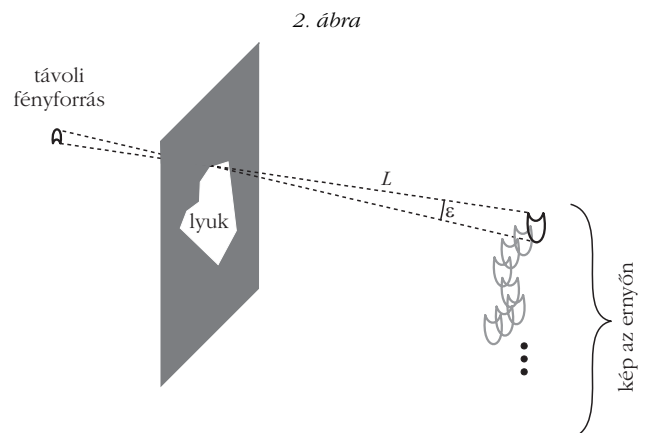
ahol  $e(x, y)$  az ernyő adott  $(x, y)$  koordinátájú pontjában adódó fényintenzitás,  $I(x, y)$  a lyuk alakját leíró függvény –  $I(x, y) = 1$  a lyuk területén belül és 0 azon kívül –  $f(x, y)$  pedig a fényforrás tökéletesen éles képének intenzitáseloszlása az ernyőn. Ha például a – homogén intenzitással sugárzó – Napkorong képét akarjuk az ernyőre kivetíteni, akkor  $f(x, y)$  egy origó középpontú,  $D_{\text{forrás}}$  átmérőjű körön belül 1, azon kívül 0 értéket vesz fel.

A számítás kulcsmozzanata, hogy az  $f(x, y)$  függvény méretskáláját a lyuknak az ernyőtől való  $L$  távolsága határozza meg, hiszen ettől a távolságtól függ a pontszerű lyuk által alkotott kép mérete. A fenti példában  $D_{\text{forrás}} = L\varepsilon$ , ahol  $\varepsilon \approx 0,0093$  radián a Nap látszó szögátmérője.



1. ábra

A  $D_{\text{forrás}}$  jelölést nem kör alakú fényforrás esetén is érdemes megtartani az  $f(x, y)$  függvény karakterisztikus méretére, az  $\varepsilon$ -t pedig a fényforrás karakterisztikus szögkiterjedésére. Ekkor a  $D_{\text{forrás}} = L\varepsilon$  kifejezés továbbra is igaz. (Az  $L$  és  $\varepsilon$  mennyiségek jelentése a 2. ábrán is leolvasható.) Hasonlóképpen, az  $I(x, y)$  függvény karakterisztikus méretét is leírhatjuk egyetlen  $D_{\text{lyuk}}$  számmal (például kör alakú lyuknál ez a lyuk átmérője, négyzet alakú lyuknál a lyuk oldalhosszúsága stb.). Az (1) konvolúciós összefüggés lényeges tulajdonsága, hogy az eredményül kapott  $e(x, y)$  kép az integrál belsőjében levő két függvény,  $I(x, y)$  és  $f(x, y)$  közül annak a látványát adja vissza inkább, amelyik a kettjük közül a nagyobb területet foglalja el az  $(x, y)$  síkon. Ha az  $I(x, y)$  jóval nagyobb területre terjed ki, mint az  $f(x, y)$  – azaz, ha  $D_{\text{lyuk}} \gg D_{\text{forrás}}$  –, akkor az ernyőn a lyuk alakját látjuk körvonalazódni. Ha  $D_{\text{lyuk}} \ll D_{\text{forrás}}$ , akkor a fényforrás képe rajzolódik ki az ernyőn. Képzeljünk el, hogy a kiinduló helyzetben az ernyőt közvetlenül a lyuk mögé helyezzük. Ekkor a lyuk alakjának árnyékát, éles sziluettjét látjuk megjelenni az ernyőn. Ez a fentiek alapján érthető, hiszen ekkor  $D_{\text{forrás}} = L\varepsilon \ll D_{\text{lyuk}}$ . Ha most folyamatosan távolítjuk a lyuktól az ernyőt, akkor  $D_{\text{forrás}}$  egyre növekszik, és a keletkező képen csak egyre elmosódottabban kivehető a lyuk alakja, majd a kép homályosan a fényforrás körvonalát kezdi kirajzolni, végül – amikor már az  $L \gg D_{\text{lyuk}}/\varepsilon$  feltétel teljesül – az ernyőn csak a fényforrás éles képét látjuk, és a lyuk alakjára már szinte semmi sem utal.



