

# fizikai szemle



**Kvantum-  
techno-  
lógia**

**Kvantum-  
hálózat**

**Kvantum-  
kilogramm**

**Cartesius-  
bűvár**

**2024/4**

**nka**



# Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Matematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította  
A Matematikai és Fizikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.

Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, a Kulturális és Innovációs Minisztérium, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete

Főszerkesztő:  
Iglói Ferenc

Szerkesztőbizottság:  
Asbóth János, Biró László Péter,  
Czitrovsky Aladár, Gyürky György,  
Horváth Dezső, Horváth Gábor, Kiss Ádám,  
Kopasz Katalin, Néda Zoltán, Ormos Pál,  
Pálfalvi László, Rábóczi Bence,  
Simon Ferenc, Simon Péter, Sükösd Csaba,  
Szabados László, Szabó Gábor,  
Takács Gábor, Trócsányi Zoltán,  
Ujvári Sándor

Olasz szerkesztő:  
Bodrog Zoltán

Technikai szerkesztő:  
Hock Gábor

A folyóirat e-mail címe:  
fsz\_szerkesztok@elft.hu  
A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

A folyóirat honlapja:  
<http://fizikaiszemle.elft.hu>



A címlapon:  
Quantum Device Lab., ETH Zürich  
(fotó: Daniel Winkler)

## TARTALOM

### MÁSODIK KVANTUMOS FORRADALOM – TEMATIKUS BLOKK

Vendégszerkesztő: Asbóth János

Asbóth János: Kvantumtechnológia: a második kvantum forradalom gyümölcse 109

Domokos Péter: Régi ismerősök új szerepben: atomok a kvantumtechnológiában 110

Az atomok a természet által sorozatgyártott ideális kvantumbitként szolgálhatnak, ha vákuumkamrában lézerrel lebegtetik őket, ahogy ezt a Wigner FK-beli kísérletekben is teszik. Alkalmazásaikra példák: a gravitációs tér pontos mérése, a foton hullámfüggvényének letapogatása, atomóra.

Vukics András: A kvantumkilogramm. A tömegegység újradefiniálása az SI 2019-es felülvizsgálatában 115

A kilogramm volt az utolsó az SI-egységrendszerben, amelyet még etalon definiált egészen 2019-ig. Az új definíció már szabványosított kísérletekre támaszkodik, amelyek pontosságát a kvantummechanika adja: a szupravezető elemeket használó Kibble-mérlegre, illetve az izotópdúsított szilíciumgömbök gyártására.

Pan C sien-vei: Egy globális kvantumhálózat felé 120

Egy kvantumhálózatban távoli pontok között lehet továbbítani, megosztani a kvantuminformációt fotonokkal, amik terjedhetnek optikai szálban, szabadon a levegőben vagy műholdak révén a világűrben. A legnagyobb és legsokoldalúbb ilyen hálózaton Kínában már több látványos kísérlet történt.

Bacsárdi László, Kis Zsolt: Hazai eredmények a kvantumhálózatok fejlesztésében 124

A fény kvantumállapotainak érzékenységet kihasználó, lehallgatásbiztos kommunikáció alapjait az 1980-as években fektették le. Ma már Magyarországon is folynak kísérletek, ahol valódi körülmények között, optikai szálban, illetve szabad térben fejlesztik és tesztelik az ilyen kvantumosan titkosított kommunikációt.

### REFLEKTORFÉNYBEN

Rácz Péter: Az ultragyors plazmonikus fotoemisszió vizsgálata 129

### A FIZIKA TANÍTÁSA

Goertz Amélie, Gombási Róbert, Kadlecik Ádám, Szeidemann Ákos: A visszafordíthatatlan Cartesius-bűvár 134

Nagy Piroska Mária, Szoldatics József: Az elektromos tér szemléltetése a CouDraw program segítségével 139

J. Asbóth: Quantum technology: the fruit of the second quantum revolution  
P. Domokos: Old acquaintances in a new role: atoms in quantum technology  
A. Vukics: The quantum kilogram. Redefinition of the unit of mass in the 2019 revision of SI

J.-V. Pan: Towards a global quantum network  
L. Bacsárdi, Zs. Kis: Results in the development of quantum networks in Hungary

### IN SPOTLIGHT

P. Rácz: Investigation of ultrafast plasmonic photoemission

### TEACHING PHYSICS

A. Goertz, R. Gombási, Á. Kadlecik, Á. Szeidemann: The irreversible Cartesian diver  
P. M. Nagy, J. Szoldatics: Illustration of the electric field using the CouDraw program

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

megjelenését támogatják:



KULTURÁLIS ÉS  
INNOVÁCIÓS  
MINISZTERIUM



# KVANTUMTECHNOLÓGIA: A MÁSODIK KVANTUMOS FORRADALOM GYÜMÖLCSE

Asbóth János<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> BME Természettudományi Kar, Elméleti Fizika Tanszék

<sup>2</sup> HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont, Szilárdtestfizikai és Optikai Intézet, Kvantumoptika és Kvantuminformatika Osztály

A kvantumtechnológia a furcsa kvantum jelenségek – kvantum szuperpozíció és összefonódás – közvetlen alkalmazásával kínál különféle gyakorlati megoldásokat egyes technológiai kihívásokra. Ezek a technológiai fejlettségi szint különböző fokain állnak: van, amit különböző cégek már forgalmaznak, van, ami még fejlesztés alatt áll, és van, amit még csak prototípusokon tudunk kipróbálni. Közös bennük, hogy a kvantumfizika említése nélkül el sem lehet kezdeni magyarázni, hogyan működnek. Ebben válnak el a XX. század számtalan technológiai áttörésétől, pl. a lézertől, vagy a félvezető-technológiától: ezek is elképzelhetetlenek lennének a kvantumfizikára építő elméletek nélkül, de itt a kvantum szuperpozíció és összefonódás a háttérben vannak csak, ezen technológiáknak még a fejlesztését is végezhetjük anélkül, hogy ezeket a fogalmakat használnánk.

A kvantum szuperpozíciót az „első kvantum forradalom” során, a XX. század első felében, a kvantumfizikát megalkotó kutatók vezették be a fizika szótárába. Eszerint egy részecske több állapotban is lehet „egyszerre”, komplex amplitúdókkal súlyozva. Mivel hétköznapi tárgyakat nem látunk szuperpozícióban, a XX. századi fizikusok szívesen gondolkodtak úgy, hogy ez egy csupán a mikrovilágban fellépő jelenség, ami a számtalan elemi részecske együttes viselkedése által alakított makroszkopikus világunkban valamilyen módon kiátlagolódva eltűnik.

A kvantum összefonódás a részecskék közötti korrelációk minőségileg új szintjét jelenti, ami akkor adódik, amikor a szuperpozíciót konzekvensen alkalmazzuk több részecske együttes kvantumállapotára. Ennek a fogalomnak a megjelenése a kvantumfizika bizarr voltára rámutató 1935-ös gondolat kísérletekhez kötődik: összefonódás révén az intuíciónknak ellentmondó, „kísérteties távolhatás” jelenhet meg [1, 2]. Mivel ez a XX. század első felében kísérletben közvetlenül nem volt vizsgálható, a kvantum összefonódást nyugodtan figyelmen kívül hagyhatták nemcsak a technológiát fejlesztő mérnökök, hanem az elméleteket fejlesztő fizikusok is – ez csak azt a néhány elméleti fizikust zavarta, akik a kvantummechanika mögötti végső elméleteket keresték.

A kvantumtechnológia már a „második kvantum forradalom” gyümölcse, amit a kb. 1990 óta kidolgozott kísérleti fejlesztések robbantottak ki. Ezek révén lehet a kvantum szuperpozíciót és összefonódást egyedi objektumokon – egy-

egy atomon, fotonon vagy szupravezetők elektronjainak kvantumos viselkedő kollektív gerjesztésein – jól kontrollálható módon megfigyelni. Az „egyedi objektum” előfeltétele, hogy megfelelően el legyen szigetelve a környezeti zajoktól: atomokat pl. vákuumkamrában lézerrel lebegtetnek és hűtenek, a szupravezetőket <sup>3</sup>He és <sup>4</sup>He keverékével működő keverékes hűtőkben hűtik le, az egyes fotonokat pedig különböző elveken alapuló ún. egyfotonforrásokból keltik. Emellett az elszigeteltség mellett azonban az objektumok jól kontrollálhatóak kell legyenek, azaz a kísérletező képes kell legyen a kvantumállapotot valami egyszerű módon, például mikrohullám sugárzással, lézerimpulzusokkal, vagy áramkörben terjedő impulzusokkal vezérelni, és képes kell legyen azt kiolvasni is, nagy érzékenységgű és pontosságú fotodetektorokkal, interferenciát alkalmazó mérés technikával.

