KOLLEKTÍV DÖNTÉSEKET HOZNI – HOGYAN LÁTJA EZT A SZOCIOFIZIKA

Jávor Márta – ELTE PhD hallgató, Fizika Tanítása Program
Geszti Tamás – ELTE Fizikai Intézet

A szociofizika a statisztikus fizika viszonylag új, aktívan kutatott ága, mely aktivitás pár évtizeddel ezelőtti felfutását *Serge Galam* francia fizikus érzékelte először, ő adott neki nevet is, őt ezért néha „a szociofizika atyjának” is nevezik [1]. A szociofizika működését egy közösség döntéshozatalának példáján mutatjuk be; arról szeretnénk olvasóinkat, rajtuk keresztül pedig tanítványaikat is meggyőzni, hogy egy ilyen emberi-közösségi játszmába váratlanul érdekes betekintést kaphatunk egy fizikai modellen – a mágneses anyagok rendeződésének Ising-modelljén – keresztül.

Átmenetileg hagyjuk a döntéshozás problémáját, ismerjük meg a fizikai hátteret! A statisztikus fizika a 19. század második felében jött létre, amikor kezdték komolyan venni azt a sejtést, hogy a körülöttünk lévő anyagok parányi, egymással és a környezettel kölcsönható részecskéből – atomokból, molekulákból – állnak. Kicsiségük miatt, amit mi anyagtulajdonságnak látunk, a rengeteg atom, molekula vagy ezek még kisebb alkotórészei – például elektronok – statisztikai átlagos viselkedését fejezi ki.

Ennek a – mára a fizika egyik alapvető ágává terebélyesedett, nagy matematikai eszköztárat pörgető – tudományterületnek [2] van egy egyszerű, középiskolában is elmondható magja (bár az exponenciális függvényt ismerni kell hozzá). *Maxwell* számolta ki először egy ideális gázban szabadon röpködő, időnként ütközésekben energiát és impulzust cserélő atomok sebességeloszlását. Ezt terjesztette ki *Boltzmann* arra az esetre, amikor a statisztikailag függetlenül mozgó atomokra külső erőtér is hat, így energiájukban potenciális energia is megjelenik: ő írta fel először, hogy egy atom pillanatnyi állapotának (helyének és sebességének) valószínűsége csak az adott állapotbeli E energiájától és a T abszolút hőmérséklettől függ, mégpedig

$$f(E) = \frac{\exp\left(-\frac{E}{k\,T}\right)}{Z} \qquad (1)$$

alakban („Boltzmann-eloszlás”). $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ J/K a Boltzmann-állandó, Z pedig egy normálási állandó („állapotösszeg”), ami biztosítja, hogy a különböző valószínűségek összege 1 legyen, mert valamilyen állapota biztosan van a rendszernek. A képletből látszik, hogy az anyag a kisebb energiájú állapotokat jobban szereti, nagyobb valószínűséggel tartózkodik bennük, de e válogatásnak ellene dolgozik a magas hőmérséklet: a meghatározó az E/kT arány.

Gibbs jött rá, hogy ez az egész nem csak gázokra, hanem erősen kölcsönható rendszerekre is igaz, csak ott E már nem egy atom, hanem az egész rendszer energiáját jelenti. Ekkor persze a statisztikát úgy kell érteni, hogy azt az egy rendszert sok példányban képzeljük el („Gibbs-sokaság”), vagy mivel a sok példányt ténylegesen legyártani vagy megvenni a boltban sokba kerülne, legyen csak egy példányunk belőle, de mérjük meg rajta ugyanazt sokszor egymás után, és a sok mérés eredményeire készítsünk statisztikát.

Ennek egyik legegyszerűbb példája, a ferromágnességet magyarázó Ising-modell jó lehetőséget ad a statisztikus gondolkodásmód szemléltetésére és kipróbálására a középiskolában. Vegyünk egy állandó mágnest, például egy mágnesezett vasból készült kockát, és képzeljük el, hogy belenézhetünk és megfigyelhetjük a mágneses spint hordozó atomokat. A modell szerint a vaskocka mágnesezettsége attól függ, hogy ezek az atomi spinek egy irányba rendezettek-e; azokat az anyagokat nevezzük ferromágnesesnek (vas, kobalt, nikkel és néhány szigetelő kristály), amelyekben ez magától megtörténik. *Pierre Curie* fedezte fel, hogy a mágnest melegítve, a spontán mágneseződés csökken, majd egy élesen meghatározott hőmérsékleten („Curie-pont”) eltűnik.