2. ábra

lyuk mérete	falra vetített kép ( $L$ : a lyuk és a fal távolsága)				
	$L = 10\text{ cm}$	$L = 20\text{ cm}$	$L = 50\text{ cm}$	$L = 1\text{ m}$	$L = 2\text{ m}$
1 mm					
2 mm					
5 mm					

— 1 cm

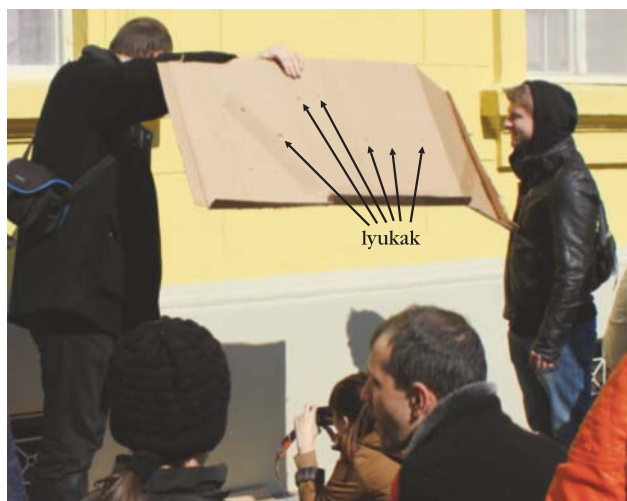
3. ábra

Ennek alapján napfogyatkozás esetén a praktikus módszer a következő: vágjunk egy  $D_{\text{lyuk}}$  méretű lyukat egy kartonpapírba. A kartonlapot olyan távolságra helyezzük el az ernyőtől (például egy ház falától), hogy teljesüljön az  $L \gg D_{\text{lyuk}}/\varepsilon \approx 100 D_{\text{lyuk}}$  feltétel. Ekkor a

4. ábra



5. ábra



Nap képét fogjuk az ernyőn látni, a lyuk alakjától függetlenül. Érdeemes a megfigyelést úgy végezni, hogy az ernyőt folyamatosan távolítjuk a lyuktól, és közben figyeljük, hogyan zajlik le a kép „alakváltozása”  $L \sim D_{\text{lyuk}}/\varepsilon$  távolság környékén. A 3. ábra egy ilyen mérősortozat numerikus szimulációját mutatja, különböző méretű négyzet alakú lyukakat és a napfogyatkozáskor látható Napot, mint fényforrást használva példaként. A jobb oldalon látható az  $f(x, y)$  függvény, azaz a fényforrás éles képe. E függvény  $L$ -től függő megfelelő



átiskálázása, és az (1) konvolúciós integrálba való behelyettesítése után adódnak a falra vetített képek ábrái. A táblázatban megfigyelhető a kép alakjának átalakulása az  $L \sim 100 D_{\text{lyuk}}$  távolság környékén.

Az intenzitást a 3. ábra számolt képeinek mindegyikén 100%-ra normáltam. A valóságban adott  $L$  ernyőtávolság mellett a kisebb lyukak – a lyuk területével arányosan – gyengébb fényerejű képet szolgáltatnak. A 3. ábra felső sorának képei tehát egy valódi kísérletben 25-ször halványabbak lennének, mint az alsó sor képei.

