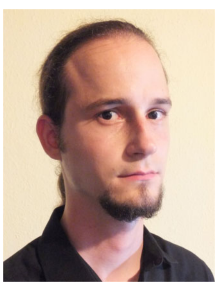
AZ UNIVERZUM GYORSULÓ TÁGULÁSA

Rácz Gábor, Csabai István
ELTE, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

2011-ben Nobel-díjjal jutalmazták a felfedezést, amelyben két kutatócsoport, a Supernova Cosmology Project [1] és a High-Z Supernova Search Team [2] 1998-ban – Ia típusú szupernóvák segítségével, egymástól függetlenül – kimutatta az Univerzum gyorsuló tágulását. A mérés eredeti célja az volt, hogy megmutassák: a barionos és sötét anyag gravitációjának hatására Univerzumunk *lassulva* tágul. Az eredeti elvárásokkal ellentétes felfedezés megdöbbentette a kozmológiával foglalkozó fizikusokat és csillagászokat. Nagyon sok új modell született a gyorsulás megmagyarázására, a legfontosabbak ezek közül: a kozmológiai állandó, a sötét energia, a módosított gravitációs elméletek, az inhomogén kozmológiai modellek és a kozmológiai visszahatás (backreaction). Ezek közül a kozmológiai állandó épült be az Univerzumot leíró „standard ΛCDM modellbe”, viszont a többi magyarázatot sem sikerült teljesen kizárni, illetve a sötét energia fizikai mibenléte aktív diszkusszió tárgya.

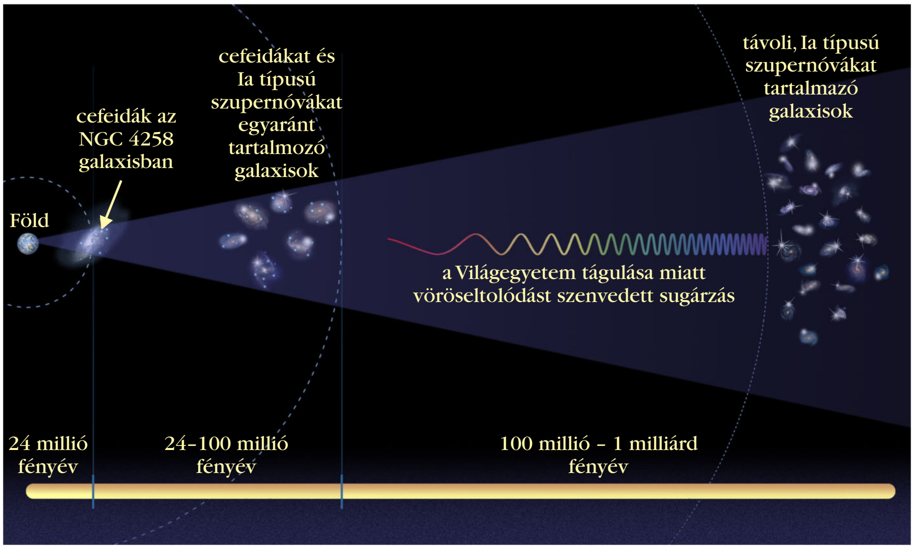
Az utóbbi évtizedben a kozmológiai mérések célja az volt, hogy egyre nagyobb pontossággal meghatározzák a ΛCDM kozmológia paramétereinek értékeit. Ezek közül az egyik legfontosabb a tágulási ráta, azaz a Hubble-állandó mai értéke. Míg korábban a különböző mérések e mennyiség értékére hibán belül azonos eredményt adtak, és a publikációk a standard modell tökéletességét hangsúlyozták, mára a helyzet megváltozott. *Adam Riess* [5] és társai ebben az évben szupernóvák és cefeida változócsillagok segítségével (*1. ábra*) Hubble-állandó értékét az eddigieknél jóval pontosabban határozták meg, és eredményül H_0 = 73,24±1,74 km/s/Mpc értéket kaptak. Ez az érték 3,4σ-val nagyobb, mint a Planck-űrszonda által, a kozmikus mikrohullámú háttérből meghatározott Hubble-állandó: H_0 = 66,93±0,62 km/s/Mpc.

Két magyarázat lehet erre az ellentmondásra: vagy valamelyik mérési módszerben van egy eddig figyelembe nem vett szisztematikus hiba, vagy módosítandó esetleg elvetendő a ΛCDM modell. Az utóbbi magyarázat azért vetődött fel, mert míg a Riess és társai által használt módszer kozmológiai modelltől független, addig a Planck-szonda adataiból a ΛCDM modellt felhasználva határozzák meg a Hubble-állandót. Egyelőre még nem tisztázódott, hogy melyik magyarázat a helyes, viszont a kérdés várhatóan a kutatások homlokterébe kerül és remélhetőleg a közeljövőben választ kaphatunk más, modellfüggetlen mérések alapján. Ha az eddig elfogadott standard modell hi-



Rácz Gábor fizikus, az ELTE Komplex Rendszerek Fizikája Tanszékén doktorandusz. Kutatási területe a kozmológia. Elsősorban az Univerzum nagyskálás szerkezetével, kozmológiai N-test szimulációkkal, illetve a kozmológiai visszahatással foglalkozik.

Csabai István fizikus, az MTA doktora, az ELTE Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék egyetemi tanára. Természettudományos kutatásokban használt számítógépes módszereket tanít. Kutatásai a kozmológiától kezdve a komplex hálózatokon át a genetikáig ívelnek, nagy tudományos adathalmazok hatékony elemezésének szakértője. Részt vett a Sloan Digitális Égbolttérképezésben, valamint számos hazai és nemzetközi interdiszciplináris nagyprojektben.