A kvantumtechnológia fő területei [3] a kvantum érzékelés, a kvantumkommunikáció, a kvantumszámítás, illetve a kvantum szimuláció. A kvantum érzékelés a szuperpozícióval, összefonódással erősített nagy pontosságú mérések területe, amire példa a gravitációs tér mérése és az atomórák következő generációja is [4, 5]. A kvantumkommunikáció olyan megoldásokat kínál a két végpont közötti vagy akár komplex hálózaton történő üzenetváltásra, ahol az üzenetek olyan érzékeny kvantumállapotokba vannak kódolva, amik az esetleges lehallgatást azonnali megváltozással jelzik [6, 7]. A kvantumszámításban az „egyedi objektumok” kvantumbiteket tárolnak: az elméleti elvárások szerint egy néhány millió ilyen kvantumbitet használó kvantumszámítógép már komoly előnyt jelentene bizonyos feladatoknál (pl. kémiai reakciók szimulálásánál, vagy titkosítási rendszerek feltörésénél) – a mai kvantumszámítógép-prototípusok néhány száz kvantumbitnél tartanak. Végül a kvantum szimulációban az „egyedi objektumok” közötti kölcsönhatásokat finoman kontrollálva reméljük a kvantumfizikát használó elméleti modelleket szimulálni – hasonlóan ahhoz, ahogy a szélcsatorna segít a repülőgépek körüli áramlások szimulálásában. Ez elvezethet, mondjuk, a magas hőmérsékleti szupravezetés jobb megértéséhez.

## Hivatkozások

1. Takács Gábor: Van-e távolhatás a kvantumelméletben? *Fizikai Szemle*, 69/2 (2019) 43–50.
2. Asbóth János: A 2022. évi Nobel-díj: a kvantum összefonódás, a „kísérteties távolhatás” kísérleti igazolása. *Fizikai Szemle*, 72/11 (2022) 341–346.
3. <https://qt.eu/>
4. Domokos Péter: Régi ismerősök új szerepben: atomok a kvantumtechnológiában. *Fizikai Szemle*, 74/4 (2024) 110–114.
5. Vukics András: A kvantumkilogramm – A tömegegység újradefiniálása az SI 2019-es felülvizsgálatában. *Fizikai Szemle*, 74/4 (2024) 115–119.
6. Jian-Wei Pan: Egy globális kvantumhálózat felé. *Fizikai Szemle*, 74/4 (2024) 120–123.
7. Bacsárdi László, Kis Zsolt: Hazai eredmények a kvantumhálózatok fejlesztésében. *Fizikai Szemle*, 74/4 (2024) 124–128.



Asbóth János a BME Elméleti Fizika Tanszékének docense és a HUN-REN Wigner FK Kvantumoptika és Kvantuminformatika Osztályának tudományos főmunkatársa. A kvantumoptika, a kvantuminformatika és a hideg atomi gázok elméleti kutatása után a periodikusan gerjesztett kondenzált anyagok topológikus fázisaival foglalkozott. Most fő kutatási témája a topológikus kvantum hibajavítás.

# RÉGI ISMERŐSÖK ÚJ SZEREPBEN: ATOMOK A KVANTUMTECHNOLÓGIÁBAN\*

Domokos Péter

HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont, Budapest,

Az atomok fogalma a XIX. század elején, Dalton munkásságához köthetően került be az újkori tudományos világképünkbe. Száz évvel később, a XX. század elején a fizika központi kérdésévé vált az atomok mibenléte. Az atomok stabilitásának értelmezése felrobbantotta az addigi fizika kereteit. Az atomszerkezet megértésével egyben megszületett a mozgástörvények új elméleti alapja, a kvantummechanika. Elmondhatjuk tehát, hogy *az atomi szintről indult el a kvantumfizika* azon a sikeres úton, ami az anyag és a mezők komplexebb formáinak és egyre bonyolultabb jelenségeinek értelmezését adta. Az atomok szerkezete az egyetemes műveltség részévé vált, a hazai középiskolákban közönséges tananyag. Ezért száz év elteltével jogosan merül fel a kérdés: mi új és érdekes lehet még az atomokban a XXI. század elején?

Az egyetemi képzésben az atomfizika tantárgy leginkább a kvantummechanikai módszerek begyakorlására szolgál, nem tartozik a lelkesítő kurzusok közé.<sup>1</sup> A hallgatók és a nem szakmabeli érdeklődők szemében az atomok elvesztették azt a filozófiai és gyakorlati jelentőséget, amelyet Démokritosz ruházott rájuk heurisztikus atomelméletében. Egyrészt *nem oszthatatlanok*: ma már tudjuk, hogy a nagyenergiás fizika számos elemi részecskét és folytonos mezőt talált, amelyek a részecskefizika keretében az anyag egy mélyebb rétegét tárják fel számunkra. Másrészt az atomok *nem határozzák meg közvetlenül a makroszkopikus anyag fizikai tulajdonságait*: Démokritosz elméletével ellentétben a minket körülvevő világ gazdagsága nem az atomok formáiban, hanem a kémiai kötésekben megjelenő változatosságon alapul. Ezért az anyagtudomány számára a molekulák és kristályokba rendeződött atomok szintje hordozza az elsődleges jelentőséget.

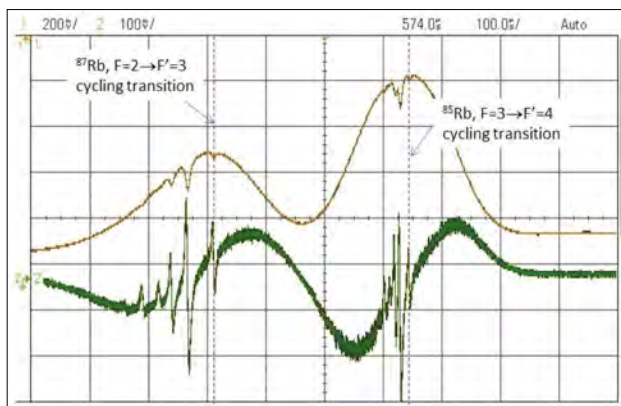
Ennek ellenére az atomfizika jelentősége nemhogy nem áldozott le a XX. század végére, hanem ellenkezőleg, az elmúlt néhány évtizedben újabb aranykort élt meg.

\* Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2023. évi küldöttgyűlésén elhangzott előadás szerkesztett formája.

<sup>1</sup> Ez persze nem szükségszerűen van így, remélhetőleg nem is teljesen igaz...



Domokos Péter az MTA rendes tagja, kutatóprofesszor, a HUN-REN Wigner FK Szilárdtest-fizikai és Optikai Intézet igazgatója. 1994-ben szerzett kiegészítő oklevelet az ELTE fizikus szakán, majd a párizsi École Normale Supérieure-ön doktorált 1998-ban. Kutatási területe a kvantumoptika, azon belül a rezonátoros kvantumelektrodinamika, amelyet elméleti és kísérletes úton is tanulmányoz az általa vezetett Kvantumoptika „Lendület” kutatócsoport laboratóriumában. A Kvantuminformatika Nemzeti Laboratórium konzorcium vezetője.



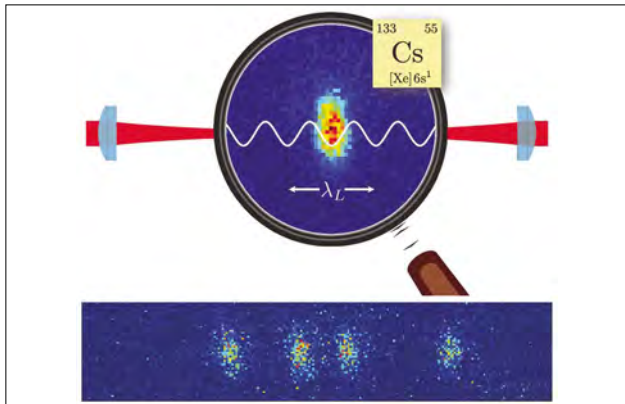
1. ábra. A kvantumtechnológiai alkalmazásokban gyakran használt rubidiumatomok spektrumának egy részlete, amelyet ún. szaturációs abszorpciós (felső piros vonal) vagy frekvenciamodulált (alsó zöld) spektroszkópiai módszerrel lehet nagyon pontosan megmérni egy gáz halmazállapotú atomi sokaságban, miközben a spektrumot sokféle hatás befolyásolja, pl. a mozgás a Doppler-hatáson keresztül

Az első kvantumforradalom után, ami maga az elmélet megszületése volt, az ún. *második kvantumforradalom is az atomokhoz köthető*. Második kvantumforradalom alatt a kvantumtechnológia kibontakozását értjük, ami az *egyedi kvantumoson viselkedő objektumok kontrollált manipulálásán* alapul, és a kvantummechanika furcsa törvényszerűségeit kiaknázó alkalmazások megvalósítását célozza. Ebben a folyamatban, az egyedi objektumok kvantumos szintű kezelésében úttörő jelentőségűnek bizonyultak az atomokra kidolgozott technikák.

Mi az egyedi atom? Fontos megkülönböztetnünk az atomi felbontású képalkotást és az egyedi atomok megfigyelését. Például atomerő-mikroszkóppal egy felületet pásztázva az atomi szintű szerkezet leképezhető. Ugyanakkor ebben a rendszerben az atomok kémiai kötésekkel be vannak zárva a kristályba. Az atomokat mint egyedi fizikai objektumokat a megfigyelhető gerjesztési spektrumuk definiálja (1. ábra), ami elmosódik a molekuláris kötések miatt.

