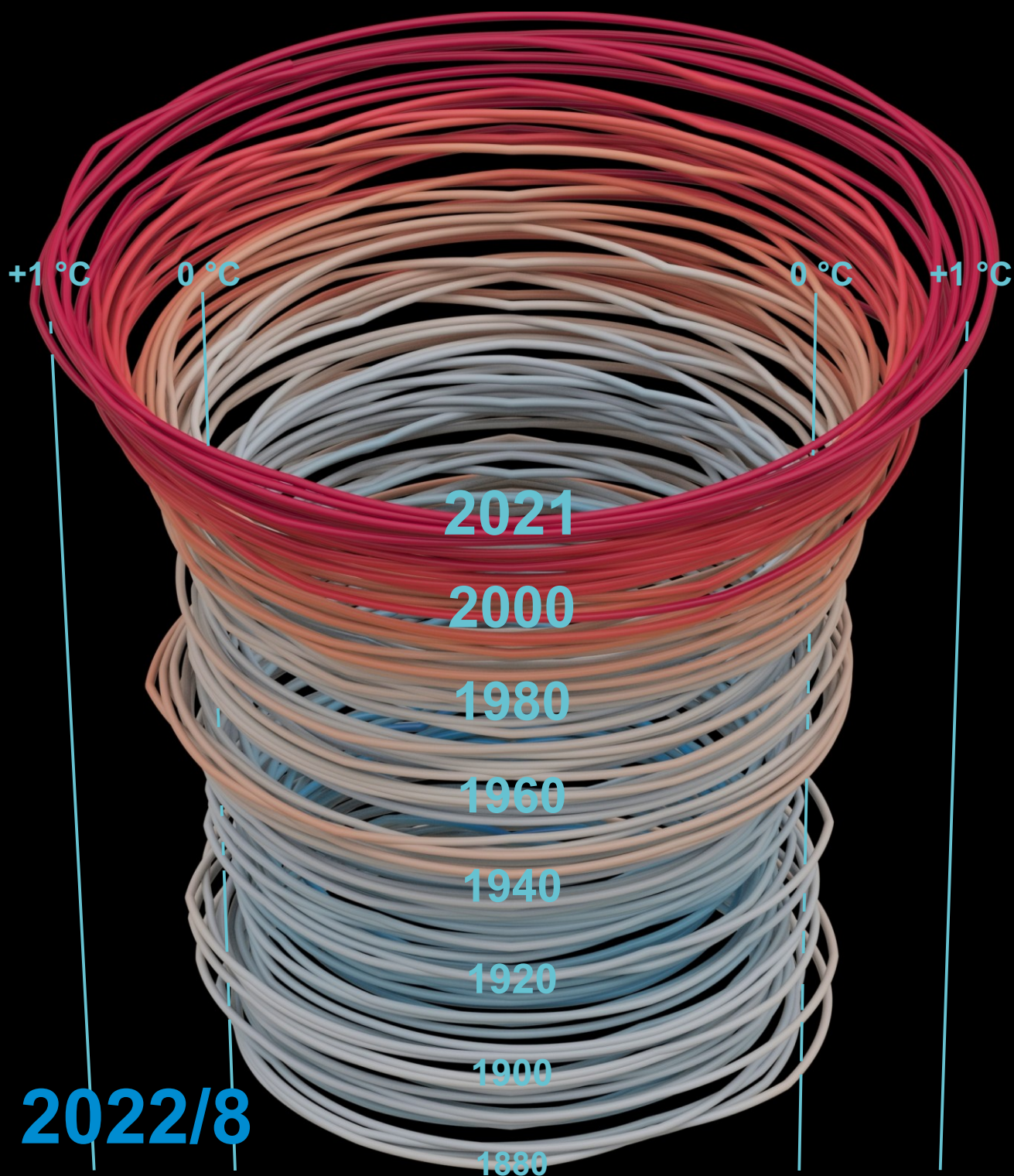


fizikai szemle



Magyar Fizikus Vándorgyűlés 2022



**A Fizikai Szemle
szerkesztőbizottsága kéri
a Magyar Fizikus Vándorgyűlés előadóit
és a posztereket bemutatókat,
hogy eredményeiket
osszák meg a folyóirat olvasóival is!**



ÉSZLEBONTÁS

(Az írás a szerző véleménye, ami nem feltétlenül egyezik a lap kiadójának és szerkesztőinek véleményével.)

Ebben a számunkban cikket közlünk *A meteorológia középiskolai oktatása a Kárpát-medencében* címmel, amelyben a szerzők azt mutatják be, hogy 5 szomszédos ország iskoláiban mely tantárgyak kereteiben milyen meteorológiai ismereteket tanítanak, és ezt hasonlítják össze a magyarországi gyakorlattal. A cikkből az is kiderül, hogy a magyarországi oktatás ebben a tekintetben nem rosszabb, mint a vizsgált szomszédos országokban, így egyéb témakörök mellett a meteorológiai előrejelzés is szerepel a tantervben. Ennek fényében különösen meglepő az a nyilván már mindenki által unalomig ismert hír, hogy az augusztus 20-i tűzijáték elhalasztása utáni rosszhiszemű médiamegjelenések nyomán *Palkovics László* innovációs és technológiai miniszter, a Magyar Tudományos Akadémia rendes tagja, augusztus 22-ével, azonnali hatállyal felmentette az Országos Meteorológiai Szolgálat (OMSZ) elnökét, *Radics Kornéliát* és szakmai elnökhelyettesét, *Horváth Gyulát*. Ezzel azt a – szakmailag semmivel meg nem alapozott – látszatot keltette, mintha az OMSZ hibás előrejelzést adott volna a tűzijáték lebonyolításáért felelős operatív törzs számára. Bár azóta több kormányzati magyarázkodás is napvilágot látott az ügygel kapcsolatban, a nyilvánvalóan hirtelen felindulásból hozott döntés ténye, statáriális jellege és kommunikálása teljességgel elfogadhatatlan.

Sajnálatos, hogy az utóbbi napokban több más, az oktatást és kutatást negatívan érintő kormányzati megnyilatkozásról is érkezett hír. Az egyik *Gulyás Gergely* Miniszterelnökséget vezető miniszter augusztus 23-i kormányinfón újságírói kérdésre adott válaszában elhangzott kijelentés – remélhetőleg csak átgondolatlan elszólás –, hogy a Vodafone Hungary részvényeinek állami megvásárlása stratégiaileg fontos és indokolt befektetés, ami remélhetőleg hasznot is fog hozni, míg a tanárok fizetése csak költség.

A másik, hogy a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Hivatal (NKFIH) két soron is szerepel a kormány *A költségvetési fejezeteket érintő államháztartási stabilizációs intézkedésekről* címen a *Magyar Közlöny* 2022. évi 112. számában megjelent rendeletében. Az összesen 416 milliárd forint költségvetési forrás zárólását elrendelő csomagban 1,8 milliárd forintot közvetlenül a hivatal működési költségeiből, 20,2 milliárdot pedig a kutatási és fejlesztési célokat szolgáló NKFIH Alap keretéből zárolt a kormány. Bár arról nem ismerünk további információt, hogy a 20,2 milliárdos zárólás milyen kutatási projekteket érint, féltő, hogy nem lehet majd kifizetni egyes elnyert OTKA és más kutatási pályázatokat.

Hát így állunk most, augusztus végén, az új tanév kezdetének küszöbén, amikor remélhetőleg csak álhír, hogy az ország első egyeteme, az Eötvös Loránd Tudományegyetem a Természettudományi Kar online oktatásra történő átállítását fontolgatja, hogy a fűtési szezonban a megnövekedő rezsiköltségek miatt bezárhassa laboratóriumait. (Ha már online oktatás bevezetésén gondolkodnak, akkor talán értelmesebb lenne például a jog-, a társadalom- vagy a bölcsészettudományi szakokat figyelembe venni, ahol nincs annyi laboratóriumi és egyéb gyakorlati foglalkozás.)


Lendvai János
főszerkesztő

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Matematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Matematikai és Fizikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.

Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, Nemzeti Kulturális Alap

Főszerkesztő:
Lendvai János

Szerkesztőbizottság:
Bíró László Péter, Bokor Nándor, Czitrovszky Aladár, Füstöss László, Gyürky György, Horváth Dezső, Horváth Gábor, Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Ormos Pál, Pálfalvi László, Papp Katalin, Simon Ferenc, Simon Péter, Sükösd Csaba, Szabados László, Szabó Gábor, Takács Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor

Műszaki szerkesztő:
Kármán Tamás

A folyóirat e-mailcíme:
szerkesztok@fizikaiszemle.hu
A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

A folyóirat honlapja:
<http://www.fizikaiszemle.hu>



A címlapon:

A GISTEMP klímapirosítási hónapról hónapra mutatja a teljes földfelszín hőmérsékletének – az 1951–1980-as évek átlagához viszonyított – változását 1880-tól napjainkig.

A teljes videoanimáció a <http://fizikaiszemle.hu/extra/klímapirositasi> helyen tekinthető meg.
(©NASA's Scientific Visualization Studio)

TARTALOM

Lendvai János: Észlelbontás	233
Cserti József, Dávid Gyula: Élet a Laposföldön <i>Egy elképzelt Laposföld gravitációs tere, és az ott lebeteségs felfzíni közlekedési viszonyok, a fizika ismert és érvényes törvényei tükrében.</i>	235

VÉLEMÉNYEK

Szarka László Csaba: Klímaváltozás és energiapolitika, a geofizikus szemüvegén át <i>A Szerző véleménye szerint a párizsi klímacél szimpla naivitás, amiről lehet, érdemes és szükséges vitatkozni.</i>	244
--	-----

A FIZIKA TANÍTÁSA

Végb Péter, Izsa Éva: Egy apró játék kaotikus kalandjai – 1. rész <i>Az írás egy gyerekek körében népszerű játék kaotikusságának vizsgálata, ami alkalmas arra, hogy a kaotikus viselkedést megismertessük a diákokkal.</i>	248
Molnár Beáta, Weidinger Tamás, Tasnádi Péter: A meteorológia középiskolai oktatása a Kárpát-medencében <i>A cikk áttekinti a meteorológiai fogalmak és alapjelenségek megjelenését az iskolai oktatásban, hat ország gyakorlatát összehasonlítva.</i>	255

Koncz Károly, Simon Péter: A 41. Mikola Sándor Országos Középiskolai Tehetségkutató Fizikaverseny – beszámoló <i>A cikk a versenybizottság által a bárom forduló négy kategóriájában legizgalmasabbnak ítélt feladatokat ismerteti.</i>	262
--	-----

HÍREK – ESEMÉNYEK

Abonyi Iván, 1931–2022 (Kovács László)	267
Gyémánt Iván Károly, 1944–2022	268

J. Lendvai: Mind destruction
J. Cserti, Gy. Dávid: Life on the flat Earth

OPINIONS

L. Cs. Szarka: Climate change and energy policy, as a geophysicist sees it

TEACHING PHYSICS

P. Végb, É. Izsa: Chaotic adventures of a miniature toy – Part 1
B. Molnár, T. Weidinger, P. Tasnádi: Teaching meteorology in secondary schools in the Carpathian basin
K. Koncz, P. Simon: The 41st Mikola Sándor National Secondary School Physics Talent Spotting Competition

EVENTS

Iván Abonyi, 1931–2022 (L. Kovács)
Iván Károly Gyémánt, 1944–2022

Fizikai Szemle
MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

megjelenését támogatják:



EMBERI ERŐFORRÁSOK
MINISZTERIUMA

nka
Nemzeti Kulturális Alap



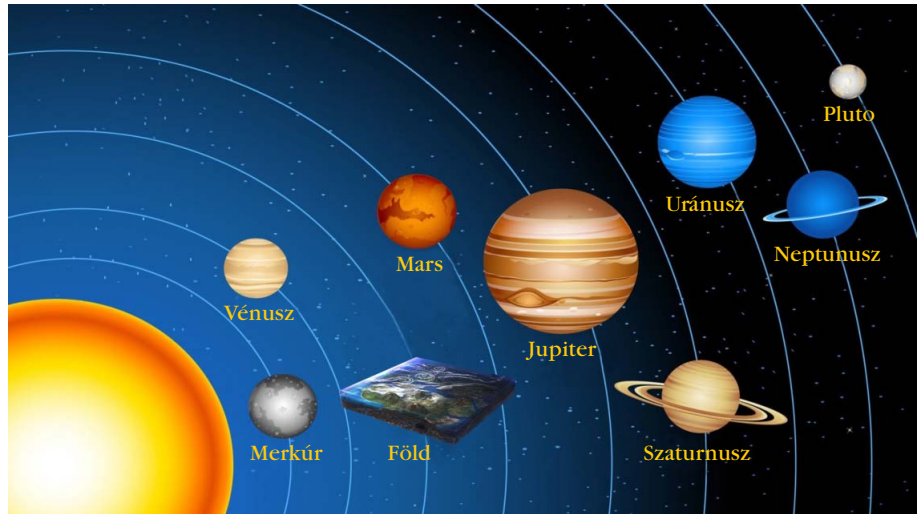
ÉLET A LAPOSFÖLDÖN

Cserti József – Eötvös Loránd Tudományegyetem, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék
Dávid Gyula – Eötvös Loránd Tudományegyetem, Fizikai Intézet

Mielőtt a cikk címe alapján aggódni kezdene a kedves Olvasó, hogy miért engedhettem meg a *Fizikai Szemle* főszerkesztője olyan cikk megjelenését, amely a laposföldhívőknek ad teret a nagy múltú, tudományos igényű *Szemle* hasábjain, sietünk megnyugtatni az Olvasót, hogy a cikkel éppen ellenkezőleg a Laposföld-„elmélet” furcsaságaira szeretnénk felhívni a figyelmet.

Számtalan írás található a laposföldhívők elképzeléseiről, tevékenységeiről. Ezekről szándékosan nem szeretnénk részletes áttekintést adni, nem kívánjuk azt a benyomást kelteni, hogy a téma tudományosan megalapozott. Azoknak, akik nem hallottak erről a témáról, talán csak egy forrást említenénk [1].

A későbbiek megértése céljából azonban nem árt, ha röviden felvázoljuk a szóban forgó hiedelmeket! A hívők azt állítják, hogy a Föld nem gömbölyű, hanem egy nagy síklap (hogy korong vagy téglalap alakú, az vita tárgya, a továbbiakban négyzetesnek tekintjük), amelynek vízszintes síkján úgy sétálunk, mint az utcán (fizikus nyelven: a gravitációs gyorsulás vektora mindenütt merőleges a Laposföld síkjára). A síklapba mélyedő medencéket töltik ki a tengerek, amelyek felszíne – a hívők szerint – magától értetődően szintén vízszintes, és belesimul a Laposföld síkjába. Mi van a felső sík alatt? Általában úgy képzelik, hogy a sík vízszintes méreteihez képest viszonylag vékony lemezzel van szó, a felsővel párhuzamos alsó felülettel. Természetesen tudjuk, hogy a Föld nem ilyen, ezt a klasszikus fizikai és földrajzi bizonyítékok és a gömbölyű nagybolygók kialakulásának planetológiai el-



1. ábra. A Laposföld a Naprendszer többi bolygója között.

mélete mellett az utóbbi évtizedekben a Föld körül keringő sok műhold és az általuk „kívülről”, az űrből készített fotók minden értelmes ember számára nyilvánvalóan bizonyítják (1. ábra).

Egyesek azonban elgondolhatják, milyen érdekes vagy egyszerű lenne az élet egy ilyen lapos korongon vagy téglatesten. Ki tudja, távoli utódaink nem építenek-e egyszer maguknak egy ezen a konstrukción alapuló mesterséges bolygót, hogy annak felületén sétálgatva, lapos tengerein hajózáva utólag bizonyítsák a laposföldhívők igazát? Vajon valóban olyan lenne az élet ezen a mesterséges Laposföldön, ahogy a modell hívei képzelik? Az „elmélet” számtalan más égbekiáltó, a mindennapi tapasztalatnak ellentmondó részletét mellőzve (például hová bújnak éjjel a Laposföld síkja fölött mozgó Nap? – ezt a hívek további, egyre vadabb fantazmagóriákkal próbálják „magyarázni”) most csak ezzel a fentebb már említett, a laposföldhívők által természetesnek tekintett elképzeléssel foglalkozunk: vajon milyen lenne a valóságban egy ilyen lapos korong vagy téglatest gravitációs tere? Tényleg úgy lehetne korzózni rajta, ahogy a városok sík főterén, úgy lehetne szelni hajónkkal a tükörsima vízszintes tengereket, ahogy a

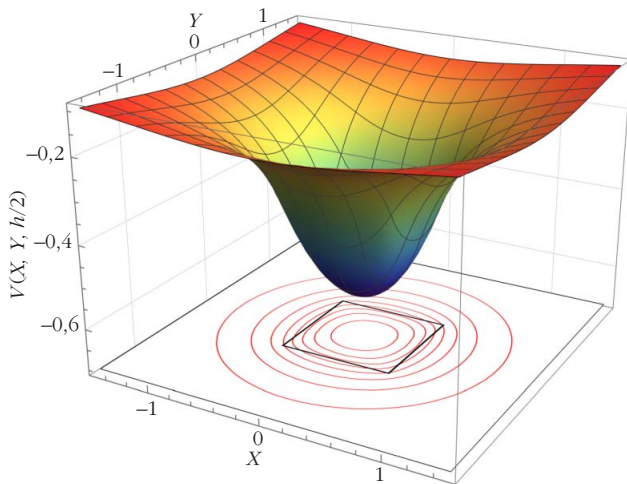
Köszönetünket szeretnénk kifejezni *Kis-Tóth Ágnesnek* a kézirat olvasása során javasolt hasznos tanácsaiért.



Cserti József 1982-ben végzett ELTE fizikus szakán, majd az ELTE korábbi Szilárdtestfizika Tanszékén kezdte oktatói munkáját. 2004-ben habilitált, 2010 óta az MTA doktora, 2013-tól az ELTE Komplex Rendszerek Fizikája tanszéken professzor. Kutatási területe a nanofizikai rendszerek, normál-szupravezető rendszerek, spintronika, grafén és a topologikus szigetelők. 2005 óta szervezi az ELTE-n az Atomoktól a csillagokig előadás-sorozatot középiskolásoknak.



Dávid Gyula több mint 42 éve oktatja az ELTE fizikus hallgatóit. Kutatómunkájában relativisztikus dinamikával foglalkozik. A NYIFFF fizikaverseny alapítója, az Ortvay Rudolf Fizikaverseny és az Atomcsill előadás-sorozat társ szervezője, ez utóbbinak sokszoros előadója. Számos ismeretterjesztő fizikai és kozmológiai előadása terjed a neten. Hisz abban, hogy a fizikusok világ nagy esze előbb-utóbb betölti a táguló teret – ahogy az a Fizikus nótában is szerepel (amit nem mellékesen ő írt).



2. ábra. A $V(X, Y, h/2)$ gravitációs potenciál és a megfelelő állandó értékű (ekvipotenciális) vonalak Laposföld felszínének síkjában. Az integrációs állandót úgy választottuk meg, hogy a végtelenben a potenciál a nulla értékhez tartson. Ezért az ábrán a potenciál értéke mindenütt negatív. A vastag fekete négyzet Laposföld határát jelöli. Itt és a továbbiakban az (X, Y, Z) koordinátákat a , a potenciált $(f\rho a^2)$ egységekben mérjük, míg a numerikus számolásoknál $h/a = 0,2$ értékeket használunk.

laposföldhívők mesélik, és a hajóból megfelelően erős távcsővel előre nézve az egész úton látni lehetne a túlsó partot?

Feladatunk tehát egy majdani valódi Laposföld gravitációs terének és az ehhez igazodó felszíni közlekedési viszonyoknak a vizsgálata – a hívek ábrándjai helyett a fizika tényleges törvényei alapján. A továbbiakban elméleti számításokkal meghatározzuk egy hipotetikus, homogén tömegsűrűségű, négyzetes hasáb alakú égitest gravitációs terét. A kapott eredmények alapján néhány furcsa, a megszokott földi életünktől eltérő jelenségre hívjuk fel a figyelmet. Remélhetőleg ez az írás is segít eligazodni a témában.

A téglatest gravitációs potenciáljának egzakt analitikus alakja már a huszadik század ötvenes éve óta ismert. A történeti sorrendet mellőzve itt csak néhány cikket említenénk meg, amelyek egyben a következő fejezetben bemutatott számítások alapjául is szolgáltak [2–4]. Közvetlen integrálással Nagy Dezső magyar származású szerző is levezette a gravitációs erőteret formuláit [5]. Továbbá Nagy, Papp és Benedek a gravitációs potenciált és annak első három deriváltját határozták meg [6]. Végül ki szeretnénk említeni Haáz István Béla magyar nyelvű, és talán emiatt kevésbé ismert munkáját, amelyben a szerző zseniális módon, lényegében egy egyszerű integrálással határozta meg a téglatest gravitációs potenciálját és annak első két deriváltját [7]. E formulákat a teljesség és a könnyebb elérhetőség kedvéért a Függelékben felsoroljuk.

A téglatest gravitációs erőterére vonatkozó számításokat kiterjesztették homogén tömegeloszlású poliéderekre is. Itt csak három cikket említünk, amelyek a téma áttekintésére is szolgálhatnak [8–10].

Megjegyezzük, hogy az Eötvös-inga kísérletekben a lengésidő kiszámításánál a gravitációs potenciál második deriváltjai lépnek fel (lásd például [11]). Ezért,

ha egy szabálytalan alakú testet (például egy hegyet) kellően kicsiny, téglatest alakú részekre bontunk, akkor a fent idézett cikkek alapján analitikus formulákkal elegendő pontossággal meghatározhatók a test gravitációs potenciálja második deriváltjai, és így az Eötvös-inga lengésideje.

A gravitációs tér Laposföldön

Tekintsünk egy $2A$, $2B$ és $2C$ oldalhosszúságú, homogén ρ tömegsűrűségű téglatestet, amelynek határfelületei a koordinátasíkokkal párhuzamos síkok, és úgy választjuk meg a koordinátatengelyeket, hogy a téglatest belső pontjaira az $-A \leq x \leq A$, $-B \leq y \leq B$ és $-C \leq z \leq C$ feltételek teljesüljenek. Ekkor a téglatest gravitációs potenciálja az $\mathbf{R} = (X, Y, Z)$ koordinátájú pontban:

$$V(\mathbf{R}) = -f\rho \int_{-C}^C \int_{-B}^B \int_{-A}^A \frac{dx dy dz}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|}, \quad (1)$$

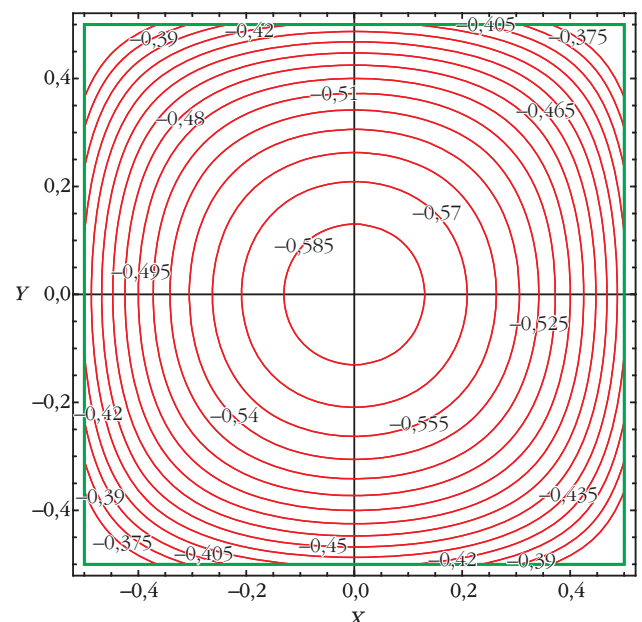
ahol $\mathbf{r} = (x, y, z)$ a téglatest egy belső pontja,

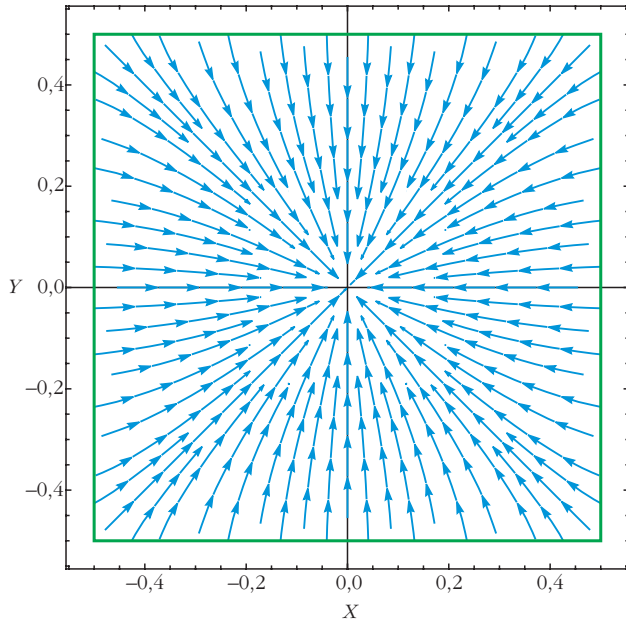
$$|\mathbf{R} - \mathbf{r}| = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2}$$

az \mathbf{R} és \mathbf{r} pontok közti távolság, f a gravitációs állandó, és ρ a téglatest tömegsűrűsége. Az integrál eredménye, illetve a potenciál első két deriváltja a Függelékben található.

A továbbiakban feltesszük, hogy a Laposföld egy olyan téglatest, amelynek felszíne egy a oldalú négyzet, vastagsága h . Az (x, y, z) koordinátatengelyek átmennek a téglatest középpontján és párhuzamosak a téglatest oldalával, azaz $-a/2 \leq x, y \leq a/2$ és $-h/2 \leq z \leq h/2$. Az alábbiakban meghatározzuk és grafikusán ábrázoljuk Laposföld gravitációs potenciálját és az erőteret a Függelékben felsorolt formulák alapján.

3. ábra. A $V(X, Y, h/2)$ gravitációs potenciál $(f\rho a^2)$ egységekben ekvipotenciális vonalai Laposföld felszínén.

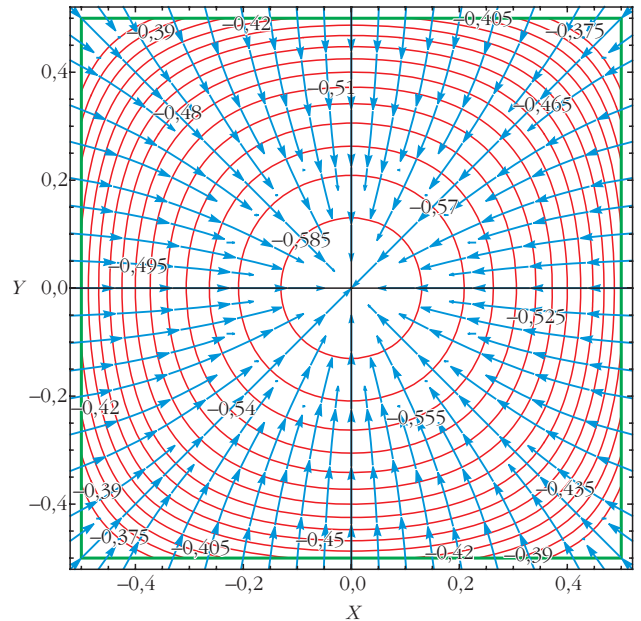
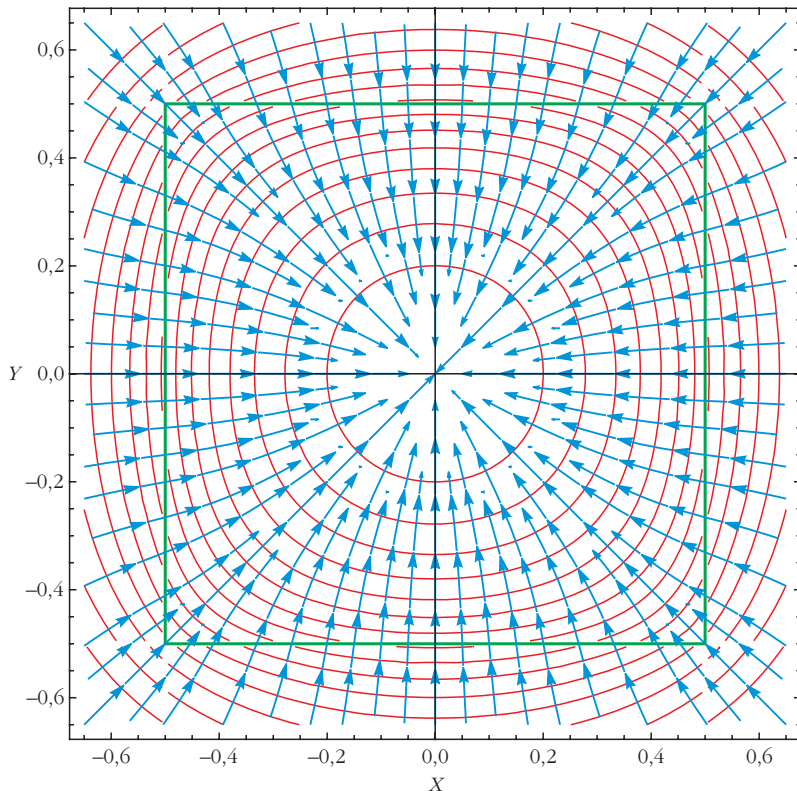




4. ábra. A gravitációs erőter erővonalai Laposföld felszínén.