1. ábra. A Hubble-állandó meghatározásához használt távolságskála (NASA, ESA, A. Field/STScI).

básnak bizonyul, akkor az is lehetséges, hogy valamelyik, alább bemutatott kozmológiai modell állhat majd a helyére. E modellek megértéséhez szükség lesz a tágulás matematikai leírására.

A tágulás matematikai leírása

Az Univerzumban az anyag mozgását és a tágulást nagy skálákon a gravitációs kölcsönhatás határozza meg. Ezt – a jelenleg rendelkezésre álló modellek közül – legpontosabban az *Albert Einstein* által megalkotott általános relativitáselmélet írja le. Az elmélet lényegét *John Archibald Wheeler* a következőképpen fogalmazta meg: „A téridő meghatározza, hogy mozogjon az anyag, és az anyag megmondja, hogy miként görbüljön a téridő.” Az anyagot és a téridőt összekapcsoló kovariáns Einstein-egyenlet komponenseit szokás Einstein-egyenletekként emlegetni. A kovariáns egyenlet következőképpen néz ki [3]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \tag{1}$$

ahol $\mu, \nu \in \{0, 1, 2, 3\}$. A $g_{\mu\nu}$ a metrikus tenzor, ez mutatja meg, hogy miként kell értelmezni a távolságokat a téridőben, $R_{\mu\nu}$ és R a Ricci-tenzor és a Ricci-skalár, ezek írják le a téridő görbületét. Ez a két mennyiség nemlineáris módon függ a metrikus tenzor első és második idő- és térkoordináták szerinti deriváltjaitól. Az egyenletek jobb oldalán megjelenik a G gravitációs állandó, a c fénysebesség, és a $T_{\mu\nu}$ energia-impulzus tenzor. Az utóbbi írja le a téridőben lévő anyagot. A 3+1 dimenziós téridőben az ívelemnégyzet a következő lesz [3]:

$$\mathrm{d}s^2 = \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu}\, \mathrm{d}x^\mu\, \mathrm{d}x^\nu . \tag{2}$$

Ez az úgynevezett metrika megadja, hogy kis $\mathrm{d}x^\mu$ távolságokra lévő események (vagyis a téridő pontjai) között mekkora a négydimenziós távolság.

Ha feltesszük, hogy ezt az elméletet a teljes Univerzumra alkalmazhatjuk, továbbá ha alkalmazzuk a kozmológiai elvet, amely kimondja, hogy az Univerzum kellően nagy skálákon homogén és izotróp, tehát minden pontban azonos az anyag sűrűsége, és minden megfigyelő minden irányban ugyanazt látja, akkor az Einstein-egyenletek lényegesen egyszerűbb alakot vehetnek fel. Ezt az elvet három típusú metrika tudja teljesíteni, és ezeket a k görbületi paraméterrel különböztethetjük meg. Szférikus koordinátarendszer esetén ez a három metrika a következőképpen néz ki:

$$\mathrm{d}s^2 = c^2\,\mathrm{d}t^2 - a(t)^2 \cdot \begin{cases} \left[\mathrm{d}\chi^2 + \sin^2(\chi)\left(\mathrm{d}\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\,\mathrm{d}\varphi^2\right)\right], & \text{ha } \dfrac{k}{|k|} = +1; \\ \left[\mathrm{d}\bar{\chi}^2 + \mathrm{sh}^2(\bar{\chi})\left(\mathrm{d}\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\,\mathrm{d}\varphi^2\right)\right], & \text{ha } \dfrac{k}{|k|} = -1; \\ \left[\mathrm{d}r^2 + r^2\left(\mathrm{d}\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\,\mathrm{d}\varphi^2\right)\right], & \text{ha } k = 0; \end{cases} \tag{3}$$

ahol $a(t)$ a skálafaktor. Ez a mennyiség fejezi ki a relatív tágulás mértékét. A fenti három metrikát Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (FLRW) metrikának nevezzük. Az Univerzumban lévő anyagot ideális folyadékkal írhatjuk le, így az anyagot leíró energia-impulzus tenzor a

$$T^{\mu\nu} = \left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) u^\mu u^\nu + p\, g^{\mu\nu} \tag{4}$$

alakot veszi fel, ahol p a folyadék nyomása, ρ az energiasűrűsége, és u^μ a folyadék négyessebessége. Választhatunk a folyadékkal együttmozgó koordinátarendszert, ekkor

$$u^\mu = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Az energiasűrűség és a nyomás nem független, a kapcsolatot közöttük az állapotegyenlet adja meg:

$$p_i = \omega_i c^2 \rho_i. \tag{6}$$

Ahol az alsó indexben a különböző anyagtípusokat jelöljük. ω_i értéke zérus nem relativisztikus anyag esetén ($\omega_m = 0$) és sugárzás esetén $\omega_r = 1/3$. Nem relativisztikus anyagként kezeljük a minket is alkotó barionos anyagot és a csak közvetve megfigyelhető sötét anyagot, míg sugárzásnak tekintjük az Univerzumunkat kitöltő fotonokat és a neutrínókat.