Egy ilyen valódi kísérletről, a 2015. március 20-i napfogyatkozás megfigyeléséről készültek a 4–6. ábrák fényképei. Egy nagy kartonlapra különböző méretű, szabálytalan lyukakat fűrtünk, amelyek mérete körülbelül 2 mm és 1 cm között változott. A lyukak által alkotott kép a Bakáts téri általános iskola falára vetült. (A kartonlap előkészítésében Bokor Márk kiscsoportos óvoda volt a segítségemre, a napfogyatkozás megfigyelésének megszervezéséért pedig köszönetet mondok a Bakáts téri általános iskola 1.b osztálya pedagógusainak.) A kartonlap és a fal távolsága körülbelül 2 m volt. A 6. ábrán láthatók a különböző lyukak által alkotott

6. ábra





7. ábra

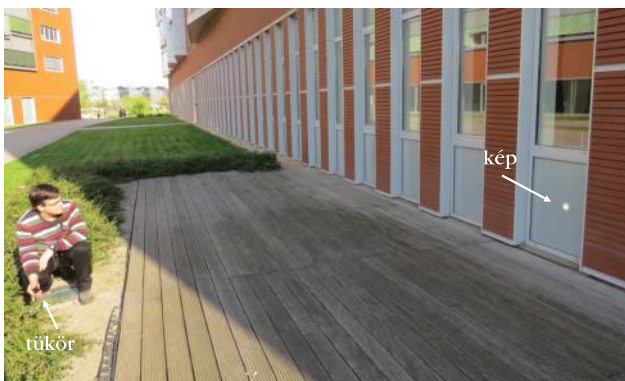
tott – eltérő élességű és fényerejű, de azonos méretű – képek a Hold által részben kitakart Napról.

Lyukkameraként működhet akár egy síktükör is. A tükör körvonalának alakja (a kartonba vágott lyukhoz hasonló módon) tetszőleges lehet. A tükrös módszer előnye az, hogy az egész kísérlet méretskáláját megnöveli: néhány cm-es tükörrel egy 20-30 méterre levő árnyékos falra vetítve a napfényt, a Nap nagy méretű (20-30 cm átmérőjű) kivetített képét figyelhetjük meg. A 7–12. ábrákon egy olyan kísérletsorozat követhető végig, amelyet *Jahn Kornél* kollégámmal (BME) végeztem, nem napfogyatkozáskor, hanem egy átlagos napsütéses áprilisi napon. A kísérlet során egy

8. ábra



10.a ábra



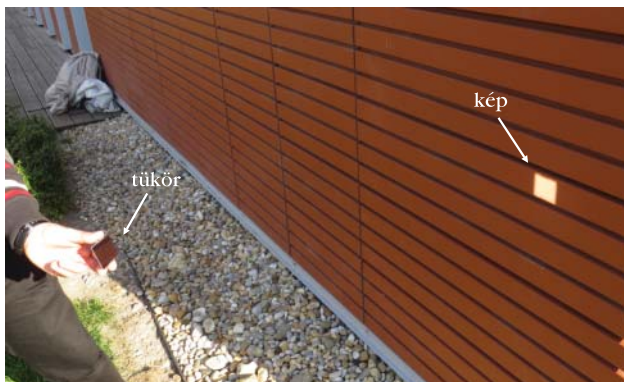
4,8 cm × 4,5 cm-es téglalap alakú tükörrel (7. ábra) vetítettük a napfényt a Műegyetem Q épületének falára. A 8–12. ábrákon a tükör és a fal távolsága: ~7-8 cm, ~1 m, ~4-5 m, ~15-20 m, illetve ~30-35 m.

Amint a 10. ábrán látható, – a konvolúciós integrál fent tárgyalt tulajdonságának megfelelően – a kivetített kép itt is  $L \sim 100 D_{lyuk}$  ( $\approx 4-5$  m) távolság körül mutatja a tüköralak és a Napkorong alakja közötti átmenetet.

A Napkorong mindig szép látványt nyújt, de különösen érdekes akkor megfigyelni, amikor valamilyen más égitest is beúszik köztük és a Nap közé, és annak egy részét kitakarja. Naprendszerünkben 3 égitest tud köztük és a Nap közé kerülni: a Hold (ekkor van napfogyatkozás), a Vénusz és a Merkúr (az utóbbi két esetben Vénusz-, illetve Merkúr-átvonulásról beszélünk).