A spontán mágneseződés forrása az atomi spinek közötti kölcsönhatás, ennek legegyszerűbb modelljét, mai nevén az Ising-modellt *Ernst Ising* doktori disszertációjában mutatta be. A modell szerint egy spin vagy felfelé, vagy lefelé áll, ezt az i-edik spinre

---

Jávor Márta az ELTE matamatika-fizika tanári és ezzel párhuzamosan meteorológia szakán végzett 1980-ban, később kémiatanári oklevelet is szerzett. Az oktatás minden szintjén (általános és középiskola, főiskola, egyetem) tanított. Jelenleg az ELTE Fizikai Doktori Iskola Fizika Tanítása programjának doktorandusza.

Geszti Tamás fizikus az ELTE-n végzett 1961-ben, 1993 óta az ELTE egyetemi tanára, 2000–2003 között a Komplex rendszerek fizikája tanszék vezetője, 2008 óta emeritus. Kutatási területe: régebben statisztikus fizika (folyadék-üveg átalakulás, neuronhálózatok modellezése), újabban kvantummechanika.

S_i = +1 vagy −1 számmal írjuk le. A sok spin beállásától így függ a kölcsönható spinek rendszerének E energiája:

$$E = -\sum_{i,j} J_{ij} S_i S_j - H \sum_i S_i, \qquad (2)$$

ahol J_{ij} az i-edik és j-edik spin közötti csatolás együtthatója, H a külső mágneses mező. Ha *minden* J_{ij} pozitív (ilyenek a ferromágnesek), külső mező nélkül (H = 0) az energia úgy lesz a legkisebb, ha minden spin egy irányba áll be, de mindegy, hogy merre, $S_i S_j$ így is, úgy is pozitív. Ezt a rendeződést találja meg az anyag, ha nincs túl meleg.

Az atomokhoz vagy azok spinjeihez hasonlóan emberek is sokan vannak, és egymással, valamint környezetükkel számos módon kapcsolódhatnak. Ekképpen tehát párhuzamot állíthatunk a kétféle rendszer között, bár az emberek közötti kölcsönhatások minőségileg természetesen különböznek az atomok közötti kölcsönhatásoktól. Mindez nem akadályozza meg a statisztikus fizika módszereinek alkalmazását társadalmi rendszerekre. Az emberek közötti kapcsolatok persze bonyolultabbak. A társadalmi folyamatokat az egyéni és a társas viselkedés határozza meg. A kollektív viselkedések tanulmányozásához elengedhetetlen az emberek közötti kapcsolatok sajátosságainak ismerete, amelynek vizsgálata a szociológia témakörébe tartozik. Ahogy a statisztikus fizikában nem akarják leírni egyedileg az atomokat, csak az együttes viselkedésüket, ugyanígy a szociológusok sem vizsgálják valamennyi személy egyéni viselkedését, számukra csupán a kollektív viselkedésük a fontos. Ebben kisebb csoportok – egy iskolai osztály vagy egy társasház lakói – esetében sokszor döntő szerep jut a páros kölcsönhatásoknak, ilyenkor lehet esélyünk Ising-szerű modelleken keresztül vizsgálni az emberi közösségek kollektív viselkedését.

Az atomok közötti erők nagysága az atomok távolságától és valamely fizikai tulajdonságuktól – mint az elektromos töltés, a mágneses momentum vagy a tömeg – függ. Az atomok szabálytalan mozgásának mértéke a hőmérséklet: ha a hőmérséklet nő, az atomok gyorsabban mozognak, ami szétzilálja az erők rendezésre törekvő hatását. Analóg módon, amikor az emberek „gyorsabban mozognak”, sokféle hatásnak teszik ki magukat, „nincs elég idejük” az egymással való kapcsolatra, ami a kollektív viselkedésben azt jelenti, hogy a kölcsönhatás (a kommunikáció, az „odafigyelés”) közöttük gyengébb, sok minden más dologra is figyelnek, nemcsak egymásra.

A környezet nem csak a hőmozgás zajával befolyásolja egy rendszer folyamatait, hanem néha rendezett, irányító hatásokkal is. Az atomok esetében ez külső elektromágneses vagy gravitációs mező lehet, a ferromágneses rendeződésnél ilyen hatás a külső mágneses mező. Emberi közösségek esetében ilyen lehet például egy domináns személy, vagy az egyik csoporttag speciális ismerete is.

A mágneses rendeződés példájára visszatérve, a (2) egyenlet felhasználásával az (1) egyenletből – ha ismerjük a T abszolút hőmérsékletet – kiszámítható, hogy egy adott spinbeállás milyen valószínűséggel valósul meg. A valószínűségek ismeretében kiszámíthatjuk például mágneses mező nélkül (H = 0) az

$$M = \sum_i S_i$$

mágnesezettség átlagértékét, és megnézhetjük – csupa pozitív J_{ij} (ferromágneses csatolás) mellett – milyen hőmérséklet alatt lesz a mágnesezés nullától különböző: ezeken a hőmérsékleteken nagy valószínűséggel egy irányba állnak be a spinek, ilyenkor mágnes a mágnes.