Láthatunk pontosan egy darab atomot? Igen. Amikor hosszú időskálát tekintve ránézünk a tudomány fejlődésére, akkor az egyik kiemelkedő mérföldkő, hogy egy és ugyanazt az atomot vákuumban lebegtetve hosszú ideig (akár percekig is) sikerült megfigyelni. Démokritosz posztulálta, hogy az atomok láthatatlanok; a kvantummechanika nagy alkotói a 20. század elején még csak gondolat kísérletként beszéltek az egyedi atomokról. A fizika módszereinek, eszköztárának apró lépései összességében mégis elvezettek oda [1], hogy *egyetlen semleges atom fluoreszcenciáját lehet detektálni* [2, 3]. Lézerekkel, illetve mágneses mezőkkel lebegtetett atomot lehet



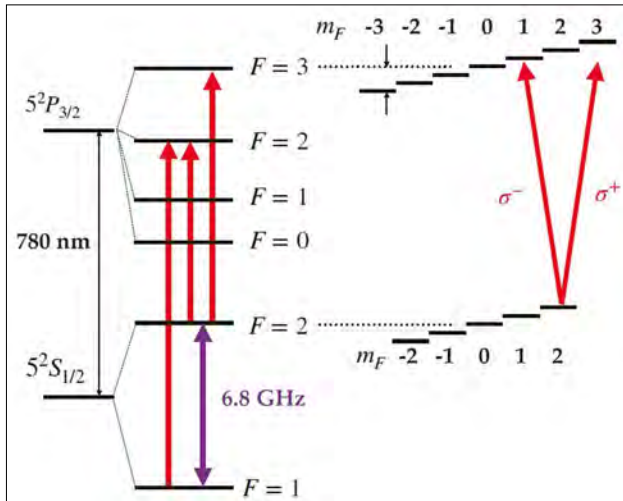


2. ábra. Egyetlen csapdázott semleges Cs-atom fluoreszcens képe (fent), valamint négy atom egy optikai rácsba rendezve, amelyeket külön-külön, tervezett módon tudnak mozgatni egy modern kísérletben. Forrás: [6]

kontrolláltan pozicionálni, megadott sebességgel mozgatni, vagy akár két atomot egymással kölcsönhatásba hozni. Egy csapdázott atom lézergyerjesztésre specifikus fluoreszcenciajelet ad, amely érzékeny detektorokkal egy az egyben látható (2. ábra). A kvantumoptikai módszereknek a múlt századi fejlődése egyébként nem kapott sok figyelmet, de ez a végeredmény megrengette a tudományos világot. Ugyanis a „megszelídített” atomok megvalósítják azt a fizikai objektumot, amely elegendően kicsiny ahhoz, hogy a környezettől jól elszigetelve a kvantummechanika furcsa törvényeit kövesse, másrészt viszont az ember számára egyedileg megcímezhető, manipulálható „alkatrész” legyen.

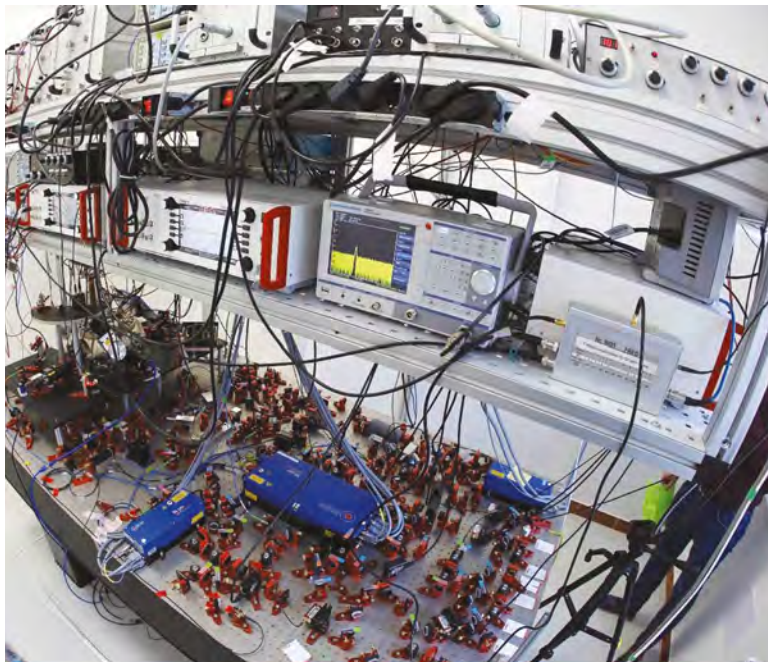
Az atomfizikában elért kontrollal nyílt meg a lehetőség a kvantummechanika törvényeinek tervezett alkalmazására, a kvantum furcsaságok kiaknázására sajátos eszközökben. Ez a kvantumtechnológia alapja. Később sok más fizikai rendszer is megjelent alternatív megoldásként (kvantumpöttyök, szupravezető áramkörök Josephson-átmenettel, ...) nagyon sok előnyös tulajdonsággal, de a kiindulópont az *egyedi atomok kvantummechanikai szintű kontrolljának* megszerzése volt. A kvantum logikai kapuk, kvantumbitműveletek, a dekoherencia jelentősége ebben a keretben fogalmazódtak meg először [4], és az atomokkal kapcsolatban alkották meg a legújabbkori kvantumfizikai kutatások gerincét.

A kvantumtechnológia szempontjából az atomnak a korábbi „fizikusdefiníció” (a spektrum alapján) mellett egy „matematikusdefiníció”-t is adhatunk: az atom egy véges dimenziós Hilbert-tér. A manipulációban részt vevő, kívülről megcímezhető állapotok feszítik ki a Hilbert-teret (ld. az 1. ábrán mutatott spektrumhoz tartozó Hilbert-teret a 3. ábrán), amelyek között

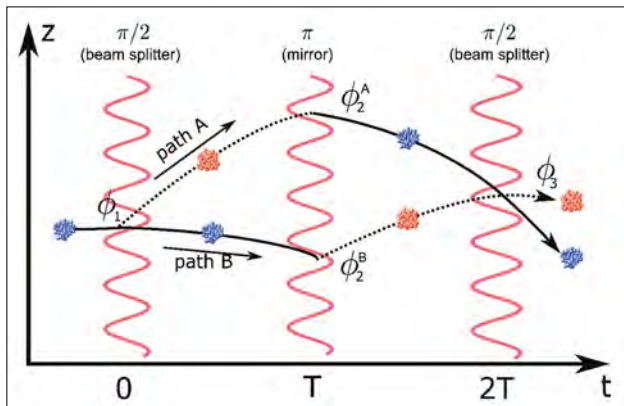


3. ábra. A  $^{87}\text{Rb}$ -atom spektrumának releváns részlete, egy 24 dimenziós Hilbert-tér „élete” (a degenerált energiaszinteket mágneses térrel lehet feloldani) azokkal az átmenetekkel, amelyeket lézerekkel (piros vonalak) vagy mikrohullámú mezővel (lila vonal) hajtunk meg a mi kísérleti rendszerünkben

átmeneteket tudunk indukálni tervezett módon, a kvantummechanika törvényeinek megfelelően. Ez mutatja a mezők jelentőségét: velük lehet az anyagi részecskékre a távolból hatni. Az energiaszintek finomhangolásához alkalmazhatunk statikus mágneses mezőket, melyek a Zeeman-hatás révén a rezonanciafeltételen változtatnak, és így fontos kontrollálási eszközt adnak a kezünkbe. Például mesterséges kettős törést is előállíthatunk – ilyenkor két, egymással ellentétesen cirkulárisan polarizált fénysugár másképpen halad át a mágneses térbe helyezett atomokon.

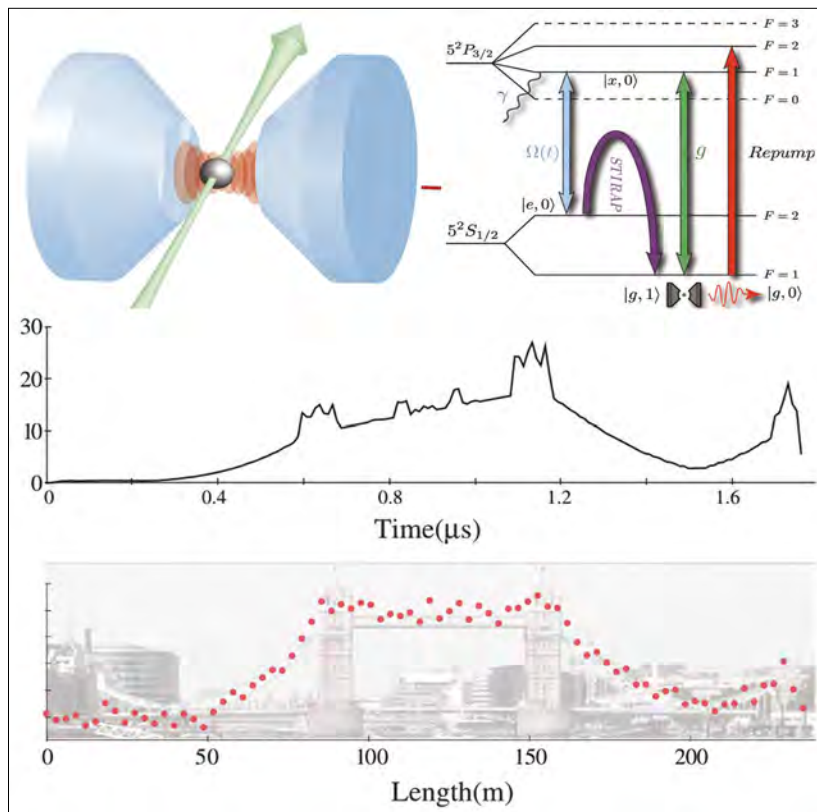


4. ábra. Atom-foton interfész a kvantumoptikai laboratórium optikai asztalán a Wigner FK-ban