A következőkben néhány számszerű eredményt mutatunk be. A függelék (6) képlete alapján az $\mathbf{R} = (X, Y, h/2)$ pontban a $V(X, Y, h/2)$ gravitációs potenciált számoltuk ki a $Z = h/2$ síkban az X, Y függvényében, az eredmény a 2. ábrán látható. A 3. ábra külön mutatja Laposföld felszínén a $V(\mathbf{R})$ gravitációs potenciál állandó értékű (ekvipotenciális) vonalait. Mindkettőn jól látható, hogy Laposföld középpontjára

6. ábra. A gravitációs erőter erővonalai és ekvipotenciális vonalai Laposföld felszínén és azon túl. A vastag zöld négyzet itt is Laposföld határát jelzi.



5. ábra. A gravitációs erőter erővonalai és az ekvipotenciális vonalak Laposföld felszínén. Az ábrára írt számok (a 3. ábrához hasonlóan) a gravitációs potenciál értékét adják meg (fpa^2) egységekben.

nak közelében az ekvipotenciális vonalak körszimmetrikusak, a gravitációs potenciál a középponthez képest minden irányban azonos módon változik. A körszimmetrikus potenciáltól való eltérés a középponttól távolodva válik észrevehetővé. A következő részben megvizsgáljuk e körszimmetria fizikai következményeit. (Összehasonlításként nem árt felidéz-

nünk, hogy egy ideális, gömb alakú bolygó egész felszíne a gravitációs potenciál ekvipotenciális felülete, ezért az ábrán szereplő vonalakhoz hasonlókat nem is rajzolhatnánk a bolygóra.)

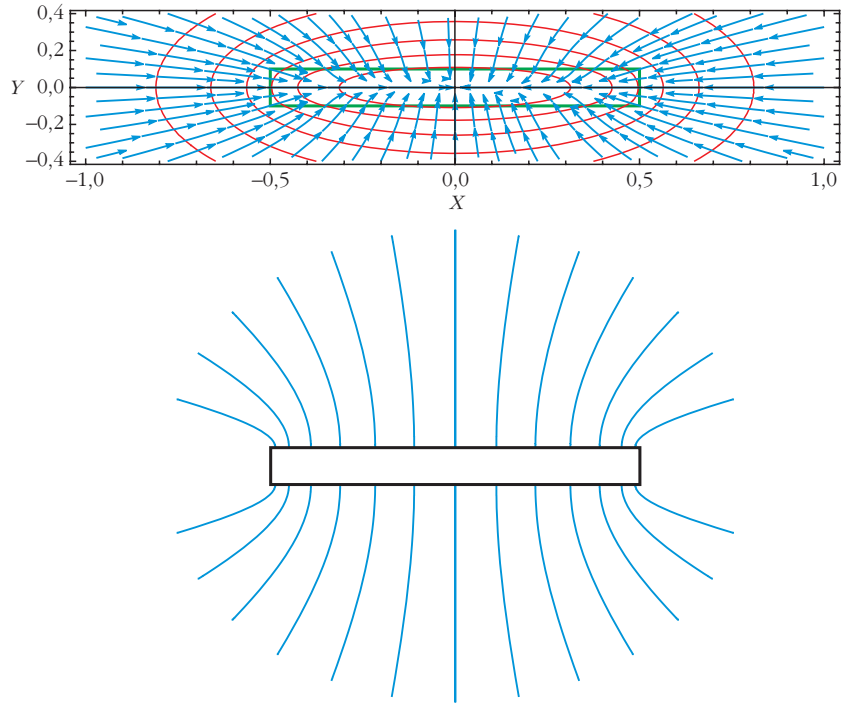
Definíció szerint a gravitációs gyorsulás a potenciál gradiensének mínusz egyszerese:

$$\mathbf{g} = (g_x, g_y, g_z) = \left(-\frac{\partial V(\mathbf{R})}{\partial X}, -\frac{\partial V(\mathbf{R})}{\partial Y}, -\frac{\partial V(\mathbf{R})}{\partial Z} \right). \quad (2)$$

Kiszámoltuk a gravitációs térerősség g_x, g_y komponenseit a Laposföld felszínén a Függelék (7) képlete alapján, a kapott erővonalak 4. ábrán láthatók. Az ábrából jól látható, hogy az erővonalak mindegyike a Laposföld középpontja felé mutat. Az 5. ábra a 3. és 4. ábrák egyesítése. Vegyük észre, hogy – a várakozásnak megfelelően – az erővonalak merőlegesek az ekvipotenciális felületekre.

Az erővonalakat és az ekvipotenciális vonalakat a Laposföldön túl is kiszámoltuk, ahogy ez a 6. ábrán látható. Első látásra meglepő, hogy Laposföld határán az erővonalak és az ekvipotenciálisok

nem törnek meg, hanem folytonosan haladnak át a határon. A gravitációs térrel sok tekintetben analóg módon tárgyalható elektrosztatikus esetben az erővonalak törése a határon megjelenő töltések következménye. Ugyanakkor a gravitációs tér esetében nem létezik gravitációs dipólus, így nincsenek felületi „töltések” sem. Ezért a térerősség határral párhuzamos (tangenciális) és merőleges komponensei is folytonosan mennek át a felületen: az előbbi a $\text{rot } \mathbf{g} = 0$ és a Stokes-tétel miatt, az utóbbi a Gauss-törvény és a Gauss-tétel miatt. A gravitációs és az elektrosztatikus erőter között az analógia csak korlátozott! Az erőter folytonos átmenevét az X - Z síkban, a Laposföld határán 7. ábra is jól mutatja.



7. ábra. A gravitációs erőter erővonalai és az ekvipotenciális vonalak az X - Z síkban Laposföldön kívül és belül, és egy töltött fémlap elektrosztatikus tere. Az utóbbi esetben az erővonalak merőlegesek a töltött felületre.

Furcsaságok Laposföldön

Az eddigiekből látható, hogy Laposföldön a gravitációs erőter alapvetően eltér a Földünket jól modellező homogén gömb alakú bolygó terétől. Ebben a részben részletesen megvizsgáljuk a főbb különbségeket.

A 3. ábrán láttuk, hogy Laposföld felszíne középpontjának a környékén a gravitációs potenciál minden irányban egyformán változik. A felszínen a $V(X, Y, h/2)$ potenciál csak az (X, Y) pont origótól mért

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

távolságától függ. Ennek igazolásához másodrendig fejtsük sorba a $V(X, Y, h/2)$ gravitációs potenciált, mint kétváltozós függvényt az X és Y változók szerint. A potenciál első deriváltja zérus, mert szimmetriaokok miatt a Laposföld felszínének közepén a gravitációs gyorsulás vízszintes komponense eltűnik. A potenciál második deriváltjait a Függelékben található (8) képlet alapján számolhatjuk ki. Számolásunk szerint a $V(X, Y, h/2)$ potenciál X és Y szerinti második deriváltja egyenlő a Laposföld közepén, míg a vegyes deriváltak zérust adnak ebben a pontban. Ezért a potenciál Taylor-sora alapján a következő analitikus eredményt kapjuk:

$$\begin{aligned} V(X, Y, h/2) &\approx V(0, 0, h/2) + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \Big|_{X=Y=0} X^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \Big|_{X=Y=0} Y^2 = \\ &= V_0 + \frac{1}{2} D(X^2 + Y^2), \end{aligned} \quad (3)$$

ahol D az effektív rugóállandó:

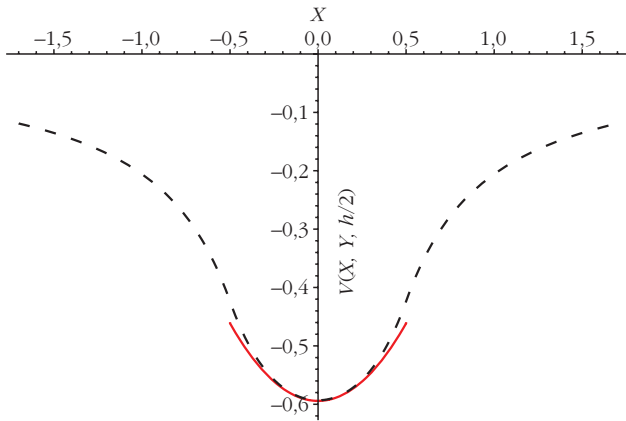
$$\frac{D}{f\rho} = 4 \arctg \left(\frac{\sqrt{2} h}{\sqrt{a^2 + 2 h^2}} \right),$$

valamint

$$\begin{aligned} \frac{V_0}{f\rho} &= a^2 \arctg \left(\frac{\sqrt{2} h}{\sqrt{a^2 + 2 h^2}} \right) + \\ &+ 2 h^2 \arctg \left(\frac{a^2}{2 \sqrt{2} h \sqrt{a^2 + 2 h^2}} \right) - \\ &- a^2 \text{arth} \left(\frac{\sqrt{2} h}{\sqrt{a^2 + 2 h^2}} \right) - \\ &- 4 h a \text{arth} \left(\frac{a}{\sqrt{2} \sqrt{a^2 + 2 h^2}} \right). \end{aligned}$$

A potenciál kvadratikus alakjából következik, hogy $g_X = -DX$ és $g_Y = -DY$. A potenciál fenti közelítése természetesen csak a felszín közepéhez közel érvényes. A 8. ábrán jól látszik, hogy a $V(X, 0, h/2)$ potenciál és annak (3) közelítő alakja eléggé jól egyezik $X < 0,4a$ esetén. Ugyanezt az eredményt kapjuk a felszín közepén átmenő tetszőleges irányú egyenes mentén.

Vizsgáljuk meg egy pontszerű test mozgását ebben az erőterben! Az m tömegű próbatest gravitációs po-



8. ábra. A potenciál pontos (szaggatott vonal) és a (3) képlettel adott, közelítő alakja (folytonos piros vonal) az X (a egységekben) függvényében Laposföld felszínén. A potenciált ($f\rho a^2$) egységekben számoltuk.

tenciális energiája $mV(x, y, z)$, és így a mozgásegyenlete a felszínen a (3) közelítő potenciált használva:

$$m\ddot{X} = -m \frac{\partial V(X, Y)}{\partial X} = -mDX \quad \text{és} \quad (4)$$

$$m\ddot{Y} = -m \frac{\partial V(X, Y)}{\partial Y} = -mDY.$$

E két egyenlet megoldása ellipszispálya az (X, Y) síkon, a keringési idő pedig a pálya méretétől függetlenül állandó

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{D}},$$

összhangban a kvadrátikus centrális erőterben a mechanika hasonlósági törvényével [12].

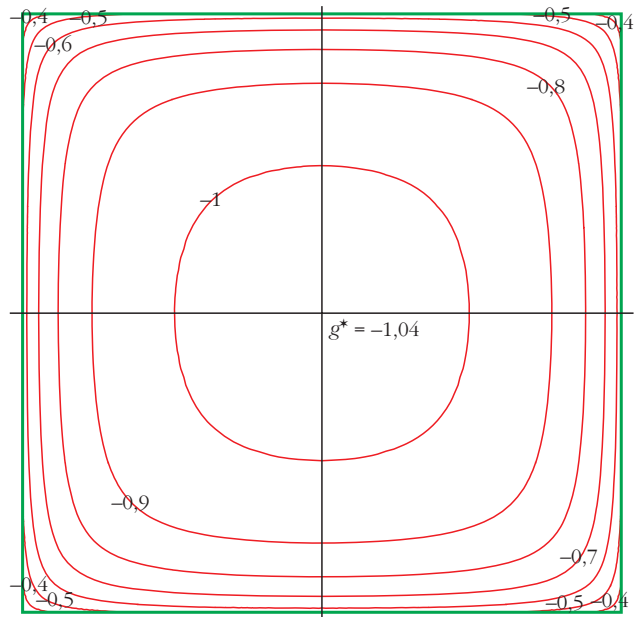
A továbbiakban vizsgáljuk meg a térerősség Laposföld felszínére merőleges komponensét! A Z tengely mentén ($X = Y = 0$) a középpont közelében a gravitációs potenciált Z szerint első rendig sorba fejtsük a $Z = h/2$ körül, felhasználva a Függelék (7) képletét kapjuk:

$$V(0, 0, Z) \approx V_0 + \left. \frac{\partial V(0, 0, Z)}{\partial Z} \right|_{z=0} = V_0 + g^* \left(Z - \frac{h}{2} \right), \quad (5)$$

ahol V_0 megegyezik a (3) képletben megadott értékkel, és

$$\frac{g^*}{f\rho} = 4 \operatorname{arctg} \left(\frac{a^2}{2\sqrt{2} h \sqrt{a^2 + 2h^2}} \right) - 4a \operatorname{arth} \left(\frac{a}{\sqrt{2} \sqrt{a^2 + 2h^2}} \right) + 4a \operatorname{arth} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right).$$

Az (5) képlet szerint a gravitációs potenciál a függőleges irányú Z koordinátával lineárisan nő, a fellépő g^* együttható tehát a függőleges irányú földi g



9. ábra. A g_z függőleges gravitációs gyorsulás kontúrdiagramja ($f\rho a$ egységekben) Laposföld felszínén az (X, Y) pont függvényében (a görbék mentén g_z értéke állandó).

gravitációs gyorsulás megfelelője. Hasonló sorfejtés nemcsak a felszín középpontjában, hanem annak tetszőleges pontjában elvégezhető, ekkor azonban a g_z függőleges irányú gravitációs gyorsulás függeni fog az X és Y felszíni koordinátáktól (emellett fellép a gravitációs gyorsulásvektor felszínnel párhuzamos komponense is, amit a 4. és 5. ábrán mutatunk be). Ezért érdemes megvizsgálni, hogy a felszín egyes pontjaiban hogyan változik a gravitációs gyorsulás.

A 9. ábrán a $g_z(X, Y)$ függőleges irányú gravitációs gyorsulás kontúrdiagramját ábrázoltuk az (X, Y) pont függvényében: a görbék mentén g_z értéke állandó, a középponttól távolodva lassan csökken. Látható, hogy a Laposföld belső részén (közelítőleg a $-0,3a < x, y < 0,3a$ tartományon) jó közelítéssel állandó a függőleges irányú gravitációs gyorsulás.

Fordítsuk le a képleteket fizikára, sőt inkább köznapit tapasztalatokra! A laposföldhívők úgy képzelik, hogy hipotetikus bolygójuk asztalsíma felszíne olyan, mint a Nagyalföld: az egész bolygón állandó gravitációs gyorsulást érzékelünk, és a felszínre merőleges testtartással tudunk járni. A fizika azonban mást mond. A gravitációs térerősség függőleges komponense függ a földrajzi helyzettől, a középponttól távolodva lassan csökken. Ami viszont sokkal fontosabb: a \mathbf{g} gravitációs térerősségvektornak (a $V(X, Y, Z)$ potenciál negatív gradiensének) vízszintes komponense is van, méghozzá a középponttól távolodva egyre nagyobb! Aki tehát Laposföld felszínén sétál, és nem akar elesni, annak a felszíni merőlegeshez képest meg kell döntenie testét, méghozzá a középponttól kifelé, a perem felé dőlve, hogy a \mathbf{g} vektor a fejétől a talpa irányába mutasson. A „függőleges” irány tehát nem merőleges Laposföld síkjára, hanem ferde: minél inkább közeledünk a bolygó pereméhez, annál nagyobb szögben dől. Hol tapasztalunk a Földön ehhez

hasonló jelenséget? Hegymászáskor – amikor egy ferde hegyoldalon kapaszkodunk felfelé, akkor testünket a felszínre merőleges egyeneshez képest meg kell döntenünk, erre kényszerít a gravitáció! Laposföld lakói bolygójuk egész felszínén (geometriai szempontból hiába sík) ilyen hegyoldalon mászkáló turistáknak vagy kőszáli kecskéknak érezhetik magukat (kivéve a középpont közvetlen környezetét, ahol a \mathbf{g} térerősségvektor vízszintes komponense elhanyagolható). A négyzetes felszín sarkai hatalmas hegységekként tornyosulnak a négyzetlap középpontját kitöltő medence fölé, és a hegyoldal meredeksége a perem felé közeledve egyre nagyobb lesz.

Lássunk néhány számadatot! Tételezzük fel, hogy Laposföld mérete nagyságrendileg megegyezik a mi kerek Földünkével, legyen tehát a négyzet oldala $a = 10\,000$ km, a lapos hasáb vastagsága $h = 2000$ km, a hasábot alkotó homogén közet sűrűsége pedig egyezzen meg a Föld átlagos $\rho = 5,5$ g/cm³ sűrűségével! Ekkor az (5) egyenlet, illetve a *Függelékben* közölt képletek alapján kiszámíthatjuk Laposföld felszíni gravitációs terének jellemző adatait. (Érdeemes ezeket összehasonlítani a Föld felszínén függőleges irányban mérhető 9,81 m/s² gravitációs gyorsulással.)

Laposföld közepén a gravitációs gyorsulás – a szimmetria miatt – függőleges irányú, értéke $g^* = 3,81$ m/s², azaz földi egységben kifejezve 0,39 g. Ne csodálkozzunk az érték kicsiny voltán: bár Laposföld átmérőjét a Föld 12 800 km-es átmérőjéhez hasonlóan képzeljük el, a négyzetlap vastagsága sokkal kisebb a Föld gömbjének ugyanakkora „vastagságánál”. Ezért Laposföld tömege, így eredő gravitációs hatása is sokkal gyengébb a Földénél.

A függőleges irányú gravitációs gyorsulás értéke a középponttól távolodva csökken, és a négyzet peremének középső pontjában már csak $g_z = 1,99$ m/s² lesz, viszont megjelenik egy $g_x = 3,15$ m/s² nagyságú „vízszintes”, Laposföld síkjával párhuzamos, a négyzet közepe felé mutató komponens is – a vízszintes irányú gravitációs erő tehát sokkal nagyobb, mint a függőleges! Aki itt, a négyzet peremén megpróbál megállni a lábán, annak teste a talajjal 32°-os szöveget zár be. Úgy érzi tehát magát, mint egy 58°-os meredekségű hegy oldalában.

Ugyanezek az adatok a Laposföldet alkotó négyzet csúcsán még durvábbak: a gravitációs gyorsulás függőleges, a talajra merőleges komponense már csak $g_z = 1,05$ m/s², míg a vízszintes, a talajjal párhuzamos komponens 2,52 m/s² lesz, a gravitációs gyorsulásvektor talajjal bezárt szöge 23°, ami egy 67° meredekségű hegyoldalnak felel meg.

Ha Laposföldet nagyobbak, mondjuk 20 000 km élű négyzetnek képzeljük el, de a h/a arányt változtatlanul hagyjuk, akkor a gravitációs gyorsulás fenti értékei kétszeresükre nőnek, de az általános kép nem változik, és a peremen mérhető dőlésszögek is ugyanazok maradnak.

Vajon mit tapasztalnak a bolygó peremét meglátogató laposföldi turisták? Semmit, hiszen extra felszerelés nélkül nem is juthatnak el a peremhez vagy a csú-

csokhoz! A gravitáció ugyanis nemcsak az emberekre hat, hanem a levegőre is: a bolygó légköre a síklap középpontja környékén koncentrálódik. A felszínen sétálva (avagy „hegyet mászva”) és a perem felé közeledve lassan kiemelkedünk az egyre ritkuló légkörből. Ezért a négyzetlap pereme és csúcsai levegőtlen sziklákként a világűrbe merednek. Ha a Laposföld méretei és a középpont körüli gravitáció a földihez hasonló, akkor a négyzetlap sarkai több ezer kilométer magaságú hegyeknek felelnek meg – a csúcsok magasságában már messze a világűrben járnánk. Ezt a hegy-mászást szkafander (és sok heti élelem) nélkül senkinek sem ajánljuk.

Mi a helyzet a négyzetlap kényelmesen lakható középpontja környékén? Itt az emberek nagyjából függőleges testtartással járnak, azonban érzik a gravitációs térerősség középpont felé húzó vízszintes komponensét. A (4) egyenlet szerint ez az erő arányos a középponttól való távolsággal. Tegyük fel, hogy télen jég borítja a talajt, akkor az emberek el is kezdenek csúszni a középpont felé. Ha pedig oldalirányú sebességgel is rendelkeznek, akkor korcsolyájukon keríteni kezdenek a középpont körül, a (4) egyenlet megoldásánál említett keringési idővel. A bolygó fenti paraméterei esetén a keringési idő 167 perc lesz – ezt a földi úrhajók és műholdak 90 perces keringési idejével kell összehasonlítani.

Itt említjük meg, hogy 2020-ban az Ortvay Rudolf nemzetközi fizikai problémamegoldó versenyen szerepelt egy feladat a laposföldi korcsolyázással kapcsolatban [13]. A feladat a fentiek alapján könnyen megoldható.

Laposföld óceánja

Ha már hegyet másztunk és korcsolyáztunk, akkor ne hagyjuk ki a laposföldhívők másik kedvenc, sokat emlegetett sportját, a tengeri hajókázást sem. Ők úgy képzelik, hogy Laposföld tengerének felszíne (a kismértékű hullámzástól eltekintve) tükörsíma, és belesimul az egész bolygó síkjába. Különös gondolatfutatokkal próbálják megmagyarázni, miért nem látjuk Bretagne partjairól az amerikai kontinens partjait – ezt a légkör fénytörésére vagy fényelnyelésére fogják. Lássuk tehát, mi határozza meg a tenger felszínének alakját egy valóban lapos bolygón, azaz Laposföldön!

Mint tudjuk, a nyugalomban levő víz felszíne vízszintes. Mit jelent ez? Azt, hogy nem folyik el egyik irányba sem. Miért folya el? Mert ha lenne a gravitációs erőnek a felszínnel párhuzamos komponense (ahogy patakok és folyók esetében van is!), akkor a víz azonnal megindulna a lejtés irányába. Mikor nem folyik hát a víz, mikor maradhat nyugalomban? Csakis akkor, ha felszíne a gravitációs erőter ekvipotenciális felülete.

A Föld esetében ez a felület a bolygó gömbszimmetrikus alakja miatt szintén gömb. (Tekintsünk most el a Hold aszimmetrikus irányú gravitációs hatása miatt fellépő árapály-effektusoktól.) Laposföld esetében azonban láttuk, hogy a gravitációs térerősség \mathbf{g} vektor-

ra nem merőleges a sík felszínre, ezért ez a felszín nem ekvipotenciális felület. A valódi ekvipotenciális felületeket meghatározhatjuk a gravitációs potenciál (6) képlete alapján. E felületek bolygó síkjával vett metszésvonalait mutatja be 6. *ábra*, az erre a síkra merőleges metszetek a 7. *ábrán* láthatók. Jól látszik, hogy az ekvipotenciális felületek Laposföld síkja fölött „kidudorodnak”, ezek egyike lesz az óceán felszíne.

Azt, hogy ezen ekvipotenciális felületek közül ténylegesen melyik lesz a vízfelszín, az óceán teljes vízmennyisége határozza meg, és csak numerikusan lehet kiszámítani. A 2022-es Ortway Rudolf nemzetközi fizikai problémamegoldó versenyen is szerepelt egy feladat, amelyben éppen a laposföldi óceán alakját kellett kiszámolni [14].

E feladatban azt tételeztük fel, hogy Laposföld négyzetes hasábjának vastagsága negyede a négyzet oldalának, az óceán partvonala pedig éppen félúton húzódik a négyzet középpontja és éle között. Ezen adatok alapján már ki lehetett számítani a part megjelölt pontján áthaladó ekvipotenciális felület adatait. Egyebek közt azt is, amire a feladat kérdezett: milyen magasan áll az óceán vize a négyzet középpontja fölött? Ez az adat az óceán maximális mélysége, feladatunk numerikus adatai esetén a négyzet a oldalélének $0,0356$ -szorososa. Ha Laposföldet a Földhöz akarjuk hasonlítani, válasszuk a négyzet oldalát $10\,000$ km hosszúságúnak (ekkor a kőzetlap vastagsága 2500 km), az óceán legnagyobb mélysége pedig 356 km. Hasonlítsuk ezt össze a földi óceánok átlagosan 4 km-es, maximálisan 11 km-es mélységével – láthatjuk, hogy a laposföldi óceán valóban jelentősen különbözik földi megfelelőjétől!

A földi óceán a szilárd kéreg homorulataiban helyezkedik el (vagy inkább fordítva: mivel a felszín nagyobb részét tenger borítja, azt mondhatjuk, hogy a szárazföldek a kéreg magasabban elhelyezkedő részei). Ezzel szemben a laposföldi óceán egy hatalmas vízlencse a bolygó síklapjára helyezve: úgy dudorodik ki a felszín fölé, mint a zsíros papírra csöppentett vízcsepp. Míg azonban az utóbbit a felületi feszültség stabilizálja, addig a laposföldi óceánt a ferdén ható gravitációs erő koncentrálna a bolygófelszín középpontja közelébe. Az óceán alakját a 10. *ábra* mutatja be. Megemlítjük, hogy *Chapell* és társai cikkében [3] sok egyéb érdekes effektus mellett egy kocka alakú bolygó egyik lapján elhelyezkedő óceán háromdimenziós ábrája is látható.

Mivel a fény Laposföldön is egyenes irányban terjed (a gravitáció fényt elhajlító hatása ugyanúgy elhanyagolható, mint a Föld esetében), a laposföldi óceán

10. *ábra*. Laposföld óceánja. Az óceán felszíne a $V(X, Y, Z)$ gravitációs potenciál ekvipotenciális felülete.



egyik partján lakók éppen úgy nem láthatják a túlsó partot, mint a franciák Amerikát. Ráadásul a strandolásról is le kell mondaniuk: Laposföldön nincsenek lapos, lassan mélyülő sekély vízzel lepett homokos tengerpartok: a laposföldi szárazföld síkja mindenütt éles szögben emelkedik ki a vízből. A Földön például a dalmát tengerparton láthatunk hasonló helyzetet.

Képzeljük el az életet a laposföldi óceánban! A víz több száz km-es mélysége miatt semmiféle földi élőlény nem élhetne meg a tenger mélyebb zónáiban, ahol óriási a nyomás. Az általunk ismert élet csak az óceán felszíne közelére és a tengerpart melletti keskeny, viszonylag sekély gyűrűre terjedne ki. Akárcsak a szárazföldi élet: nem messze az óceán partjától a négyzet könyörtelenül emelkedő (nek tűnő) lapja már eléri a világűr, így a laposföldiek élettere csak az óceán körüli keskeny, gyűrű alakú sávra korlátozódik.

Ha a laposföldiek tudománya is létrehozza a földihez hasonló szintű fizikát, ők is levelezhetik e cikkben leírt eredményeket. A gravitációs téreösségre vonatkozó méréseikhez illesztett képletek alapján meghatározhatják bolygójuk átlagos sűrűségét és a négyzetlap vastagságát is. És ha elég fantáziával áldotta meg őket a sors, akkor akár arról is ábrázolhatnánk, hogy a lapos négyzet túlsó oldalán hozzájuk hasonló lények élhetnek, másik lencse alakú óceánnal, tőlük teljesen független evolúcióval a hátuk mögött. E feltételezett testvéreiket azonban az űrhajózás kifejlesztése előtt nem látogathatják meg, legfeljebb, ha civilizációjuk legnagyobb technikai vállalkozásával átfúrják a bolygó lapos lapját. (Természetesen Laposföld és más furcsa alakú bolygók átfúrásáról is készült egy feladat egy korábbi Ortway-versenyre [15].)