Ha a spinek egydimenziós láncot alkotnak és csak a szomszédok csatolódnak össze azonos pozitív J együtthatóval, mindent könnyű kiszámolni, ez már Ising doktorijában is benne volt, de az eredmény nem túl izgalmas. Kétdimenziós rácson ülő spinek esetét *Lars Onsager* végigszámolta egy eszméletlenül bonyolult számolással, az olvasó ne röstellje, ha nem tanulta meg. Három dimenzióban már nem is lehet zárt képletekkel végigszámolni, de hatékony numerikus számolási módszerek léteznek, ezeket ajánljuk olvasóinknak és tanítványaiknak.

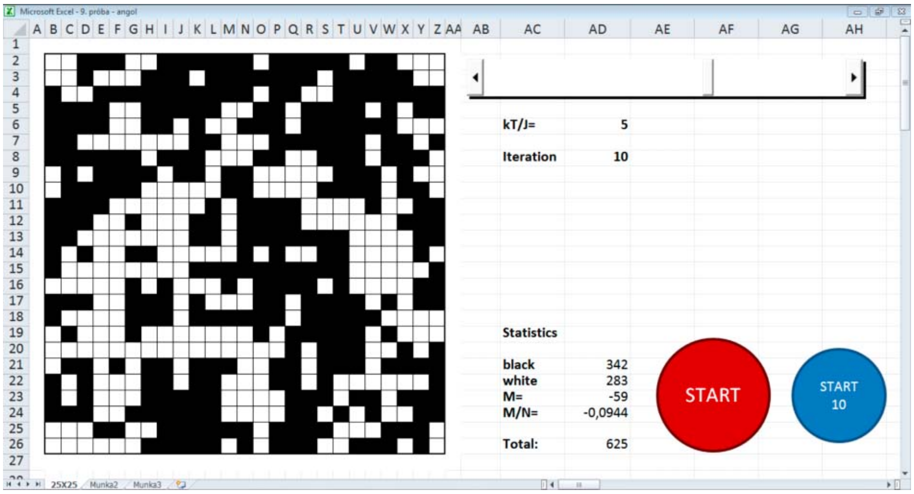
Számítógépes szimulációk

Véletlenszerű mozgások valószínűségeit akarjuk követni, ezért a véletlen számokat alkalmazó Monte-Carlo módszert használjuk [3, 4]. Ez egy olyan általános statisztikai módszer, amelyet a tanulók is képesek alkalmazni, és nem túl bonyolult eszközökkel érdekes eredményeket kaphatnak. A Monte-Carlo módszeren belül a leleményes Metropolis algoritmust alkalmazzuk. Az algoritmus valamilyen kezdeti spinértékekből kiindulva, iteratív eljárással többször végigjárja az egy rácsban elhelyezkedő spineket, egyenként vagy átbillenti őket, vagy nem (lásd alább), minden körbejárás után kiszámítja a mágnesezettséget, és ezt addig ismétli, amíg beáll a termodinamikai egyensúly, ahol a mágnesezettség apró fluktuációktól eltekintve már nem változik.

Hogy egy körbejárásban egy adott spin billen vagy nem, azt a Metropolis algoritmus így dönti el:

- feltesszük, hogy a spin aktuális állapota átbillent −1-ről +1-re, illetve +1-ről −1-re (aszerint, hogy hol találtuk); a (2) egyenletből kiszámítjuk az átbillenéshez tartozó ΔE energiaváltozást, és ebből a W elfogadási valószínűséget:

$$W = \begin{cases} 1, & \text{ha } \Delta E < 0, \\ \exp\left(-\dfrac{\Delta E}{k\,T}\right), & \text{ha } \Delta E > 0, \end{cases} \qquad (3)$$



1. ábra. A szimuláció Excel munkalapja.

- ezután egy 0 és 1 között generált véletlen szám segítségével döntünk, hogy ezt a feltételezett változást elfogadjuk-e:

elfogadjuk, ha a véletlen szám ≤ W,

elvetjük, ha a véletlen szám > W.

A Metropolis algoritmust legegyszerűbben Visual Basic-ben megírt Excel-makrók segítségével lehet bemutatni. A programozás egyszerű és azonnal láthatjuk az eredményt is. A diákok maguk is meg tudják írni ezt az egyszerű programot.

Vegyünk egy 25×25-ös négyzethálót, amelynek minden cellájában van egy spin. A határon lévők kivételével minden cellának 4 szomszédja van, ezekkel azonos J kölcsönhatásban áll, a többi cellához nem csatolódik. Elkerülhetjük a határon levők megkülönböztetésével járó bonyodalmakat, ha alkalmazzuk a periodikus határfeltételt, amely geometriailag a négyzetrácsból tórusz felületet formáz. A feltétel könnyen beépíthető a szimulációs programba: az alsó és a felső sor, illetve a bal és a jobb szélső oszlop cellái egymás szomszédjai lesznek, így tehát minden cellának négy szomszédja van, a cellákra azonos feltételek mellett végezhető az iterációs számítás.