5. ábra. A graviméter sémája: egy hideg atomfelhőt feldobunk (lézerekkel lökjük meg), visszaesik, és közben három időben elkülönülő lézerpulzussal hozunk létre interferenciát az atom Hilbert-terében. Az első lézerpulzus úgy van beállítva, hogy szuperpozíciót hoz létre, a kezdeti „kék” állapotból a „kék” és „piros” szuperpozícióját preparálja. A középső lézerpulzus egy „tükör”, ami megcseréli a „kék” és „piros” állapotokat, és úgy ad át lendületet, hogy a végén a megfelelő komponensek térben átfedjenek. A harmadik lézerpulzus az elsővel azonos, összekeveri a „kék” és „piros” állapotokat egy szuperpozícióban. Ha detektáljuk végül az atom állapotát, akkor a „kék” és „piros” állapotok betöltöttsége egy koszinuszfüggvény szerint változik a gravitációs állandó függvényében. *Forrás:* [7]

Hogyan néz ez ki a laboratóriumban? A 4. ábrán látható berendezés lényegében egy szobányi helyet foglal



6. ábra. Az optikai rezonátor egy módusában csapdázott atom klasszikus lézerpulzussal megvilágítva determinisztikus egyfotonforrásként viselkedik. A megvilágító lézer amplitúdóját megfelelő  $\Omega(t)$  függvény szerint változtatva a keletkező egyetlen foton hullámfüggvényét tetszőleges alakúra szabhatjuk. *Forrás:* [8]

el. Egy optikai asztalon vannak rögzítve a lézerforrások és azok az optikai eszközök, amelyekkel nagyon finoman tudjuk hangolni az atomi állapotok Hilbert-terében végzendő műveletek paramétereit. Bár elsőre kaotikusnak tűnik, valójában a több mint 100 optikai alkatrész rendkívüli pontossággal van beállítva, bármelyik elem elmozdítása működésképtelenné teszi a rendszert. A lézerek és rezonátorok szinkronizálása és stabilizálása aktív elektronikus visszacsatolást igényel. Az atomok egy vákuumkamrában vannak, ahol a nyomás  $10^{-14}$ -szerese a légköri nyomásnak. Részben ezt jelenti az atomok izolációja: ritkítjuk a környezetükből a háttérgázt, amelynek részecskéivel való ütközés megszünteti a kvantumviselkedést. Összességében egy ilyen rendszer működtetése nagyon sok emberi munkát és nagyon sokrétű műszaki és fizikai tudást igényel.

A továbbiakban három, az atomok kontrollált manipulálásán alapuló alkalmazást ismertetünk.

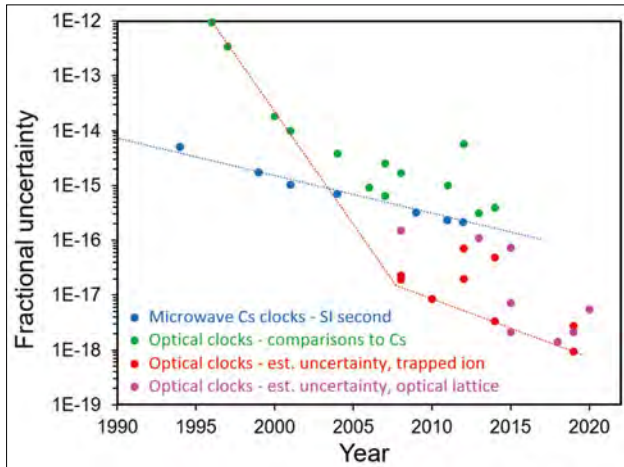
A kvantummechanika legismertebb furcsasága, hogy különböző állapotok egyszerre is létezhetnek, ezt hívják *szuperpozíciónak*. Erre alapozva lehet interferométert építeni, ami a szuperpozícióban lévő állapotokhoz tartozó fázisokra való érzékenysége miatt az érintett fizikai mennyiségek nagyon pontos mérésére alkalmas. A kvantumtechnológia egyik prominens alkalmazása a gravitációs állandó mérésére szolgáló graviméter. Az atom két

alapállapota között – ezek a hiperfinom szerkezetben lévő hosszú élettartamú állapotok, legyen az egyik „kék”, a másik „piros” – hozunk létre szuperpozíciót lézerpulzusok segítségével. Amikor az alapállapotok közötti átmenetet elvégezzük, akkor az elnyelt fotonok lendülete miatt az atom icipicit meglökődik. A különböző állapotokhoz különböző kezdősebesség tartozik, emiatt a gravitációs térben szabadon eső atom állapotának a fázisa különböző módon fejlődik a lézerek fázisához képest, és más fázist kap a lézerezés indukált átmenet során ( $\Phi_1$  és  $\Phi_2^A$  az A pályán, illetve  $\Phi_2^B$  és  $\Phi_3$  a B pályán). A végső kumulált fáziskülönbség az A és B pályák mentén függ az impulzusok között eltelt időtől, áttételesen a gravitációs állandótól, és erre érzékeny az atomi graviméter. Maga az interferométer az optikai Mach-Zehnder-elrendezéssel analóg (5. ábra). Az atomgraviméter kereskedelmi forgalomban is kapható eszköz,<sup>2</sup> és már van műholdra szállítható kompakt verziója, ami a mikrogravitációt méri.

A kvantumtechnológián belül a kvantuminformaticai alkalmazások kapják a legtöbb figyelmet a társadalom széle-

<sup>2</sup>  $\mu$ Quans ld. <https://www.muquans.com>





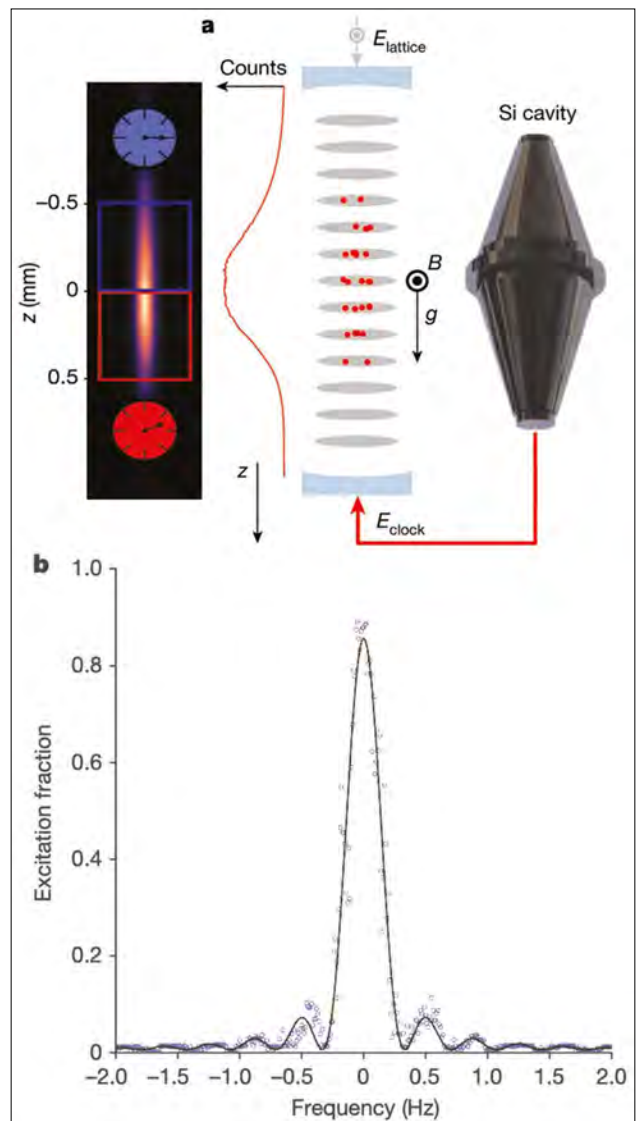
7. ábra. Az atomórák pontosságának fejlődése az elmúlt évtizedekben. Az SI-mértékegységet definiáló Cs-órák (kék pontok) utolsó generációja (NIST F2) lézeresen hűtött atomok ugyanolyan szökőkút-elrendezését használja, mint a graviméter. Az SI pontosságát már nagyságrendekkel meghaladó órák is vannak. *Forrás:* [9]

sebb köreikben. Az információ alapegységének, a bitnek, ami egy kétállapotú rendszer, a kvantumoztatás a kvantumbit. Ez egy kétállapotú kvantumrendszer, ami a 0 és 1 állapotok szuperpozíciójában is létezhet. Erre az elvre épül az informatika teljesen új paradigmája, a kvantumkommunikáció és a kvantumszámítás. Az atomok fő jelentősége az, hogy az atomok „jóbarátai” a fotonoknak. A fotonok a legjobb hordozói a kvantumbit információjának nagy távolságra történő szállításához. Ugyanakkor az információ tárolásához kvantummemóriára van szükség, és ebben a szerepben lépnek be az atomok. Azt láttuk, hogy az atomokat lehet lézertelnyel gerjeszteni, de az atomok akár egyetlen fotonnal is tudnak erősen kölcsönhatni, ha az a foton lokalizált. Ezt valósítja meg egy optikai rezonátor, amelyben a fotonok két tükör közötti, kicsiny térrészbe vannak bezárva. Az atom és a foton elveszíti identitását, lényegileg egy „hibrid molekulát” alkotnak. Amint a vízmolekula két hidrogén- és egy oxigénatomból áll, hasonlóképpen ez a molekula is összetett: komponensei az atom és a fénykvantumok. Ez a csatolt objektum egy hatékony interfész, hogy a „fényszerű” és „atomszerű” gerjesztéseket egymásba konvertáljuk.