A Vénusz-átvonulások megfigyelésének története a tudománytörténet legebilincselőbb fejezetei közé tartozik. Szinte bizonyos, hogy a 17. század előtt egyetlen ember sem látott ilyen jelenséget, aminek a fő oka az, hogy ezeket nehéz volt pontosan megjósolni. Napra pontos előrejelzésükhöz *Kepler* matematikai tudása és *Tycho Brahe* korábbi, precíz megfigyelései kellek. Sajnos Kepler maga sohasem részesülhetett a szép látványban. Az 1631-es átvonulást megjósolta ugyan, de 1630-ban meghalt. (Ráadásul kortársai is lemaradtak a jelenségről, mert az Európából nem látszódtott.) Az első eset, hogy valaki megfigyelhette a Nap elé bekúszó Vénusz alakját, 1639-ben történt. A fennmaradt dokumentumok szerint ekkor is mindössze ketten, a 21 éves *Jeremiah Horrocks* és barátja, *William Crabtree* látták a jelenséget. Mindketten táv-

9. ábra



10.b ábra





11.a ábra



11.b ábra



12.a ábra

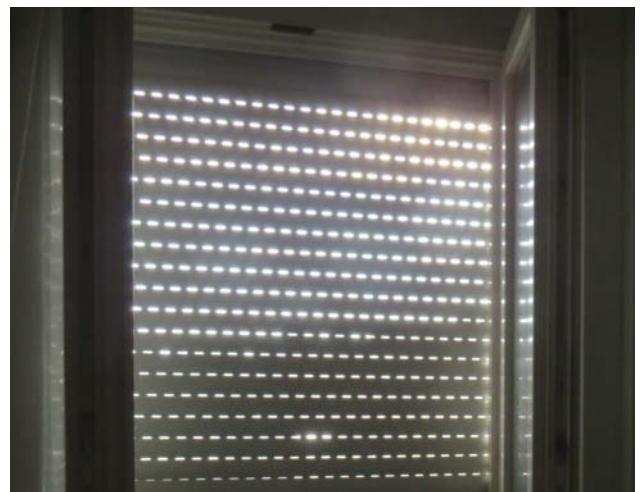


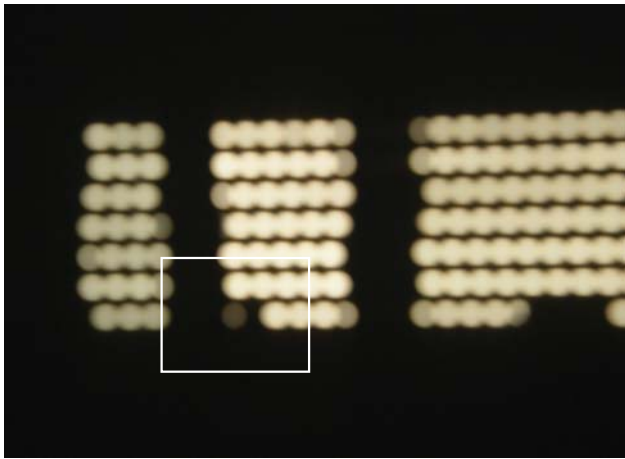
12.b ábra

csővel vetítették ki a Nap képét egy ernyőre. (Azt lehetnének, hogy a távcső 1608-as feltalálása előtt amúgy is esélytelen lett volna a megfigyelés, hiszen a Nap előtt elhaladó Vénusz parányi korongja legfeljebb távcsővel kivethető. Mint azonban alább látni fogjuk, lyukkamerával is sikeresen elvégezhető a kísérlet.) Különösen izgalmasak a következő, 1761-es és 1769-es Vénusz-átvonulásokhoz kapcsolódó történetek. Elsőként *Edmund Halley* említendő, aki a 17. század végén zseniális módszert írt le arra, hogy a Vénusz napárnyékba való belépésének és kilépésének másodperc pontos méréséből hogyan lehet a Nap–Föld-távolságot meghatározni. Nagy hatású felhívásban buzdította az utókort, hogy az 1761-es és 1769-es átvonuláskor a nagy cél érdekében minél több helyre szervezzenek megfigyelő expedíciókat – jól tudva, hogy az ő életéből ez az égi jelenség sajnos kimarad. A Vénusz-átvonulások ugyanis sajátos periodicitást mutatnak (8, 105,5, 8, 121,5 