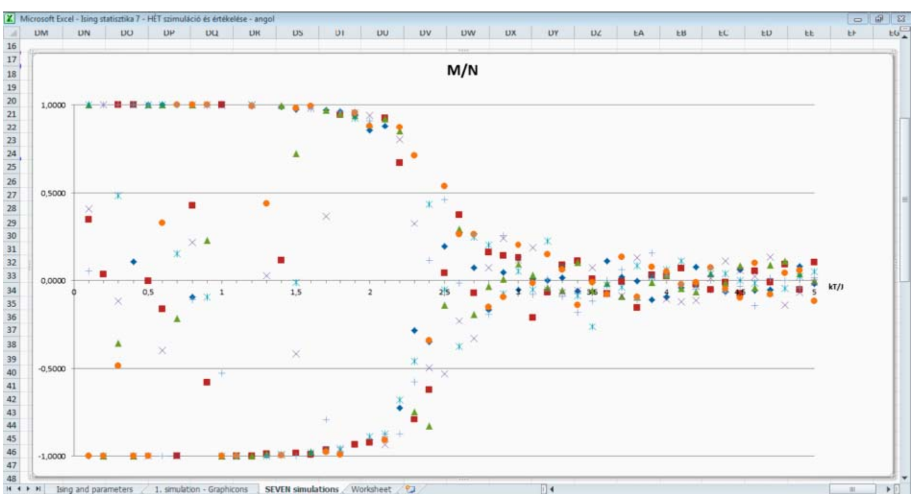
Az egyes cellákban lévő spinértékek könnyen megjeleníthetők az Excel táblázat celláinak fehérre (S = +1) és feketére (S = −1) történő festésével. Ez a szimuláció nem túl gyors (a kiszínezéssel még inkább lassul), de így a tanulók vizuálisan is megfigyelhetik a spinek változását az egyes iterációs lépések során. Eredménynek M/N, értékét tekintettük, ahol M a (tóruszfelületen lévő) négyzetrács teljes mágnesezettsége, N pedig a négyzetrács celláinak száma: 625 (*1. ábra*).

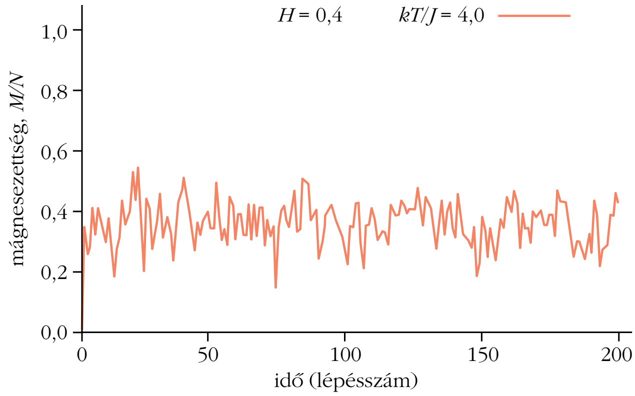
A kT/J változó értéke csúszkával változtatható (k a Boltzmann-állandó). A kezdeti állapot: minden cellában véletlen spin van. A négyzetrács valamennyi celláján végigmenve, minden cella új spinjét a Metropolis algoritmus szerint határozzuk meg a cella és négy szomszédjának aktuális spinjéből.

Ezek a szimulációk jól mutatják az alacsony hőmérsékleteken bekövetkező spontán mágneseződést (*2. ábra*). A fontos és érdekes változás a kT/J változó 2,0 és 2,5 közötti tartományában figyelhető meg: eltűnik a spontán mágneseződés. Ez nem más, mint egy fázisátalakulás: a hőmérséklet emelésének hatására az anyag spontán mágneseződést mutató állapotból átalakul olyan állapotba, amelyben már nincs spontán mágneseződés. 2,0 alatt – ha kissé csökkenő mértékben is – még beállnak azonos irányba a spinek, 2,5 felett a mágnesezettség 0 közeli értékű, több szimuláció átlagában zérus. Onsager analitikus úton kapott megoldásában ez a fázisátalakulás a paraméter 2,27 értéknél következik be, ami jól illeszkedik a szimulációval kapott tartomány közepére.