A 6. ábrán sematikusan bemutatott kísérlet illusztrálja az atom-foton molekulában rejlő lehetőségeket. Egy üres optikai rezonátorban pontosan egy atomot lebegtetünk, ami az egyik kiválasztott hiperfinom alapállapotban van. Az atomra lézertimpulzust bocsáthatunk, és ezzel trükkösen egy gerjesztést adunk át az atom-foton molekulának. Ez a gerjesztés foton formájában távozik az egyik tükrön keresztül, és ez az egyetlen foton fénysebességgel távolodik a rezonátortól. Mi a hullámfüggvénye ennek az egyetlen fotonnak? A kísérlet jól mutatja a kontrollálás elképesztő szintjét: a klasszikus kontrollparaméterek a megvilágító lézertér amplitúdója és fázisa. Ezek megfelelő strukturálásával mi magunk szabhatjuk meg a foton alakját, a példában az eloszlásfüggvényrel a

Tower Bridge sziluettjét rajzolták meg a kísérletet Angliában végző kutatók.

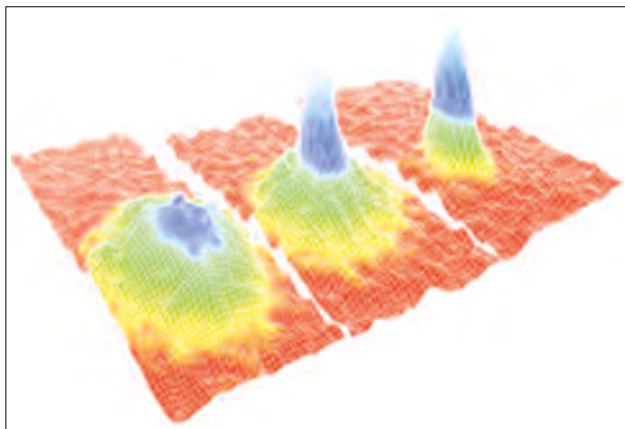
A harmadik példa egy jól ismert alkalmazás, az atomóra, ami a kvantumtechnológia kontextusában rávilágít az atommanipulációs módszerek lélegzetelállító fejlődésére. Az atomi átmenetek nagy pontosságú órajelek. Közismert, hogy az SI a Cs-atomok 9 192 631 770 Hz-es mikrohullámú rezonanciáját használja a másodperc definiálásához; a nagyfrekvenciájú órajel miatt ez nagy pontosságot tesz lehetővé. A Cs-atomórák pontosságának exponenciális javulását mutatja az évek függvényében a 7. ábra. Már az 1990-es években felmerült, hogy a mikrohullámú helyett optikai frekvenciatartományba eső átmenethez szinkronizáljuk az órákat, mert ez nagyságrendekkel megnövelheti a pontosságot. A  $10^{-18}$ -os relatív



8. ábra. Optikai rácshoz szinkronizált atomóra. Egy lézertől kivett fényrel átmenetet hajtunk végre az atomokon, az atomok gerjesztettségét a fluoreszcenciájuk alapján CCD-detektorral mérjük. A gerjesztettség éles frekvenciafüggést mutat, a rezonanciagörbe mentén már a Hz töredékével való eltérés is nagy csökkenést jelez, amelyet hibajelként használva a lézertelnyel való visszacsatolással tudunk kompenzálni. *Forrás:* [10]

pontosság elérése egy érdekes határ, mert ez megfelel annak, hogy az időmérés pontossága eléri az 1 másodpercet az Univerzum teljes becsült élettartama alatt. Mondhatni, ez „kozmosz” pontosság. A legpontosabb atomórák egyik családjában egyetlen csapdázott iont használnak, amely mentes az atomok közötti gyenge kölcsönhatások torzító hatásától.

Egy másik lehetőség, hogy több atom jeléhez szinkronizálunk, amelyek egy optikai rács szabályos rendjében helyezkednek el. Az optikai rács egy lézertől kialakított állóhullám, például a 8. ábrán mutatott elrendezésben ez egy rezonátorban történik, amelyben az atomok a duzzadóhelyek környezetében szabályos periodikus rendben helyezkednek el. Az atomok átmeneti frekvenciájához illesztünk egy lézert a gerjesztés maximalizálására törekedve. A lézer kontrollparamétereire történő visszacsatolással a lézer frekvenciáját ( $\sim 10^{15}$  Hz) rögzíteni tudjuk egy szub-Hz-es tartományban, így végeredményben  $10^{-18}$  relatív pontosság elérhető. Ebben a mérésben van egy fantasztikus „melléktermék”. A gerjesztettséget térben felbontva lehetett detektálni egy CCD-kamerán. Az általános relativitáselméletből következik, hogy a gravitációs potenciál miatt a rács felső és alsó részén lévő atomok órajele másképpen jár. A potenciálkülönbség persze rendkívül kicsiny: a távolság a milliméter nagyságrendjébe esik. A mérés időtartamának növelésével a  $10^{-20}$  relatív pontosság mellett már kimutatható az órajelek eltérése a rács felső és alsó felében, amit ez a kísérlet demonstrált.



9. ábra. Az atomfelhő hőmérsékletét csökkentve (balról jobbra 430, 220 és 50 nanokelvin) a termikus eloszlásra jellemző Gauss-függvényből a degenerált (bozonikus) kvantumgázra jellemző fordított parabola jelenik meg. *Forrás:* [11]

Egyformák-e az atomok? Helyesebben a kérdést úgy kell feltenni, hogy megkülönböztethetők-e az atomok. Mint láttuk a fenti kísérletben, egymáshoz nagyon közeli, mindössze 1 mm-re lévő atomok között a rezonanciájuk felbontásával különbséget lehet tenni. Egy újszülött ikerpárban a babákat egy kívülálló nem tudja megkülönböztetni, de az anyjuk igen. Az atomokkal is hasonló a helyzet: a megkülönböztethetőség a környezetben múlik. Ugyanakkor az érdekesség az, hogy az ato-

mok tudják, hogy megkülönböztethetők-e. Wolfgang Pauli mutatott rá arra, hogy a megkülönböztethetetlen objektumok együttes hullámfüggvényére a szimmetria miatt megkötést kell tennünk. Ennek egy sokaság eloszlásfüggvényére megfigyelhető következményei vannak. Egy atomi sokaság hőmérsékletét folyamatosan csökkentve megfigyelhető, ahogy a megkülönböztethető részecskékre jellemző Boltzmann-eloszlásból átmegy a megkülönböztethetetlenekre jellemző Thomas-Fermi- vagy Bose-Einstein-eloszlásba [5]. Alkáli atomok Bose-Einstein-kondenzátumának megvalósítása 1995-ben tehát azt igazolta, hogy sikerült elérni olyan körülményeket, ahol az atomok megkülönböztethetetlenek.

A hazai tudományos életben is gyors ütemben bővülnek az elméleti és kísérleti kutatások a kvantumtechnológia területén. Érdemes ennek fényében újragondolni az atomfizika szerepét a felsőoktatásban. Az atomok a következő 100 évben is tartogatnak meglepetéseket számunkra...

## Köszönetnyilvánítás

A szerző kutatásait a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal támogatja a Kvantuminformatika Nemzeti Laboratórium keretében (2022-2.1.1-NL-2022-00004).

## Hivatkozások

1. The 1997 Nobel Prize in Physics – Advanced Information. <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1997/advanced-information/>
2. Schrader D., Dotsenko I., Khudaverdyan M., Miroshnychenko Y., Rauschenbeutel A., Meschede D.: Neutral atom quantum register. *Phys. Rev. Lett.*, 93 (Oct 2004) 150501.
3. Bakr W. S., Gillen J. I., Peng A., Fölling S., Greiner M.: A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice. *Nature*, 462(7269) (November 2009) 74–77.
4. Haroche S., Raimond J.-M.: Exploring the Quantum: Atoms, Cavities and Photons. Oxford University Press, 2006.
5. The 2001 Nobel Prize in Physics – Advanced Information. <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2001/advanced-information/>
6. Robens C., et al.: Quantum walks with neutral atoms: Quantum interference effects of one and two particles. In: Proceedings of 22nd International Conference on Laser Spectroscopy, 2015.
7. Hauth M., et al.: Atom interferometry for absolute measurements of local gravity. In: Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi” Course 188 on Atom Interferometry, pp. 557–603. (2014) <https://doi.org/10.3254/978-1-61499-448-0-557>
8. Nisbet-Jones P. B. R., et al.: Highly efficient source for indistinguishable single photons of controlled shape. *New Journal of Physics*, 13 (2011) 103036.
9. Alonso I., et al.: Cold atoms in space: community workshop summary and proposed road-map. *EPJ Quantum Technology*, 9 (2022) 30.
10. Bothwell T., et al.: Resolving the gravitational redshift across a millimetre-scale atomic sample. *Nature*, 602 (2022) 420.
11. Anderson M. H. et al.: Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, 269 (1995) 198–201.