Összegzés

Kiszámoltuk Laposföld gravitációs terét, és ez alapján megállapíthatjuk, hogy Laposföldön valóban furcsa az élet. A gravitációs erővonalak a felszín közepe felé mutatnak. Ezért a folyók is a középpont felé áramlanak, táplálva a lencse alakúan kidomborodó, rettenetesen mély óceánt. Az itt élő emberekre hat egyrészt a megszokott, felszínre merőleges irányú gravitációs erő, de emellett fellép egy középpont felé mutató erő is. A sík felületen a középponttól távolodva olyan, mintha egy emelkedőn kellene felkapaszkodni. Ha nincs óceán, de jég borítja a négyzet közepét, akkor korcsolyázni is lehet: az emberek a középpont körül a ellipszispályán haladnak úgy, hogy a keringési idejük a középponttól mért távolságtól függetlenül azonos (ha ez a távolság nem túl nagy). Ugyanakkor a gravitációs gyorsulás csak lassan változik a középponttól távolodva. A bolygó légköre is Laposföld síkjának közepére koncentrálódik, a négyzet élei és sarkai pedig elérhetetlen hegygerincekként és hegycsúcsokként nyúlnak ki a világűrbe.

Ebben a cikkben nem vizsgáltuk a korong alakú bolygó gravitációs terét, az érdeklődő olvasónak Nagy munkáját javasoljuk [16]. Mindenesetre a bolygó felszí-

nén kvalitatíven ugyanazt az erőteret várjuk, az erővonalak a korong felszínén annak közepe felé fognak mutatni a téglatest alakú bolygóhoz hasonlóan (ám az 5. és 6. ábrákkal ellentétben az erővonalak nem görbülnek, hanem sugárirányban mutatnak befelé, az ekvipotenciális vonalak pedig körök lesznek). A cikkben leírt geológiai, meteorológiai, biológiai és turisztikai következtetések sem nagyon térnek el a négyzet és a korong alakú bolygó esetén – az egyetlen lényeges különbség, hogy utóbbi esetben a négyzet sarkai képviselte, úrbé meredő büszke hegycsúcsok hiányoznak.

Végül az Olvasóra bízunk, hogy eldöntse hol jobb élni: Laposföldön, vagy a mi, jól megszokott Földünkön. Remélhetőleg a cikk olvasása után lesz, aki jövőre az Ortway Rudolf nemzetközi fizikai problémamegoldó versenyen a témával kapcsolatban egy újabb feladatot javasol a szervezőknek (akik megegyeznek e cikk szerzőivel).

Függelék

Téglatest gravitációs potenciálja

és első két deriváltja

Ahogy a bevezetőben említettük, az irodalomban jól ismert, hogy téglatestre a gravitációs potenciál (1) egyenletben felírt hármas integrálja analitikusan kiszámolható. Az alábbi képletek a téglatesten kívül és belül egyaránt érvényesek, és például *Haáz* cikkében megtalálhatók [7]. A teljesség kedvéért az alábbiakban felsoroljuk ezeket a formulákat. Ebben a cikkben ezeket a képleteket programoztuk be és használtuk az analitikus és a numerikus számításokhoz.

• A gravitációs potenciál:

$$V(\mathbf{R}) = \rho f \left[\left[\left[\varphi(x, y, z) \right]_{z=Z-C}^{z=Z+C} \right]_{y=Y-B}^{y=Y+B} \right]_{x=X-A}^{x=X+A}, \quad (6)$$

ahol

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) = & \frac{1}{2} \left[x^2 \arctg \left(\frac{yz}{xr} \right) + y^2 \arctg \left(\frac{xz}{yr} \right) + \right. \\ & \left. + z^2 \arctg \left(\frac{xy}{zr} \right) \right] - \\ & - [yz \ln(x+r) + xz \ln(y+r) + \\ & + xy \ln(z+r)], \end{aligned}$$

valamint

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

és

$$[f(u)]_{u=u_1}^{u=u_2} = f(u_2) - f(u_1).$$

Az utolsó képlet a Newton–Leibniz-formula. Az $\arctg(x)$ értelmezése: $-\pi/2 < \arctg(x) < \pi/2$. Ha a ha-

tározott integrálok kiszámításához alkalmazzuk a Newton–Leibniz-formulát a három változóra, akkor a $V(\mathbf{R})$ potenciál 48 tagból fog állni.

• A téglatest gravitációs erőtere, a potenciál első deriváltjai:

A \mathbf{g} gravitációs térerősséget a (2) egyenletben adtuk meg. A levezetést mellőzve itt csak felsoroljuk téglatestre a térerősség komponenseit:

$$\begin{aligned} g_i &= \frac{\partial V(\mathbf{R})}{\partial R_i} = \\ &= \rho f \left[\left[\left[\varphi_i(x, y, z) \right]_{z=Z-C}^{z=Z+C} \right]_{y=Y-B}^{y=Y+B} \right]_{x=X-A}^{x=X+A} \end{aligned} \quad (7)$$

és

$$\varphi_1(x, y, z) = x \arctg \left(\frac{yz}{xr} \right) - y \ln(z+r) - z \ln(y+r),$$

$$\varphi_2(x, y, z) = y \arctg \left(\frac{xz}{yr} \right) - x \ln(z+r) - z \ln(x+r),$$

$$\varphi_3(x, y, z) = z \arctg \left(\frac{xy}{zr} \right) - x \ln(y+r) - y \ln(x+r),$$

ahol $i = 1, 2, 3$ és $R_1 = X, R_2 = Y, R_3 = Z$.

• A téglatest potenciáljának második deriváltjai:

Gyakran van szükség a gravitációs potenciál második deriváltjaira. Téglatestre ezeket a formulákat megtalálhatjuk például *Haáz* cikkében [7]. A levezetést ismét mellőzve itt csak felsoroljuk a képleteket:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V(\mathbf{R})}{\partial R_i \partial R_j} &= \\ &= \rho f \left[\left[\left[\varphi_{ij}(x, y, z) \right]_{z=Z-C}^{z=Z+C} \right]_{y=Y-B}^{y=Y+B} \right]_{x=X-A}^{x=X+A} \end{aligned} \quad (8)$$

és

$$\varphi_{11}(x, y, z) = \arctg \left(\frac{yz}{xr} \right), \quad \varphi_{22}(x, y, z) = \arctg \left(\frac{xz}{yr} \right),$$

$$\varphi_{33}(x, y, z) = \arctg \left(\frac{xy}{zr} \right), \quad \varphi_{12}(x, y, z) = -\ln(z+r),$$

$$\varphi_{13}(x, y, z) = -\ln(y+r), \quad \varphi_{23}(x, y, z) = -\ln(x+r),$$

ahol $i, j = 1, 2, 3$.

Itt szeretnénk megemlíteni, hogy ezeket a képleteket valószínűleg *Eötvös Loránd* is használta, amikor a gravitációs állandó meghatározásához két ólomtéglaközé helyezett inga lengésidejét mérte (lásd *Eötvös* cikkében a 251–258. oldalakat a [17] hivatkozásban). Azt, hogy *Eötvös* méréseiben miért a gravitációs potenciál második deriváltjai jelennek meg, részletesen leírtuk a [11] cikkben.

Megjegyzések, kiegészítések

Könnyen belátható, hogy ha az R pont a téglatest valamely sarkán vagy az egyik élén vagy egyik lapján helyezkedik el, akkor a fenti $\varphi(x, y, z)$ primitív függvény bizonyos tagjai szingulárisak, ami az analitikus és a numerikus számolásoknál gondot okozhat. Ugyanakkor, megmutatható, hogy ezen pontokban a szinguláris függvények határértéke zérus. Például a (6) képlet szerint a téglatest mind a nyolc sarokpontjában egy $x \cdot y \ln(z+r)$ alakú kifejezést kellene kiszámítani a vizsgált pont és a sarokpont távolságát mérő (x, y, z) változók $(0, 0, 0)$ értékénél, de ezen a helyen a képlet nincs értelmezve. Megmutatható azonban, hogy a kifejezés határértéke létezik:

$$\lim_{(x, y, z) \rightarrow (0, 0, 0)} x \cdot y \ln(z+r) = 0. \quad (9)$$

Hasonlóan kezelhetők a primitív függvény más szinguláris pontjai is [6]. Ezért a gravitációs potenciál a teljes háromdimenziós térben értelmezhető.

Végül megjegyezzük, hogy számos cikkben a fenti képletekben az $\ln(r+z)$ helyett az $\operatorname{arth}(z/r)$ függvény szerepel (lásd például [2]). A továbbiakban megmutatjuk, hogy mindkét primitív függvénnyel ugyanazt az eredményt kapjuk, ha a Newton–Leibniz-formula szerint kiértékeljük a megfelelő határozott integrálokat. Valóban az

$$\begin{aligned} \operatorname{arth}\left(\frac{z}{r}\right) &= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{r+z}{r-z}\right) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{(r+z)^2}{r^2-z^2}\right) = \\ &= \ln(z+r) - \frac{1}{2} \ln(r^2-z^2) = \\ &= \ln(r+z) - \frac{1}{2} \ln(x^2+y^2) \end{aligned}$$

végeredményben a második tag csak az x és az y változótól függ, és ezért a z változó szerint alkalmazva a Newton–Leibniz-formulát a járuléka zérus lesz. Így annak ellenére, hogy az $\ln(r+z)$ és az $\operatorname{arth}(z/r)$ primitív függvények különbözők, határozott integráljuk z szerint azonos eredményt adnak. Hasonlóan a fenti képletekben az $\ln(r+x)$ és az $\ln(r+y)$ függvények helyett használhatjuk az $\operatorname{arth}(x/r)$ és az $\operatorname{arth}(y/r)$ primitív függvényeket is. Tapasztalataink szerint *Mathematica* programot használva analitikus eredményeket gyorsabban kaphatunk az arth függvénnyel.

Irodalom

1. Balavány György: És mégis lapos a Föld? *24.hu internetes újság*, <https://24.hu/belfold/2017/08/06/es-megis-lapos-a-fold/>

2. Jörg Waldvogel: The Newtonian potential of a homogeneous cube. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik* 27 (1976) 5–9; <https://ur.booksc.eu/book/6642564/547a4d>
3. James Michael Chappell, Mark John Chappell, Azhar Iqbal, Derek Abbott: The Gravity Field of a Cube. *Physics International* 3 (2012) 50–57; <https://doi.org/10.3844/pisp.2012.50.57>
4. Zakir F. Seidov, P. I. Skvirsky: *Gravitational potential and energy of homogeneous rectangular parallelepiped*. <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0002496>
5. Dezső Nagy: The gravitational attraction of a right rectangular prism. *Geophysics* 31 (1966) 362–371; <https://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1439779> és Dezső Nagy: A chart for the computation of the gravitational attraction of a right rectangular prism. *Pure and Applied Geophysics*, 102 (1973) 5–14; <https://doi.org/10.1007/BF00876587>
6. D. Nagy, G. Papp, J. Benedek: The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy*, 74 (2000) 552–560; <https://doi.org/10.1007/s001900000116>
7. Haáz István Béla: Kapcsolat a derékszögű hasáb tömegvonzásának potenciálja és e potenciál deriváltjai között. *Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, Geofizikai Közlemények II/7* (1953) 55–67; http://epa.oszk.hu/02900/02941/00002/pdf/EPA02941_geofizikai_kozlemenyek_1953_02_057-066.pdf
8. Jörg Waldvogel: The Newtonian potential of homogeneous polyhedra. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik* 30 (1979) 388–398; <https://ur.booksc.eu/book/6644149/cce215>
9. Bijendra Singh, D. Guptasarma: New method for fast computation of gravity and magnetic anomalies from arbitrary polyhedra. *Geophysics* 66 (2001) 521–526; <https://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1444942?journalCode=gpysa7> és <http://repository.ias.ac.in/28174/1/310.pdf>
10. John T. Conway: Analytical solution from vector potentials for the gravitational field of a general polyhedron. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 121 (2015) 17–38; <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s10569-014-9588-x.pdf>
11. Cserti József, Dávid Gyula: Az Eötvös-inga képletei. *Fizikai Szemle* 69/7–8 (2019) 219–227; http://fizikaiszemle.hu/uploads/2019/08/fizszem-20190708-cserti-david_09_56_51_1567151811.4595.pdf
12. L. D. Landau, E. M. Lifsic: *Elméleti Fizika I. (Mechanika)* Tankönyvkiadó, Budapest, 1974.
13. Ortway Rudolf nemzetközi fizikai problémamegoldó verseny, 2020. 27. feladat, kitűzők: Cserti József és Dávid Gyula; <https://ortway.elte.hu/2020/H20.pdf>
Az ellenőrző számolás során kiderült, hogy ha a feladatnak megfelelően a többi feltétel mellett feltesszük, hogy (idézve a feladathoz) „... a korcsolyázó Bátrak pedig pontosan ugyanannyi idő alatt kerültk meg a várost, mint amennyi idő alatt a »gömbölyű Föld« lakóinak állítása szerint az általuk alkotott szerkezet, az »egyenlítői műhold« körbejárta bolygójukat.”, akkor nincs megoldás a h/a arányra. De ha a laposföldi keringésidő például kétszer akkora, mint a műhold keringési ideje, akkor már van megoldás.
14. Ortway Rudolf verseny, 2022. 11. feladat, kitűző: Cserti József; <https://ortway.elte.hu/2022/H22.pdf>
15. Ortway Rudolf verseny, 2018. 33. feladat, kitűző: Cserti József; <https://ortway.elte.hu/2018/H18.pdf>
16. Dezső Nagy: The Evaluation of Heuman's Lambda Function and its Application to Calculate the Gravitational Effect of a Right Circular Cylinder. *Pure and Appl. Geophys* 62 (1965) 5–12; <https://doi.org/10.1007/BF00875282>
17. B. Eötvös Loránd: Vizsgálatok a gravitatio és a mágnesség köréből (Elsődleges jelentés). *Matematikai Természettudományi Értesítő, a M. Tud. Akadémia III. Osztályának folyóirata, XIV* (1896) 221–266; https://adt.arcanum.com/hu/view/MatEsTtudErtesito_14/?pg=255&layout=s



Az Eötvös Társulat főnt van a **facebook**-on!



KLÍMAVÁLTOZÁS ÉS ENERGIAPOLITIKA, A GEOFIZIKUS SZEMÜVEGÉN ÁT

Szarka László Csaba

ELKH Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet, Sopron

A napi hírekből is érzékelhető, hogy a legkülönfélébb idő- és tértartományú természeti változások nem szűntek meg létezni. Folytonos változásban van a Nap és a Föld belseje is. Ahhoz, hogy az ember éghajlat-befolyásoló hatását érdemben meg lehessen mondani, mindekelőtt a természet sokféle változásait kellene jobban ismernünk. A tisztánlátást zavaros definíciók és természettudományon kívüli értékrendek és érdekek is nehezítik, irracionális energiapolitika felé sodorják a világot.

Bevezetés: sajtóhírek

2022. június végén járta be a világsajtót a hír: az Európai Űrkutatási Ügynökség (ESA) SWARM műholdhármasának a Föld feletti magassága (különösen a két alsó – 430 km magasán keringő – műholdé) elkezdett rohamosan csökkenni: az 5-6 éve tapasztalt átlagosan 2 km/év süllyedés a legutóbbi hónapokban 20 km/év mértékűvé vált [1]. *Anja Stromme*, a misszió vezetője a jelenséget a légköri sűrűlódás megnövekedésének tulajdonítja, ami mögött szerinte a 2020-tól újra erősödő naptevékenység áll. (2019 decemberében kezdődött az új – 1755 óta a 25. – napciklus, ami várhatóan 2024–2026-ban tetőzik és 2030 táján fejeződik be. E ciklus a várakozásokkal ellentétben sokkal intenzívebb, mint amilyenek előre jelezték.)

Néhány hónapja pedig azt olvashattuk, hogy az *Elon Musk* által alapított SpaceX (Space Exploration

Technologies) által 2022. február harmadikán pályára állítani kívánt 49 Starlink műhold közül körülbelül negyven meghibásodott, egy épp akkor kitört geomágneses vihar miatt [2].

Viharos Nap

Amint köztudott, a geomágneses viharok okozója a napszél, ami a legtöbbször napfelszíni koronakitörésekből indul. Egy ilyen vihar 1989. március 13–14-én Kanadában áramszünetet idézett elő. Az 1859. szeptember eleji – ennél nagyobb – Carrington-esemény pedig már az akkori távírvonalakban súlyos működési zavarokat okozott. Ha ma törne ki ekkora geomágneses vihar, a geomágneses indukció következtében nem csak a földi elektronikai eszközöket tenné tönkre, hanem a távvezeték-hálózatokat is megrongálná [3]. A földtörténetben és az emberi történelemben sokszor voltak és bármikor bekövetkezhetnek ennél nagyságrendekkel cifrább, sőt globális katasztrófát okozó események is.

A napállandó (a teljes besugárzás, Total Solar Irradiance, röviden TSI, körülbelül 1360 W/m^2) sem állandó, hanem folytonosan változik. Folyamatos megfigyelése körülbelül öt évtizede, műholdakról folyik. A TSI trendjeit mégis különféleképpen értelmezik [4]. Ebből pedig a műholdas korszak előtti évtizedekre is eltérő következtetések adódnak. Tizenhat egymástól eltérő TSI-rekonstrukció ismert. Az IPCC (a Kormányközi Klímaváltozási Testület) által kizárólagosan ajánlott verzióból az a konklúzió adódik, hogy a jelenkori klímaváltozásra nincs hatással a Nap. De ha az ACRIM (Active Cavity Radiometer Irradiance Monitor) adatbázisból indulunk ki, akkor a Nap a meghatározó. Különösen abban az esetben, ha az északi féltekéről csak azon meteorológiai állomások hőmérséklet-adatait vesszük figyelembe, amelyek környezete máig megőrizte vidéki jellegét [4]. E cikket a folyóirat honlapjáról egy év alatt több, mint harmincezerszer töltötték le. A TSI-sztori technikai és emberi hátterébe izgalmas riportfilm [5] ad betekintést.

A Föld belseje is folyton változik

Ismert, hogy a földmag külső részében generálódó „állandó” mágneses tér folyton változik. Hosszú évtizedek óta csökken: a mágneses dipólmomentum 120

A *Fizikai Szemle* szerkesztőbizottsága az 1972-ben meghirdetett VÉLEMÉNYEK sorozatát tovább folytatja ez évben is. A szerkesztőbizottság állásfoglalása alapján „a *Fizikai Szemle* feladatául vállalja el, hogy teret nyit a fizikai kutatásra és fizika oktatására vonatkozó véleményeknek, ha azok értékes gondolatokat tartalmaznak és építő szándékúak, függetlenül attól, hogy egyeznek-e a lap szerkesztőinek nézetével, vagy sem”. Ennek szellemében várjuk továbbra is olvasóink, várjuk a magyar fizikusok, fizikatanárok leveleit.



Szarka László Csaba geofizikus–mérnök, az MTA rendes tagja, soproni egyetemi tanár. Az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutató Intézet kutatója (1977–2010), az MTA Titkárság Kutatóintézeti Főosztály vezetője (2010–2015), az MTA Csillagászati és Földtudományi Kutatóközpont főigazgatója (2016–2018). 2019-ben – nyugdíjasként – az Eötvös 100 koordinációs testület elnöke volt. Elektromágneses geofizikával és környezeti kérdésekkel foglalkozik.

év alatt például 7,5%-kal. A mágneses tér csökkenése Dél-Amerika fölött a legnagyobb mértékű, és újabban Dél-Afrika közelében is kialakult egy másodlagos minimum (lásd [6], 16. ábra, vagy [7]). Mindez épp SWARM-műholdadatokról tudható. A földi mágneses teret legjobban helyettesítő képzeletbeli rúd-mágnes helyzete is módosult 1900 óta. Az a két pont, ahol a földi mágneses tér éppen függőleges irányú (az egyik – a déli – mágneses pólus a földrajzi északi pólus közelében, a másik – az északi – mágneses pólus a földrajzi déli pólus közelében) több tíz km/év sebességgel, egy irányban mozog. Az előbbi Kanadából Szibéria fölé került át [8]. Nem zárható ki, hogy a geomágneses tér polaritása rövidesen teljesen ellenkezővé fordulhat. Időszerű lenne, hiszen a földtörténet tanúsága szerint nagyjából 200 ezer évenként következtek be geomágneses térátfordulások, és a legutolsó jól ismert átfordulás 780 ezer éve történt. Az elmúlt évtizedek során azonban kiderült, hogy a geomágneses térnek ennél sokkal gyakrabban voltak kisebb-nagyobb kirándulásai (excursion-jei), sőt nagyobb rángásai (jerk-jei) is. Még a neandervölgyi ember kipusztulásának egyik lehetséges magyarázataként is felmerült a körülbelül 40 ezer éve átfordult, majd visszabilent geomágneses tér. Amikor először (2003-ban) foglalkoztam a geomágneses tér lehetséges pólusváltásával [9], akkor az átforduláshoz szükséges időt ezertízezer évre becsültük. Egy mai modellezés szerint a mostani állapotból kiindulva a teljes átbillenés folyamata akár száz év alatt is lejátszódhat.

Szintén tudható [10] (friss sajtóhírekből is [11]), hogy a földmag forgása időnként előresiet, máskor lemarad a litoszférához képest. Ami kézenfekvő magyarázatot adhat a Föld tengely körüli forgásidejében (és a forgástengely irányában) megfigyelt jellegzetes időbeli változásokra. Egy teljes körülforgás idejéhez (1 nap = 24 óra = 86400 másodperc) képest milliszekundumos nagyságrendet képzeljünk el, de az impulzusnyomaték-megmaradás törvénye értelmében ezek az aprónak tűnő gyorsulások és lassulások a légkör áramlási rendszerére nézve komoly következménnyel járnak. A legutóbbi trendváltozás a forgásidőben 1971 táján következett be [10], és tény, hogy ezt néhány éven belül az éghajlat megváltozása követte. (Mint ismert, az 1940 körül kezdődött globális lehűlés a hetvenes évek közepén fordult át melegedésbe.) 2022-ben több, különlegesen rövid forgásidőt (naphosszt) jegyeztek fel.

A fizikai mechanizmusokra kidolgozott hipotézisek nyitott nap- és földfizikai kérdések sokaságára mutatnak rá. Egyes földrengéseket is napkitörések által előidézett légköri zavarok előznek meg [12]. A globális elektromos áramkör is jórészt ismeretlen még [13].

Kőbe vésett múlt

A geofizikusok a földfizikai folyamatokat figyelik meg, a geológusok pedig a folyamatok földfelszíni és mélybeli következményeit vizsgálják. Nos, a Föld története felfogható természetes (azaz emberi részvétel

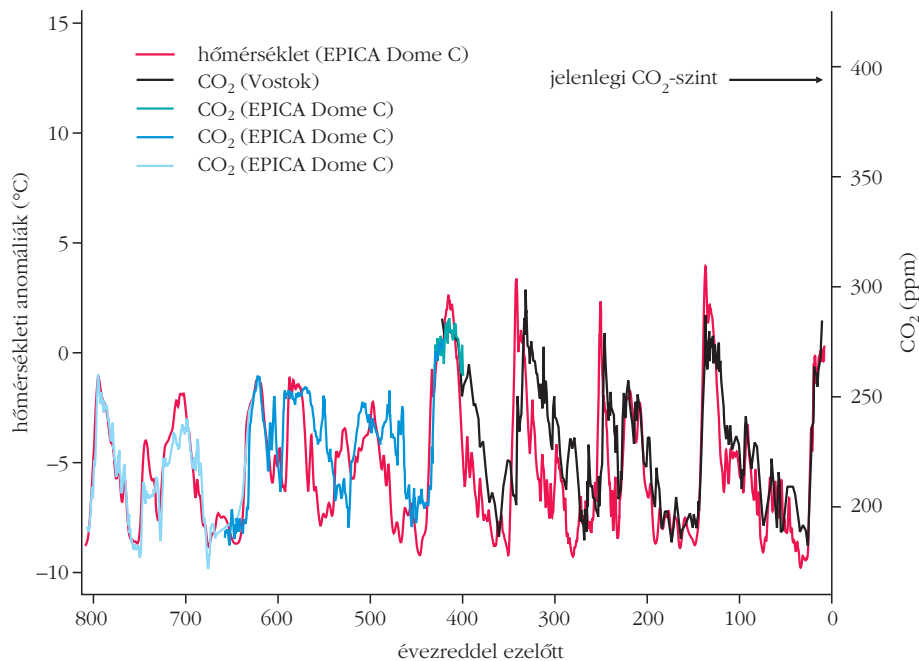
tel nélküli) éghajlatváltozások történeteként, és a jelenkori éghajlatváltozás egyáltalán nem példátlan! Ha az lenne, a manapság visszahúzó dél-alaszkai gleccserek alól nem kerülhetnének elő földben gyökerező ezer-kétezer éves fatöncök. Sok szakember azonban inkább leharapja a nyelvét, minthogy hangot adjon ezen nyilvánvaló tényeknek. Azok pedig, akik semmit se tudnak e folyamatokról, könnyen hitelt adnak mindenféle leegyszerűsítő, hamis nézetnek. Még komoly kutatók és politikusok is.

Sajnos még a ma ismert leghosszabb időtartamú kvantitatív éghajlati megfigyelésből: a Nílus több évszázados – 622 és 1470 között megszakítás nélkül mért, feljegyzett és megőrződött – vízszintváltozásai-ból sem tanulunk. A Nílus vízszintidősorából két következtetés vonható le: 1. a vízállás évről-évre meglehetősen szélsőségesen változott (az egyik évben öt méteres vízszintet mértek, a következőben pedig egy méterest, vagy annál is alacsonyabbat), azaz az időjárás akkor is rendkívül változókéony volt; 2. A 30 éves átlag (az „éghajlat”) simább lefutású, akár évtizedeken át kitaró egyirányú változásokat (perzisztenciákat) mutat [14]. A hetedik évszázad közepétől a 30 éves futóátlag száz éven keresztül folyamatosan csökkent, majd egyszer csak visszaemelkedett. Úgyhogy az akkori klímaváltozási tudományos testület (feltehetően volt ilyen) végül le kellett, hogy vonja a következtetést, miszerint kár volt pánikot kelteni. A mai testületek még nem jutottak el idáig, noha a szakemberek körében valójában köztudott, hogy „éghajlat-ingadozások tehát vannak, sőt néha oly mértékűek és tartalmúak, hogy akinek nincs módjában 50–100 évet áttekinteni, egyen-irányú változásnak gondolhatja azokat...” [15].

A geológia legfrissebb paleoéghajlati eredményei közé tartozik a hirtelen éghajlatváltozásokat hozó úgynevezett Bond-, Heinrich- és Dansgaard–Oeschger-események rendszerbe illesztése. Az Atlanti-óceánban és Grönlandon körülbelül 1500 évenként jelentkező természeti eredetű klímaesemények nagyobb (körülbelül hatezer éves) ciklusokba látszanak rendeződni [16].

Az éghajlati rendszer

A földi éghajlati rendszer – a földrendszer összetevője – nyilvánvalóan függ a kozmosz, a Nap és a Naprendszer, valamint a Föld belsejének dinamikájától, de függ a földi szférák – atmoszféra, hidroszféra, krioszféra (a hó és jég birodalma), bioszféra (benne az ember), geoszféra – dinamikus kölcsönhatásaitól is. Amint a legelső IPCC-jelentés – helyesen – megállapította: a földi éghajlat sokszoros visszacsatolással rendelkező nemlineáris, kaotikus rendszer. Bármi megtörténhet benne, hiszen a legkülönfélébb tér- és időbeli tartományokban minden állandóan változik, fluktuál. Az ember nélkül is. Ahhoz, hogy klímaváltozásban megérthessük az emberi hatást, először is a természet működését kellene jobban megismerni. Ám –



1. ábra. Antarktisi jégfúrások vizsgálataiból a legutóbbi 800 ezer év szén-dioxid- és hőmérséklet-változásaira levonható becslések, a jelenkori (2015-ös) légköri CO₂-koncentráció feltüntetésével. A leesett hó körülbelül háromszáz éven keresztül rendszeresen megolvadt, majd újra megfagyott, közben a légbuborékok molekuláris összetétele folyamatosan változott, mielőtt végleg eltemetődött volna. Következésképpen az egykori légköri CO₂-koncentráció bármikor lehetett akkora (sőt magasabb), mint a feltüntetett jelenlegi szint. Ez az ábra – a [17] magyar változata – korrekt, de mindazok a változatok, amelyek a proxy- és az obszervatóriumi adatokat – Al Gore nyomán – egyetlen időszorként tüntetik fel, félrevezetők.

amint a SWARM-vezető nyilatkozatából is kiderül – a légkör felső rétegeiben sem értjük igazán a Nap hatására lejátszódó bonyolult fizikai folyamatokat. Hiába jelennek meg szinte naponta a természet éghajlat-változtató erejét demonstráló tudományos cikkek, ha a média ezek nagy többségét elhallgatja, rendületlenül erősítve ezzel is a tudatlanok önbizalmát.