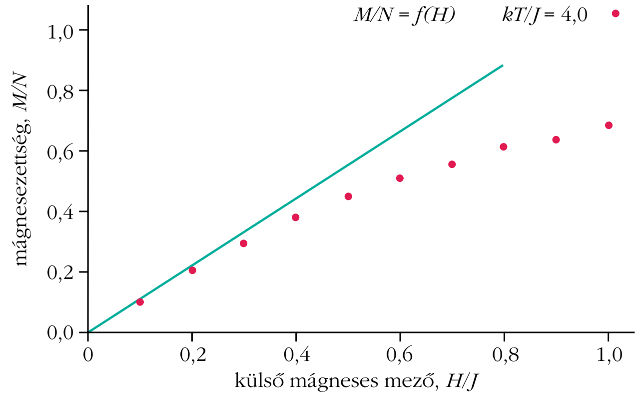
Szimulációt végeztünk a külső mágneses mező hatására is. Magasabb hőmérsékleteken (2,5 feletti paraméter esetén) látszik a különbség az előbbi eredményekhez képest, itt nem spontán, hanem a külső mágneses tér által generált mágneseződés játszódik le. Ezt mutatja a *3. ábra* grafikonja 4,0 paraméterérték esetében. Néhány iterációs lépés után a mágnesezettség nem változik jelentősen, egy adott érték körüli fluktuációja figyelhető meg. Ez összhangban van a kísérleti tapasztalatokkal: a mágneses mezőbe helyezett vasból készült tárgy mágnesessé válik.

2. ábra. A spontán mágnesezés a hőmérséklet függvényében, Ising-modellből Monte-Carlo módszerrel számolva: külső mágneses mező nélkül (H = 0) végzett 7 darab 100 lépéses iteráció eredménye, a kT/J változó értékét 0,1-től 5,0-ig 0,1-enként változtatva.





3. ábra. Egy szimuláció a mágnesezettségre, rendezetlen állapotban (Curie-pont fölötti hőmérsékleten), külső mágneses mezőben.



4. ábra. A mágnesezettség átlagértéke a külső mágneses mező függvényében.

Adott hőmérsékleten (a kT/J paraméter értéke most is 4,0) a végső mágnesezettség gyenge mezőnél arányos a külső mezővel, az arányossági tényező a szuszceptibilitás, ami a szimulációval jól mérhető, mint a görbe kezdeti meredeksége. Ha tovább növeljük a külső mágneses mezőt, a mágnesezettség végül telítődésbe megy át. E folyamat kezdeti szakasza látható a *4. ábrán,* jól látszik a görbe növekedésének lassulása.

A szociofizikai alkalmazás: kollektív döntéshozatal

Ideje áttérni eredeti célunkra: nézzük meg, hogyan lehet alkalmazni ezt a modellt a társadalmi rendszerek vizsgálatánál! Emlékezzünk rá, hogy az Ising-modell akkor alkalmazható, ha csak két választási lehetőség van: „igen” és „nem”, mert ebben a modellben a spineknek csak két állapota lehet: „spin fel” és „spin le” [5].

Egy egyszerű döntési helyzet, amely megfelelhet az Ising-modell alkalmazási feltételeinek, amikor egy osztály közössége választ két lehetséges kirándulási helyszín közül: a hegyekbe vagy a tópartra menjenek-e kirándulni. Azt választják, amelyikre többen szavaznak. A csoport nem túl nagy, „részecskéi” az osztályba járó tanulók. Kérdés, sikerül-e egyezségre jutniuk. A végeredmény szempontjából lényegtelen az egyes tanulók választása, csak a kollektív választás érdekes. A legkedvezőbb eredmény természetesen az, ha valamennyien ugyanazt a helyszínt választják.

Az alapjelenség világos: ha a tanulók figyelnek egymás véleményére, az lényegesen hozzásegít a sokuknak tetsző, jó döntések meghozatalához. Hogy erre a folyamatra az előzőekben megismert ferromágneses modell alkalmazható legyen, és segítségével elemezhető legyen a választás lehetséges kimenetele, meghatározó a folyamatot alapvetően befolyásoló paraméterek megválasztása és megfeleltetése a fizikai modell paramétereinek. Az eredmény „mérése” lehetséges az egyik alternatívára adott szavazatok arányával, de lehet a modellhez jobban „alkalmazkodva” pontértéket adni az egyes szavazatoknak: +1 pont a hegyek, −1 pont a tópart választása, és eredményként a pontok összegét tekinteni. A döntéshez elegendő látni az összeg előjelét: ha pozitív, a hegyekbe megy az osztály, ha negatív, a tópartra. A döntés határozottságát, az osztály összetartását azonban már az M/N arányból tudjuk megítélni.