# A KVANTUMKILOGRAMM – A TÖMEGEGYSÉG ÚJRADEFINIÁLÁSA AZ SI 2019-ES FELÜLVIZSGÁLATÁBAN

Vukics András

HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont, Budapest,

## Bevezetés

Az alapvető mértékegységek száma és a fizikai mennyiségek ezen egységekben kifejezett dimenziója elvben tetszőleges [1], ám gyakorlati szempontból érdemes olyan egységrendszert választani, amelyben a származtatott egységek kényelmesen – törtértékű kitevők és nem triviális szorzófaktorok nélkül – kifejezhetők. Ez az 1875-ös Méteregyezményben gyökerező SI alapelve, amely kifejlett formájában ehhez hét alapegységet használ.

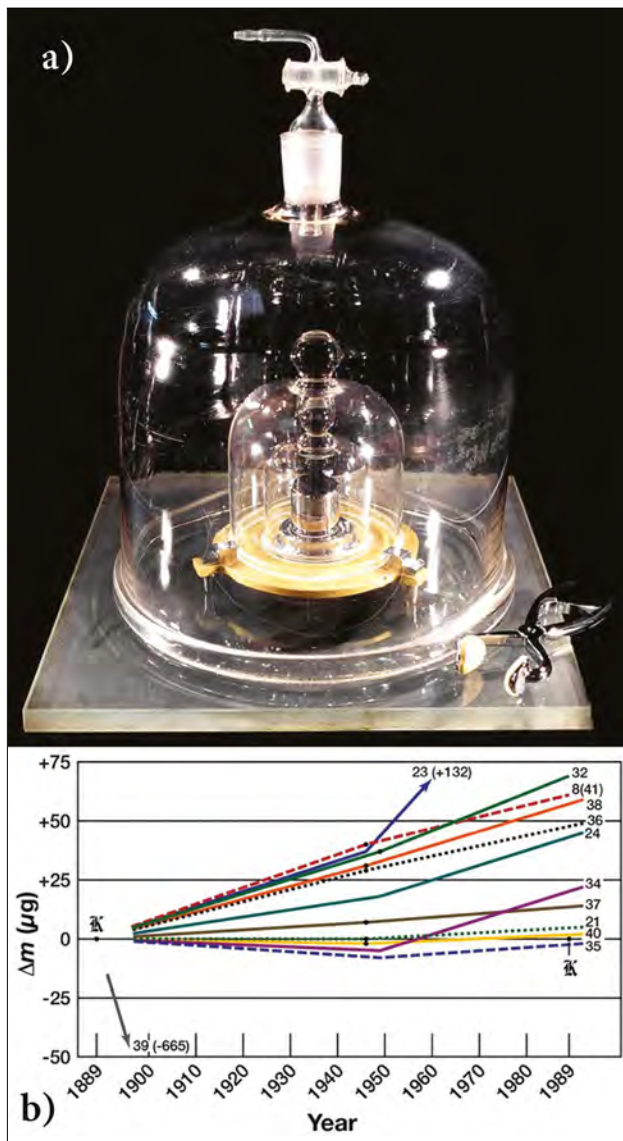
Röviddel az egyezmény után két etalont hoztak létre, a nemzetközi méter-, illetve kilogramm-prototípust (International Prototype of Kilogram – IPK). Az előbbi esetében az elkövetkező évtizedek során a fénysebesség mérésének fejlődése magának az etalonnak a pontossági határába ütközött, így érdemes volt megfordítani az összefüggést, és a métert a fénysebesség numerikus értékén keresztül definiálni. Ez az SI 1983-as felülvizsgálatában történt meg, amely a métert a fény által vákuumban a másodperc  $1/299\,792\,458$ -od része alatt megtett távolságként definiálja. Ez a lépés fémjelzi az SI előirányzott továbbfejlesztésének stratégiáját, miszerint természeti állandók képezik a mértékegységek alapját. A kilogrammetalon kiküszöbölése azonban egészen a legutóbbi időkig váratott magára.

Az IPK-t több mint 100 éves története során mindössze négy alkalommal használták mérésre. A hivatalos másolatokkal és az egyes tagországok saját etalonjaival való összehasonlítások az évszázad során több tíz  $\mu\text{g}$  nagyságrendű lassú változásokat tártak fel (1. ábra). Ez az eredmény aláásta az etalonnal szembeni kezdeti optimizmust, és inspirálta a tömegegység Planck-állandó általi definíciójára irányuló törekvéseket [2]. Ehhez egy hasonló folyamatnak kellett lezajlania, mint ami korábban a hosszúságegységgel és a fénysebesség mérésével történt.



Vukics András fizikus 2003-ban végzett az ELTE-n, 2007-ben doktorált a Szegei Tudományegyetemen. Az Innsbrucki Egyetemen töltött posztdoktori éveit követően a Wigner Fizikai Kutatóközpontban folytatta a munkát, ahol jelenleg főmunkatárs és a Kvantumoptika és Kvantuminformatika Osztály vezetője. Kutatási területe a mikro- és mezoszkopikus nyílt kvantumrendszerek dinamikájának elméleti, komputációs és kísérleti vizsgálata.

Végül egyrészt a kvantumos elektromos standardok fejlődése, másrészt a Nemzetközi Avogadro Koordinációs Projekt eredményei tették lehetővé, hogy a



1. ábra. A nemzetközi kilogramm-rototípust, (a) avagy a „Nagy K” vagy IPK (International Prototype Kilogram), melyet a Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatal (Bureau international de poids et mesures, BIPM) szűfjében őriznek. (b) Az IPK sorszámozott replikáinak tömegváltozása az eredetihez viszonyítva. Feltételezhető, hogy az eltérések nemcsak a replikákból eredeztethetők, hanem magának a Nagy K-nak a tömege is lassan megváltozott az évszázad során [3]. Az etalonok rendkívül gondos kezelése ellenére bekövetkező tömegváltozások oka nem ismert pontosan

2019. május 20-án életbe lépő felülvizsgálatban az SI úgy definiálja a kilogrammot, hogy a Planck-állandó a  $6,626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$  rögzített értékkel bírjon. Ez a definíció persze függ a másodperc és a méter definíciójától (az utóbbi maga is függ a másodpercétől), ami azonban nem probléma, hiszen ezek sokkal pontosabban meghatározott mértékegységek (az előbbi esetében a primer céziumstandardok  $10^{-15}$ -es relatív pontosságot tesznek lehetővé [4]), mint amilyen pontosan jelenleg a Planck-állandó mérhető.

Az új SI a tömegegység kétféle realizációját is ajánlja, a Kibble-mérleget és a röntgenes kristálysűrűség-mérés (X-ray Crystal Density – XRCD). Ebben a cikkben az előbbit mutatjuk be részletesebben, az utóbbit pedig csak felvázoljuk [5].

## A Kibble-mérleg

A Kibble-mérleg – eredetileg wattmérleg, amelyet 2016-ban neveztek át feltalálójára, a brit fizikus, Bryan Peter Kibble (1938–2016) tiszteletére – az ampermérleg lezármasztottja, mellyel az SI korábbi változataiban az áramerősség mértékegységét valósították meg. Ahhoz, hogy egy makroszkopikus tömeget egy elektromechanikai berendezéssel a Planck-állandóhoz lehessen kötni, a kvantum elektromos standardok kialakulására volt szükség; és ez indokolja, hogy az új tömegegységet *kvant*

*tumkilogrammként* aposztrofálják. A kvantum elektromos metrológiának az itteni céljaink szempontjából releváns eredményeit *a keretes szövegben* foglaltuk össze.

A Kibble-mérleg lényege egy lineáris egyenáramú motorhoz hasonló elektromágneses elrendezés, amely egy tekercsből és egy mágnesből áll. Minden egyenáramú motor generátorként is használható:

1. ha a tekercsben áramot folytatunk, erő lép fel, és a berendezés motorként működik (ez a Kibble-mérleg ún. erőmódozatban való működtetése);
2. ám ha a tekercset egy külső erő mozgatja, akkor benne feszültség ébred (ez az ún. sebességmódozat).

Kibble nagy horderejű metrológiai ötlete az volt, hogy a két módozat kombinálásával kiküszöbölhető egy olyan, a tekercset körülvevő mágneses tértől és a tekercs geometriájától függő mennyiség, amelynek elegendően pontos mérése lehetetlen volna. A mérleg működését a 2. ábra vázolja fel.