Görbekozmetikázások

A hivatalos klímanézet előmozdítói az elmúlt kétezer évre olyan globális átlag-hőmérsékleti görbét szerkesztettek, ami a középkori klímaoptimumot és a kis jégkorszakot tagadja. Ez az úgynevezett hokibotgörbe teljesen szembe megy a feltárt valósággal. Úgyhogy „bizonyítékként” a legtöbben inkább *Al Gore* közismert ábráját mutogatják. A *Kellemetlen igazság* című filmből (és könyvből) származó 2006-os ábra azt sugallja, hogy a légkör szén-dioxid-koncentrációja több százezer éve nem volt olyan magas, mint ma, és soha nem emelkedett olyan ütemben, mint manapság. Tény, hogy a folyamatos obszervatóriumi mérés (1958, Nemzetközi Geofizikai Év) óta Hawaii-n a CO₂-koncentráció 0,03 százalékról 0,04 százalékra nőtt. (Összehasonlításképpen: a legjelentősebb üvegházgáz – vízpára – légköri koncentrációja átlagosan 1-2 százalék.) Nem kellett volna tehát a CO₂-koncentráció menetének berajzolásához a filmben Al Gore-nak létrára másznia. Végképp megengedhetetlen azonban, hogy két össze nem illő adatsort rajzolt egybe.

Ismert, hogy az antarktisi jégtakaróba mélyített fúrásokból több százezer évre visszamenőleg lehetséges valamilyen közelítő becslést kapni a légbuborékokban megőrződött CO₂-koncentráció (és a hőmérséklet) időbeli váltakozásáról. Az Al Gore által felhasznált eredeti ábrában (1. ábra) százezer éves hullámzások uralkodnak. A most előkerült CO₂-molekulák egykori hőesséssel kerültek a felszínre, majd lefedődtek hóval, ami többször újraolvadt és újra megfagyott: „firnne” lett. Nagyjából három évszázadig tart, amíg a kérdéses hórteg véglegesen betemetődik. Amit tehát a kutatók kimutattak, az még legalább évszázadon át módosult molekulaösszetétel-becslések időszora. Az 1. ábrán bemutatott változat [17] korrekt, mert a jelenlegi légköri CO₂-koncentrációérték nincs folyamatos vonallal összerajzolva a proxy időszorral. Több

százezer év során a légköri CO₂-koncentráció értéke bármikor lehetett akkora vagy nagyobb, mint ma. Al Gore és megszámlálhatatlan követője (például [18]) azonban egyetlen időszorként tünteti fel a proxy-kat és az 1958 óta mért éves CO₂-értékeket, ami alapjaiban sérti a jelfeldolgozás elvét.

Egyéb eltévelyedések

Az éghajlati rendszer lényegéből következik, hogy a hőhullámokkal és hidegfrontokkal, aszályokkal és árvizekkel, hurrikánokkal és hóiharokkal stb. járó szélsőséges időjárás a Föld mindenkori éghajlatának elmaradhatatlan része. Manapság egyirányú trendekről lehet hallani, de a globális trend megítélésében nem egyértelmű, hogy mi tekinthető megbízható és reprezentatív globális időszornak. A tudománykommunikáció a kedvére való időjárási eseményekből szemezget.

A klímodellezéssel kapcsolatosan is számos ellenvetés merül fel. Az első számú az, hogy a lényegi fizikai-modellezési probléma megoldása helyett a mai klímodellezés egyetlenegy kiragadott feltételezés, nevezetesen a CO₂-klímaérzékenység foglya. Holott a modellezendő lényeg az, hogy a három halmazállapotban is meglévő H₂O-nak és a nagy vízfelületnek köszönhetően igen különleges bolygónkat süti a Nap, és eközben a Föld forog. Eközben időről-időre külső és belső behatások jelentkeznek, amelyek a stacionárius megközelítéseket végképp meg-

kérdőjelezik. Mindez együtt: a jövőbeli számítógépekkel is megoldhatatlanul bonyolult feladat.

A klímaváltozás szakkifejezés valaha még mindenféle tartós időjárás-változást jelentett, eredettől függetlenül. (Tudományos körökben ma is így használják.) Az ENSZ Éghajlatváltozási Keretegyezményben (UNFCCC, 1992) azonban olyan definíciót találtak ki, mintha klímaváltozást eleve nem okozhatna egyéb, mint az ember légkörösszetételt változtató tevékenysége („Éghajlatváltozás jelenti az éghajlat megváltozását, ami közvetlenül vagy közvetve a globális légkör összetételét módosító emberi tevékenységnek tudható be, és ami az összehasonlítható időtartamokon belül megfigyelt természetes éghajlati változékonyságon túli járulékos változásként jelentkezik” [19]). Az ENSZ-definíció utat engedett annak, hogy bármilyen eredetű klímaváltozást el lehessen könyvelni a CO₂-kibocsátás fejlécű rovatban.

A „klímacélok” sem egyértelműek. Létezik egyrészt a párizsi klímacél, miszerint a globális átlaghőmérséklet ne legyen két fokkal (de lehetőleg másfél fokkal) magasabb, mint amennyi az ipari forradalom kezdetén volt. Nos, a kis jégkorszak óta egy összességében emelkedő hőmérséklet-hullámvasúton ülünk, és nem tudjuk, mit hoz a jövő. A párizsi klímacél tehát szimpla naivitás. Lehet, érdemes és szükséges róla vitatkozni. A klímacél brüsszeli változata azonban már nem gyerekjáték, mert ennek jegyében záros határidőn belül minden olyan energiaforrásról le kell mondanunk, amely CO₂-kibocsátással jár. A brüsszeli klímacélt még azok is értelmetlennek tartják (így *William Nordhaus* Nobel-díjas klímaközgazdász, *Steve Koonin* fizikus), akik elfogadják, hogy a jelenkori felmelegedés valamekkora részét antropogén tényezők okozzák.

Alapvető, de elkerülhetetlen probléma, hogy a környezettudományt (az ember és természet egymásra hatásának tudományát) emberi értékek és érdekek – tehát természettudományon kívüli szempontok – mozgatják. Egzakt módon látható, hogy eltérő értékrendek feszülnek egymásnak: a konkrét és gyakorlati környezetvédelem, szemben az általános és ideologikus klímavédelemmel. A természeti erőforrás-felhasz-

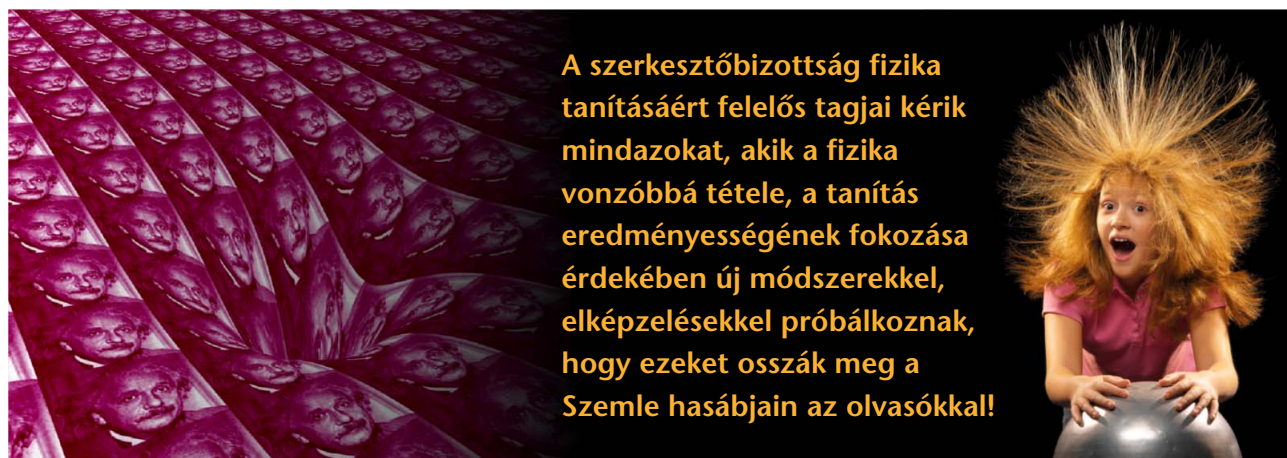
nálásban a skála a mohóságtól a humanista mértékletességen át a reménytelenségre (önfeladásra) való rábeszélésig terjed.

Vissza a természettudományhoz

Azt a konkrét – egzakt fizikai alapokra visszavezethető – környezeti célt kellett volna (de még mindig nem késő) kitűzni, hogy mértékletesebben és takarékosabban éljünk, ne fogyasszuk feleslegesen a természeti erőforrásokat. És lássuk be: az energiasűrűség és az energiaberuházás megtérülése alapján valóban hatékonyan bizonyult energiaforrásokat (atom, víz, foszfor, szilik) tanácsos használni, nem pedig az energia-, anyag, hely- és pénzpazarló energiafajtákat [20, 21]. Végül: akkor kerül minden a helyére, ha a CO₂-re a földi élet alapjaként tekintünk.

Irodalom

1. <https://www.space.com/satellites-falling-off-sky-solar-weather>
2. <https://www.cnn.com/2022/02/09/spacex-losing-starlink-satellites-due-to-geomagnetic-space-storm.html>
3. Ádám A. et al., *Magyar Geofizika* 53/3 (2012) 215–222.
4. Connolly R., Soon W., Connolly M. et al., *Res. Astron. Astrophys.* 21 (2021) 131.
5. <https://clintel.org/looking-at-the-sun/>
6. Szarka L., *Magyar Geofizika* 62/1 (2021) 7–26.
7. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:SAA_2020.png
8. https://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/poles/figs/pole_ns.gif
9. Szarka L., Verő J., Wesztergom V., *Ezredforduló* 1 (2003) 26–30.
10. Wang W., Vidale J. E., *Science Advances* (2022) DOI: 10.1126/sciadv.abm9916
11. <https://www.timeanddate.com/news/astronomy/shortest-day-2022>
12. Oikonomou C. et al., *Geosciences* 11/1 (2021) 16.
13. Tinsley B., *JGR Atmospheres* 127 (2022) 5, e2021JD035954
14. Koutsoyiannis D., *Climate Dialogue* (2013) DOI: 10.13140/RG.2.2.13070.36169,
15. Berkes Z., *Az Időjárás* 44/7–8 (1940) 149–154.
16. Rousseau et al., *Clim. Past* 18 (2022) 249–271.
17. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Co2-temperature-records.svg>
18. Szathmáry E., A Magyar Tudomány Ünnepe, nyitóelőadás, (2021) <https://mta.hu/tudomanyunnepe2021/a-szep-a-rossz-es-a-fenntarthato-szathmary-eors-eloadasa-videon-111726>
19. <https://mkogy.jogtar.hu/jogszabaly?docid=99500082.TV>
20. <https://www.youtube.com/watch?v=xXv-ugeTLLw>
21. <https://www.youtube.com/watch?v=PoCgc-cbC0M>



A szerkesztőbizottság fizika tanításáért felelős tagjai kérik mindazokat, akik a fizika vonzóbbá tétele, a tanítás eredményességének fokozása érdekében új módszerekkel, elképzelésekkel próbálkoznak, hogy ezeket osszák meg a Szemle hasábjain az olvasókkal!

EGY APRÓ JÁTÉK KAOTIKUS KALANDJAI – 1. rész

Végh Péter – Vistatec

Izsa Éva – Budapest-Fasori Evangélikus Gimnázium

Az írás egy néhány éve közkedvelt játék, a Fidget Spinner (a cikk további részében spinner) egy, az átlagostól eltérő felhasználási lehetőségét vizsgálja. Mágneseket helyezve a spinnerek végeire, majd egymáshoz közel forgásba hozva őket, a spinnerek gerjesztett, bizonyos kezdőfeltételek mellett kaotikus mozgásokat produkálnak. A cikk célja a mozgásegyenletek felírásával, majd a mozgások szimulálásával a kialakuló mozgások vizsgálata.

A cikk első részében a spinnerek gerjesztett mozgását elemezzük konzervatív és disszipatív esetekben stroboszkopikus leképezések segítségével, és megvizsgáljuk a pillangóeffektust.

A következő hónapban megjelenő második részben a rendszer konzervatív, állandó energiájú fázissterében elemezzük a rendszert Poincaré-leképezést

A cikk szerzői köszönetet mondanak *Tél Tamás* tanár úrnak, akinek kitaratása, biztatása, támogatása, segítségé nélkül a cikk nem jöhetett volna létre. Ugyanígy köszönettel tartozunk *Nagy Péter* tanár úrnak a Dynamic Solver program megismeréséért.



Végh Péter a Debreceni Egyetem fizikus szakán szerzett diplomát, majd műfordítással, később pedig szakfordítással foglalkozott. Jelenleg a Google-nak dolgozik nyelvi lektorként.



Izsa Éva azt ELTE-n szerzett matematika-fizika majd informatika szakos tanári diplomát. Jelenleg az ELTE Fizika Doktori Iskola Fizika Tanítása programjának hallgatója, a Budapest-Fasori Evangélikus Gimnázium és a Pestszentlőrinc-Pestszentimrei Felnőttek Általános Iskolája és Gimnáziuma tanára.



1. ábra. A spinner és szerkezete.

alkalmazva, majd egy egyszerű módszert mutatunk be a rendszer Ljapunov-exponensének meghatározására.



Gyakorló tanárként tudjuk, hogy időről időre felüti fejét egy-egy slágerjáték az iskolákban, amellyel a szünetekben és az órákon hetekig, hónapokig szórakoznak tanítványaink. Ilyen volt például a beyblade, a fingerboard (ujjgördeszka), a peonza, az astrojax, de akár a bűvös kocka is még az előző évezredben. Ha már az órán való játék miatt túl vagyunk néhány beíráson, esetleg begyűjtöttünk egy-kettőt az aktuális kutyükből, érdemes ezeket fizikatanári szemmel is megvizsgálni. Elkészen vásárolunk minden ilyen eszközt, és amikor csak lehet, hivatkozunk rájuk tanítás közben, vagy kísérleti eszközként használjuk azokat a feladatokhoz.

Néhány éve volt a diákok körében az aktuálisan menő játék a *Fidget Spinner* – elterjedt magyar nevével sajnos nem találkoztunk (1. ábra).

Az 1. ábra bal oldali képe a dobozból kibontott, eredeti állapotú spinner. A lényeg az 1. ábra másik képén látszik. A középső, kerek, lepattintható műanyag lap alatt egy kis csapágy található. Ha e műanyag lapra letesszük a spinnert, majd megforgatjuk, akkor a forgás a csapágy minimális súrlódása miatt nagyon sokáig fennmarad. A diákok, illetve ügyesebb felnőttek nem az asztalon, hanem valamelyik ujjbegyükön forgatják, extrém vállalkozók forgás közben átdobhatják egyik ujjukról a másikra is.¹

¹Videó linkje a spinnerről működés közben <https://youtu.be/UQmCYTZRktU> illetve a qr-kód segítségével.



Eddig ez „csupán” egy forgó mozgás elég kicsi sűrűdással, esetleg egyensúlyi helyzetek elemzésével vagy a perdület, illetve perdületmegmaradás vizsgálatával. De ha egy-egy gombmágnest helyezünk megfelelő polaritással a spinner-„szirmok” fém részére, amelyek a képen feketének látszanak, majd egymáshoz annyira közel helyezük a spinnereket, hogy forgás közben ne ütközzenek össze, érdekes jelenségeket tapasztalhatunk.²

Ha az egyik spinnert megpörgetjük, esetleg állandó szögsebességű forgásba hozzuk, az a mágneses téren keresztül kölcsönhatásba lép a másik spinnerrel, és az is forogni kezd. Utóbbi forgása szintén a mágneses téren át visszahat az első spinnerre, tehát annak forgása is változhat. A kísérletekben az látszik, hogy ha mindkét spinner szabadon foroghat, akkor mindketten összevissza mozognak, ha pedig az egyiket állandó szögsebességgel forgatjuk, akkor csak a másik mozgása tűnik kiszámíthatatlannak. A mozgások során megfigyelhetők rezgéshez hasonló fázisok, amelyeket átfordulási periódusok követnek. Ezek hossza és jellegük sem ismétlődik, a mozgás nem tűnik előrejelezhetőnek. Lehetséges, hogy ezek az egyszerű eszközök kaotikus mozgást végeznek?

Hogyan hat egymásra ez a két „mágneses” spinner, le tudjuk-e írni a mozgásukat? Ezekre a kérdésekre kerestük a választ. Az eredmény pedig meglepő lett. Gondolnánk-e, hogy ez az egyszerű kis játék a kiindulási állapot kis változtatására merőben eltérően reagál, és a paraméterek minimális változtatásával érdekesebbnél érdekesebb mozgásokat produkál? Eszébe jutna-e a kaotikus mozgások szemléltetésére bármelyikünknek a spinner?

Hogyan vizsgáljuk a spinnereket? Forgathattuk volna mi is az ujjainkon vagy az asztalon azokat, felvehettük volna az elvégzett valós kísérleteket kamerával, elemezhetjük volna azokat például a Tracker programmal vagy hasonló társaival. Ehelyett egy másik utat választottunk. Elkészítettük a dolog matematikai modelljét, vagyis meghatároztuk a mozgást leíró differenciálegyenleteket, amelyeket numerikusan oldottunk meg és ábráztunk egy alkalmas pro-

gram [1] segítségével. Vagyis „szimuláltuk” a mozgást az azt meghatározó fizikai törvények segítségével. Miért? Mert egyrészt ezt könnyebb volt kivitelezni, de ami még fontosabb: így sokkal gyorsabban és sokkal több kísérletet tudtunk végezni adott idő alatt. Amit tehát csináltunk, az nem más, mint „számítógépes kísérleti fizika”.

A kaotikus mozgások iskolai tanítása számos cikk témája volt már a jelenség általános bemutatásától kezdve [2] elemi kísérletek elemzésén keresztül [3] konkrét mozgásformák bemutatásáig [4–7]. Régóta rendelkezésre áll egy egyetemi tankönyv, amelyet érdeklődő középiskolai tanárok is forgathatnak [8], s az utóbbi években megjelent a tanárok, illetve az ő közvetítésükkel középiskolások egyéni, akár online tanulását segítő anyag is [9, 10]. Ma már hozzáférhető a numerikus mozgáskövetés elemeit iskolásoknak bemutató e-learning oldal [11], s több cikk is foglalkozik egy fejlett, de az elkötelezett diákok által könnyen elsajátítható, s általunk is használt program [12] bemutatásával. A [13] forrásban két konkrét fizikai probléma elemzésének megismerésével juthatnak közelebb az érdeklődők a program megismeréséhez. Cikkünk újdonsága az, hogy egy hétköznapi eszköz, a spinner kaotikusságát kívánja felderíteni.

Egy kis kaotikus bevezetés

Mielőtt beleugranánk a mélyvízbe, érdemes feleleveníteni néhány nélkülözhetetlen fogalmat. A káosz hétköznapi jelentése csak távoli rokonságban áll a fizikai fogalommal, de a fizikai rendszerek kaotikus viselkedése nem kevésbé gyakori, mint mindennapi életünkben a káosz. Egy rendszer mozgását akkor tekintjük első közelítésben kaotikusnak, ha időbeli lefolyása szabálytalan. Egy adott időpillanathoz tartozó állapotból még következtethetünk a következő néhány állapotra, de hosszú távon megjósolhatatlan a rendszer viselkedése. Hogyan jelentkezik ez a spinnerek mozgásában? A későbbiekben részletezett módon elkészítettük a spinnerek mozgásának szimulációját, és futtattunk néhány számítógépes kísérletet. Ha a gerjesztő spinnert állandó szögsebességgel forgatjuk, azt várnánk, hogy a gerjesztett spinner mozgása is periodikus marad. Lássunk egy eredményt! A 2. ábrán a szabadon forgó spinner szögsebesség–idő grafikonját látjuk, miközben a másik spinnert állandó szögsebességgel forgatjuk. Mindkét spinneren 1-1 mágnest feltételezünk. Az eredmény egy teljes szabálytalanságot mutató, kiszámíthatatlan mozgás.

A káosszal kapcsolatban gyakran felmerül a „pillangóeffektus” [14] fogalma is. A pillangóeffektus azt jelenti, hogy a kaotikus rendszer rendkívül érzékeny a kezdeti feltételekre. Ha a kezdeti feltételeket akár csak nagyon kis mértékben is megváltoztatjuk, az hosszú, vagy akár viszonylag rövid távon is gyökeresen más mozgást eredményez. Ezt a jelenséget is megtapasztalhatjuk az elkészített számítógépes kísérletünkkel.

²A mágneses fidget spinner mozgásai, szöveg és 4 videó: <https://sites.google.com/view/spinner-cikk/tartalom/2-a-m%C3%A1gneses-fidget-spinner-mozg%C3%A1sai>

Az egyes videók elérhetőségei:

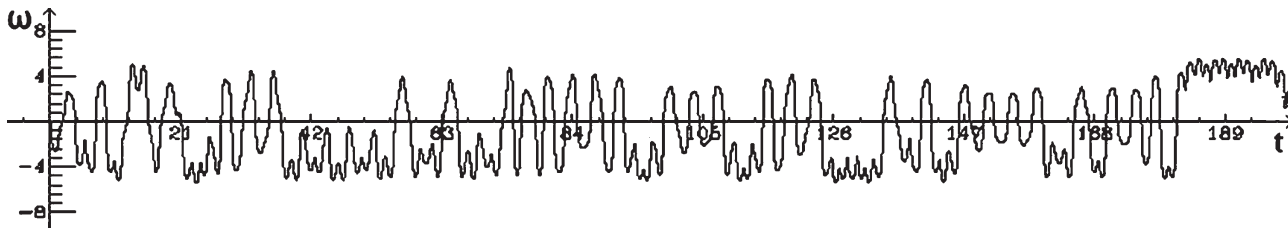
1. Mindegyik spinneren 1-1 mágnes, magára hagyottan mozognak az indítás után:
<https://youtu.be/yTeoHt4zQ0A>

2. Mindegyik spinneren 3-3 mágnes, magára hagyottan mozognak az indítás után:
<https://youtu.be/fQGwF6LGgJg>

3. Mindegyik spinneren 1-1 mágnes, az egyiket állandó szögsebességgel forgatjuk:
<https://youtu.be/23VP3QAR7iI>

4. Mindegyik spinneren 3-3 mágnes, az egyiket állandó szögsebességgel forgatjuk:
<https://youtu.be/x4JRBLhM4Hg>





2. ábra. Egy spinner szimulált szögsebesség–idő grafikonja a másik spinner egyenletes forgatása esetén. A szögsebesség és az idő dimenziótlan egységekben van ábrázolva. (A Dynamic Solver program által szolgáltatott ábra.)

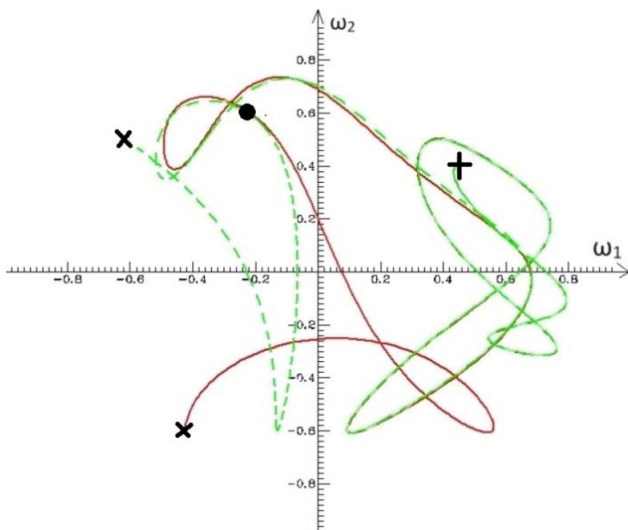
A 3. ábrán két olyan mozgás ω_1 – ω_2 grafikonját ábrázoltuk (azonos időpillanatokban), amelyeknél a paraméterek azonosak voltak, és a kezdőállapotok között csak a két dimenziótlan szögsebesség tért el mindössze 0,001 értékkel, alkalmasan választott egységekben. A két, közel azonos kezdőállapotot az ábrán a + jelzi, a végállapotokat a fekete x-ek, és azt, ahol a 2 mozgás drasztikusan kezd szétválni, egy fekete pont.

Vágjunk bele – azaz az alapok

A spinnerek mozgásának minél érthetőbb leírásához néhány egyszerűsítést alkalmazunk. Csak az egymágneses eseteket vizsgáljuk, és a mágneseket elektromos töltésekkel helyettesítjük. Ez utóbbi közelítés ugyan nem teljesen pontos, de mivel a mágnesek közti tasztítás jellege hasonló az elektromos töltések közti tasztításhoz, bízunk benne, hogy eredményeink jellege is hasonlítani fog a valós jelenséghez. Ez a közelítés gyakori a mágneses ingák mozgásának leírásakor is.

Vizsgáljunk először egy ideális, súrlódásmentes esetet. Ekkor a mágnesek között ható erő az ismert képlettel felírható Coulomb-erő lesz. A Coulomb-erők által a spinnerekre gyakorolt forgatónyomatékok határozzák meg a spinnerek forgását.

3. ábra. Az ω_1 – ω_2 síkon ábrázolt pillangóeffektus, $\omega_{10} = 0,44$ mindkét esetben, $\omega_{20} = 0,4$ a zöld, szaggatott, $\omega_{20} = 0,401$ a piros, folytonos grafikon esetén. A szögsebességek dimenziótlan egységekben vannak ábrázolva. (A Dynamic Solver program által szolgáltatott ábra.)



A 4. ábrán a körvonalakon lévő kék pontok a mágnesek, a körök középpontjai a spinnerek középpontjai, d a középpontok távolsága, φ_1 és φ_2 pedig a mágnesek aktuális helyzetét megadó szög.

Ha az egyik spinnert (a 2. indexűt) állandó szögsebességgel forgatjuk, akkor csak két szabad változónk van: a φ_1 és az ω_1 , hiszen a második spinner mozgását, mint gerjesztő forrást, mi határozzuk meg. Ezt úgy is mondhatjuk, hogy a rendszer *fázistere* ebben az esetben kétdimenziós lesz [8].

Ha mindkét spinner szabadon foroghat, akkor a rendszer állapotát 4 változó határozza meg: a φ_1 és φ_2 , valamint az ω_1 és az ω_2 . Ekkor a rendszer fázistere 4 dimenziós.