Nehezebb kérdés a „hőmérséklet és kölcsönhatás arányát” jelző paraméternek megfelelő „szociológiai paraméter” mérése, pedig ezen ellenőrizhetjük a modell működését. A diákoknak biztosan vannak ötleteik, hogyan lehetne mérni az osztálytársak közötti kapcsolatok (átlagos) erősségét, érdemes ezeket megvizsgálni. Az osztálytársak közötti kapcsolat erősségét jellemezheti például a baráti viszonyban lévő tanulópárok száma. Ennek maximális értéke egy n tanulóból álló osztály esetében:

$$\frac{n(n-1)}{2},$$

ekkor mindenki baráti jó viszonyban van minden osztálytársával. Ezt a számot vehetjük a modell J csatolási állandójának, de ez nem kötelező: a kölcsönhatás erősségében benne van annak meghatározása is, mennyire figyelnek egymásra a diákok, azaz mennyire köti le figyelmüket a kirándulással kapcsolatos döntés és barátaik (szomszédjaik) véleménye (például matekdolgozat előtt inkább a minél jobb felkészülésre fognak figyelni); ennek mérése nehezebb feladat. Akármit választottak J-nek, most jön csak a hőmérsékletnek (a modellben a kT szorzatnak) megfelelő szocio-paraméter: a figyelmük megosztottságát vagy egyirányúságát jellemezheti, hogy egy iskolai óraközi szünetben (vagy egy tanítási nap során) átlagosan hány témáról beszélgetnek osztálytársaikkal, amely témák egyike a kirándulás helyszíne. Ha túl sokfelé terjed ki figyelmük, kevesebbet foglalkoznak a kirándulás úti céljával. A tanulók ötletei alapján különböző mérési lehetőségeket lehet kipróbálni. Egyáltalán nem biztos, hogy ezek a különböző „szociológiai paraméterek” egy adott osztály esetében ugyanarra az eredményre vezetnek.

A modellben szerepel még a H külső mágneses mező. Ha az egyik helyszínnek van valami különleges vonzereje a diákok számára, például olcsó szálláshely vagy sportolási lehetőség, ez jelentősen befolyásolja a döntés eredményét. A kedvező lehetőség „külső mágneses mezőként” egyik irányba billenti a vélemények többségét. Minél erősebb a vonzó lehetőség és minél több diák számára hat befolyásoló tényezőként, annál nagyobb arányban fogják ezt a helyszínt választani. Természetesen egy negatív információ is ugyanilyen hatással bír, például, ha már nincs szabad olcsó szálláshely a kiválasztott helyszínen.

Az iskolából kilépve más, kisebb társadalmi csoportok is kerülhetnek az előbbihez hasonló helyzetbe. Ilyen csoport egy társasház tulajdonosi közössége. A társasház egy olyan ház, amelyben minden lakás tulajdonosa egy család, és időről időre közösen kell dönteniük a házzal kapcsolatos kérdésekről. Az Ising-modell alkalmazhatóságához itt is teljesíteni kell annak feltételeit, tehát most is csak két lehetőség áll rendelkezésre. Például, ha lyukas a tető, dönteni kell, hogy megjavíttassák vagy sem, és másképpen oldják meg a problémát (megmarad egy csomó pénzünk, de lavórt kell tenni a lyuk alá).

A fizikai modellezésben most is a hőmérséklet mutatja meg, hogy milyen intenzíven figyelnek egymásra az emberek. Alacsony hőmérsékleten a társasházi tulajdonosok intenzíven figyelnek egymásra, ezért gyorsan egyetértésre jutnak. A probléma a kapcsolatok intenzitásának mérése, ami ez esetben már korántsem egyszerű. A szociológusok kutatási területe az emberi kapcsolatok mérésének, erősségének vizsgálata. A fizikai modell szemléletes képet ad a döntés mechanizmusáról. A társasházi döntésnél tehát általában a szomszédok közötti kapcsolatok ismerete nélkül lehetetlen előre megmondani egy szavazás eredményét. Ez a kapcsolat lényegesen bonyolultabb lehet, mint a tanulók közötti kapcsolat.

A külső mágneses mezőnek megfelelő külső hatások – ide számítjuk, hogy a legtöbb tulajdonosnak van határozott saját véleménye, ami emberileg nem „külső”, de mégis úgy működik, mint egy mágneses mező – egy irányba terelik a véleményeket. Az eredmény a modell szerint: 0-tól 1-ig növekvő mágnesezettség, amelynek nagysága ettől a külső hatástól függ. A szimulációkból látható, hogy a ferromágnesség Ising-modellje megmagyarázza, hogyan befolyásolják a külső hatások a döntés eredményét.

Szaporíthatnánk még a példákat, amelyben egy közösség döntését vizsgálhatjuk a modell segítségével, olvasóinkat is bátorítjuk erre, de legyenek elkészülve rá, hogy még az se magától értetődő, hogy mekkora közösségre próbálunk alkalmazni egy modellt: Ising-szerű homogén modellek kis közösségek esetén működhetnek, nagyobb közösségek már hajlamosak csoportokra szétesni; ez már túlmehet az egyszerű modelleken [6].