A metrikával és az energia-impulzus tenzor felhasználásával az Einstein-egyenletekből megkaphatjuk a Friedmann-egyenleteket:

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\left(\rho_m + \rho_r\right) - \frac{k c^2}{a^2}, \tag{7}$$

$$\frac{\ddot a}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho_m + \rho_r + \frac{3 p_r}{c^2}\right). \tag{8}$$

Ezek az egyenletek írják le az Univerzum tágulását. Az Ω-paraméterek bevezetésével lényegesen egyszerűbb alakot kaphatunk:

$$\Omega_{i,0} = \frac{\rho_{i,0}}{\dfrac{3 H_0^2}{8\pi G}} = \frac{\rho_{i,0}}{\rho_{\text{crit},0}}, \tag{9}$$

ahol H_0 a Hubble-állandó, és

$$\rho_{\text{crit},0} = \frac{3 H_0^2}{8\pi G}$$

a kritikus sűrűség. Az alsó indexben 0-val jelöltük azt, hogy ezek a mai értékek (bevezethetnénk időfüggő módon is e mennyiségeket, de szempontunkból ez nem szükséges). A skálafaktor mai értékét egységnyire választjuk ($a_0 = 1$), hogy még egyszerűbb alakot kaphassunk. Az Ω-paraméterek nem teljesen függetlenek egymástól:

$$1 = \sum_i \Omega_{i,0} + \Omega_{k,0}, \tag{10}$$

ahol

$$\Omega_{k,0} = -\frac{k c^2}{H_0^2}$$

a görbülethez tartozó Ω-paraméter. Ezen új paramétereket és a két Friedmann-egyenletet felhasználva a skálafaktorra a következő egyenletet kapjuk:

$$\left[\frac{\dot a(t)}{a(t)}\right]^2 = H_0^2\left[\frac{\Omega_{m,0}}{a(t)^3} + \frac{\Omega_{r,0}}{a(t)^4} + \frac{\Omega_{k,0}}{a(t)^2}\right]. \tag{11}$$

A továbbiakban az egyszerűség kedvéért ezt nevezzük Friedmann-egyenletnek. Célszerű bevezetni a Hubble-paramétert:

$$H(t) = \frac{\dot a(t)}{a(t)}, \tag{12}$$

amelynek mai értékét korábban H_0-val jelöltük. Ez adott t időpontban megadja a tágulás sebességét. Fizikai jelentését az *Edwin Hubble* által felfedezett

$$v_{galaxis} = H_0\, r_{galaxis} \tag{13}$$

tágulási törvény mutatja meg. Itt $v_{galaxis}$ a vizsgált galaxis távolodási sebessége, míg $r_{galaxis}$ ezen objektum távolsága. Ez a lineáris összefüggés csak közepes távolságokra igaz, mivel a Hubble-paraméter időfüggő, és a fény véges terjedési sebessége miatt a nagyon távoli galaxisokból meghatározott sebességek már a lineáristól eltérő törvényt mutathatnak. Nagyon kis távolságú galaxisok esetén viszont ismét nem érvényes ez a törvény, mivel itt már a Hubble-tágulással összemérhető ezen objektumok sajátmozgása. Hubble az 1920-as években nem közvetlenül a távolodási sebességeket mérte meg, hanem a galaxisok spektrumának vöröseltolódását. Ez a vöröseltolódás a táguló tér egyik következménye: egy $a(t)$ skálafaktornál kisugárzott foton hullámhossza megnő, miközben útja során a metrika megváltozik. Viszonylag egyszerű számítások elvégzése után megkapható [4], hogy

$$z = \frac{a_{most}}{a_{kisug}} - 1, \tag{14}$$

ahol z a vöröseltolódás a_{most} a skálafaktor a detektáláskor, és a_{kisug} a skálafaktor a foton kisugárzásakor. A mért vöröseltolódásból – kis sebességek esetén – a távolodási sebesség könnyen számítható:

$$v_{galaxis} = c\, z_{galaxis}. \tag{15}$$

Ha ma ismerjük az anyag és a sugárzás energiasűrűségét, valamint a Hubble-állandót, akkor a Friedmann-egyenlet segítségével kiszámíthatjuk, hogy adott skálafaktor mellett mekkora a tágulás sebessége, illetve az egyenletet megoldva megkaphatjuk az adott időponthoz tartozó skálafaktort. Ez az egyenlet egy nemlineáris differenciálegyenlet $a(t)$-re, amit bizonyos Ω_i értékek mellett analitikusan meg lehet oldani, általános esetben viszont nem. A legegyszerűbb analitikus megoldások esetén valamely Ω_i értéke egységnyi, míg a többi zérus. Az anyagdominált, más néven Einstein–de Sitter (EdS) Univerzum esetén $\Omega_{m,0} = 1$ és a többi Ω-paraméter zérus. Ekkor a megoldás:

$$a(t) = \left(\frac{3}{2} H_0\, t\right)^{2/3}. \tag{16}$$

Sugárzásdominált ($\Omega_{r,0} = 1$) esetben:

$$a(t) = \left(2 H_0\, t\right)^{1/2}. \tag{17}$$

1998 előtt EdS Univerzum modell volt az általánosan elfogadott, mivel a kozmológusok és a csillagászok feltételezték, hogy Univerzumunk sík, tehát Ω_k = 0, továbbá a mérések alapján $\Omega_{r,0} \ll 1$-nek adódott, és így a (10) egyenlet alapján $\Omega_m \simeq 1$-et kaptak. Ezt szerették volna igazolni a szupernóva-mérésekkel a következő módon: közeli mérésekkel meghatározható a Hubble-állandó, és így a skálafaktor idő szerinti első deriváltja, viszont ha sikerül elég távolra mérni, akkor meghatározható lesz a második derivált is. Az első két deriváltból képezhető a lassulási paraméter:

$$q(t) = -\frac{\ddot{a}(t)\, a(t)}{\dot{a}(t)^2}. \tag{18}$$

A Friedmann-egyenletet és az állapotegyenletet felhasználva ennek mai értéke

$$q_0 = \frac{1}{2}\sum_i \Omega_{i,0} + \frac{3}{2}\sum_i \omega_i \Omega_{i,0}. \tag{19}$$

Sugárzás által dominált esetben q_0 = 1-nek, míg EdS Univerzumra q_0 = 1/2-nek adódik. Ha csak sugárzás és nem relativisztikus anyag tölti ki az Univerzumunkat, továbbá Ω_k = 0, akkor a lassulási paraméter értéke valahol ezen két szám között várható. A mérések viszont tejesen más értéket mutattak.