A spinnerek forgásának mozgásegyenletei a pillanatnyi forgástengelyükre felírva:³

$$\frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = \frac{k Q^2}{m r^3} \frac{-\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 + \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \frac{d}{r} \sin \varphi_1}{\left[\left(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2 - \frac{d}{r} \right)^2 + [\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2]^2 \right]^{\frac{3}{2}}}, \quad (I)$$

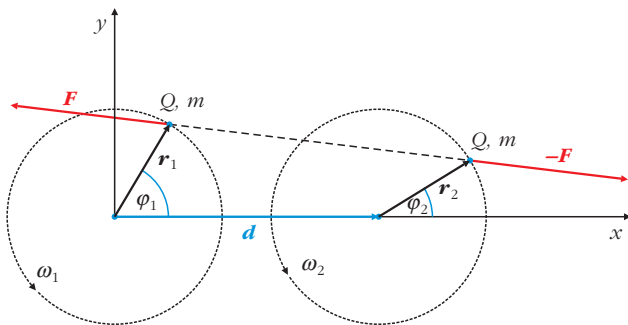
valamint

$$\frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} = \frac{k Q^2}{m r^3} \frac{-\cos \varphi_2 \sin \varphi_1 + \sin \varphi_2 \cos \varphi_1 + \frac{d}{r} \sin \varphi_2}{\left[\left(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2 - \frac{d}{r} \right)^2 + [\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2]^2 \right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (II)$$

Itt $m = 0,065$ kg a mágneses spinner megmért tömege, amelyet az egyszerűség kedvéért a töltés helyére sűrítve képzelünk el; $r = 0,025$ m a spinnerek sugara, amit a forgástengelytől a mágnesek középig mértünk; $d = 0,06$ m a két spinner középpontjának távolsága, amelyet úgy választottunk, hogy a spinnerek ne akadjanak össze forgás közben, de a mágnesek egymásra való hatása még elég erős legyen; Q a felté-

³A mozgásegyenletek részletes levezetése: <https://sites.google.com/view/spinner-cikk/tartalom/4-a-mozg%C3%A1s-egyenletek-levezet%C3%A9se>





4. ábra. Az elrendezés modellje. F a mágnesek/töltések közötti taszító erő, Q a töltések feltételezett nagysága, r_1 és r_2 a forgástengelyektől a töltésekhez mutató helyvektor.

telezett elektromos (mágneses) töltés nagysága, k a Coulomb-törvényben szereplő állandó.

Q nagyságát az egymástól 1 cm-re levő mágnesek között 1 N erőt mérve számoltuk vissza, így $Q = 10^{-7}$ C.

A kapott egyenletben még sok paraméter szerepel, ezek számát próbáljuk meg csökkenteni. Erre egy hatékony módszer a *dimenziótlanítás* [8], amelynek lényege, hogy az egyenleteket úgy írjuk át, hogy a bennük szereplő változók és paraméterek már ne rendelkezzenek mértékegységekkel, azaz dimenziótlan számok legyenek. Ezzel az is elérhető, hogy a paraméterek száma csökkenjen, és csak annyi paraméter maradjon meg, amennyi a rendszer lényegi leírásához valóban szükséges. Mindehhez elsőként az időt próbáljuk meg dimenziótlanítani. Vagyis az időt mostantól nem másodpercben, hanem egy dimenziótlan számmal, egy „alap időegység” többszöröseként mérjük. Ha az alap időegységet jól választjuk meg, elérhetjük, hogy az egyenletekből bizonyos paraméterek eltűnjenek. Az alap időegységet nevezhetjük a rendszer *karakterisztikus idejének*, hiszen ez általánosságban jellemzi a rendszert.

Az időt tehát úgy dimenziótlaníthatjuk, hogy a t változóról áttérünk egy dimenziótlan t' változóra a következő egyenlet szerint:

$$t = t' \tau,$$

τ lesz a rendszer karakterisztikus ideje, erre a részletes levezetésből

$$\tau = \sqrt{\frac{m r^3}{k Q^2}} \quad (1)$$

kifejezés adódik, ami a mi paramétereink esetén $\tau = 0,1$ s. Vagyis mostantól az időt nem másodpercekben, hanem 0,1 másodperces egységek többszöröseként, dimenziótlan számokban mérjük, és t' -vel jelöljük.⁴

Az idő ilyen választással, valamint a $D = d/r$ – szintén dimenziótlan paraméter – bevezetésével a (I) és (II) mozgásegyenletek a következő alakra egyszerűsödnek:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega'_1}{dt'} &= \frac{d^2\varphi_1}{dt'^2} = \\ &= \frac{-\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 + \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 + D \sin\varphi_1}{\left([\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2 - D]^2 + [\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2]^2\right)^{\frac{3}{2}}}, \end{aligned} \quad (2)$$

valamint

$$\begin{aligned} \frac{d\omega'_2}{dt'} &= \frac{d^2\varphi_2}{dt'^2} = \\ &= \frac{-\cos\varphi_2 \sin\varphi_1 + \sin\varphi_2 \cos\varphi_1 + D \sin\varphi_2}{\left([\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2 - D]^2 + [\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2]^2\right)^{\frac{3}{2}}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Itt már az ω'_1 és ω'_2 is dimenziótlan mennyiségek, így már a további grafikonjainkon is mindenhol dimenziótlan mennyiségek szerepelnek.

Látható, hogy így már csupán egyetlen paraméter, a $D = d/r$ határozza meg a mozgás jellegét. Esetünkben $d = 0,06$ m; $r = 0,025$ m; így $D = 2,4$.

Gerjesztett eset

A valóságban és a videókon látható mozgások hű leírásához figyelembe kell vennünk a mindig jelenlévő súrlódási veszteséget. Az előző egyenleteket ekkor egy újabb taggal kell kiegészítenünk, amivel a fellépő súrlódási erőt vesszük figyelembe.

Mi Stokes-féle súrlódást tételezünk fel, azaz olyat, amelyből adódó szögsebesség-változás arányos a szögsebességgel. (Használhattunk volna a sebesség négyzetével arányosat is, az eredmények jellege ugyanolyan lenne.) A Stokes-súrlódást az utolsó tag írja le.

$$\begin{aligned} \frac{d\omega'_1}{dt'} &= \\ &= \frac{-\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 + \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 + D \sin\varphi_1}{\left([\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2 - D]^2 + [\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2]^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \kappa \omega'_1. \end{aligned} \quad (4)$$

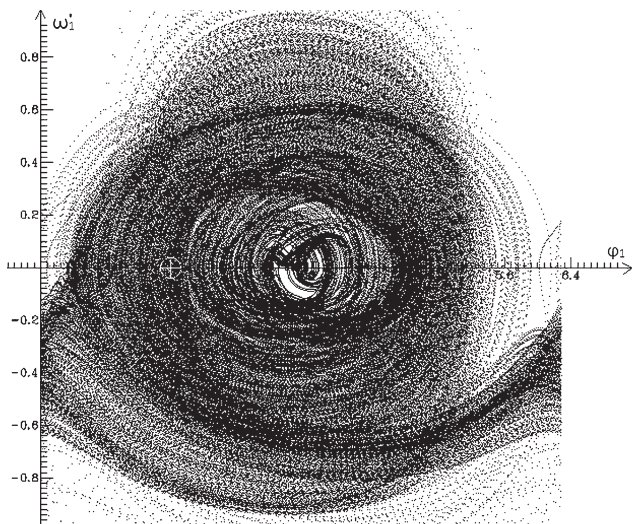
Hasonló egyenlet érvényes a másik spinnerre is, ugyanazzal a κ -val. Az új κ paraméter szemléletes jelentése az, hogy reciproka, $1/\kappa$, az az idő, mely alatt a szögsebesség körülbelül harmadára (pontosabban e-ed részére) csökkenne. Ha például $\kappa = 0,01$, a lecsengési idő 100 egység, ez az érték ezért gyenge súrlódásnak felel meg.

Ha mást nem változtatunk a rendszeren, akkor – ahogy a videókon láttuk – a súrlódás miatt a mozgás leáll. Ennek megakadályozásához pótolnunk kell az elveszett energiát.

Forgassuk a 2. spinnert egy állandó szögsebességgel. Ekkor a (3) egyenlet az egyszerű

⁴A dimenziótlanítás részletes levezetése: <https://sites.google.com/view/spinner-cikk/tartalom/5-a-mozg%C3%A1segyenletek-dimenzi%C3%B3tlan%C3%ADt%C3%A1sa>





5. ábra. A φ_1 - ω'_1 grafikon. $D = 2,4$; $\kappa = 0,02$; $\varphi_{10} = \varphi_{20} = \pi/2$; $\omega'_{10} = 0$; $\omega'_{20} = 2\pi/20$. (A Dynamic Solver program által szolgáltatott ábra.)

$$\frac{d\omega'_2}{dt} = 0,$$

$$\omega'_2 = \omega'_{20}$$

alakot ölti, a második spinner szögelfordulása pedig

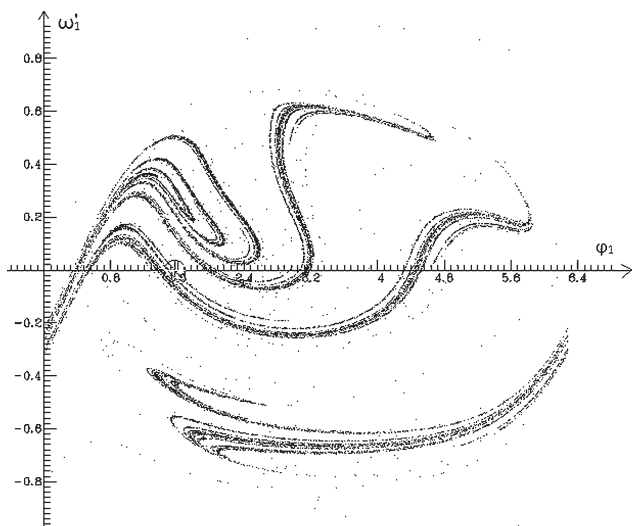
$$\varphi_2 = \omega'_{20} t' + \varphi_{20}$$

lesz, amit a (4) egyenletbe helyettesítve azt látjuk, hogy az 1-es spinner mozgásegyenlete expliciten is függ az időtől, vagyis gerjesztett mozgást ír le. Az összenergia nem csökken örökké, de nem is pontosan állandó, egy átlag körül ingadozik.

A mozgásegyenletet a *Dynamics Solver* [1] program segítségével oldottuk meg, a *Dormand-Prince 8(5,3)* modult használva és $dt = 0,1$ pontosságot választva.

A φ_1 - ω'_1 fázissíkon könnyen tudjuk ábrázolni a mozgást, ám az eredmény eléggé értelmezhetetlen, bonyolult gombolyagként jelenik meg (5. ábra).

6. ábra. Az 5. ábrán látható mozgás képe stroboszkopikus nézetben. $D = 2,4$; $\kappa = 0,02$; $\varphi_{10} = \varphi_{20} = \pi/2$; $\omega'_{10} = 0$; $T'_{20} = 20$. (A Dynamic Solver program által szolgáltatott ábra.)



A szimulálás során a φ_1 szög 2π -nél nagyobb értékeket is felvehet az átfordulások következményeként. Érdekes azonban a szöget úgy ábrázolni, ahogy szemünk is érzékeli, vagyis $[0; 2\pi]$ intervallumban. Mielőtt a szimulált szög *ebből* az intervallumból kilép, 2π hozzáadásával vagy kivonásával visszataloljuk oda. Ezért látjuk azt, hogy az ábra jobb szélén kilépő vonalak a bal szélén visszalépnak.

Annak érdekében, hogy áttekinthető képet kapjunk a mozgásról a fázistérben, egy olyan technikához folyamodunk, amelyet *stroboszkopikus leképezésnek* [8] nevezünk. Ennek lényege, hogy a fázistérben nem jelenítünk meg minden pillanatot, hanem csak bizonyos pillanatokot, adott időközönként. Mintha egy stroboszkóppal készítenénk felvételeket a rendszer állapotairól. A felvételek időközét érdemes a gerjesztő spinner forgásának T' periódusidejeként megválasztani, azaz $T'_{20} = 2\pi/\omega'_{20}$. A 6. ábra mutatja, hogy mennyire más rajzolatot kapunk ebben a nézetben.

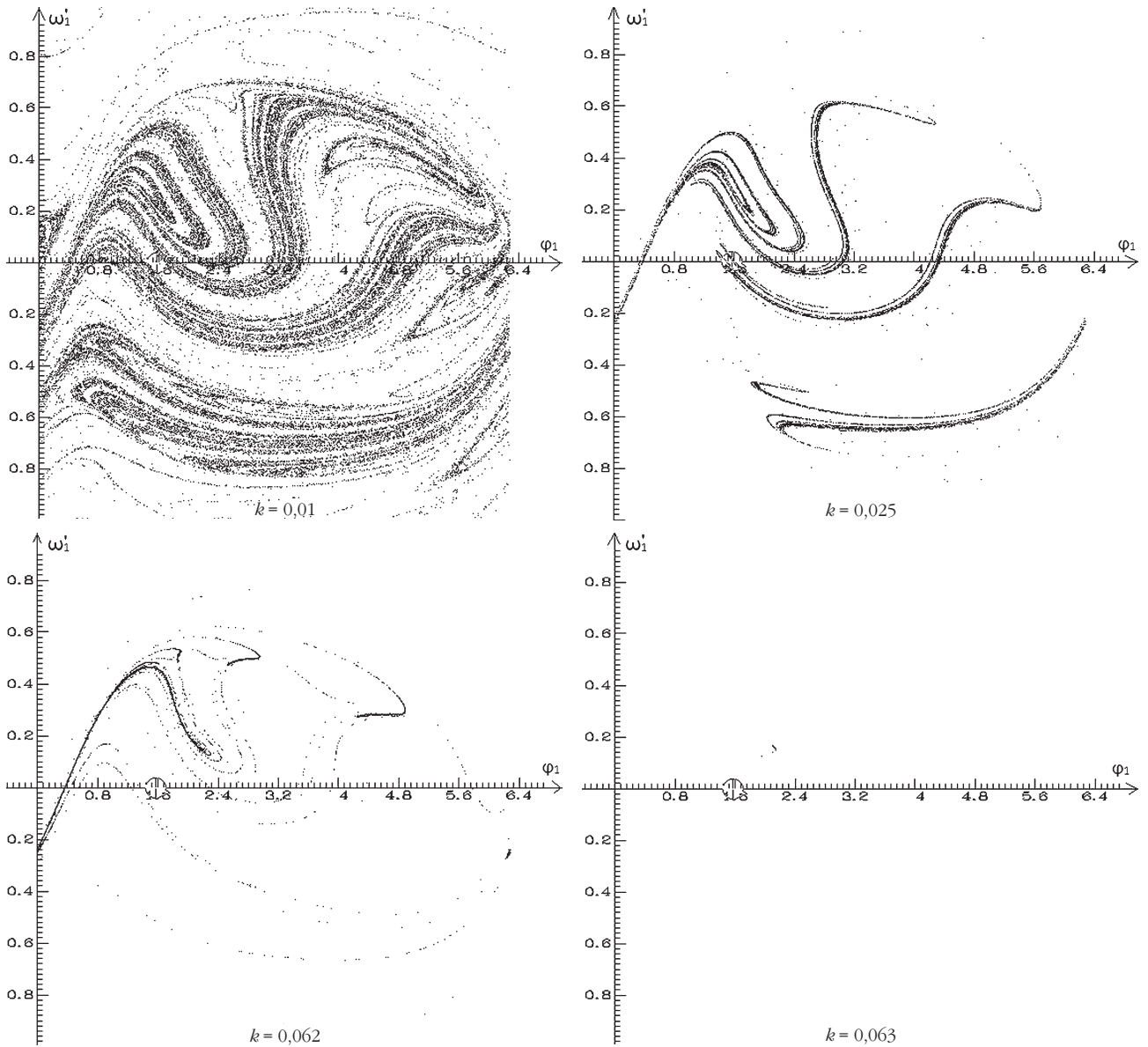
A pontok továbbra is szétszórtan jelennek meg, de a rájuk illeszkedő görbék már nem metszik egymást. Eloszlásuk sem egyenletes, hanem nagy, üres (fehér) tartományok figyelhetők meg. Úgy tűnik, mintha a pontok „ráhúzódnának” egy bonyolult, de jól kivehető geometriai struktúrára, amit *kaotikus attraktornak* [8] nevezünk. Ez a disszipatív káosz fő jellemzője. Részletesebben vizsgálva az történet, hogy bármelyik állapotból is indítjuk el a rendszert, az egy kezdeti „összevisszaság” után ráhúzódik az attraktorra (a sűrű sávra). Az attraktoron a mozgás továbbra is kaotikus marad, mert az attraktoron belül sincsenek zárt görbék. Azt is megfigyelhetjük, hogy a káosz által elérhető tartományok behatároltak (az attraktorra korlátozódnak). Ezért az attraktor ábrázolásakor a kezdőfeltétel nem lényeges, minden kezdőfeltétel ugyanahhoz az attraktorhoz vezet.

Érdekes megemlíteni, hogy a forgó és álló mágneses terek szuperpozíciójával kapott mágneses térben mozgó iránytű esetében is hasonló rajzolatú attraktorok jelennek meg [6, 7].

Ezzel eljutottunk a bevezetőben feltett kérdés megválaszolásához: a közkedvelt játékból egyetlen mágnes felhelyezésével kapott kétszinneres valóságos rendszer kaotikusan forog, hiszen matematikai modellje numerikus szimulálásával minden, a káoszra jellemző tulajdonságot (például pillangóeffektus, fázistér, fázissík, kaotikus attraktor) kimutattunk. Szigorúan véve csak azt az esetet vizsgáltuk, amikor az egyik spinnert forgatjuk. Valószínűsíthető azonban, hogy az egymás terében szabadon forgó két spinner mozgása is kaotikus, ahogy a videók is sugallják, de ez a káosz csak véges ideig tart, végül megszűnik a súrlódásos veszteségek miatt.

A mozgás jellegének függése a paramétereiktől

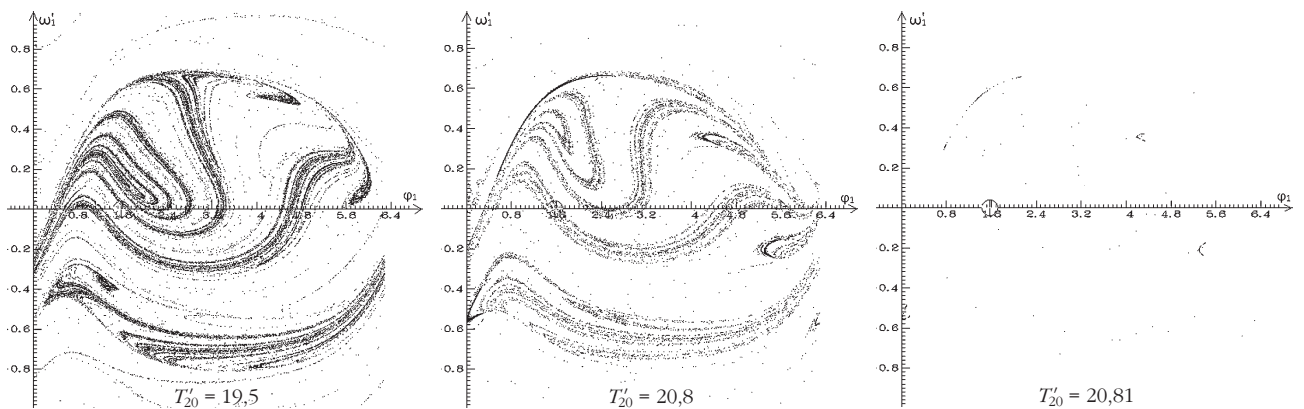
Ahogy κ (a súrlódás) értékét növeljük, az attraktor egyre élesebbé, határozottabbá (és kisebbé) válik. Ez azt jelenti, hogy a súrlódás növelésével a mozgástar-

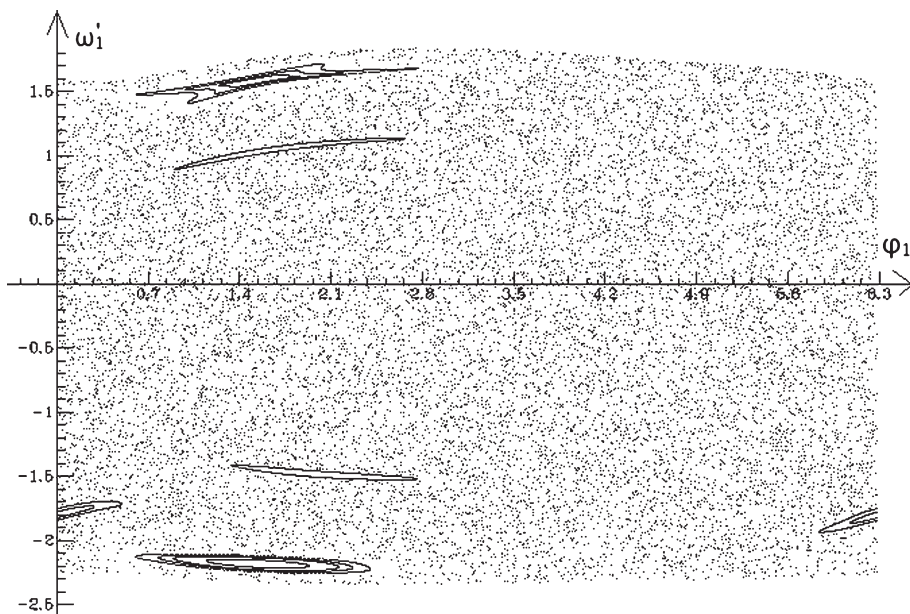


7. ábra. Attraktorok különböző κ együtthatók esetén stroboszkopikus nézetben. Ahogy κ növekszik, a sűrűség egyre nagyobb lesz. (A Dynamic Solver program által szolgáltatott ábrák.)

tomány egyre inkább beszűkül. A $\kappa = 0,063$ esetben a stroboszkopikus metszet már csak 1-2, alig észrevehető pont, ami azt jelenti, hogy a mozgás egy rövid átmeneti (*tranzients*) kaotikus mozgás után nagyon

8. ábra. A ϕ_1 - ω_1' grafikonok különböző gerjesztési periódusidők esetén stroboszkopikus nézetben. (A Dynamic Solver program által szolgáltatott ábrák.)





9. ábra. Az első spinner súrlódás nélküli mozgásának képe stroboszkopikus nézetben. $\kappa = 0$; $D = 2,4$; $\varphi_{20} = \pi/2$; $T'_{20} = 20$. A szimuláció dt felbontási idejét itt 0,01-re csökkentettük, mert a 0,1-es felbontás már nem volt elegendő a pontos ábrázoláshoz. (A Dynamic Solver program által szolgáltatott ábra.)

A kezdőfeltételek, amelyekkel a fenti ábra különböző komponenseit kaptuk:

φ_{10}	4	1,21	2,04	1,29	1,2	1,25	0,9	2,26	5,95	6,12	2,4
ω'_{10}	1	1,49	1,71	1,54	0,98	-2,51	-2,15	-2,21	-1,88	-1,84	-2,22

gyorsan periodikussá válik. A 7. ábra grafikonjain az attraktor látható különböző súrlódási tényezők (κ) esetén.

A következő lépésben vizsgáljuk azt, hogy mi történik, ha nem a súrlódást, hanem a gerjesztő frekvenciát változtatjuk. (Itt ω'_{20} helyett érdemesebb a gerjesztés $T'_{20} = 2\pi/\omega'_{20}$ periódusidejét paraméternek választani, hiszen majd ez határozza meg a stroboszkopikus leképezés periódusidejét is.)

Azt tapasztaltuk (8. ábra), hogy nagyon szűk az a frekvenciatartomány, amelynél a mozgás kaotikus. $T'_{20} = 19,1$ alatt és $T'_{20} = 20,81$ felett egy rövid kaotikus mozgás után már gyakorlatilag mindig periodikus végállapotot kapunk, ami abban nyilvánul meg, hogy a pontsorozat mindig egyetlen ponthoz konvergál.

A $T'_{20} > 19,1$ tartományban azonban a mozgás hirtelen teljesen kaotikussá válik. Ha T'_{20} értékét tovább növeljük, azt tapasztaljuk, hogy ezek az attraktorok egyre keskenyebbé és egyre élesebbé válnak, akár csak a κ változtatásakor, vagyis a kaotikus mozgás során bejárt tartomány egyre jobban beszűkül. És $T'_{20} = 20,81$ értéknél végül egyetlen pontra zsugorodik, vagyis innentől a mozgás ismét periodikussá válik.

Súrlódásmentes eset

A szimuláció lehetőséget ad olyan „kísérletek” elvégzésére is, amelyeket a valóságban egyáltalán nem, vagy csak nagyon nehezen produkálhatnánk. Ilyen a gerjesztett súrlódásmentes eset, amikor a (4) egyenletben a κ egyúthatót nullának választjuk. A mozgást

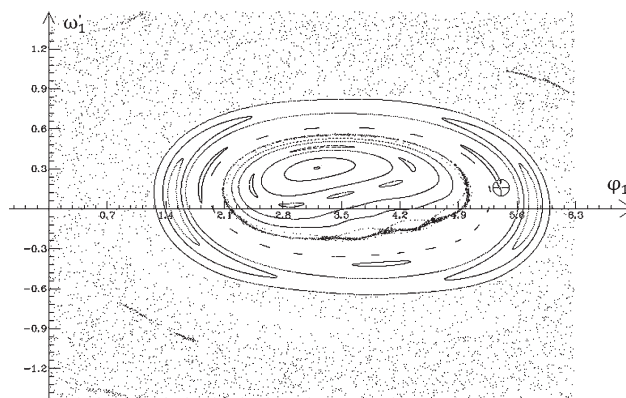
továbbra is a stroboszkopikus leképezésen érdemes követni, s egy tipikus eredményt mutat a 9. ábra.

Az látható, hogy itt már nincs attraktor. A kaotikus ponthalmaz szinte az egész fázisteret betölti, kivéve egyes területeket, amelyeken különféle önmagukba záródó görbék figyelhetők meg. Ha a szimulációt a véletlenszerű ponthalmaz tartományából indítjuk, akkor a pontok ebben a tartományban is maradnak, és nem lépnek be az elszigetelt, strukturált területekre. Ha viszont ezekről a „szigetekről” indítjuk a szimulációt, akkor a keletkező pontok ezeken a szigeteken maradnak, és nem lépnek át a véletlenszerű tartományba. A kétfajta terület tehát teljesen elkülönül, a rendszer számára nem átjárható. Nyilvánvaló, hogy az egyenletes, véletlenszerű ponthalmaz kaotikus

mozgásoknak felel meg. De mit jelentenek a strukturált, zárt görbék? Ha visszagondolunk az 5. és a 6. ábra közti kapcsolatra, rájöhetünk, hogy a stroboszkopikus nézetben látható zárt görbéknek a stroboszkopikus szűrés nélküli ábrán olyan ciklusok sorozata felel meg, amelyek ugyan nem teljesen szabá-

10. ábra. Egy újabb érdekes, súrlódás nélküli eset, $k = 0$; $D = 2,4$; $\varphi_{20} = 1,57$; $T'_{20} = 45$. (A Dynamic Solver program által szolgáltatott ábra.) Az ábrát előállító kezdőfeltételek:

φ_{10}	5,78	5,67	1,87	3,16	4,53	4,03	3,21
ω'_{10}	0,65	-0,25	0,59	-0,14	-0,11	0,19	0,3
φ_{10}	1,92	1,7	4,15	2,65	2,88	3,47	1,05
ω'_{10}	0,47	1,03	-0,64	0,12	-0,78	0,26	-0,18
φ_{10}	2,94	3,47	5,41	1,73	3,01	4,56	4,45
ω'_{10}	-0,73	0,26	0,16	-0,71	-0,81	-0,3	0,12



lyosan követik egymást, de az egymást követő ciklusok eltérése annyira kicsi, hogy a stroboszkopikus nézetben nem szabálytalan, kaotikus pontthalmazt eredményeznek, hanem zárt görbéket (10. ábra). Ezt a mozgást, amely egyfajta átmenet a szigorúan periodikus és a teljesen kaotikus mozgások között, *kvázi-periodikus* mozgásnak nevezzük.

Irodalom

1. Link a Dynamic Solver program letöltéséhez: <https://dynamicsolver.software.informer.com/1.8/>
2. Szatmári-Bajkó I.: „Káosz” – Azt! Káoszelmélet a középiskolában. *Fizikai Szemle* 56/11 (2006) 376–380.
3. I. Bajkó: Chaos Physics in Secondary School A Material Applicable in Online Teaching. *Öbory matematiky, fiziky a informatiky* (2021/2) 22.
4. Gruiz M., Radnai Gy. Tél T.: A rugalmas fonálú ingáról – mai szemmel – Vermes Miklós emlékezetére. *Fizikai Szemle* 56/10 (2006) 337–343.