A következő példát *Szabó Györgytől* kaptuk. Egy kisváros lakói elhatározzák, hogy az internet gyorsabb és biztonságosabb elérése érdekében új, korszerű hálózatot építenek ki. A környéken két szolgáltatónak van olyan hálózata, amelyhez csatlakozhatnak, tehát közülük kell választaniuk. Olcsóbb és egyszerűbb a hálózat kiépítése, ha mindannyian azonos szolgáltatót választanak, de legalább az egymáshoz közel lakók. A legjobb, ha egységesen az egyik szolgáltató mellett teszik le voksukat. Ehhez sokat kell egymással beszélgetniük a kérdésről. Ha jó (és „megfelelően” erős) a közvetlen szomszédok közötti kapcsolat (ami az Ising-modellben kicsi kT/J paraméternek, azaz a hőmérséklethez képest erős csatolásnak felel meg), a szimulációk eredményeiből látszik, hogy biztosan megegyezésre jutnak, és lényegében minden család ugyanazt a szolgáltatót választja; hogy melyiket, az a véletlenen múlik. Ha sok az egyéb zavaró körülmény, annak magasabb hőmérséklet felel meg: a szomszédoknak nem lesz idejük vagy alkalmuk kellő alapossággal megvitatniuk a kérdést, így végül – megegyezés híján – a két szolgáltató valójában véletlen eloszlással építheti ki hálózatát az egész városban; ez a legkedvezőtlenebb eset, hiszen tulajdonképpen két teljes hálózatot kell kiépíteni, ami megkétszerezi a költségeket. Felmerülhet külső hatás is, ami a mágneses modellben a külső mágneses mezőnek felel meg. Ez a külső hatás sokféle lehet, például valamelyik városlakó műszaki ismeretekkel rendelkezik, és megállapította, hogy az egyik szolgáltató műszaki megoldása biztonságosabb, korszerűbb. Ha készít erről egy tájékoztatót, amit mindenkihez eljuttat, ez egy irányba hatóan fogja befolyásolni a választást. És itt jöhet egy modell érvényességének határa: egy kisváros is lehet túl nagy ahhoz, hogy egységes rendeződést (Ising-modell!) tűzhessünk ki célnak: ha nem sikerül teljes egyetértésre jutniuk az egész városban, már az is csökkentheti a kiadásokat, ha legalább az egy városrészben (utcában vagy közvetlen szomszédságban) lakók azonosan választanak. Egy gazdagabb modellben azt a kérdést is fel lehet vetni, vajon mekkora lehet a kizárólag egy szolgáltató által kiszolgált összefüggő terület? Egy utca, esetleg egy főút és mellékutcái? Ez múlhat azon is, hogy a szűkebb környezeteket más-más erősségű csatolás jellemzi, de a nagy egység felbomlása lehet spontán folyamat is. Mivel jelen esetben emberek közötti kapcsolatokról van szó, a szociológia sokszínűsége állandóan keresztezheti modellépítő buzgalmunkat.

Ha belegondolunk, hogy az emberek milyen sokfélék, tulajdonképpen nagyon meglepő, hogy az egyszerű modellek bármilyen betekintést adnak a társadalmi kérdések megértésébe. Ez azon múlhat, hogy a szerveződés szintjei között kevés az átjárás: a kémiát az elektronfelhők játsszák és emiatt nem sokat vesz észre az atommagok finomságaiból, az egyes emberek közötti apró kémiai különbségek csak a szervátültetés extrém körülményei között jutnak szerephez, és a társadalom sok-sok kérdésében a véleményeink sokszínűsége csak olyankor számít, amikor időnként megszámoljuk, hogy egy-egy célzatosan megválasztott kérdésről mit válaszolnak többen, mit kevesebben. Néha ez az egyszerűsítés jól kifejezi a folyamatok lényegét, és működő modellekhez vezet, néha – mint a gazdasági előrejelzés terén, amikor abból lesz kisebb-nagyobb összeomlás, amit a modellből kihagytunk – keserű csalódásokhoz: a világ időnként emlékeztet arra, hogy felnőtt emberek vagyunk, hát igyekezzünk megkülönböztetni a mesét a valóságtól.