A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás

Mielőtt bemutatnánk a lassulási paramétert meghatározó méréseket, röviden ismertetjük a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzást és jelentőségét.

Termodinamikai megfontolásokból könnyen belátható, hogy az Univerzumot kitöltő fotongáz hőmérséklete fordítottan arányos a skálafaktorral:

$$T_\gamma(t) \sim \frac{1}{a(t)}. \tag{20}$$

Ha monoton táguló Univerzumot feltételezünk, akkor ebből egyértelműen következik, hogy hőmérséklete időben csökken. A korai időkben az Univerzum olyan forró volt, hogy nem létezhettek atomok, csak proton-elektron (és más elemi részecskékből álló) plazma. Ebben folyamatosan szóródtak a fotonok, az Univerzum „átlátszatlan” volt. A tágulás következtében e plazma hőmérséklete folyamatosan csökkent, és amikor elérte a $T_{rec} \simeq 3000$ K-t, ki tudtak alakulni a semleges atomok. Ezt a folyamatot nevezzük rekombinációnak. Ezeken már nem szóródtak a fotonok, és így „átlátszóvá” vált az Univerzum. Ez a sugárzás a mai napig jelen van, viszont a nagy kozmológiai vöröseltolódás ($z_{rec} \simeq 1100$) miatt ma már $T_{CMB} \simeq 2{,}7$ K hőmérsékletűnek detektáljuk. *George Gamow* már 1948-ban megjósolta ezt, az Univerzumot kitöltő mikrohullámú háttérsugárzást, majd 1964-ben *Arno Penzias* és *Robert Wilson* kísérletileg is kimutatták.

A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás nem teljesen azonos hőmérsékletű minden irányban: kis, $\Delta T/T \simeq 10^{-5}$ nagyságrendű fluktuációk jellemzik. Ezeket határozta meg a COBE műhold 1989 és 1996 között, majd később a méréseket pontosította a WMAP (2001–2010) és a Planck (2009–2013) űrszonda. Ezekből a hőmérsékleti ingadozásokból rekonstruálható, hogy a rekombináció pillanatában milyen hanghullámok haladtak a plazmában. Ezek a hullámok érzékenyek bizonyos a kozmológiai paraméterekre (például az anyagsűrűségre és a tágulás sebességére), így ezek a mikrohullámú háttérsugárzásból meghatározhatók. A mi szempontunkból a legfontosabb eredmény, hogy mérési hibán belül az Univerzum sík, tehát k = 0 és így Ω_k = 0.

Az SNIa mérések

Ahhoz, hogy meg lehessen határozni, vajon az Univerzum tágulása mennyire lassul, igen távoli objektumok vöröseltolódását és távolságát kell meghatározni. Halvány objektumok esetén a vöröseltolódás meghatározása spektroszkópiával időigényes ugyan, de koncepcionálisan egyszerű. A távolság meghatározása viszont már nehéz feladat. Ha ismernénk olyan objektumokat, amelyek abszolút fényessége mindenhol ugyanakkora és tudott, akkor távolságuk a látszólagos fényességből egyértelműen meghatározható. Ilyen objektumokat nem ismerünk, viszont szerencsére léteznek olyanok, amelyek megfelelő kalibrációval ilyenné tehetők: az Ia típusú szupernóvák (SNIa). Ezek akkor keletkeznek, ha egy fehér törpecsillag kísérőcsillagáról anyag áramlik a törpe felszínére. Asztrofizikai számítások alapján ezek mindig akkor robbannak fel, ha tömegük eléri a Chandrasekhar-határt ($M_{Ch} = 1{,}44\, M_\odot$). A robbanások fényessége minden esetben más, viszont az abszolút fényesség és a fényességgörbe lefutási ideje között egyértelmű kapcsolat van. Tehát egy ilyen szupernóva fényességgörbéjét megmérve, meg lehet határozni abszolút fényességet, és az így mért fényességből a távolságát.

A mért luminozitásból meghatározott luminozitástávolság az adott kozmológiai modellből számítható [4]:

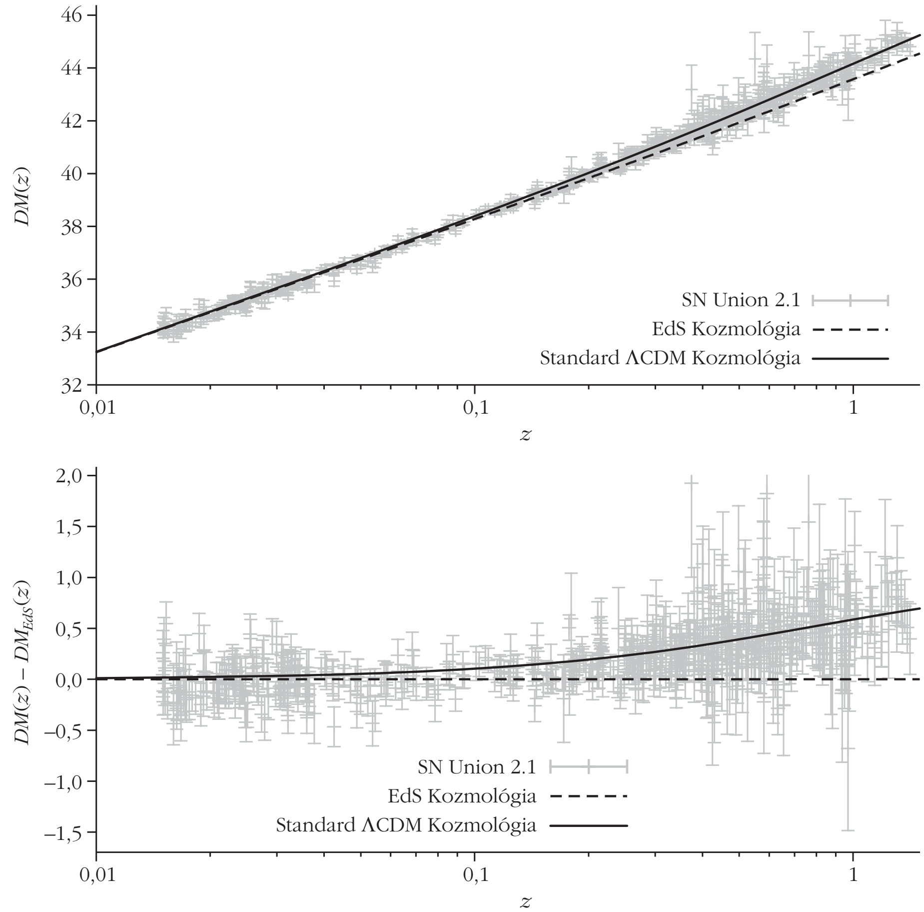
$$D_L(z) = c\,(1+z)\int_0^z \frac{\mathrm{d}z'}{H(z')}. \tag{21}$$

A távolságmodulus számítható mind a mérésekből, mind kozmológiából:

$$DM(z) = 5\log_{10}\left(\frac{D_L(z)}{10\ \mathrm{pc}}\right), \tag{22}$$

Így a mérések összehasonlíthatók lesznek a kozmológiai modellekkel. Természetesen 1998 után sem hagyták abba a szupernóvák megfigyelését. A *2. ábrán* feltüntettük a Supernova Cosmology Project által eddig publikussá tett mért szupernóva-adatsort, és az EdS modell által jósolt távolságmodulus-görbét.

Látható, hogy nagy vöröseltolódásokra a szupernóva-adatok jelentősen eltérnek az EdS modell által jó-



2. ábra. A Supernova Cosmology Project által közzétett Union 2.1 adatsor, az EdS és a ΛCDM kozmológiából számított távolságmodulusok. Az alsó ábrán látható a mérések és a standard kozmológiai modell eltérése az EdS modelltől. (http://supernova.lbl.gov/union)

solt *DM* értékektől. A mérésekből a lassulási paraméter értékét lehet számítani, és ez negatívnak adódik, tehát Univerzumunk jelenleg gyorsulva tágul. Ha meg is engednék, hogy $\boldsymbol{\Omega}_k$ tetszőleges értéket vegyen fel, akkor is – legjobb esetben – csak zérus lassulási paramétert kaphatnánk, viszont ez ellentétben lenne a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzásból meghatározott $\boldsymbol{\Omega}_k \simeq 0$-val. Ezt a felfedezést 2011-ben Nobel-díjjal jutalmazták. Tehát az 1990-es évek végén felmerült a következő kérdés: hogyan lehetne megmagyarázni az Univerzum gyorsuló tágulását?

A kozmológiai állandó

Hubble mérései előtt az akkor általánosan elfogadott kozmológiai elmélet kimondta, hogy az Univerzum statikus. Viszont az Einstein-egyenleteknek csak üres Univerzum esetén létezik statikus megoldása. Hogy az anyagot tartalmazó Univerzum is megfeleljen e modellnek, Einstein 1917-ben egy új tagot, a kozmológiai állandót (Λ) vezette be egyenleteibe. Az egyenletek az új taggal a következően néznek ki:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\, g_{\mu\nu}\, R + \Lambda\, g_{\mu\nu} = \frac{8\,\pi\, G}{c^4}\, T_{\mu\nu}. \tag{23}$$

E tag hatása kis távolságokon nagyon kicsi volt, így meg tudott felelni az akkori méréseknek, nagy távolságok esetén viszont jelentős taszítást, „antigravitációt” fejtett ki. Ezt az állandót megfelelő nagyságúra állítva ez a taszítás éppen kiegyenlítheti a gravitáció vonzását, és így statikus megoldásokat kaphatunk. E módszerrel több probléma is volt. Az így kapott megoldások instabilak voltak, ha csak egy kicsit is más volt az anyagsűrűség, vagy a kozmológiai állandó értéke, mint az ideális, a vizsgált Univerzum összeesni vagy gyorsulva tágulni kezdett. Miután Edwin Hubble felfedezte az Univerzum akkor még egyenletesnek mért tágulását, amelyet az egyenletek is szépen leírtak, a kozmológiai állandó elvesztette szerepét, és Einstein „élete legnagyobb tévedésének” nevezte.