5. Tóthné J. T., Gócz É.: Káosz egy tállban. *Fizikai Szemle* 64/12 (2014) 421–425.
6. Csernovszky Z.: Az iránytű harmonikus rezgésétől kaotikus mozgásáig. *Fizikai Szemle* 67/6 (2017) 198.
7. Z. Csernovszky: From harmonic oscillation to chaotic motion of a compass. *J. Phys.: Conf. Ser.* 1223 (2019) 012004.
8. Tél T., Gruiz M.: *Kaotikus dinamika*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest (2002).
9. <http://theorphys.elte.hu/fiztan/chaosH>
10. T. Tél: Chaos physics: what to teach in three lessons? *Phys. Educ.* 56 (2021) 045002.
11. <http://theorphys.elte.hu/fiztan/numH>
12. Nagy P., Tasnádi P.: Dynamics Solver – egy hatékony eszköz a káosz kutatásában és tanításában. *Matematikát, fizikát és informatikát oktatók (MAFIOK) 41. országos konferenciája, Konferenciakötet*. Szerk: Talata I., Szent István Egyetem, Ybl Miklós Építéstudományi Kar, Budapest (2017) 169–178.
13. Z. Csernovszky, P. Nagy, P. Tasnádi: Investigation of chaos in the absence of programming skill. *Canadian Journal of Physics* 98 (2020) 593.
14. J. Gleick: *Káosz, egy új tudomány születése*. Göncöl Kiadó, Budapest (1999).

A METEOROLÓGIA KÖZÉPISKOLAI OKTATÁSA A KÁRPÁT-MEDENCÉBEN

Molnár Beáta^{1,2}, Weidinger Tamás³, Tasnádi Péter³

¹Tompa Mihály Református Gimnázium, Rimaszombat, Szlovákia

²ELTE Fizika Doktori Iskola

³ELTE Földrajz- és Földtudományi Intézet, Meteorológiai Tanszék

A légkör fizikája, a napi időjárás, a klímaváltozás napjainkra közérdeklődést kiváltó témává vált, ami már a közoktatás tanterveibe is bekerült. A cikkben a hazai és a környező országok magyar nyelven is tanító középiskoláiban mértük fel ezen témák tanítási kereteit és lehetőségeit. Kérdőíves felméréssel

vizsgáltuk, hogy a központi szabályozás mennyire ad teret a tanárok önálló munkájához, valamint felmértük, hogy mennyire széttagolt a téma a tantárgyak között. Megvizsgáltuk, hogy a témakör mélyebb megértéséhez szükséges fizikai ismeretek megjelennek-e a tanításban, vagy inkább a leíró jellegű ismeretközlés dominál.

Köszönetünket fejezzük ki a kérdőívek kitöltéséért *László Elemérnek* (Atommagkutató Intézet, Debrecen), *Bordás Árpádnak* (Bolyai Tehetségfondó Gimnázium és Kollégium, Zenta, Szerbia), *Takátsné Lucz Illdikónak* (Szabó Lőrinc Kéttannyelvű Általános Iskola és Gimnázium, Budapest), *Márki Antalnak* (Zágrábi Egyetem, Horvátország), *Bartók Blankának* (Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár, Románia), *Poszet Szilárdnak* (Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem és Apáczai Csere János Elméleti Líceum, Kolozsvár, Románia). Külön köszönet illeti *Papp Gézá*t, a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola (Beregszász, Ukrajna) oktatóját, a kérdőívek kárpátaljai tanárokhoz való eljuttatásáért.

A tanulmány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Tantárgy-pedagógiai Kutatási Programja támogatta.



Molnár Beáta az ELTE Fizika Doktori Iskola Fizika Tanítása alprogram PhD hallgatója. 1995-ben szerzett matematika–fizika szakos tanári oklevelet a pozsonyi Comenius Egyetemen. 1999-től a rimaszombati Tompa Mihály Református Gimnázium tanára. Kutatási területe a légkörfizika, azon belül a csapadék és ködképződés fizikájának középiskolai tanítása.



Weidinger Tamás meteorológus az ELTE Meteorológiai Tanszékének habilitált docense. Oktatási területe: általános meteorológia, mikrometeorológia és dinamikus meteorológia. A *Theoretical and Applied Climatology* folyóirat szerkesztője. Kutatási témája a határreteg-meteorológia. A felszíni energiamérleg-komponensek meghatározásával, a nyomanyagok (ózon, ammónia) turbulens kicserélődési folyamataival foglalkozik.



Tasnádi Péter matematika–fizika tanár, meteorológus, az ELTE TTK nyugalmazott egyetemi tanára. Tíz évig volt a TTK Oktatási dékánhelyettese. Egyetemi, középiskolai és általános iskolai tankönyvek szerzője. Kutatási területe a dinamikus meteorológia és a fizikatanítás szakmódszertana, korábban a fémfizika volt.

1. táblázat						
„A meteorológia középiskolai oktatása a Kárpát-medencében” kérdőív felépítése és a 25 beérkezett válasz összesített eredménye						
	Magyarország	Szlovákia	Ukrajna*	Románia	Szerbia	Horvátország
Van-e országos kerettanterv?	igen	igen	igen	igen	igen	igen
Választható-e alternatív kerettantervek?	2012-es NAT igen, 2020-as NAT nem	nem	nem	nem	nem	igen
Hogyan tanítják a természettudományi tantárgyakat?	tantárgyi felbontásban	tantárgyi felbontásban	tantárgyi felbontásban	tantárgyi felbontásban	tantárgyi felbontás + természettudományi projektmunka	tantárgyi felbontásban
A témakörök meghatározása	gyakorlati hasznosulás szerint	tudományterület szerint	tudományterület szerint	tudományterület szerint	tudományterület szerint	gyakorlati hasznosulás szerint
Az iskolai pedagógiai program elkészítése	kötelező	kötelező	nincs rá lehetőség	lehetőőség van rá, de ritkán élnek vele	kötelező	lehetőőség van rá, de ritkán élnek vele
Meteorológia a középiskolai tananyagban	földrajz 9., fizika 10.	földrajz 10. (első középiskola)	földrajz 9., 10., 11. és fizika 9., 10., 11.	földrajz 9., 11., fizika 10.	földrajz 9., fizika 10., 11., 12.	földrajz
Kiegészítő tartalmak beke- rülhetnek-e az oktatásba?	a 11. és 12. évfolyamban a szabadon választott órákból	igen, az iskolai pedagógiai programban kell leírni	igen, a tanár a saját tanmenete szerint taníthat az állami programon felüli tartalmakat 20%-ban	igen	nem, kivételt képeznek a tehetséggondozó gimnáziumok	igen
A tankönyvpiac liberális-e?	nem	2020 szeptemberétől az alapiskola (AI) alsó tagozatán, a középiskolában nem	nem	igen	igen	igen
Magyar nyelvű tankönyvek a természettudományok oktatásában?	–	fordítás a többségi nyelvből	fordítás a többségi nyelvből	fordítás a többségi nyelvből	fordítás a többségi nyelvből	zömében magyarországi megfelelőek
Magyarországi tankönyvek használata?	–	nem, oktatási segédanyagként használhatók	hivatalosan nem, de használják a tanárok	hivatalosan nem, de használják a tanárok	nem tiltott	igen
Meteorológia szerepel-e külön témakörben?	földrajzból igen, fizikából igen	földrajzból igen (Légkör című fejezet), fizikából nem	földrajzból igen (11. osztály, Légkör című fejezet), fizikából nem	földrajzból igen, fizikából nem, de választható tantárgyként lehet például meteorológiai adatok feldolgozását tanulni	földrajzból igen, fizikából nem	földrajzból és fizikából is + Az ember és természet tantárgyon belül
A tananyag feldolgozása a tankönyvben	leíró jellegű	leíró jellegű	leíró jellegű, de vannak demonstrációs kísérletek, megfigyelések és projekt-feladatok	leíró jellegű, de vannak demonstrációs kísérletek, megfigyelések és projekt-feladatok	leíró jellegű, információkeresés, projektfeladatok	leíró jellegű, vannak demonstrációs kísérletek, vannak csoportos diák-kísérletek, információkeresés a diákok által
A tananyaghoz kapcsolódó feladatok	megértés jelenségek magyarázata	megértés jelenségek magyarázata	megértés, jelenségek magyarázása, összehasonlítás, mérések, észlelések	megértés, jelenségek magyarázása, összehasonlítás	megértés, jelenségek magyarázása, jelenségek összehasonlítása	

1. táblázat (folytatás)						
	Magyarország	Szlovákia	Ukrajna*	Románia	Szerbia	Horvátország
Az érettségi vizsga követelményei között van-e meteorológia?	földrajzból igen (A levegőburok), fizikából kevés: a levegő páratartalma, eső, hó, jégeső kialakulásának legfontosabb okai	földrajzból igen, fizikából nem	földrajzból igen, fizikából nem	nem	nem	nem
Érettségi vizsgafeladatok az írásbeli vizsgán	a földrajz érettségi vizsgán igen, a fizika érettségi vizsgán nem	nincs írásbeli érettségi vizsga földrajzból és fizikából	választható a fizika és földrajz írásbeli érettségi, földrajzból igen	írásbeli földrajz	nincs írásbeli érettségi vizsga földrajzból és fizikából	nincs központi írásbeli vizsga földrajzból, a fizika írásbeli vizsgán nem volt meteorológiahoz kapcsolódó feladat
Tanórán kívüli tevékenység					látogatás a meteorológiai intézetbe, önálló mérések, megfigyelések, vetélkedők, de nehezen fér be a diákok életébe	látogatás a meteorológiai intézetbe, témahetek, önálló mérések, megfigyelések
Bekapcsolódott-e az ország a Globe-programba?	igen	nem	nem tudom	nem tudom	igen	igen

* Az iskolák az állami pedagógiai program szerint működnek. A tanár a saját tannemében változtatott 20%-ot.

A meteorológia a középiskolások számára is érdekes és közeli téma [1]. A mobiltelefonok időjárás-előrejelző applikációi ugyan prioritást élveznek, de talán éppen ebből kiindulva saját jövőjük szempontjából is foglalkoztatja őket a légkör, benne az éghajlatváltozás témája. Sok esetben kifejezik, hogy élhetőbb jövőnk érdekében határozott cselekvést várnak el a döntéshozóktól. Segít-e ezen a területen az iskola? Milyen lehetőség van arra, hogy iskolai keretek között is foglalkozzanak e témakörrel az érdeklődő diákok, és megértsék azokat a folyamatokat, amelyek befolyásolják az időjárás és az éghajlat változásait [2, 3]?

Egy kérdőíves felmérés segítségével összehasonlítottuk a meteorológiai témakörök oktatásának Magyarországi helyzetét a környező országok oktatási gyakorlatával [4]. Olyan országokat választottunk, amelyekben folyik magyar nyelvű középiskolai oktatás. A kérdőív 18 kérdést tartalmazott (1. táblázat). Ezek között szerepelt a földrajz és a fizika tantárgy keretében oktatott meteorológiai témakörök áttekintése. A kérdőívet egy horvátországi, egy szerbiai, két erdélyi, 20 kárpátaljai és egy szlovákiai magyar nemzetiségű középiskolai tanár vagy főiskolai, illetve egyetemi oktató töltötte ki. A 25 kitöltött kérdőív válaszai alapján hasonlítottuk össze az egyes országokban folyó középiskolai (gimnáziumi) oktatást.

A kutatás során több kérdésre kerestük a választ. Tekintettel arra, hogy az egyes országokban különböző az oktatás tartalmi szabályozása, először ezt hasonlítottuk össze. Ezt egyrészt azért tettük, hogy meglássuk, a tanároknak milyen mértékű mozgásteret enged a központi szabályozás, másrészt azt szerettük volna látni, hogy milyen a kerettantervek és a természettudományi tantárgyak irányultsága. A második kérdéskör arra vonatkozott, hogy mely tantárgyak keretén belül és milyen meteorológiához köthető ismereteket tanulnak a diákok az általános műveltséget nyújtó középiskolákban. A harmadik kérdéskörben azt szerettük volna felmérni, hogy mennyiben segítik a tankönyvek a tananyagban való elmélyülést. Itt kérdeztünk rá arra is, hogy a határon túli iskolákban a tanároknak van-e lehetőségük magyarországi tankönyvek használatára. Végül vizsgáltuk azt is, hogy megjelenik-e a meteorológia az érettségi vizsgák követelményei között.

Az oktatás tartalmi szabályozása

Magyarországhoz hasonlóan minden vizsgált országban kerettantervek határozzák meg az oktatás célját és szabályozzák annak tartalmát. Magyarországon a természettudományi tantárgyak esetében a 2012-es Nemzeti Alaptanterv (NAT) lehetővé tette, hogy az iskolák A és B kerettanterv között válasszanak. Az A kerettanterv a közművelődési tartalmakat fejlesztési területek szerint határozta meg, a B kerettanterv pedig az adott tudományterület belső felépítéséből kiinduló hagyományos tantárgystruktúrában tárgyalta [5]. Ezt a választási lehetőséget sajnos a 2020-as NAT már nem tartalmazza [6]. A vizsgált országok közül csupán Horvátor-

szágban van az iskoláknak lehetőségük a 2012-es magyarországi Nemzeti Alaptantervhez hasonlóan alternatív kerettantervek közül választani.

A 2012-es NAT szerint tantárgyi bontásban a biológia-, fizika-, földrajz- és kémiaórák keretén belül sajátítják el a diákok a természettudományos ismereteket. Az ezt követő, 2020-as magyarországi NAT a tantárgyi felosztást a 9. és 10. évfolyamban meghagyja, a 11. évfolyamban pedig egy újabb természettudományos tárgy került bevezetésre. Ezen belül az iskola választása alapján a diákok vagy szaktárgyi programokat, azaz biológiát, fizikát, földrajzot, kémiát, vagy integrált természettudományt tanulnak. A környező országokban a természettudományos ismereteket a diákok tantárgyi felosztás szerint tanulják. Szerbiában lehetőségük van természettudományi projektmunkát választani, ahol integrált természettudománnyal foglalkoznak.

Összehasonlítottuk azt is, hogy az iskoláknak van-e lehetőségük további tantárgyakkal vagy témakörökkel kiegészíteni a kerettantervi tananyagokat. Magyarországhoz hasonlóan Szlovákiában és Szerbiában az iskoláknak kötelezően el kell készíteniük a saját pedagógiai programjukat, ami tartalmazza a kerettanterven kívüli kiegészítő célokat és tartalmakat. Magyarországon a 9–10. évfolyamon négy, a 11–12. évfolyamon kilenc szabadon tervezhető órát határoz meg a NAT. Szlovákiában a szabadon tervezhető órakeret a szlovák tanítási nyelvű iskolákban a négyéves tanulmányi időszak alatt 30, a nemzetiségi iskolákban 26 órát tesz ki, amit az egyes tantárgyak megerősítésére, új tantárgyak bevezetésére vagy fakultatív tantárgyakra lehet felhasználni [7]. A szlovák gimnáziumokban a szabadon választható órakeret a teljes órakeret közel egynegyedét teszi ki, aminek felhasználása az iskola pedagógiai programjában van rögzítve. A tanár mozgástere a pedagógiai módszerek és a feladatok kiválasztásában van, egyébként tartania kell magát az iskolai pedagógiai programhoz. Ugyanakkor a szakmai munkaközösségek akár évente kezdeményezhetik a változtatásokat a pedagógiai programban. Romániában és Horvátországban az iskoláknak lehetőségük van arra, hogy saját pedagógiai programot készítsenek, de a válaszadók szerint ritkán élnek ezzel a lehetőséggel. Ezzel egyidejűleg a tanárok saját belátásuk szerint kiegészíthetik a kötelező tananyagot. Ukrajnában viszont nincs lehetőség arra, hogy az iskolák elkészítsék a saját pedagógiai programjukat, de a tanárok saját tanmenetükben a tananyag 20 százalékában vezethetnek változtatásokat.

Meteorológia a középiskolában

Magyarországon meteorológiához köthető tartalmak a 9. évfolyam földrajz és a 9. és 10. évfolyam fizika tantervében vannak. Mindkét tantárgy önálló témakörként tárgyalja a meteorológiát. A 11. és 12. évfolyamban a szabadon választott órakereteken belül taníthatók a kiegészítő tartalmak.

Szlovákiában meteorológiát a középiskola első évfolyamában tanítanak földrajzórakon a *Léggör* című fejezeten belül. A fizikaórákon a középiskolákban nem foglalkoznak meteorológiával.

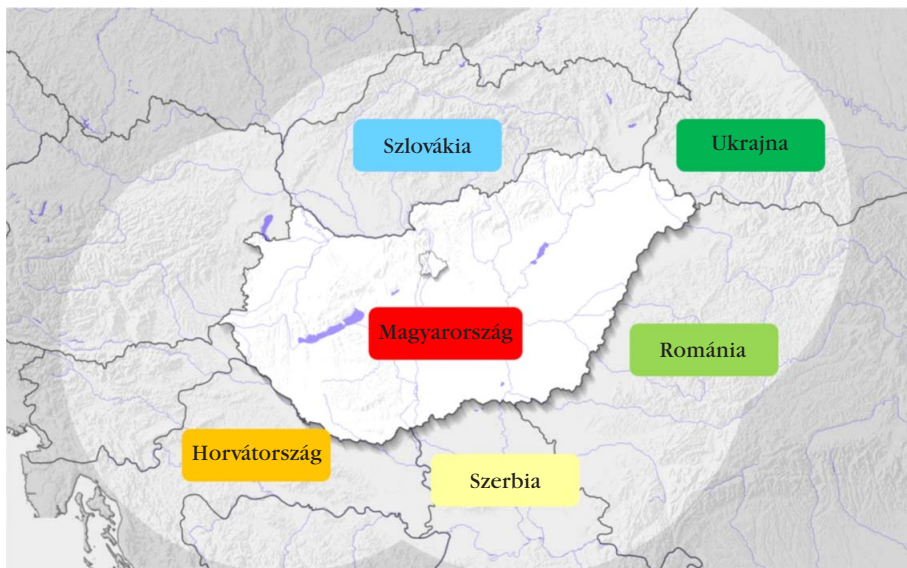
Ukrajnában meteorológiához kapcsolódó tartalmakat mind a földrajz, mind a fizika tantárgyon belül tanítanak 9., 10. és 11. évfolyamban is. A tartalom témakörönként megoszlik, a terjedelme egy-egy óra. Külön témakörként meteorológiát a 11. osztályos földrajzórakon a *Léggör* című fejezeten belül tanulnak a diákok.

Romániában meteorológiát önálló témakörként a földrajzon belül tanulnak a középiskolások. A fizikaórákon is szerepelnek meteorológiai ismeretek, de ott nem alkotnak külön témakört. Ugyanakkor a tanárok kiegészíthetik a kötelező tananyagot és választható tantárgyként is taníthatják például a meteorológiai adatok feldolgozását.

Szerbiában meteorológiát önálló témakörként a 9. évfolyamon földrajzból tanulnak. Fizikán belül is tanulnak meteorológiát, de különböző témakörökhöz kapcsolódnak a meteorológiai ismeretek (termodinamika, kinematika, optika, elektromosság). Horvátországban meteorológiai ismereteket földrajzból és fizikából is külön témakörben tanítanak.

Általában jellemző, hogy a földrajz tantárgyon belül a légköri jelenségeket külön témakörként tanítják a középiskola első évfolyamában. A fizikán belül önálló témaként meteorológiát csak Magyarországon és Horvátországban tanítanak, emellett a légköri villamosság és optika is külön fejezetekhez kapcsolódik. Szlovákia kivételével a többi országban a meteorológiához köthető ismeretek a fizika tantárgy különböző évfolyamaiban más-más témakörökhöz kapcsolódnak. Romániában például a termodinamika nulladik főtételének részeként jelenik meg a hőmérséklet mérése. A hidrosztatikai nyomás és a légköri nyomás témájának részeként tárgyalják a barométert és annak alkalmazását. Szlovákiában a középiskolai fizikában nincs szó meteorológiai ismeretekről. Ennek oka abban keresendő, hogy az alacsonyabb kötelező fizika órakeretben (5 óra a négy évfolyam során) bizonyos, az általános iskolában tanított témakörök már nem szerepelnek a kötelező gimnáziumi tananyagban. Ezek közé tartoznak a halmazállapot-változások, az elektrosztatika és a tükrözések is, amelyeken belül más országokban a csapadékképződést, a villámokat és a légköri optikai jelenségek leggyakoribb példáit, mint a délibáb jelenségét vagy a szivárvány keletkezését tanítják. (Az egyes országok oktatási rendszerének, s benne a meteorológia tanításának főbb sajátosságait az *1. ábrán* szereplő szövegdobozokban foglaljuk össze. Itt közöljük az *1. táblázatban* bemutatott kérdőív 5 kifejtő kérdése alapján készült országleírásokat is).

A meteorológia különböző területeinek tanítását vizsgálva a kérdőívben az egyes témakörök meghatározásánál a *Meteorológiai alapismeretek* című egyetemi tankönyv [8] felépítését vettük alapul és egyszerűsítettük le a középiskolai témakörökhöz. Az *2. táblázatból* látható, hogy a meteorológiához köthető ismereteket



<p>Magyarország Meteorológiai ismereteket a diákok földrajz és fizikaórákon is tanulnak. A tankönyvekben a tananyag feldolgozása az ismeretek gyakorlati hasznosulására irányul. Az ismeretközlés kiegészül kísérletekkel. Számos ismeretre, összefüggésre a diákok maguk kell rájöjjenek. Nagyszámú, témánként 10 és 20 közötti kérdés és feladat szerepel bennük. A feladatok kognitív szintje széles skálán mozog. Meteorológia szerepel a földrajz és a fizika érettségi követelményei között.</p>	<p>Románia Külön témakörként, a földrajzon belül tanulnak a középiskolások meteorológiát. Fizikából nem foglalkozik ezzel a témával önálló témakör. Ugyanakkor a tanárok kiegészíthetik a kötelező tananyagot és választható tantárgyként is taníthatják például a meteorológiai adatok feldolgozását. A tankönyvpiac liberalizált. A magyar tanítási nyelvű középiskolákban a román tankönyvek fordítását használják. Magyarországi tankönyveket hivatalosan nem használhatnak, mégis sok tanár használja őket.</p>
<p>Horvátország Meteorológiai ismereteket földrajzból és fizikából is külön témakörben tanítanak. A tananyag feldolgozása leíró jellegű. Kiegészül demonstrációs kísérletekkel, csoportos diákkísérletekkel és a diákok saját információgyűjtésével. Az érettségi vizsgák követelményei között nem szerepel a meteorológia. A magyar tanítási nyelvű középiskolában a megfelelő magyarországi tankönyvekből tanítanak.</p>	<p>Ukrajna Meteorológiához kapcsolódó tartalmakat mind a földrajz, mind a fizika tantárgyon belül tanítanak 9., 10. és 11. évfolyamban is. A tartalom témakörönként megoszlik. Külön témakörként meteorológiát a 11. osztályos földrajzórakon a <i>Léggör</i> című fejezetben belül tanulnak a diákok. A magyar tanítási nyelvű középiskolákban hivatalos tankönyvként az ukrán tankönyvek fordításait kell használni, de a tanárok használják a magyarországi tankönyveket is. A tankönyvekben a tananyag leíró jellegű, de vannak benne demonstrációs kísérletek, megfigyelések és projektfeladatok is. A tananyaghoz kapcsolódó feladatok a megértést és az ismeretek alkalmazását kívánják meg a diákoktól.</p>
<p>Szerbia Meteorológiát külön témakörként 9. évfolyamban földrajzból tanulnak a diákok. Fizikán belül különböző témakörökhöz kapcsolódnak a meteorológiai ismeretek. A tankönyvekben a tananyag feldolgozása leíró jellegű, de kiegészül információk önálló keresésével és projektfeladatokkal. A tananyaghoz kapcsolódó feladatok a megértés, a jelenségek magyarázata és az összehasonlítás kognitív szintjét célozzák meg. A magyar tanítási nyelvű iskolákban a többségi nyelven megírt tankönyvek magyar fordításait használják. Nem tiltott viszont a magyarországi tankönyvek használata sem.</p>	<p>Szlovákia Meteorológiát a középiskola első évfolyamában tanítanak földrajzórakon a <i>Léggör</i> című fejezetben belül. A kötelező fizika tantervnek a meteorológia nem képezi részét. A földrajz tankönyvben a tananyag leíró jellegű, a feladatok a megértésre és a jelenségek magyarázatára fókuszálnak. A magyar tanítási nyelvű gimnáziumokban a szlovák tankönyvek magyar fordításait használják. Magyarországi tankönyveket a szlovákiai tankönyvek mellett oktatási segédanyagként, saját forrásból megszerezve lehet használni.</p>

1. ábra. A meteorológia tanításának leírása az egyes országokban a következő kutatási kérdések alapján: Milyen tantárgyon belül tanulnak meteorológiát a diákok? Milyen a tananyag feldolgozása a tankönyvekben? Az érettségi követelmények között szerepel-e meteorológia? A határon túli magyar középiskolákban használhatók-e a magyarországi tankönyvek a természettudományok oktatásánál?

jellemzően mind a hat vizsgált országban a földrajz tantárgyon belül tanítják. A diákok itt tanulnak a léggör összetételéről, a léggör áramlásokról, a felhő- és csapadékképződésről, itt ismerkednek meg az éghajlat alapjaival és az éghajlatváltozás kérdéseivel. Meteorológiai mérésekkel és megfigyelésekkel foglalkoznak Ukrajnában, Romániában, Szerbiában és Horvátországban is. A meteorológiai előrejelzésről Magyarországon, Szlovákiában és Ukrajnában tanulnak legtöbbit a középiskolás diákok. A fizika tantárgyon belül jellemzően a léggöri sugárzások, a léggöri elektromosság és optika jelenségeiről van szó. Magyarországon a csapadék- és felhőképződés, Ukrajnában a csapadékképződés témája egyaránt szerepel a fizika és a földrajz témakörei között. A fentiekből látható, hogy a meteorológia tanítása Magyarországon és a szomszédos államokban is döntően a földrajz tantárgyon belül történik. Ennek lehet olyan hátránya, hogy a diákok csupán a jelenségek leírásával találkozhatnak, anélkül, hogy a léggöri jelenségek hátterében álló fizikai törvényeket megismernék. A tankönyv felépítésétől és a földrajzot tanító tanár felkészültségétől és irányultságától függ, hogy a diákok mennyire mélyülnek el a jelenségek fizikai hátterében.

Tankönyvek

A jól megírt tankönyveknek fontos szerepük van a tanulók ismeretszerzésében, valamint a feladatokon keresztül az ismeretek elmélyítésében és rendszerezésében. Ugyanakkor a jó tankönyvek segítik a differenciált feladatmegoldást is. Ezért kérdeztünk rá arra is, hogy a tanároknak van-e lehetőségük szabad tankönyvválasztásra? Szlovákiában és Ukrajnában a középiskolákban egy központilag kiadott tankönyvből tanít-

A meteorológia különböző területeinek oktatása a földrajz és a fizika tantárgyon belül a Kárpát-medence 6 országában

	Magyarország		Szlovákia		Ukrajna		Románia		Szerbia		Horvátország	
	földrajz	fizika	földrajz	fizika	földrajz	fizika	földrajz	fizika	földrajz	fizika	földrajz	fizika
A légkör összetétele és szerkezete	✓		✓		✓	✓	✓		✓			✓
Légköri sugárzási folyamatok		✓				✓		✓		✓		
Légköri áramlások	✓		✓		✓	✓	✓	✓	✓		✓	
Felhőképződés, a felhők osztályozása	✓	✓			✓		✓		✓		✓	
Csapadékképződés, csapadékfajták	✓	✓		***	✓	✓			✓		✓	
Időjárási rendszerek			✓		✓		✓					
Légköri elektromosság		✓				✓		✓		✓		✓
Optikai jelenségek a légkörben		✓				✓		✓		✓		✓
Meteorológiai mérések és megfigyelések				***	✓		✓		✓		✓	
Meteorológiai előrejelzés	✓		✓		✓							
Éghajlat fogalma és osztályozása	✓		✓		✓		✓		✓		✓	
Éghajlatváltozás	✓		✓		✓		✓		✓		✓	
Egyéb					*				**			

✓ A témakör szerepel az adott ország tantervében

* A légkör hasznosítása és védelme

** Vároklíma

*** A 7. évfolyamos tananyag része

hatnak a tanárok. Legfeljebb abban dönthetnek, hogy ezt a tankönyvet ténylegesen használják-e az oktatási folyamatban vagy nem. Romániában, Szerbiában és Horvátországban liberalizált a tankönyvpiac. A magyarországi iskolák két tankönyv között választhatnak tantárgyanként és évfolyamonként.