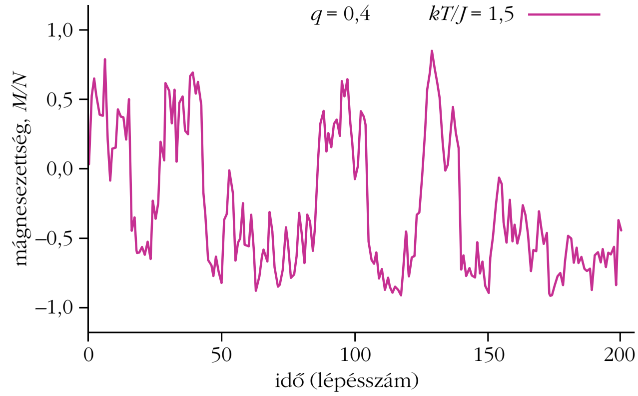
Az egyszerű modellek mégis meglepően sokszor hozzásegítenek, hogy eligazodjunk szűkebb vagy bővebb emberi környezetünk dolgaiban, és a jó statisztikus fizikai elemzésből néha olyan belelátást kapunk egy fontos helyzetbe, amit másképpen nehezebben értenénk meg.

A szimmetria kérdése

Az Ising-modellben a kölcsönhatás szimmetrikus: az i spin ugyanúgy J erősséggel hat a j spinre, mint a j hat az i-re. Az emberek közötti valóságos kapcsolatok általában nem szimmetrikusak. Túl a fizikán kipróbáltuk a modellt aszimmetrikus kölcsönhatás esetére is. Hogy ne bonyolítsuk túl a modellt, jobbra és felfelé J, balra és lefelé qJ csatolással számoltunk; az így bevezetett $q < 1$ paraméter jellemzi az aszimmetriát; $q = 1$ felel meg a szimmetrikus esetnek. Az eredmények érdekesek, és erősen függnek a q és kT/J paraméterek választásától; ezen függés elmélete nem egyszerű, aki mégis belevágna, annak a [7] cikket ajánljuk. Az *5. ábrán* szemléltetjük, amint a mágnesezettség két szélső, egy pozitív és egy negatív érték között váltakozik: néhány iterációs lépés erejéig egy pozitív érték körül, majd hirtelen egy negatív érték körül ingadozik, szintén néhány iterációs lépésen keresztül. A döntés szempontjából ez azt jelenti, hogy az eredmény nem végleges, idővel pont az ellenkezőjébe is fordulhat.

Összefoglalás

Távoli tudományterületek között néha meglepően sikeres átjárások nyílnak, például egyszerű fizikai modellekből sokat tanulhatunk bonyolult szociális problémákról, ezzel foglalkozik a szociofizikának nevezett, néhány évtizedes múltra visszatekintő tudományág, amelynek elég jól megértett része a döntéshozatal kisebb közösségekben. Ebbe a fizika egyik legendásan egyszerű, mégis sok finomságot hordozó modellje, a ferromágneses rendeződés Ising-modellje érdekes betekintést enged.



5. ábra. A mágnesezés időbeli váltakozása aszimmetrikus spin-spin csatolás esetén.

Ez a téma középiskolában is tanítható, amiben sokat segíthet, hogy a modell egyszerű numerikus eszközökkel is jól vizsgálható.

A társadalmi jelenségek általában bonyolultabbak, mint a fizika által vizsgált rendszerek, ezért nyitott szemmel kell figyelni a modellek alkalmazhatóságának korlátaira; ennek egy példáját mutattuk be az aszimmetrikus csatolás példáján.

✧

Az itt bemutatott munkához *Néda Zoltán* előadásának hatására fogtunk hozzá, amelyet az ELTE Doktori Iskola Fizika Tanítása Programjában tartott. Köszönetet mondunk még *Cserti Józsefnek, Kertész Jánosnak* és Szabó Györgynek a cikk első kéziratához tett javaslataikért, amelyeket beépítettünk az itt olvasható végleges változatba.

Irodalom

1. Serge Galam: Sociophysics. *Int. J. Mod. Phys. C 19* (2008) 409; http://arxiv.org/pdf/0803.1800v1.pdf
2. Néda Zoltán, Tyukodi Botond, Kacsó Ágota-Enikő: *A klasszikus statisztikus fizika alapjai.* Ábel kiadó, Kolozsvár 2014.
3. Cserti József: A munkára fogott véletlen I–II. *KöMaL* 2003 október 432. oldal, november 493. oldal. Angol változata: Harnessed Hazard, *Mathematical and Physical Journal for Secondary Schools 3* (2004) 48.
4. J. Kertész, J. Cserti, J. Szép: Monte Carlo simulation programs for microcomputers. *European Journal of Physics 6* (1985) 232.
5. D. Stauffer: Social applications of two-dimensional Ising models. *Am. J. Phys. 76* (2008) 470; http://arxiv.org/pdf/0706.3983v1.pdf
6. D. Stauffer: Statistical physics for humanities: a tutorial. http://arxiv.org/pdf/1109.2475v1.pdf
7. H. Crisanti, H. Sompolinsky: Dynamics of spin systems with randomly asymmetric bonds: Ising spins and Glauber dynamics. *Phys. Rev. A 37* (1988) 4865.