stb. évenként követik egymást), és Halley pontosan egy 121,5 éves „üresjáratnak” viszonylag az elején, 1656-ban született. Az utókort azonban megfogadta tanácsát, és a két 18. századi Vénusz-átvonulás részletes megfigyelésére számos expedíció indult a Föld különböző pontjaira. Nevezetes többek között *Mihail Lomonoszov* (1761, Szentpétervár), *James Cook* kapitány (1769, Tahiti) és a *Hell Miksa–Sajnovics János* páros (1769, Valdö) Vénusz-megfigyelése. A tudományos összefogás sok fontos eredményhez vezetett. Addig elképzelhetetlen pontossággal sikerült a Nap–Föld-távolságot meghatározni; Lomonoszov – a Nap elé belépő Vénusz megre-

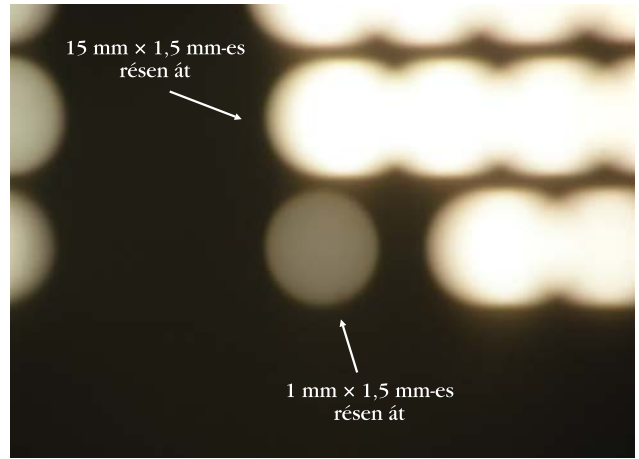
megő körvonalának látványából vonva le a következtetést – felfedezte, hogy a Vénusznak légköre van; Sajnovics János pedig több hónapos lappföldi tartózkodása alatt feltárta a lapp és magyar nyelv rokonságát, és a Vénusz-expedícióról visszatérve megírta a finnugor nyelvrokonság tudományos elméletét útnak indító *Demonstratio. Idioma ungarorum et lapporum idem esse* című művét. Újabb 105,5 éves üresjárat után következett az 1874-es Vénusz-átvonulás, amely filmtörténeti jelentőséggel bír. *Pierre Janssen* francia csillagász, akinek a hélium felfedezésében is döntő érdemei voltak, 1873-ban találta fel a mozikamera őskének

13. ábra





14.a ábra

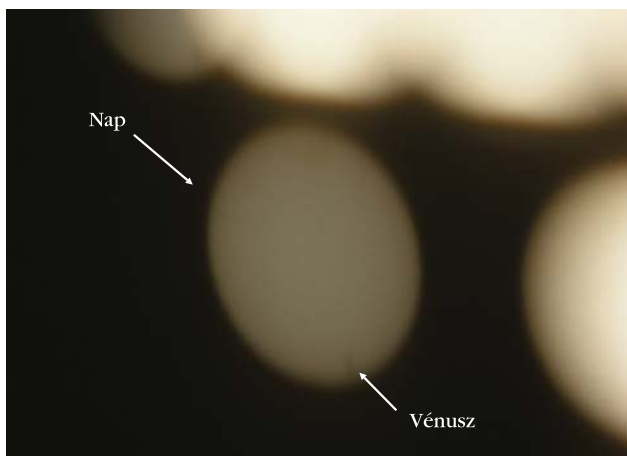


14.b ábra

tekinthető fotográf-revolvert, amellyel gyors egymásutánban sorozatfelvételeket tudott készíteni. E zseniális találmánynak és Janssen utazókedvének köszönhető, hogy ma mozgóképen csodálhatjuk meg, milyen látványt nyújtott a Nap elé bekúszó Vénusz 1874-ben, Nagaszakiból megfigyelve. (Janssen egyébként főszerepet játszik – a kongresszus elnökeként magát alakítja – *A fotográfiai kongresszus megérkezik Lyonba* című rövidke filmben, amelyet a Lumière-fivérek 1895-ben, a mozi „hivatalos” születési évében forgattak, és vetítették le az ámuló lyoni publikumnak.)