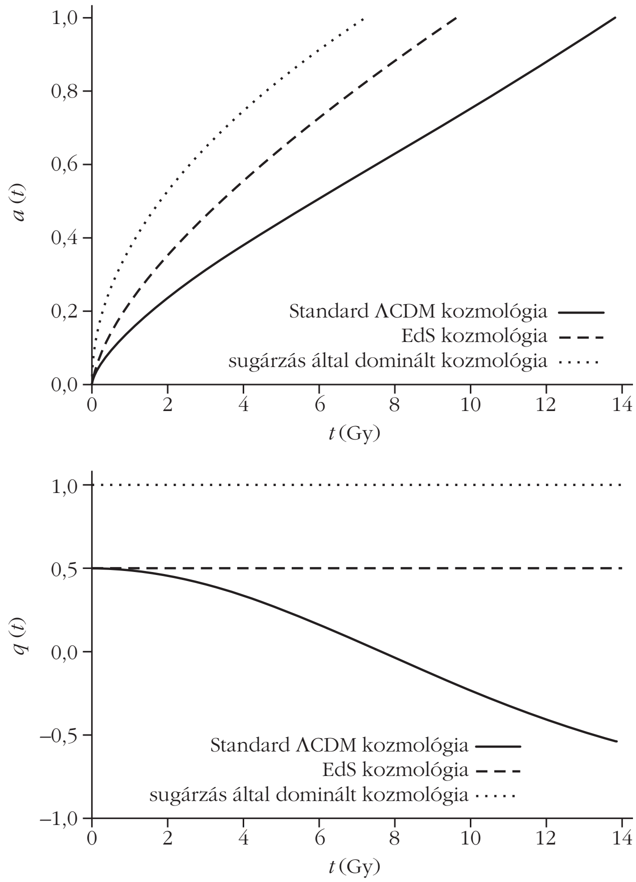
A szupernóva-mérések után ismét előkerült a kozmológiai állandó, mint lehetséges magyarázat: a konstans által kifejtett taszítás egy táguló Univerzumban idővel gyorsíthatja a tágulás sebességét, és így magyarázatot adhat a gyorsuló tágulásra. A (23) egyenletből Λ-val is megkaphatjuk a Friedmann-egyenletet:

$$\left[\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right]^2 = H_0^2\left[\frac{\boldsymbol{\Omega}_{m,0}}{a(t)^3} + \frac{\boldsymbol{\Omega}_{r,0}}{a(t)^4} + \frac{\boldsymbol{\Omega}_{k,0}}{a(t)^2} + \boldsymbol{\Omega}_\Lambda\right], \tag{24}$$

ahol

$$\boldsymbol{\Omega}_\Lambda = \frac{\Lambda\, c^2}{3\, H_0^2}. \tag{25}$$

A fenti Friedmann-egyenletet megoldva látható, hogy valóban gyorsuló tágulást okozhat a kozmológiai állandó. Ez az ötlet olyannyira bevált, hogy már része a mai kozmológiai állandót (Λ) és a hideg, sötét anyagot (CDM) tartalmazó standard kozmológiai modellnek, a ΛCDM-nek. A modell paramétereit a különböző mérésekre illesztve azt kapjuk, hogy $\boldsymbol{\Omega}_m = 0{,}3089 \pm 0{,}0062$, $\boldsymbol{\Omega}_\Lambda = 0{,}6911 \pm 0{,}0062$, $\boldsymbol{\Omega}_k = 0.0008 \pm 0.004$, vagyis Univerzumunk energiasűrűségének 31%-a nem relativisztikus anyagból áll, és 69% pedig kozmológiai állandó. Ezekkel a paraméterekkel a Friedmann-egyenlet numerikusan egyszerűen megoldható. A kapott megoldás látható a *3. ábrán,* feltüntetve az EdS és a



3. ábra. Az eddig tárgyalt három kozmológiai modell által meghatározott skálafaktor (felül) és lassulási paraméter (alul) időfüggése H_0 = 67,74 km/s/Mpc esetén. Az időegységek milliárd évben (Gy) vannak megadva. Az EdS és a sugárzás által dominált Univerzumokban a lassulási paraméter értéke pozitív és állandó. A ΛCDM modellben ez időfüggő, és az ősrobbanástól számított ~7,6 milliárd év után már negatív értéket vesz fel.

sugárzás által dominált megoldást is. A modell alapján számított távolságmodulust is feltüntettük a *2. ábrán.* A ΛCDM modell láthatóan jól egyezik a szupernóva-mérésekkel.

Sötét energia

Ha a (23) Einstein-egyenletekben a jobb oldalra átvisszük a kozmológiai állandóhoz tartozó tagot, akkor azt tekinthetjük egy, eddig ismeretlen anyagnak. A hozzá tartozó energia-impulzus tenzor:

$$T_{\mu\nu[\Lambda]} = -\frac{c^4}{8\pi G} g_{\mu\nu}\Lambda. \tag{26}$$

Ebből már könnyen látható, hogy a Λ-hoz energiasűrűséget és nyomást rendelhetünk:

$$\rho_\Lambda = \frac{c^2}{8\pi G}\Lambda, \tag{27}$$

$$p_\Lambda = -\frac{c^4}{8\pi G}\Lambda. \tag{28}$$

Tehát a kozmológiai állandóhoz tartozó anyagot leíró állapotegyenletben $\omega_\Lambda = -1$ lesz. Ez azt jelenti, hogy a pozitív energiasűrűséghez az állapotegyenlet negatív nyomást rendel. Az ilyen tulajdonságú, azaz $\omega_{DE} < 0$ anyagot sötét energiának (DE) nevezzük. Ha ilyen tulajdonságú anyag van jelen az Univerzumban, az gyorsuló tágulást tud okozni. Ha $\omega_{DE} = -1$ akkor ez az anyag nem különböztethető meg a kozmológiai állandótól, viszont ha más ω_{DE} értéke, akkor a Λ-tól különböző gyorsulást tud okozni, és egy megfelelő ω_{DE} választással az elmélet talán még jobban illeszkedhet a mérésekhez.

A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzást vizsgáló Planck űrszonda és az SNIa mérések alapján a ω_{DE} értéke mérési hibán belül −1 ($\omega_{DE} = -1{,}006\pm0{,}045$), tehát az eddig elért mérési pontossággal nem különböztethető meg a kozmológiai állandó és a sötét energia.