A tankönyvekben a tananyag feldolgozása jellemzően leíró jellegű. A fizika tantárgyon belül Ukrajnában és Szerbiában a jobb megértést demonstrációs kísérletekkel és projektfeladatokkal segítik. Horvátországban ehhez még a tananyaghoz tartozó csoportos diákkísérletek és önálló információkeresés és információfeldolgozás járul. A tananyag feldolgozását segítő feladatok a Bloom-féle újragondolt taxonómia szerint a magyarországi fizika tankönyveken kívül minden országban alacsonyabb kognitív szintet céloznak meg [9]. A feladatok a leírt jelenségek megértésére és egyszerű összehasonlításokra vonatkoznak. A magyarországi fizika tankönyvekben [10] található magasabb kognitív szintet is elérő feladatok, amelyek elemzést, analízist és szintézist igényelnek a diákoktól. Jó példa erre a 9. évfolyamos fizika tankönyv 32. fejezete, amely a csapadékokat tárgyalja. Ahogy a tan-

könyv minden fejezete, ez a fejezet is tartalmaz egyszerű és összetett kérdéseket, feladatokat. Az egyszerűbb feladatok között emlékeztetésre és értelmezésre vonatkozó kérdések vannak, mint „Ismerd a harmatpont fogalmát!”, „Milyen formáit ismered a csapadékoknak? Ismerd a kialakulásuk folyamatát!”, „Mi a különbség a dér és a zúzmara között?”, vagy az ismeretek alkalmazására vonatkozó kérdések, mint például „Miért nem hullhat ónos eső nyáron?”. Az összetett kérdések és feladatok között találunk olyanokat, amelyek kiszámolásához többféle ismeretet kell figyelembe venni és rendszerezni, mint például „Hány liter víz hull egy 1 km²-es területre, ha 5 mm eső esik?”. Egyéb, magasabb kognitív szintű feladatok, amelyek megoldása elemzést és értékelést igényel a diákoktól: „Hogyan függ össze a légszennyezettség adatainak alakulása és az időjárás? Milyen időjárási események segítik a légszennyezettség csökkenését, vagy akár a légkör pollentelítettségének csökkenését?”, „Valaki egyszer azt állította, hogy akkor keletkezik harmat, ha a hőmérséklet alacsony. Ez az állítás így pontatlan, hibás. Miért? Mi a harmat keletkezésének pontos előfeltétele?”.

A magyarországi 9. osztályos földrajz tankönyv [11] gyakorlati kérdéseken és sokszínű feladatokon keresztül segíti a diákokat a jelenségek megértésében. Hangsúlyos benne a fizikai tartalom. A feladatok között vannak értelmezésre vonatkozók és elemzést igénylők. Szintén a csapadékképződés folyamatához kapcsolódó kérdések: „Mi a szerepe a lehülésnek a csapadékképződésben?”, „Próbálg magyarázatot találni az egyes felhőfajták alakjára!”.

A meteorológiai ismeretek átadását segítik az Országos Meteorológiai Szolgálat és az egyetemi tanszékek kiadványai az általános meteorológiától a mikro-meteorológiai és repülésmeteorológiai ismereteken át a klímaváltozás globális és Kárpát-medencei hatásainak áttekintéséig [2, 3, 12–14].

Meteorológia az érettségi vizsgák követelményrendszerében

Magyarországon, Szlovákiában és Ukrajnában a földrajz érettségi követelmények között, a levegőburok földrajza témakörhöz kapcsolódóan szerepelnek meteorológiai ismeretek. Magyarországon ezen belül a légkör anyagáról és szerkezetéről, a levegő felmelegedéséről, a levegő mozgásáról, a felhő- és csapadékképződésről, az időjárás és az éghajlat kapcsolatáról és a légszennyezettségről kell megfelelő ismeretekkel rendelkezniük a diákoknak. A szlovákiai diákok földrajz érettségi követelményei az adott témakörben hasonlóak, mint a magyarországi diákok esetében. Romániában, Szerbiában és Horvátországban nem szerepel a meteorológia az érettségi követelmények között. Fizikából csak a magyarországi követelmények között található meteorológiai ismeretanyag, de csupán a csapadékképződés kvalitatív ismerete, valamint a villámok a hétköznapi elektrosztatikai jelenségek között. Magyarországon és Ukrajnában a földrajz írásbeli érettségi vizsgákon rendszeresen van meteorológiai ismeretekhez köthető kérdés. A 2021. májusi földrajz középszintű érettségi vizsgán egy kérdés vonatkozott a hőmérséklet napi és évi változására. Az emelt szintű érettségi feladatsorában szintén volt egy meteorológiához köthető kérdés, amelyikben az érettségizőknek a felhő- és csapadékképződéssel kapcsolatos feladatot kellett megoldaniuk. A korábbi években is hasonló volt a meteorológiához köthető feladatok aránya. A 2020-as középszintű érettségi vizsgán szintén az egyik feladat a csapadékképződésre vonatkozott. Az emelt szintű feladatsorban egy időjárással kapcsolatos és egy éghajlattani kérdés szerepelt.

Következtetés, összegzés

A középiskolában a földrajz- és fizikaórákon tanulnak a diákok meteorológiához köthető ismereteket. A magyarországi tantárgyi felépítésben az ismeretek gyakorlati hasznosulása dominál. A diákok a földrajz és a fizika tantárgyon belül is külön témakörben fog-

lalkoznak meteorológiával. Horvátországban a magyarországihoz hasonló az oktatás szerkezete. A további határon túli iskoláknál a magyarországinál szigorúbb tantárgyi struktúra valósul meg, amely jobban illeszkedik egy-egy tudományterület belső felépítéséhez. A légköri jelenségek csak a földrajz keretén belül alkotnak külön témakört, a fizikaórákon a fizikai törvényszerűségekhez kapcsolódva, több esetben mérési feladatoknál jelennek meg az adott témák. Szlovákia az egyetlen ország, ahol a fizikán belül a diákok nem tanulnak meteorológiához kapcsolódó ismereteket. Tipikusan földrajzon belül tanított témakörök a légkör összetétele és a légköri áramlások, a felhőképződés és a felhők osztályozása, meteorológiai mérések és megfigyelések, valamint az éghajlat. A fizikában megjelenő jellegzetes témák: légköri sugárzási folyamatok, légköri elektromosság, optikai jelenségek, valamint a csapadékképződés egyes komponensei (páratartalom, halmazállapot-változások).

A vizsgált országok nagy részében a meteorológia a földrajz témakörei közé került és a jelenségek leírására hagyatkozik. Ennek olyan hátránya van, hogy a diákok sokszor nem látják meg a jelenségek mögött a fizikai törvényszerűségeket. A meteorológia tanítása szempontjából a legjobb helyzetben a magyarországi iskolák vannak. A földrajzba is bekerültek a fizikai törvényszerűségek és a fizika tantárgyon belül is megjelenik a téma. A határon túli földrajztanárok a tanításuk során inspirációt szerezhetnek a meteorológia gyakorlati tanításából. A fizikatanárok pedig a fizika törvényszerűségeinek gyakorlati megjelenítése során, illetve a halmazállapot-változások, elektrosztatika és optika témakörét megelőzően építhetik be a tananyagba a meteorológiához kapcsolódó tartalmakat.

Irodalom

1. Charlton-Perez, A., Dacre, H., Maskell, K., Reynolds, R., South, R., Wood, C.: Meteorology and climate inspire secondary science students. *School Science Rev.* 92/339 (2010) 75–81. ISSN 0036-6811
2. Bartholy J., Bozó L., Haszpra L.: *Klímaváltozás – 2011. Klímaszcenáriók a Kárpát-medence térségére*. Magyar Tudományos Akadémia – Eötvös Loránd Tudományegyetem Meteorológiai Tanszéke (2011) ISBN: 978-963-284-232-5
3. Gelencsér A.: *Füstbe ment bolygó*. Pannon Egyetem, Veszprém (2015). ISBN: 978-963-339-606-9
4. Molnárné Pelle B., Weidinger T., László E., Bordás Á., Lucz I., Tasnádi P.: A meteorológia középiskolai oktatása a Kárpát-medencében. 46. *Meteorológiai Tudományos Nap 2020. November 19. Előadások összefoglalói*. (Szerk.: Radics K., Mészáros R., Lakatos M.) 34. oldal. DOI: 10.21404/46.MTN.2020
5. Molnár B., Tasnádi P., Weidinger T.: Meteorológia a fizika oktatásában Magyarországon és Szlovákiában. *Légkör 64/2* (2019) 21–26.
6. 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelet A Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról. *Magyar Közlöny 2020/17* 290–446.
7. Szlovák Állami Művelődési Program: http://www.statpedu.sk/files/articles/dokumenty/inovovany-statny-vzdelavaci-program/fyzika_nsv_2014-12-03.pdf
8. Bartholy J., Mészáros R., Geresdi I., Matyasovszky I., Pongrácz R., Weidinger T.: *Meteorológiai alapismeretek*. Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest (2013).
9. Anderson, L. W., Krathwohl, D. R.: *A taxonomy for learning, teaching, and assessing. A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Abridged Edition, New York: Longman (2001).
10. Egri S., Horányi G., Simon P.: *Fizika 9–10 első kötet* (NAT 2020). Oktatási Hivatal, Budapest (2021) ISBN 978-615-6178-26-8

11. Arday I., Czifusz M., Horváth T.: *Földrajz 9* (NAT 2020). Oktatósi Hivatal, Budapest (2020) ISBN 978-615-6178-29-9
12. Kolláth K., Simon A., Pátkai Zs., Fejes E., Horváth Á., Kiss M., Németh M., Fehér B., Szabó D.: *Felbőatlasz – A felbőkről mindenkinek*. Országos Meteorológiai Szolgálat, Budapest (2017) ISBN: 978-963-9931-13-8

13. Sándor V., Wantuch F.: *Repülésmeteorológia. Tankönyv pilóták és leendő pilóták számára*. Folium Nyomda (2005) ISBN 963 7702 91 1 Második, javított kiadás.
14. Unger J., Sümeghy Z., Kántor N., Gulyás Á.: *Kisléptékű környezeti klimatológia*. Szegedi Egyetemi Kiadó, Szeged (2012) ISBN 978-963-315-068-9

A 41. MIKOLA SÁNDOR ORSZÁGOS KÖZÉPISKOLAI TEHETSÉGGKUTATÓ FIZIKAVERSENY – BESZÁMOLÓ

Koncz Károly – PTE Babits Gyakorló Gimnázium

Simon Péter – PTE Fizikai Intézet és Pécsi Leőwey Klára Gimnázium

Rövid történeti áttekintés

Az első fizika tanulmányi verseny története egészen 1894-ig nyúlik vissza. *Eötvös Loránd* miniszteri kinevezésének apropóján a pesti egyetem ekkor rendezte meg a matematikai és fizikai Tanulóversenyt. Ebből alakult ki később a Kürschák Matematikaverseny, valamint az Eötvös Fizikaverseny. Az Országos Középiszkolai Tanulmányi Verseny 1927 óta kerül megrendezésre, és 1967 óta – részben magyar kezdeményezésre – szerveznek fizikai diákolimpiát.

Az 1980-as évek elején a magyar fizikai diákolimpiai csapat vezetői felismerték, hogy fiatalabb korban kell felfedezni a tehetségeket. *Marx György* professzor úr segítségével új verseny jött létre a 9–10. évfolyamon, a tehetségkutató fizikaverseny. 1982 óta látja el a Mikola Verseny a tanulmányi versenyek kettős feladatát. A versenyek egyrészt célt adnak a tehetséges diákoknak a fejlődéshez, másrészt alkalmas a legjobbak kiválogatására. Az első harminc esztendő-

ben a soproni Vermes Alapítvány – *Nagy Márton* tanár úr irányításával – szervezte a versenyt. 2012 óta Pécs vette át ezt a feladatot.

A Covid-járvány előtti évtizedben ahhoz szoktunk, hogy a versenyre évente közel 200 iskola több mint 3000 diákja nevez. 2021-ben, sok hónapnyi távoktatás után, a jelentkezők száma jelentősen lecsökkent. 131 középiskola 1815 diákja készült a versenyre. Ezt a körülbelül 40%-os csökkenést egyértelműen a távoktatás okozta. Sok iskolában elmaradtak a szakköri foglalkozások, tanárok, diákok motiváltsága jelentősen csökkent. Ezért nyugtáztuk nagy örömmel, hogy 2022. február 8-án, az idei verseny első fordulójában 157 középiskola 2572 diákja írt versenydolgozatot. A három forduló négy kategóriájában megjelent feladatok közül ismertetjük azokat, amelyeket a versenybizottság a legizgalmasabbnak ítélt.

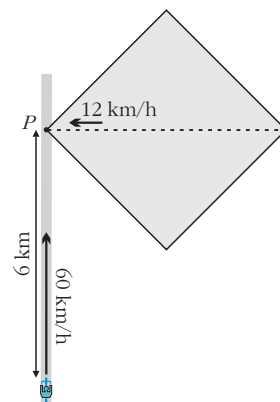
Első forduló

A feladatlapot több évtizede *Szkladányi András* szerkeszti. Az első forduló 20 megjelent feladata közül kettőt ismertetünk.

I. kategória (gimnázium 9. évfolyam) 5. feladata

kitűzte: *Baranyai Klára* (Veresegyház)

Egy földút hosszú, egyenes szakaszán egy motoros 60 km/h sebességgel haladt. Egy furcsa, igen nagy kiterjedésű, négyzet alakú esőfelhő közeledett az út felé 12 km/h sebességgel, az útra merőlegesen, az *ábra* szerint. A felhőből eső hullott, a talaj közelében szélcsend uralkodott. A felhő sarka (*P* pont) a motorostól 6 km-re érte el az utat.



Koncz Károly 1982-től a pécsi Babits Gyakorló Gimnázium fizika szakos tanára. Szakvizsgázott, mesterpedagógus, vezetőtanár. 2002 óta a Mikola Sándor Tehetségkutató Fizikaverseny feladatkitűző bizottságának tagja. Feladatokat tűz ki, javítja a második forduló dolgozatait, részt vesz a második forduló feladatsorának összeállításában, a 10. évfolyamos döntő zsűrijének tagja.



Simon Péter (1968) 1992-ben végzett az ELTE matematika–fizika tanári szakán. 1997 óta a Pécsi Leőwey Klára Gimnáziumban tanít. 2005-től a PTE TTK Fizikai Intézetében tanárszakos hallgatókat oktat. A Fizika OKTV bizottsága tagja, vezeti a Mikola Versenybizottságot. Több tankönyv, példatár társszerzője. 2018-ban Rátz Tanár Úr Életműdíjat kapott.

Mennyi ideig és milyen hosszú úton kellett a motorosnak esőben haladni?

I. megoldás:

Vegyük észre, hogy a felhő motoroshoz közelebbi határa az úton 12 km/h-s sebességgel közeledik, míg a távolabbi határa ugyancsak 12 km/h-s sebességgel távolodik. (Mivel a felhő igen nagy kiterjedésű, ezért a motoros csak ezzel a két határral találkozik.)

Kiszámíthatjuk, hogy az esőfelhő közelebbi szélét mennyi idő alatt éri el a motoros:

$$t_1 = \frac{6 \text{ km}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 12 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{1}{12} \text{ h} = 5 \text{ min},$$

ennyi idő alatt a motoros 60 km/h = 1 km/perc sebességgel 5 km utat tesz meg.

Az esőfelhő távolabbi szélét a motoros

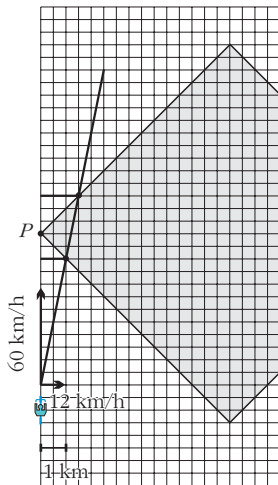
$$t_2 = \frac{6 \text{ km}}{60 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 12 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{1}{8} \text{ h} = 7,5 \text{ min}$$

idő alatt éri el, és ezalatt 7,5 km utat tesz meg.

A két távolság különbsége 2,5 km, és a közben eltelt idő 7,5 perc – 5 perc = 2,5 perc.

II. megoldás:

Rajzoljunk le egy nagy négyzetet, és ehhez az „esőfelhőhöz” viszonyítsuk a motoros mozgását. Jelöljük be az úton a P pontból kiindulva centiméterenként vonalakat, és ezek jelentse- nek 1-1 kilométert. Használjuk ki, hogy a motoros sebessége 1 km/perc. A P ponttól tehát 6 cm-re rajzoljuk meg a motoros kezdőhelyzetét az úton. A felhőhöz képest a motoros felfelé mozog, miközben 1 km-t halad az út mentén, aközben 1/5 km-t moz- dul el jobbra, így megrajzolhatjuk a pályáját, ami egy- nes vonal. Az *ábráról* leolvasható, hogy a motoros 5 km úton haladás után kerül a felhőbe, és 7,5 km úton haladás után kerül ki belőle (az *ábrán* egy kis négyzet oldaléle 0,5 km). A két távolság különbsége 2,5 km, és a közben eltelt idő 7,5 perc – 5 perc = 2,5 perc.



II. kategória (gimnázium 10. évfolyam) 4. feladata

kitűzte: *Pálfalvi László* (Pécs)

Rosszcsont Robi a 12 sugaras köztéri szökőkút két nyílását befogja. Hányszorosára emelkedik a vízszugár? (Feltételezhetjük, hogy Robi rosszalkodása nem befolyásolja a kút teljes vízhozamát.)

Megoldás:

A folytonossági feltétel miatt:

$$12 A v_1 = 10 A v_2 \rightarrow v_2 = 1,2 v_1.$$

A spriccelő víz torkolati sebessége 1,2-szeresére nő.

Az emelkedési magasság a „hajítási sebesség” négyzetével arányos, így tehát az 1,44-szeresére nő. (Ez az eredmény független attól, hogy a szökőkút nyílásaiból milyen szögben spriccel ki a víz. Értelem szerint ez a szög nullánál nagyobb, gyakran éppen 90°.)

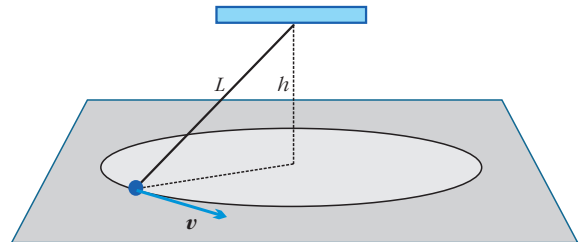
Második forduló

Az első fordulóban legalább 50%-os teljesítményt elérő diákok jutnak a 2. fordulóba. Idén ez 122 iskola 686 diákjának sikerült. Az újabb megmérettetésre március 8-án került sor. A feladatlapot hosszú évek óta *Koncz Károly* és *Simon Péter* szerkeszti. A második fordulóban megjelent 16 feladat közül a következő kettőt ismertetjük.

I. kategória (gimnázium 9. évfolyam) 4. feladata

kitűzte: *Szkladányi András* (Baja)

Vízszintes felületen egy 0,1 kg tömegű test a súrlódás miatt lassuló körmozgást végez a testhez rögzített, megfeszült fonál hatására. A fonál hossza $L = 1 \text{ m}$ és a vége a vízszintes felület fölött $h = 50 \text{ cm}$ magasan van rögzítve. A test és a felület között a csúszási súrlódási együttható 0,5.



- Mekkora a fonálerő abban a pillanatban, amikor a test sebessége 1 m/s-ra csökken?
- Mekkora a test gyorsulása ebben a pillanatban?
- Ábrázoljuk a nyomóerőt a test sebességének függvényében!
- Legfeljebb mekkora lehetett a fonálra merőleges kezdősebesség?

Megoldás:

a) Az adott adatokból a fonál a függőlegessel 60° -os szöget zár be. Az ingatestet a fonálerő vízszintes összetevője tartja körpályán:

$$K \sin \alpha = m \frac{v^2}{r},$$

amiből a fonálerő

$$K = \frac{m v^2}{r \sin \alpha} = \frac{m v^2}{r^2} L = \frac{m v^2}{L^2 - h^2} L = 0,133 \text{ N}.$$

b) A centripetális gyorsulás:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{\sqrt{L^2 - h^2}} = 1,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Függőleges irányban nincs gyorsulás, ezért:

$$N + K \cos \alpha = m g.$$

Az érintő irányú gyorsulást (lassulást) a súrlódási erő okozza:

$$a_e = \frac{\mu N}{m} = \frac{\mu (m g - K \cos \alpha)}{m} = \mu \left(g - \frac{v^2}{L^2 - h^2} h \right) = 4,67 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Az eredő gyorsulás:

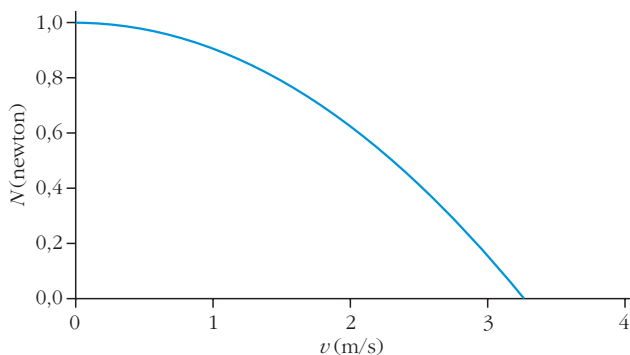
$$a = \sqrt{a_{cp}^2 + a_e^2} = 4,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

c) A nyomóerő:

$$N = m g - K \cos \alpha = m g - \frac{m v^2}{L^2 - h^2} h.$$

Az SI-ben vett adatokkal az erőt newtonban kapjuk:

$$N = 1 - 0,066 v^2.$$



d) A zérushely

$$v = \sqrt{\frac{1}{0,066}} \approx 3,87 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

ennél nagyobb kezdősebesség esetén a test elválik a felülettől.

II. kategória (gimnázium 10. évfolyam) 3. feladata

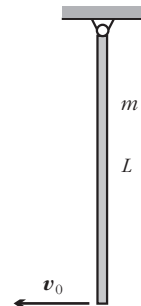
kitűzte: *Kotek László* (Pécs)

Egy $L = 1,2$ m hosszúságú, $m = 2,4$ kg tömegű, homogén, vékony rudat egyik végénél fogva csuklósan felfüggesztünk, majd bizonyos szögvel kitérítve kezdősebesség nélkül elengedünk. A rúd függőleges helyzetében alsó végének sebessége $v_0 = 4$ m/s.

a) Mekkora erő ébred a rúd függőleges helyzetében abban a pontban, amely a forgástengelytől $d = (3/4)L$ távolságra van?

b) Milyen távolságra van a forgástengelytől az a pont, ahol a rúdban ébredő erő mg ?

Útmutatás: A kiterjedt test tömegpontok összességének, azaz egy pontrendszernek tekinthető.



Megoldás:

a) Vizsgáljuk a kérdést általánosan! Legyen a forgástengelytől x távolságban lévő pontban a rúdban ébredő erő K ! Vizsgáljuk az

$$m(x) = \frac{m}{L} (L - x)$$

tömegű rúddarab mozgását! Tömegközéppontjának forgástengelytől mért távolsága:

$$r_0 = x + \frac{L - x}{2} = \frac{L + x}{2}.$$

A rúd pontjainak szögsebessége:

$$\omega = \frac{v_0}{L}.$$

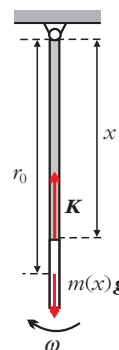
A dinamika alapegyenletét felírva:

$$m(x) r_0 \omega^2 = K - m(x) g,$$

$$K = m(x) \left(g + r_0 \omega^2 \right),$$

$$K = \frac{m}{L} (L - x) \left(g + \frac{L + x}{2} \frac{v_0^2}{L^2} \right),$$

$$K = \frac{L - x}{L} m g + \frac{L^2 - x^2}{2 L^2} m \frac{v_0^2}{L}.$$



Az a) esetben $x = (3/4)L$.

$$K = \frac{1}{4} m g + \frac{7}{32} m \frac{v_0^2}{L}.$$

Az adatokat beírva:

$$K = \frac{1}{4} \cdot 24 \text{ N} + \frac{7}{32} \cdot 2,4 \cdot \frac{16}{1,2} \text{ N} = 13 \text{ N}.$$

b) Ebben az esetben a rúdban ébredő erő $K^* = m g$.

$$m g = \frac{L - x}{L} m g + \frac{L^2 - x^2}{2 L^2} m \frac{v_0^2}{L},$$

$$g x = \frac{L^2 - x^2}{2 L^2} v_0^2,$$

$$0 = x^2 + \frac{2 g L^2}{v_0^2} x - L^2.$$

Az adatokat beírva: $x^2 + 1,8x - 1,44 = 0$. Ezt megoldva: $x = 0,6$ m. Ilyen adatok esetén éppen a rúd középpontjában ébred mg nagyságú erő.

Harmadik forduló

629 tanuló (a bejutott diákok 92%-a) írta meg a második forduló dolgozatát. A döntőbe jutáshoz az elérhető 40 pontból 24-re volt szükség az I. kategóriában, 22-re a II.-ban, 25-re a III.-ban, 14-re a IV.-ben. A gimnazisták közül 47-49 diák jutott a döntőbe, a technikumban tanulók közül csak 3-3. Sajnos több éves tapasztalat, hogy a technikumban tanulók teljesítménye nagyon elmarad a gimnazisták eredménye mögött.

A járványhelyzet miatt 2020-ban és 2021-ben nem tudtunk döntőt szervezni, hanem a második forduló – bizottság által kijavított – versenydolgozatai alapján hirdettünk végeredményt. Nagy öröm, hogy idén újra sikerült döntőt szervezni. Hagyományosan a kilencedikesek Gyöngyösön, a tizedikesek Pécssett vetélkedtek a fináléban május 1-től 3-ig.

Gyöngyösön volt az I. és III. kategória döntője. Az elméleti feladatlapot *Vigh Máté* szerkesztette, a zsűri elnöke *Subajda János*, tagjai *Horváth Ferenc*, *Pántyáné Kuzder Mária* voltak. Korábban, sok éven keresztül *Holics László* szerkesztette ezt a feladatlapot.

Pécssett a II. és IV. kategória döntősei szerepeltek. A feladatlapot *Kotek László* szerkesztette, a zsűri elnöke *Pálfalvi László* volt. Több évtizeden át *Kotek László* volt e kategóriák zsűrielnöke. A zsűri további tagjai: *Honyek Gyula*, *Koncz Károly*, *Szkladányi András*. A harmadik fordulóban megjelent 16 feladat közül a következő kettőt ismertjük.

I. kategória (gimnázium 9. évfolyam) 3. feladata kitűzte: Vigh Máté (Biatorbágy)

Egyenletes vastagságú, merev, homogén tömegeloszlású, $m = 450$ g tömegű háromszöglemez a csúcsainál alátámasztva vízszintes síkban tartunk. A háromszög oldalai $a = 36$ cm, $b = 32$ cm és $c = 24$ cm hosszúságúak. Mekkora erő hat az alátámasztásoknál?

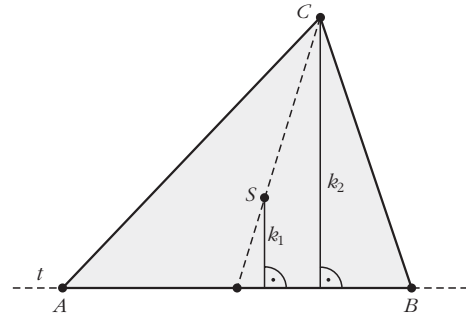
Megoldás:

Egy homogén háromszöglemez tömegközéppontja a háromszög súlypontjával esik egybe. A háromszöglemez egyensúlyának feltétele, hogy a rá ható erők és forgatónyomatékok eredője egyaránt nulla legyen. Vizsgáljuk a forgatónyomatékot a háromszög egyik (mondjuk AB) oldalán átmenő t tengelyre vonatkozóan (lásd az *ábrát*)!