A legutóbbi, 2012. június 6-i Vénusz-átvonulás Magyarországról is látható volt. Ekkor készültek a 14–16. ábrákon látható fényképek. Hálósobánk keleti fekvésű, így a félig felhúzott redőny (13. ábra) résein át aznap reggel is bevilágított a Nap. A rések  $15\text{ mm} \times 1,5\text{ mm}$  méretűek, és a szemközti falra – amely  $3,75\text{ m}$ -re van a redőnytől – a Nap megsokszorozott képét vetítették (14.a ábra). A fal 14.a ábrán fehér téglalappal jelölt részlete közletről lefényképezve a 14.b ábrán látható. E fénykép közepén a Nap halványabb, de élesebb képe látszik. Ezt úgy kaptam, hogy az egyik redőnyrés szélességének nagy részét kitakarom, így a fény ott csak egy körülbelül  $1\text{ mm} \times 1,5\text{ mm}$  méretű résen tudott áthaladni. Ezt az élesebb képet közelebről szemügyre véve (15. ábra) örömmel

15. ábra

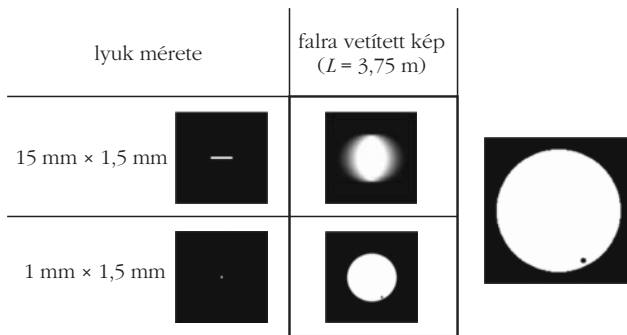


mel fedeztem fel, hogy a körülbelül  $3,5\text{ cm}$  átmérőjű Napkorong jobb alsó részénél egyértelműen kivehető a Vénusz apró, sötétebb foltja. Itt tehát a lesötétített hálószoba az 1. ábrához hasonló klasszikus camera obscuraként viselkedett. Igaz ugyan, hogy nem egyetlen lyuk vetítette be a külvilágot, hanem a redőny széles résein át behatoló napfény is a falra vetült, de ez utóbbiak együttes hatása sem volt olyan erős, hogy a lényeges látványt elmossa. Összehasonlításképpen, a 16. ábra fényképe azt mutatja, hogy néhány perccel a hálósobában készült felvétel után milyen látványt mutatott a Vénusz egy teodolit távcsövével kivetítve. A távcsővel kivetített kép sokkal élesebb és kontrasztosabb a hálósobában készülnél, de összességében megállapíthatjuk, hogy a Vénusz átvonulása lyukkamerával is megfigyelhető.

A 17. ábrán a redőnyös kísérlet numerikus szimulációjának eredményeit mutatom be. Ezeket az (1) konvolúciós összefüggéssel számoltam, a kétféle résalakot figyelembe véve. Az  $f(x, y)$  függvényt ismét a jobb oldali ábra mutatja, ahol a Vénuszt jelképező apró kör méretét úgy adtam meg, hogy összeszoroztam a bolygó átvonuláskor mérhető látszó szögátmérőjét ( $\epsilon_{\text{Vénusz}} \approx 3 \cdot 10^{-4}\text{ rad}$ ) és az  $L$  ernyőtávolságot. Ideális leképezésnél az  $f(x, y)$  függvényhez hasonlóan kontrasztos képet kapnánk, azaz a fekete háttér előtt a Nap felülete