Alternatív kozmológiai modellek

Módosított gravitációs elméletek

A kozmológiai állandó bevezetése egy módosított gravitációs elméletnek tekinthető, viszont kérdéses, hogy mennyire fizikai egy plusz tag bevezetése az Einstein-egyenletekbe. A sötét energia fő problémája az, hogy egy olyan, az Univerzumot kitöltő anyagot feltételez, amelynek nyomása negatív. Ilyen anyagot még sehol sem láttunk, így néhány fizikus felvetette, hogy ilyen anyag nem is létezik, hanem a gravitációs elmélet nagy skálákon hibás. Einsteinhez hasonlóan módosítani kezdték az általános relativitáselméletet úgy, hogy a mérési tapasztalatokat kis skálákon visszaadja, viszont az egész Univerzumra alkalmazva, a modellek – kozmológiai állandó és sötét energia nélkül – később gyorsuló tágulást mutassanak.

A legegyszerűbb ilyen modellek az úgynevezett $f(R)$ modellek, ezek lényege, hogy az Einstein-egyenletek származtatásnál a hatásban a Ricci-skalárt (R) annak valamilyen $f(R)$ előre meghatározott függvényére cserélik:

$$S = \frac{c^4}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}\, f(R) + \int d^4x\, \mathfrak{L}_M\left(g_{\mu\nu}, \Psi_M\right), \tag{29}$$

ahol g a metrikus tenzor determinánsa, továbbá $\mathfrak{L}_M$ az anyaghoz tartozó Lagrange-sűrűség, ami a metrika és a Ψ_M anyagmező függvénye. Az így kapott téregyenletek a következően néznek ki:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f(R)}{\partial R} R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\frac{\partial f(R)}{\partial R} g_{\mu\nu} - \\ &\quad - \nabla_\mu \nabla_\nu \frac{\partial f(R)}{\partial R} + \\ &\quad + g_{\mu\nu}\,\Box \frac{\partial f(R)}{\partial R} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}. \end{aligned} \tag{30}$$

Ezen egyenletek megoldása még az Einstein-egyenleteknél is nehezebb. Hogy legegyszerűbben visszakapjuk az általános relativitáselmélet kis skálás viselkedését, célszerű a

$$f(R) = R + g(R) \tag{31}$$

választás. Megfelelő $g(R)$ függvény használatával elérhető a gyorsuló tágulás, és a kozmológiai mérések alapján e függvény paraméterei meghatározhatók.

Inhomogén kozmológiai modellek

Egy másik lehetséges magyarázat a szupernóva-mérések eredményeire, hogy valójában nincs gyorsuló tágulás, hanem mi egy kitüntetett helyről figyeljük meg az Univerzumot. Ezzel természetesen elvetjük a kozmológiai elvet, és ebben az esetben nem ugyanazt látja minden megfigyelő. Az inhomogén kozmológiai modellek lényege, hogy egy olyan pontjáról vizsgáljuk az Univerzumot, ahol az anyag sűrűsége kisebb, mint az átlagsűrűség. Úgy is fogalmazhatunk, hogy egy kozmikus üreg belsejéből végezzük a méréseket. Egy ilyen pontból vizsgálódva hasonló távolságmodulusokat kaphatunk gyorsuló tágulás nélkül, mint amit a szupernóva-mérések mutatnak. Egy ilyen geometriájú rendszerben – feltéve, hogy az üreg gömbszimmetrikus – a távolságokat a Lemaître–Tolman–Bondi (LTB) metrika írja le:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}s^2 = {} & c^2\,\mathrm{d}t^2 - B^2(r,t) - \\ & - A^2(r,t)\left(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\phi^2\right), \end{aligned} \tag{32}$$

ahol

$$B^2(r,t) = \frac{\left(\dfrac{\partial A}{\partial r}\right)^2}{1-k(r)}. \tag{33}$$

A $k(r)$ mennyiség a görbületi paraméter, míg $A(r,t)$ az LTB metrika skálafaktora. Ezzel a metrikával felírhatók és megoldhatók az Einstein-egyenletek. A megfigyelésekkel egyező eredményeket akkor kapunk, ha az üreg relatív sűrűsége $\delta\rho/\rho \simeq -0{,}4$, mérete ~160-250 Mpc/h, és középpontja környezetéből (~10% pontossággal) figyeljük meg a szupernóvákat. Ez a legegyszerűbb inhomogén modell, viszont messze nem illeszkedik olyan jól a mérésekhez, mint a ΛCDM modell.

Léteznek pontosabb inhomogén modellek is, például a Szekeres-modell, amiben már nincs gömbszimmetria. Ezekkel már kielégítő pontossággal magyarázhatók a szupernóva-mérések.

Kozmológiai visszahatás (*backreaction*)