### Erőmódozat

A tekercsre, amely egy rendkívül érzékeny karos mérleghez csatlakozik, a rajta átfolyó  $I$  erősségű áram hatására  $F_z = IBl$  függőleges irányú erő hat. A mérleg másik karján egy tárázó súly helyezkedik el, amely kiegyenlíti a tekercs és a többi szerelék súlyát. Ebben a módozatban két mérést hajtanak végre:

**A kvantumelektromos metrológia** [6] két hatalmas jelentőségű – egy-egy Nobel-díjat érő – felfedezésen alapul:

1. A Josephson-effektus (Brian Josephson, 1962), melynek inverz váltóáramú változata azt jelenti, hogy egy Josephson-átmeneten  $f$  frekvenciájú mikrohullámú gerjesztés hatására kvantált egyenfeszültség keletkezik a

$$V = n \frac{hf}{2e}$$

képlet szerint, ahol  $n$  egy természetes szám. Ezzel a feszültségmérés frekvenciamérésre vezethető vissza, ami az atomórák rendkívüli pontossága miatt már régóta preferált irány a metrológiában. A  $K_J = 2e/h$  mennyiség a Josephson-állandó nevet viseli, és már 1990 óta rögzített értékkel bír.

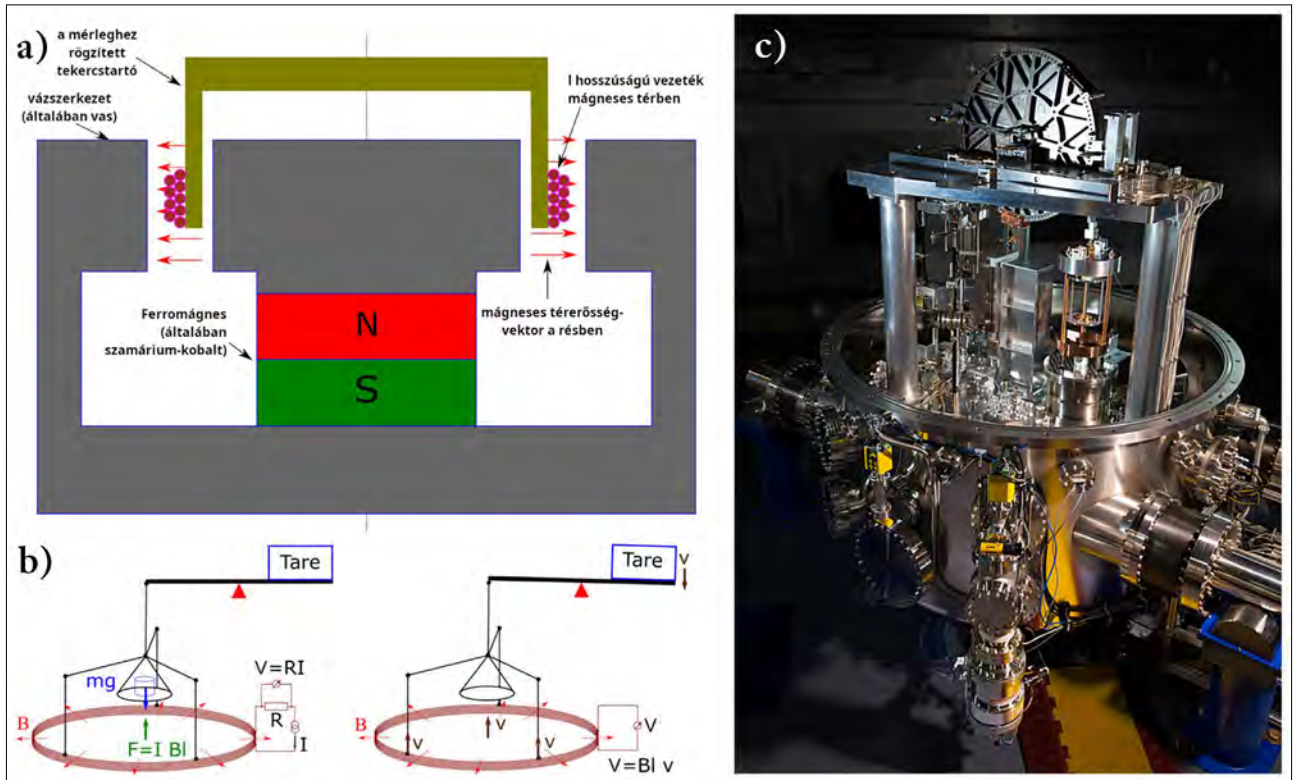
2. A kvantált Hall-effektus (Klaus von Klitzing, 1980), mely a klasszikus Hall-effektus azon határ esetében jelentkezik, amikor a minta a mágneses térrel párhuzamos irányban nagyon vékony (ideálisan kétdimenziós elektrongázt képez). Ekkor a térre és a mintán átfolyó áram ( $I_x$ ) irányára merőlegesen fellépő feszültség ( $V_h$ ) szakaszosan (lépcsőzetesen) függetlenné válik a térerősségtől és a minta geometriájától, a kettő hányadosa pedig egy olyan ellenállás-dimenziójú mennyiség, amit kizárólag két természeti állandó határoz meg:

$$R = \frac{V_h}{I_x} = \frac{1}{n} \frac{h}{e^2},$$

ahol  $n$  egy természetes szám. Az  $R_K = h/e^2$  mennyiség neve von Klitzing-állandó, és a Josephson-állandóhoz hasonlóan rögzített értéke van.

Könnyen észrevehető, hogy a két kvantumelektromos állandó rögzítése ekvivalens  $h$  és  $e$  rögzítésével, ami miatt a kvantum standardokon alapuló elektromos metrológia lecsatlakozott az SI-ről egy, a 2019-es felülvizsgálattal lezárult átmeneti időszakra.





2. ábra. A Kibble-mérleg, az új SI-kilogramm egyik lehetséges realizációja. (a) A mágneses rendszer sémája, amely lényegében egy lineáris egyenáramú motor. (b) Balra az erő- (motor), jobbra pedig a sebességmódozat (generátor) működési elve. A kettő kombinálásával eliminálható a  $Bl$  mennyiség, melynek elegendően pontos mérése kivitelezhetetlen. (c) Kibble-mérleg a National Institute of Standards and Technology-ben (Gaithersburg, Maryland)

1. Nincs tömeg a mérleg serpenyőjében, és az áramot egy szervó (visszacsatoló automatika) segítségével vezérelve a mérleget egy névleges nullhelyzetbe állítják.
2. A tömeget a mérleg serpenyőjébe helyezik, amire a szervó az áram megváltoztatásával reagál, a mérleget a nullhelyzetben tartva.

A két áram különbsége arányos a súllyal:

$$F_{z1} - F_{z2} = mg = (I_1 - I_2)Bl = \Delta I \cdot Bl.$$

Ennek a mérési sémának az az előnye, hogy független a karhosszúságtól, hiszen az elektromágneses erő és a súly egyazon ponton támad a mérleg karján (vö. 2b. ábra). Ráadásul a társúly megfelelő beállításával elérhető, hogy a két áram egyenlő nagyságú legyen ellenkező előjellel, ami számos nemlinearitást kiküszöböl a rendszerből.

### Sebességmódozat

Ekkor a tekercset végigvezetik a mágneses téren, miközben mérik az indukált feszültséget és a tekercs sebességét. Tökéletesen függőleges mozgást feltételezve a kettő viszonya:

$$V = Bl \cdot v.$$

A korszerű berendezésekben  $V$  és  $v$  egyaránt  $10^{-8}$ -os relatív pontossággal mérhető.

Ha az iménti két egyenletet elosztjuk egymással és átrendezzük, a mechanikai és az elektromos teljesítményt összekötő ún. Watt-egyenletet kapjuk, amelyből kiesett a nehezen meghatározható  $Bl$  mennyiség:

$$mgv = V \Delta I.$$

### Összeköttetés a Planck-állandóval

A keretes szövegben összefoglaltak értelmében a Josephson-effektus révén a sebességmódozatban fellépő feszültség átfordítható egy frekvenciára:

$$V = n_v \frac{h}{2e} f_v,$$

ahol a  $v$  index a mérési módozatot jelöli.

Erő módozatban az áram pontos méréséhez egy ellenállást kötnek sorba a tekercssel. Ekkor egyrészt az ellenállást kell pontosan meghatározni, ami egy kvantum Hall-ellenállással való összehasonlítás révén lehetséges. Ez az  $r$  dimenziótlan arányszámot adja:

$$R = r \frac{h}{e^2}.$$

Másrészt az ellenálláson eső feszültség mérése egy újabb természetes számot és frekvenciadimenziójú mennyiséget produkál. A két módszer kombinációjaként fejlethetjük ki az áramot:

$$I_1 = \frac{V_1}{R} = \frac{n_1}{r} \frac{f_1}{2} e,$$

ahol az 1-es index az erőmódban elvégzendő kétféle áram-mérés egyikére utal.

Mindezt az elektromos teljesítmény kifejezésébe írva kapjuk, hogy

$$V\Delta I = n_v \frac{h}{4} f_v \left( \frac{n_1}{r} f_1 - \frac{n_2}{r} f_2 \right).$$

A két mikrohullámú frekvenciát azonosnak választva ( $f_1 = f_2 = f$ ) a Watt-egyenlet a következőképpen írható:

$$mgv = V\Delta I = \frac{r^*}{4} h f_v f,$$

ahol az  $r^*$  egy ismert racionális szám, mely az előbbieken definiált  $n_v$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  és  $r$  számokat tömöríti.