16. ábra

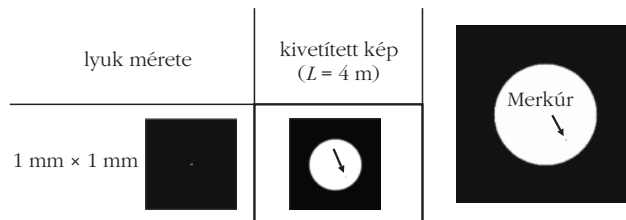




– 1 cm  
17. ábra

fehér, a Vénusz apró körlapja fekete lenne a képen. Az 1 mm × 1,5 mm-es rés által alkotott ernyőképet (a 17. ábra táblázatának jobb alsó képét) elemezve azt kaptam, hogy a Vénuszt jelképező apró, elmosódott folt intenzitásmaximuma 25%-a a Napkorong intenzitásának, azaz nem fekete, hanem sötétszürke. A lyuk által alkotott kép a Vénusz esetében tehát nem volt tökéletesen kontrasztos, de azért jól ki lehetett venni. A konvolúciós integrálból adódó elkerülhetetlen effektus, hogy ha még kisebb objektum kúszik be a Nap elé, akkor a kép kontrasztja még rosszabb lesz. Ilyen típusú látványnál tehát elsősorban a rossz kontraszt szab korlátot a lyukkamerás megfigyeléseknek, amint azt a Merkúr példáján mindjárt látni fogjuk.

A Merkúr-átvonulások jóval gyakoribbak, mint a Vénusz Nap előtti elhaladásai (a legközelebbi 2016. május 9-én lesz), és éppen ebből a gyakoriságból ered legfőbb tudománytörténeti jelentőségük. A Merkúr pozíciója ugyanis ilyen átvonulások alkalmával mérhető a legpontosabban. A viszonylag gyakori átvonulások elegendő mérési adatot szolgáltatottak a 19. században a zseniális *Le Verrier*-nek, hogy a Merkúr perihéliumelfordulását rendkívüli pontossággal kiszámolja. Így derült fény arra a kicsiny,  $\sim 43^\circ$ /évszázad mértékű elfor-



– 1 cm  
18. ábra

dulásjárulékra, amely *Einstein* általános relativitáselméletének megjelenéséig várt az elméleti magyarázatra.

Megfigyelhetők-e a Merkúr-átvonulások lyukkamerával? Ez a bolygó kisebb, és távolabb is van tőlünk, mint a Vénusz, így a látszó szögátmérője még akkor is nagyon kicsi ( $\epsilon_{\text{Merkúr}} \approx 5 \cdot 10^{-5}$  rad), amikor a legközelebb van a Földhöz (mint például Merkúr-átvonuláskor). A 18. ábra jobb oldali képe mutatja, milyen látványt nyújt a Nap elé bekúszó Merkúr apró, szinte pontszerű korongja, tökéletes leképezés esetén. Ebből az  $f(x, y)$  függvényből – 1 mm × 1 mm-es négyzet alakú lyukat és 4 m-es ernyőtávolságot feltételezve – az (1) konvolúciós integrál a 18. ábrán látható képet szolgáltatja. A kiszámolt ernyőképen fekete nyíllal jelzem a Merkúr nagyon világos szürke, ezért gyakorlatilag kivehetetlen képének helyét. A képet elemezve kiderül, hogy az ernyőn a Merkúr foltjának intenzitása 94%, azaz a fehér háttértől alig megkülönböztethető. Megállapítható tehát, hogy – bár mindenképpen érdekes a 2016-os Merkúr-átvonulást figyelemmel követni, és közben a téridő görbültségén elmélkedni – erre a megfigyelésre sajnos a lyukkamera nem látszik alkalmasnak. Távcsővel kivetítve azonban továbbra is kontrasztos képet kaphatunk, mint azt az interneten fellelhető, korábbi Merkúr-átvonulásokról készült fényképek tanúsítják. Kartonpapíros-lyukkamerás kísérleteinket pedig folytathatjuk a 2022. október 25-i napfogyatkozáskor.