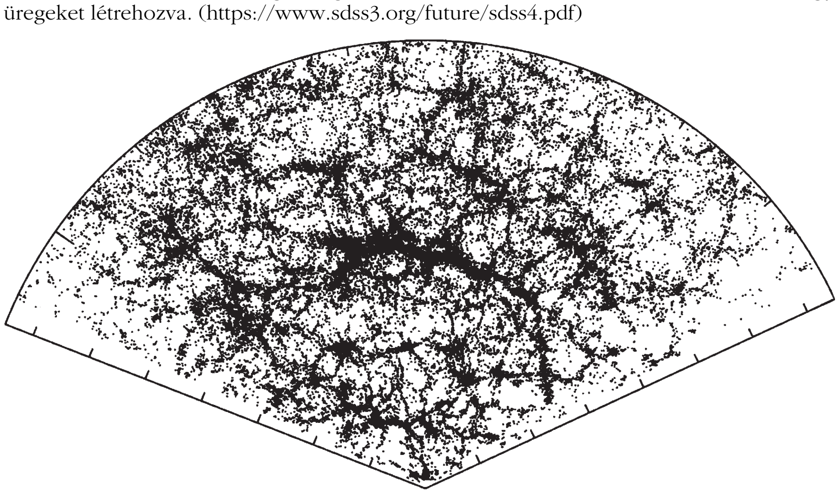
Az utolsó, itt tárgyalt alternatív kozmológiai modell a kozmológiai visszahatás. Ez is tekinthető egy inhomogén kozmológiai modellnek, viszont lényegesen különbözik a LTB- vagy a Szekeres-modelltől. A kozmológiai elv annyit mond, hogy *kellően nagy skálákon* az Univerzum homogén és izotróp, viszont a Friedmann-egyenlet levezetésénél már egzakt homogenitással és izotrópiával számoltunk. Tudjuk, hogy Univerzumunk kis skálákon (~300 Mpc alatt) inhomogén, a galaxisok klaszterekbe és szálakba rendeződnek, és a térfogat nagy részét kozmikus üregek töltik ki. Ezeket a struktúrákat – a kezdeti kis sűrűségfluktuációkból – a gravitáció alakította ki. A visszahatás-modellek alapgondolata, hogy a kialakuló struktúrák visszahathatnak a tágulás sebességére, és – a klaszterekbe történő anyagáramlás miatt – a csökkenő sűrűségű üregek gyorsuló tágulást okoznak.

Egy ilyen esetben az Einstein-egyenleteket reménytelen megoldani, és így nincs más választás, mint közelítéseket alkalmazni. Két alapvető típusú módszert sikerült kidolgozni, de még ezek esetén is olyan nehéz az egyenletek megoldása, hogy kevés, a mérésekkel összehasonlítható eredmény született. Mindegyik módszer lényege az a felismerés, hogy az Einstein-egyenletek nemlinearitása miatt a térbeli átlagolás és az időbeli léptetés operátora nem kommutál, tehát a két művelet nem felcserélhető.

A standard FLRW átlagolás esetén először a sűrűséget átlagolják ki a térben, majd megoldják a homogén Friedmann-egyenletet. Ezzel viszont megsértjük az általános relativitáselmélet egyik alapfeltevését: a kialakuló struktúrák, legyenek bármekkorák, nem tudnak visszahatni a metrikára. Ezt a hibát próbálják kijavítani az első típusú módszerek: olyan új átlagolási módszert alkalmaznak, amely érzékeny a sűrűség és sebességmező inhomogenitásaira, majd az átlagolás után megoldják az átlagos tágulást leíró egyenleteket. *Roustam M. Zalaletdinov* már 1992-ben, még a gyorsuló tágulás felfedezése előtt javasolt egy ilyen átlagolási módszert.

A második módszer, a „mikroszkopikus” megközelítés. Itt kis térfogatcellákban kell megoldani az Einstein-egyenletekből származtatott

4. ábra. A Sloan Digital Sky Survey (SDSS) által meghatározott égtérkép. Az ábra az éggömb egy vékony szeletében mutatja a galaxisok térbeli eloszlását 460 Mpc távolságig. Az eloszlás láthatóan nem homogén: a galaxisok klaszterekbe és szálakba rendeződnek, nagy üregeket létrehozva. (https://www.sdss3.org/future/sdss4.pdf)



tágulási egyenleteket, majd a kapott tágulásokat az általános relativitáselmélettel kompatibilis módon kiátlagolni a teljes Univerzumra.

Mivel még kevés, a mérésekkel összehasonlítható kozmológiai visszahatás-eredmény született, ezért még vita tárgyát képezi, hogy mekkora ez az effektus. *Stephen R. Green* és *Robert M. Wald* szerint ez az effektus olyan kicsi, hogy nem lehet a ΛCDM modell alternatívája, míg más fizikusok szerint, élen *Tomas Buchert*-rel és társaival, a kozmológiai backreaction teljesen megmagyarázhatja a gyorsuló tágulást pusztán azzal, hogy jobb közelítésben oldja az Einstein-egyenleteket, mint a standard modellben használt módszer.

Összefoglalás

Az 1998-ban felfedezett, majd 2011-ben Nobel-díjjal jutalmazott felismerés, hogy Univerzumunk gyorsulva tágul, új korszakot nyitott a kozmológiában. Rengeteg új elmélet született, hogy megmagyarázza e jelenséget. A fizikusok többsége által elfogadott standard kozmológiai modell ezt a tágulást a kozmológiai állandóval, illetve a sötét energiával magyarázza, viszont több kozmológus gondolja úgy, hogy a kozmológiai állandó csak egy effektív korrekció, amivel megmagyarázhatók a mérések, de valódi fizikai alapja nincs. A kérdést a jövő mérései fogják eldönteni: nem pontosan ugyanolyan tágulást jósolnak a különböző modellek, és megfelelő mérési pontosság mellett megkülönböztethetők lesznek. Ezen mérésekre egy hangsúlyos példa lehet a bevezetőben említett új eredmény, amely feszültséget mutat ki a lokális Univerzumban cefeidákkal mért és a korai Univerzum mikrohullámú háttérsugárzásából levezetett Hubble-állandó értékek között, feszegetve a kozmológiai standard modell érvényességi határait.

Irodalom

1. http://supernova.lbl.gov
2. https://www.cfa.harvard.edu/supernova/public.html
3. Hraskó Péter: *Relativitáselmélet*. TYPOTEX, Budapest, 2012.
4. Frei Zsolt, Patkós András: *Inflációs Kozmológia*. TYPOTEX, Budapest, 2005.
5. http://arxiv.org/abs/1604.01424