Erre a tengelyre nézve csak az S súlypontban ható nehézségi erőnek és a C csúcsban ható F_C nyomóerőnek van forgatónyomatéka, ezért:

$$k_1 mg - k_2 F_C = 0,$$

ahol k_1 és k_2 a megfelelő erőkarok hosszát jelöli. Mivel a súlypont harmadolja a súlyvonalat, így (az ábrán



látható hasonló derékszögű háromszögek miatt) az S pont éppen harmadakkora távolságra van a t tengelytől, mint a háromszög C csúcsa, azaz $k_2 = 3k_1$. Ebből

$$F_C = \frac{mg}{3}.$$

A többi oldalra is hasonlóan felírva a forgatónyomatékok egyensúlyát, adódik, hogy a másik három csúcsnál ható támasztóerő is ugyanekkora:

$$F_A = F_B = F_C = \frac{mg}{3} = 1,5 \text{ N},$$

függetlenül a háromszög oldalainak hosszától!

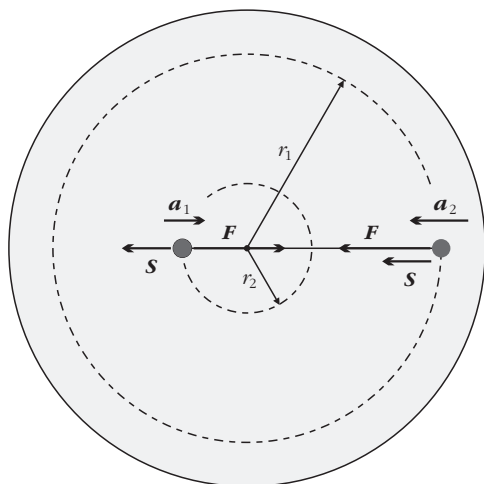
Megjegyzés. Hasonlóan jó választás, ha tengelyként a súlyponton átmenő, az oldalakkal párhuzamos egyenest választjuk. Ekkor szükségünk van az erők egyensúlyát kifejező $mg = F_A + F_B + F_C$ egyenletre is, amely az első megoldásban automatikusan teljesült. További lehetőség (amit néhány megoldó választott), hogy a háromszög súlyvonalára alkalmazzuk a forgatónyomatékok egyensúlyának feltételét. Ebből a gondolatból azonnal adódik, hogy a csúcsoknál ható erők páronként egyformák.

III. kategória (akik első évben tanulnak fizikát technikumban) 3. feladata kitűzte: Honyek Gyula (Veresegyház)

Egy forgózsámoly kör alakú, vízszintes lapjára helyezzünk két kis méretű, egyforma tömegű korongot, amelyek vékony, egyenes, feszítetlen fonállal vannak összekötve. Az egyik korong 10 cm-re, a másik pedig 30 cm-re van a zsámoly középpontjától, a fonál pedig áthalad a zsámoly forgástengelye felett. A korongok és a zsámoly lapja közötti csúszási és tapadási súrlódási tényező egyaránt 0,1. Mekkora szögsebesség esetén mozdul meg legalább az egyik korong, ha a zsámoly szögsebességét álló helyzetből indítva nagyon lassan növeljük?

Megoldás:

Jelöljük a kis korongok tömegét m -mel, a korongok középpontjának távolságát a forgástengelytől pedig r_1 -gyel és r_2 -vel, ahogy az az *ábrán* is látható ($r_1 > r_2$)! A korongok függőleges irányban nem gyorsulnak, ezért a forgózsámoly mindkettőre egyaránt mg kényszererőt gyakorol. A korongokra vízszintes irányban a fonálerő és a tapadási súrlódási erő hat, ez utóbbi nagysága legfeljebb $S = \mu mg$ lehet (a megcsúszás határán).



Viszonylag kis ω szögsebességek esetén a fonálban nem ébred erő, hiszen a korongok $a_1 = r_1 \omega^2$ és $a_2 = r_2 \omega^2$ centripetális gyorsulását a tapadási súrlódási erő még biztosítani tudja. Ha a fonál nem lenne jelen, a forgástengelytől távolabbi korong akkor csúszna meg, amikor a tapadási súrlódási erő maximuma már éppen nem éri el az ma_2 értéket. Ez annál az ω_1 szögsebességnél valósulna meg, amelyre:

$$\mu m g = m r_1 \omega_1^2 \rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{\mu g}{r_1}}$$

Valójában azonban a fonál megfeszül, és a benne ébredő F erő miatt a távolabbi korong még $\omega > \omega_1$ szögsebességek esetén is nyugalomban maradhat a zsámolyhoz képest. A fonálerő a szögsebesség lassú növelésével egyre növekszik, ezzel segít körpályán tartani a közelebbi és távolabbi korongot is. Egy bizonyos ω érték felett a fonálerő meghaladja a tengelyhez közelebbi korong körpályán tartásához szükséges $m r_2 \omega^2$ értéket, így ekkor az erre a korongra ható tapadási erő iránya ellentétesre fordul. Tovább növelve a szögsebességet egy kritikus ω_2 értékig, a tengelyhez közelebbi korong megcsúszik (és emiatt a távolabbi korong is). A megcsúszás határán felírhatjuk a két korong mozgásegyenletét:

$$F + \mu m g = m r_1 \omega_2^2,$$

$$F - \mu m g = m r_2 \omega_2^2.$$

Vonjuk ki a második egyenletet az elsőből, így eliminálhatjuk az ismeretlen F fonálerőt:

$$2 \mu m g = m (r_1 - r_2) \omega_2^2,$$

amelyből a szögsebesség keresett kritikus értéke:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{2 \mu g}{r_1 - r_2}} = 3,16 \text{ s}^{-1}.$$

Megjegyzés. A végeredményhez úgy is elérhetünk, hogy a két korongból álló pontrendszerre alkalmaz-

zuk a tömegközépponti tételt. A korongok tömegközéppontja a forgástengelytől

$$\frac{r_1 - r_2}{2}$$

távolságra van, így a tömegközéppont gyorsulása

$$\frac{(r_1 - r_2) \omega^2}{2}.$$

A korongok akkor csúsznak meg, amikor a $2S = 2\mu m g$ eredő tapadási súrlódási erő ezt nem képes biztosítani:

$$2 \mu m g < 2 m \frac{r_1 - r_2}{2} \omega^2,$$

azaz

$$\omega > \sqrt{\frac{2 \mu g}{r_1 - r_2}} = \omega_2.$$

Gyöngyösön a szervezésért *Kiss Miklós* és *Kissné Császár Erzsébet* volt a felelős. A mérési feladat kidolgozása és a mérés lebonyolítása *Kiss Miklós* feladata volt. A mérési feladat a következő volt. Egy fonálinga végét egy Bunsen-állványra szorító dióval erősített vaszeghez rögzítettük. A vízszintesig kitérített, majd elengedett inga fonala a függőlegesen való áthaladás pillanatában nekiütközik egy másik, vízszintes vasszögnek. Így az ingatest egy kisebb sugarú köríven indul tovább. A két szög közötti távolság függvényében kellett vizsgálni, hogy az ingatest a másik szög felett milyen magasan ütközik egy függőleges falapnak.

Pécsett a helyi szervezésért, valamint a mérési feladat kidolgozásáért *Simon Péter* volt a felelős. Itt a mérési feladat a következő volt. Egyetlen eszköz, egy dobókocsa segítségével kellett a síkon való véletlen bolyongás modellkísérletet elvégezni. A gyűjtött adatok feldolgozásával kapcsolatot kellett találni a kiindulási ponttól mért átlagos távolság és a lépésszám között. A modell szoros kapcsolatban áll a járványok terjedésével is.

Eredmények

I. kategória (gimnázium, 9. évfolyam)

1. helyezett: *Elekes Dorottya* (Budapest-Fasori Evangélikus Gimnázium, tanárai: *Izsa Éva* és *Költő Emese*)

2–3. helyezett: *Bencz Benedek* (Baár-Madas Református Gimnázium, Budapest, tanára: *Horváth Norbert*) és

Mayer Krisztián (Veszprémi Lovassy László Gimnázium, tanára: *Csizmaziáné Fazekas Beáta*)

II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam)

1. helyezett: *Viczián Máté* (Baár-Madas Református Gimnázium, Budapest, tanára: *Horváth Norbert*)

2. helyezett: *Csonka Illés* (Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimnázium, Pécs, tanára: *Jébn János*)

3. helyezett: *Simon László Bence* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium, tanárai: *Schnider Dorottya* és *Csefkó Zoltán*)

III. kategória (akik első évben tanulnak fizikát technikumban)

1. helyezett: *Kucsera Máté* (Váci Szakképzési Centrum Boronkay György Műszaki Technikum és Gimnázium, tanára: *Jendrék Miklós*)

IV. kategória (akik második évben tanulnak fizikát technikumban)

1. helyezett: *Kis-Szabó Gábor Tóbiás* (Paksi Energetikai Technikum, tanára: *Damjanovitsné Eke Violetta*)

A döntőn minden versenyző kapott oklevelet, ajándékkönyvet, pendrive-ot, esetenként más ajándékot is (váltáska, toll, hátizsák, Samsung-csomag...). A jutal-

mázásra különböző szponzorok támogatása adott lehetőséget. Mind a négy kategória győztese Mikola-éremmel tért haza. Gyöngyösön és Pécsen is minden felkészítő tanár kapott emléklapot. A visszajelzések alapján a résztvevők (diákok, felkészítő tanárok, zsűri, szülők) elégedetten, ismeretekben gazdagodva mentek haza a verseny döntőjéről. A Mikola-verseny Magyarország egyik legnépszerűbb fizikaversenye, amelynek sikeréért sok ember munkálkodott együtt az elmúlt évtizedekben. Az egyes fordulók feladatlapjai, megoldásai, eredménylistái a verseny honlapján – www.mikolaverseny.hu – olvashatók, gazdagítva a hazai fizikaoktatás kultúráját.

Itt szeretnénk megköszönni a verseny önzetlen támogatónak a sok segítséget, amellyel lehetővé tették és teszik a verseny színvonalas megrendezését: EMMI, Nemzeti Tehetségprogram, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Pécsi Tudományegyetem, Paksi Atomerőmű Zrt., Radioaktív Hulladékokat Kezelő Közhasznú Nonprofit Kft., Samsung, Baranya Megyei Önkormányzat, Pécs Város Önkormányzata, Gyöngyös Város Önkormányzata és még sokan mások.

HÍREK – ESEMÉNYEK

ABONYI IVÁN (1931–2022)

2022. augusztus 4-én az Eötvös Loránd Tudományegyetem Elméleti Fizikai Tanszékének egyik meghatározó egyénisége távozott közülünk.

A fizikus, plazmafizikus, tudománytörténész *Abonyi Iván* 1931. március harmadikán született Budapesten. Egyetemi tanulmányait fizikus szakon 1950-ben, abban az évben kezdte meg, amikor a Magyar Királyi Pázmány Péter Tudományegyetem felvette Eötvös Loránd nevét. 1955-ben fizikus oklevelet szerzett, 1954-től 1957-ig az ELTE Elméleti Fizikai Tanszékének aspiránsa volt. 1957-től akadémiai állásban tudományos segédmunkatársként, majd munkatársként dolgozott a tanszéken.

Aspirantúra-vezetője, *Marx György* hatalmas önállóságot adott doktoranduszainak mind az anyaggyűjtés, mind pedig a dolgozat megírása során. Abonyi Iván *A relativisztikus kinetikus gázelmélet egyes problémái* című értekezésével lett a fizikai tudományok kandidátusa 1962-ben. Immár a tanszék docenseként oktatott tárgyaiból néhány: elméleti fizika, elektrodinamika, fizikatörténet. Nekünk, matematika–fizika szakos tanárjelölteknek fizikatörténetet tanított, aminek nagy szerepe van abban, hogy fizikatörténész lett belőlem.

Tél Tamás, az MTA Elméleti Fizikai Tanszéki Kutatócsoport vezetője, így emlékezik első találkozásuk-

ra: „1975-ben kerültem a tanszékre, és első gyakorlatomra Ivánhoz osztottak be szeptemberben, a matfizések elméleti fizika, elektrodinamika előadásaihoz. Előtte igazán sohasem találkoztunk, mégis kollégaként fogadott, ez a kedvesség mindenki mással való kapcsolatára is jellemző. Nagyfokú tanítási szabadságot adott.”

Berke József fizikus, főiskolai tanár így emlékezik: „Lebilincselő előadásait koreografáltan, rendkívüli alaposággal megtervezve és kivitelezve mutatta be a fizika egy-egy részletének szépségét és az ahhoz kapcsolódó tudósok szakmai munkáját, amelyeken keresztül bepillanthattunk a fizika nagyjainak gondolataiba.”

Némethné Pap Kornélia tanárnőt idézem: „Abonyi Ivánnal a Tudományos Akadémián, egy fogadáson találkoztam. Végtelenül kedves és közvetlen volt, és a magas, vékony alakjával, modorával olyan volt, akár a '30-as évek úriembere a régi filmekből, mint *Jávor Pál*, *Ráday Imre* vagy *Törzs Jenő* a *Meseautóból*.” Ez pontosan egybecseng *Staar Gyula* *Fizikai Szemlébe* írt megemlékezése címével: *Egy elegáns úr a fizika világában, a 90 éves Abonyi Iván köszönete*.

1996. évi nyugdíjazása után 2017-ig rendszeresen bejárt egykori tanszékére.

1983 és 1986 között a Miskolci Műszaki Egyetem Fizikai Tanszékének oktató munkáját is segítette: bányász, kohász és általános mérnök hallgatóinak tanította a fizika tantárgyat.

Theo Kaban professzor meghívására 1964 és 1972 között több féléven át kutatóként és oktatóként tevékenykedett a párizsi Henri Poincaré Intézetben. Szakterülete a plazmafizika, hidrodinamika és a relativitáselmélet. Kutatási témái: a magyarországi fizika története, örvényes áramlások a magnetohidrodinamikában, relativisztikus hidrodinamika és magnetohidrodinamika.

Rendkívül gazdag publikációs tevékenységéről – időrendi sorrendben – az MTA köztestületi tagjainak honlapjáról tájékozódhatunk. Itt 202 tétel található.

Tematikus csoportosításban a *Kiemelkedő fejezetek...* könyvek második kötetének végén szerepelnek legfontosabb alkotásai.¹ Nem szerepel a felsorolásokban a – valószínűleg – utolsó nyomtatásban megjelent írása: *Találkozás Wigner Jenővel 1972-ben Ericében és 1976-ban az Eötvös Társulatban.*²

Nem volt számítógépe. Nagy betűvel, kézzel írta leveleit, tanulmányait. Az utóbbi években néhányszor engem kért meg, hogy tegyem számítógépbe szövegeit. Öröm volt látni, hogy szinte javítás nélküliek voltak a kéziratok.

Könyvei közül kiemeljük: *Elméleti fizika*, egyetemi tankönyv (*Nagy Tiborral*, Budapest, 1968), *Elméleti hidrodinamika*, egyetemi tankönyv (Budapest, 1971), *A negyedik halmazállapot. Bevezető a plazmafizikába* (Budapest, 1971), *A kozmikus dinamótól a reaktorok hűtéséig* (Szombathely, 1997), *Szilárd Leó 1898–1964* (Szombathely, 2000), *Kiemelkedő fejezetek a 17–18. század fizikájából* és *Kiemelkedő fejezetek a 20. század fizikájából* (Budapest, 2008 és 2009). Számos fordítással is gazdagította a hazai könyvkiadást. Minden bizonnyal közülük legkedvesebb lehetett számára az ő kutatási témáihoz kapcsolódó *E. F. Taylor* és *J. A. Wheeler* nagyhatású könyve, a *Téridő-fizika* (Gondolat, Budapest, 1974) és a szellemes képregény, *J-P. Petit: Minden relatív* (Gondolat, Budapest, 1991).

Angolul, németül és franciául is publikált. Hamarosan felsorolunk néhány folyóiratot, ahol szakcikkei jelentek meg. Előbb azonban kiemelünk két magyar

szaklapot, amelyeket munkájával jelentősen gazdagított. A *Természet Világa* száznál több cikkét közölte. 1959 januárjában jelent meg első írása *A mesterséges holdak az általános relativitáselmélet szolgálatában* címmel.

2009-ben *Vizi E. Szilvesztertől* vehette át *Dudás Sándor* szobrászművész egyedi alkotását, a Szily Kálmán-émlékérmét, amellyel a folyóiratért fél évszázada munkálkodó szerzőket jutalmazták.

A Társulat lapjának, a *Fizikai Szemlének* is az egyik legaktívabb szerzője volt, ugyancsak 1959-től kezdve 41 cikket olvashattuk a lapban. *A mesterséges holdak és az általános relativitáselmélet* című, első – napjainkban is aktuális – írását Abonyi Iván 90. születésnapja tiszteletére a *Szemle* újraközölte.



Abonyi Iván előadást tart 2004 nyarán.

Elsősorban a következő folyóiratok számára írt még szakcikkeket: *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, *Népszerű Technika* (1959), *Il Nuovo Cimento* (1960), *Magyar Fizikai Folyóirat* (1960-tól), *Acta Physica Hungarica* (1961-től), *Comptes Rendus* (1961), *Zeitschrift für Physik* (1962), *Csillagászati Értesítő* (1971-től), *Magyar Tudomány* (1980-tól), *Kilátó* (1986–1988), *Androméda* (1993).

Tankönyvei nemcsak élvezetesen, de tanulhatóan, azaz érthetően és meggyezhetően tárgyalják az elvont elméleti fizikai témá-

kat. Minden írásában érvényesül összetéveszthetetlen egyéni stílusa. Örömmel töltenek el bennünket mondatalkotásai, árnyalt megfogalmazásai.

Szerkesztői tevékenysége is igen gazdag. 1969 júliusától haláláig tagja volt a *Természet Világa* szerkesztőbizottságának, 1987 és 2002 között a irodai munkában is hathatósan közreműködött. Volt saját íróasztala a szerkesztőségben. „Ő igazán együtt élt velünk, azonosult a misszióinkkal.” – írta róla az egykori főszerkesztő, Staar Gyula.

1975 és 1982 között szerkesztőként irányította a Gondolat *Fizika évkönyv* sorozatát. *Mit jelent ma számunkra Einstein?* Összeállítás és szerkesztés Staar Gyulával (Budapest, 1979).

Komoly részt vállalt a *Magyar Larousse Lexikon* és a *Magyar Nagylexikon* cikkeinek kidolgozásában.

Közéleti, társulati tevékenysége is jelentős volt. 1972–1980 között az Eötvös Loránd Fizikai Társulatban főtitkárhelyettesként működött. Az Európai Fizikai Társulat tanácsának tagjaként részt vett a nemzetközi kapcsolatok ápolásában. *Fényes Imre* halála után Abonyi Iván lett a Tudományos Ismeretterjesztő Társulat Budapesti Szervezete Fizika Szakosztályának elnöke, a titkár Staar Gyula volt.

¹Lásd: <http://real.mtak.hu/id/eprint/34574>

²In: Mihály Katalin Anna, Lévai Péter, Kormos István, Kármán Tamás (szerk.): *Hazafátogatott Wigner Jenő*. Eötvös Loránd Fizikai Társulat, Budapest (2021) 99–103.

Nem halmozták el díjakkal, kitüntetésekkel. *A negyedik balmazállapot* című könyvét 1971-ben a Gondolat Kiadó nívódíjjal jutalmazta. Az Eötvös Társulattól 1981-ben megkapta „A fizikai gondolkodás terjesztéséért” Prométheusz-érmet. 1997-ben tagjává választotta a Societas Scientiarum Savariensis (Szombathelyi Tudós Társaság). 1999-ben a MÚOSZ Hevesi Endre-díját vehette át.

Említettem Iván előadó-képességét, kiegészítem ezt. 1994-ben az Európai Fizikai Társulat Oktatási Bizottsága Szombathelyen tartotta éves konferenciáját a fizika-történet iskolai felhasználásáról. *Arthur O. Stinner*; a kanadai Manitobai Egyetem Oktatási Karának magyar

származású professzora annyira fellelkesegett Abonyi Iván előadásának meghallgatásakor, hogy meghívta őt az elkövetkező szimpóziumainak mindegyikére, és beválasztotta kanadai kutatócsoportjába.

Méltóságteljes megjelenése, mély embersége, kedves mosolya, figyelmessége életünk végig emlékeztünkben marad. Munkabírása, a vállalt feladatok iránti elkötelezettsége példaként áll előttünk. Nem feledjük előadásainak lendületét, szuggesztivitását. A hatalmas tudással, nagy gondnal szerkesztett írásaiból továbbra is tanulunk.

Fátyolos szemmel írom: *Iván, nagyon hiányzol!*

Kovács László

GYÉMÁNT IVÁN KÁROLY (1944–2022)

Megrendülten tudatjuk, hogy *Gyémánt Iván Károly*, szeretett kollégánk és tanárunk, gyors lefolyású, súlyos betegség következtében, életének 78. évében, 2022. augusztus 15-én elhunyt.

Gyémánt Iván 1967-ben kitüntetéses diplomával fejezte be egyetemi tanulmányait a szegedi József Attila Tudományegyetemen, fizikai szakirányú matematikus szakon. Ezután különböző pozíciókban – 1989-től, mint egyetemi docens, 2013-ban történt nyugállományba vonulása után pedig, mint címzetes egyetemi tanár – egészen haláláig egyetemünk Elméleti Fizikai Tanszékén dolgozott. Kutatásai elsősorban atom- és molekulafizikai témákra koncentráltak. Eredményeit mintegy 50 publikációban és a szakterület számos neves kutatóhelyén tartott szemináriumon ismertette. Kutatói és oktatói munkája alapján 1988-ban az MTA-tól elnyerte a fizikai tudomány kandidátusa fokozatot, 2001-ben egyetemünkön habilitált. Az egyetem szempontjából rendkívül jelentős, szerteágazó adminisztratív és vezetői tevékenységet végzett. Csak felvillantva: 13 évig vezette az Elméleti Fizikai Tan-



széket, 4 évig tanszékcsoport-vezető, 16 évig tanszékcsoportvezető-helyettes, 2 évig pedig dékánhelyettes volt. Kitüntetései közül kiemelkedik a 2009-ben elnyert Pro Universitate díj.

Természettudományos pályája mellett mély irodalmi, zenei és általános humán műveltségű ember volt. Tagja volt például a Dugonics Társaságnak, és korábban a *SZEGED* várostörténeti kulturális folyóirat szerkesztőbizottságának. A Szegedi Operabarátok Egyesületében odaadóan segítette felesége munkáját.

Iván igazi reneszánsz ember volt, azonban nekünk, kollégáink és diákjainak, elsősorban tanárként marad meg az emlékeztünkben. Széles látókörének köszönhetően többféle tárgyat oktatott, jegyzeteket írt, még tavaly ősszel is heti 4 órás főkollégiumi előadást tartott. Kiemelkedően jó tanár és melegszívű, barátságos ember volt, akit szerettek a diákjai. Gyémánt Ivánt az Szegedi Tudományegyetem Fizikai Intézete saját halottjának tekinti.

Emlékét megőrizzük.

Az SZTE TTIK Fizikai Intézet gyászoló közössége

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacíme: elft@elft.hu

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős kiadó Groma István főtítkárral, felelős szerkesztő Lendvai János főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulathoz vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.

Megjelenik havonta (nyáron duplaszámmal), egyes szám ára: 1000.- Ft (duplaszámé 2000.- Ft) + postaköltség.

HU ISSN 0015–3257 (nyomtatott) és **HU ISSN 1588–0540** (online)

MAGYAR TUDÓSOK ÉS MŰVÉSZEK SZÜLŐHÁZA

- akik Nyugaton alakították a 20. század történelmét és kultúráját

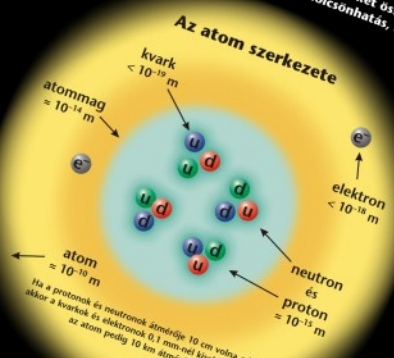
Z ELEMELI RÉSZECSKÉK ÉS ALAPVETŐ KÖLCSÖNHATÁSOK

Standard Modellje

Az elemi részecskékre és alapvető kölcsönhatásokra vonatkozó jelenlegi legpontosabb ismereteinket összegzi a Standard modell, amely az erős és egyesített elektromgnes kölcsönhatások elmélete. A gravitáció, jóllehet alapvető kölcsönhatás, nem része a Standard modellnek.

leptonok (spin = 1/2)

jel/iz	tömeg GeV/c ²	elektromos töltés
elektron	< 10 ⁻⁶	0
muon	0,000511	-1
tauon	< 0,0002	0
neutrínó	0,106	-1
...	< 0,02	0
...	1,7771	-1



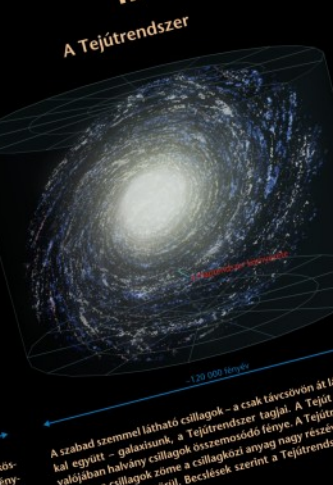
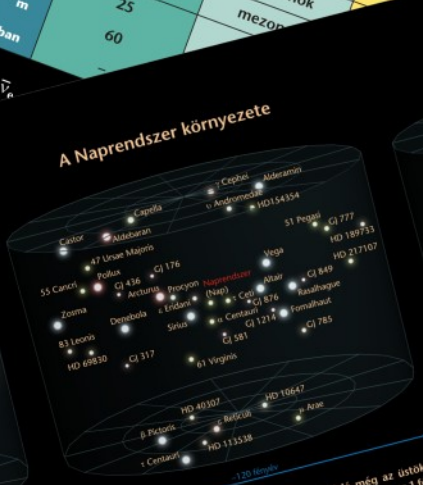
Bozonok - a kölcsönhatások közvetítői, spinjük: 0, 1, 2...

erős - a kölcsönhatások közvetítői	elektromgnes
jel/név	jel/név
tömeg GeV/c ²	tömeg GeV/c ²
elektromos töltés	elektromos töltés
gluon	photon
0	0
0	0

A kölcsönhatások tulajdonságai

kölcsönhatás	erős	elektromgnes
hatásköri távolság	végtelen	végtelen
szintézés	szintézés	szintézés
kvarkok, gluonok	kvarkok, gluonok	kvarkok, gluonok
hadronok	hadronok	hadronok
mező	mező	mező
...

HELYÜNK A VILÁGEGYETEMEN



A szabad szemmel látható csillagok - a Tejútrendszer tagjai. A Tejútrendszer spirális galaxis: a csillagok zöme a csillagközi anyag nagy részével együtt spirális csillag alkotja.

A galaxisok túlnyomó többsége nem elszórtan helyezkedik el a térben, hanem csoportosulva. Néhány tucat tagból állnak a galaxiscsoportok, és több száz vagy akár ezer tagja is van a galaxis-halmazoknak. A Tejútrendszer a Lokális csoporthoz tartozik körülbelül 60 ismert galaxissal együtt. E csoport meghatározó tagjai a Tejútrendszer spirális csillag alkotja (M31) és a Triangulum-kód (M33) - mindhárom spirális galaxis. Mellékletük számos szabálytalan és ellipszoidális törpegalaxis alkotja a Lokális csoportot.

POSZTEREINKET KERESD A FIZIKAISZEMLE.HU MELLÉKLETEK MENÜPONTJÁBAN!

a légkör által elnyelt

77 W/m²

a felszín által visszavert

23 W/m²

infravörös kisugárzás

239,7 W/m²

légkör által kibocsátott

170 W/m²

légköri ablak

40 W/m²

felhők által kibocsátott

358 W/m²

A Föld energia-háztartása bolygósúlyban lévő rendszerként írja le, egyenlő energiát nyújt a Föld felületére, és a légkör erő, valamint az onnan származó hővesztés. Ezek lehetnek a következők: -értékeit a CERES műhold méri fel a Föld felszínéről. A légkör felületén a hővesztés a hőt a Föld felületéről a Föld felületére visszavert infravörös sugárzás útján. A légkör erő, valamint az onnan származó hővesztés a hőt a Föld felületéről a Föld felületére visszavert infravörös sugárzás útján. A légkör erő, valamint az onnan származó hővesztés a hőt a Föld felületéről a Föld felületére visszavert infravörös sugárzás útján.