Az egyenletet átrendezve kapjuk, hogy

$$h = \frac{4}{r^*} \frac{mgv}{f_v f}, \quad \text{illetve} \quad m = \frac{r^*}{4} \frac{h f_v f}{g v}.$$

2019 előtt a Kibble-mérleget a Planck-állandó meghatározására használták a bal oldali egyenlet szerint. Ehhez szükség volt egy ismert (az IPK-ból származtatott) tömegre, a helyi gravitációs gyorsulás mérésére (ezt minden Kibble-mérleg esetében külön-külön meg kell tenni), valamint a sebességmódozatban a tekerics  $v$  sebességének és a Josephson-effektus révén megjelenő frekvenciáknak az ismeretére. 2019 után a Kibble-mérleg a jobb oldali egyenlet szerint a tömeg oly módon való mérésére használható, amely a mérendőt a Planck-állandóra visszavezetvén közvetlenül az új SI-kilogrammban fejezi ki.

## A röntgenes kristálysűrűség-mérés

A tömeg egység Planck-állandóra való visszavezetésének a második módját a Nemzetközi Avogadro Koordinációs Projekt dolgozta ki aprólékosan. Miként a neve is mutatja, 2019 előtt ezen együttműködés fő célja az Avogadro-szám ( $N_A$ ) pontos meghatározása volt. A Kibble-mérleggel analóg módon ez a módszer 2019. május 20-án egy alapvető állandó méréséből tömegmérésbe ment át. Az Avogadro-szám azonban *a priori* az anyagmennyiséggel kapcsolatos, tehát a tömeggel való összekötéshez még számos további nem triviális lépésre volt szükség.

Ehhez a Rydberg-állandóból kell kiindulni, amely a hidrogénatom két elektronállapota közötti átmenetkor kibocsátott sugárzás hullámhosszát írja le, és  $10^{-12}$  relatív pontossággal ismert:

$$R_\infty = \frac{\alpha^2 m_e c}{2h}, \quad \text{azaz} \quad m_e = \frac{2hR_\infty}{\alpha^2 c}.$$

Az atomok elektronhoz képesti relatív tömege ugyan csak nagy pontossággal ismert, ezt az alábbiakban  $r_x$ -szel jelöljük az  $x$  elemre vonatkozóan, tehát  $m_x = r_x m_e$ .

Ahhoz, hogy egy makroszkopikus tárgy tömegét az atomi tömegre visszavezzük, meg kell számolnunk, hogy a tárgyban hány atom van, azonban pl. szilícium esetén 1 kg nagyjából  $2 \times 10^{25}$  db atomot tartalmaz, így a folyamat időtartama még nagy (50 millió/másodperc) számolási sebességnél is az Univerzum életkorával lenne összemérhető. A probléma azonban megoldható geometriailag. Ehhez minél tökéletesebb kristályra van szükség; és ez a követelmény jelenleg a szilícium esetében teljesíthető leginkább a félvezetőipar sok évtizedes fejlesztései nyomán.

Két további sarkalatos pontot emelünk ki:

- A tárgy alakjára nézve a gömb a legelőnyösebb. Ez egyrészt megkönnyíti a térfogatmeghatározást, hiszen csak átmérő(ke)t kell mérni. Másrészt nem tartalmaz éleket és csúcsoakat, melyek kimunkálása bizonytalan-ságokat és kristályhibákat eredményezne. Harmadrészt a térbeli idomok közül a gömbnek a legkisebb a relatív felülete – márpedig a felület több szempontból is problematikus, például szennyeződések kötődhetnek hozzá, de a kristályhibák is gyakoribbak a felületek közelében.
- Az izotópok (a szilícium esetén a 28-as, 29-es és 30-as jön szóba) ugyancsak több szempontból problematikusak. Egyrészt az adott kristályban az előfordulási arányuk nem határozható meg kellő pontossággal, másrészt a kristályrács tökéletességét is rontják. Az izotópok problémájára jelenleg az egyetlen kielégítő megoldás a dúsítás, melynek technológiáját a hidegháború alatt nagymértékben kidolgozták. A legújabb kristályokban a 28-as izotóp aránya már eléri az  $f_{28} = 0,99995$ -öt, ami a másik két arányra nézve jelentősen lazítja a pontossági követelményt.

A projekt céljaira készített gömbök egyikét a 3. ábrán láthatjuk. Az eddigi megfontolások alapján, továbbá figyelembe véve, hogy egy elemi cellában 8 atom van (ez a szám a rács hibák átlagsűrűségének ismeretében némileg korrigálandó), a gömb tömege három faktor – az atomszám, az  $r_{Si}$  és az elektrontömeg – szorzata:

$$m = N \cdot r_{Si} \cdot m_e = 8 \frac{V_{gömb}}{V_{egységcella}} r_{Si} \cdot m_e = \frac{4\pi d^3}{3a_0^3} (f_{28} r_{28} + f_{29} r_{29} + f_{30} r_{30}) \frac{2hR_\infty}{\alpha^2 c}.$$

Miként arra utaltunk, az  $R_\infty$ ,  $\alpha$ ,  $c$  és  $r_x$  állandók független mérésekből nagy pontossággal ismertek, az izotóp-dúsításnak köszönhetően pedig az  $f_x$ -ek is kellő pontossággal meghatározhatók (ezt minden mintára külön-külön el kell végezni!). A szilíciumkristály  $a_0$  rácsállandója röntgendiffrakcióval mérhető, a gömb  $d$  átmérője pedig a külön erre a célra kifejlesztett gömbi interferométerekkel határozható meg (3. ábra). A megmunkálás olyan pontosságú, hogy ha a gömböt a Föld méretére nagyítanánk, akkor a legnagyobb kiemelkedés tengerszint feletti magassága mindössze 2 méter körüli lenne, de még így





3. ábra. A gömb, amelyben megszámták az atomokat. (a) A Nemzetközi Avogadro Koordinációs Projekt számára készült szilícium egykristálygömbök egyike, melynek tömege a röntgenes kristálysűrűségmérés révén közvetlenül a Planck-állandóhoz köthető. (b) A projekt számára készült három gömbi interferométer egyike (kettő található Németországban és egy Japánban). A gömb átmérője a tárgy jelenlétében, illetve anélkül mért optikai úthosszak különbségéből határozható meg

is minden egyes tárgynál több száz különböző átmérőt mérnek a  $d$  meghatározásához.

## Kitekintés

A 2019-es felülvizsgálatban a Planck- és Avogadro-állandókon kívül az  $e$  elemi töltés is rögzítetté vált, aminek

következtében a precíziós kvantumos elektromos metrologia ismét egyesült az SI-vel.

Egy természeti állandón keresztül definiált mértékegységnek számos előnye van az etalonokkal szemben.

1. Mindig, mindenki számára rendelkezésre áll, míg az etalon komoly gondoskodást igényel, és elveszhet vagy vandalizmus áldozatává válhat.
2. Nem változik az értéke, miután mérést hajtottak vele végre, míg az etalonban bármilyen behatás változást idézhet elő.
3. Míg az etalon csak véges pontossággal bír, itt nincs elvi határa a pontosságnak. Az új SI tehát stimulálja az innovációt, hiszen a mértékegységek egyre pontosabb realizációi jöhetnek létre.
4. Az új SI skálafüggetlen, míg az etalon önnön véges pontosságát is csak önmagával közel azonos nagyságrendbe eső mennyiségek mérésénél tudja biztosítani.

A kilogramm új definíciója már most számos izgalmas alkalmazást vetít előre. Lehetővé válhat például, hogy atomok tömegét közvetlenül kilogrammban mérjük a fotonelnyelés általi visszalökődés jelenségén keresztül. Egy  $\lambda$  hullámhosszú foton ugyanis  $h/\lambda$  impulzussal rendelkezik, így, ha egy kezdetben álló atom az elnyelés után  $v$  sebességgel halad, akkor a lendületmegmaradás átrendezett egyenlete:

$$m = \frac{h}{v\lambda},$$

ami egyúttal az atom tömegének az új kilogrammban való kifejezése is.

## Hivatkozások

1. Jackson J. D.: Classical Electrodynamics. 3rd edition, Wiley, 1999. Appendix on Units and Dimensions
2. Davis R. S., Barat P., Stock M.: A brief history of the unit of mass: continuity of successive definitions of the kilogram. *Metrologia*, 53 (2016) A12.
3. Girard G.: The third periodic verification of national prototypes of the kilogram (1988–1992). *Metrologia*, 31 (1994) 317.
4. Lombardi M. A., Heavner T. P., Jefferts S. R.: NIST primary frequency standards and the realization of the SI second. *NCSLI Measure*, 2.4 (2007) 74.
5. Schlamminger S.: Redefining the kilogram and other SI units. IOP Publishing, 2018.
6. Nawrocki W.: Introduction to quantum metrology. Quantum standards and instrumentation. Springer, Heidelberg, 2015.

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat jelen van a **facebook** -on!



<https://www.facebook.com/people/Eötvös-Loránd-Fizikai-Társulat/100057390380604/>

# EGY GLOBÁLIS KVANTUMHÁLÓZAT FELÉ\*

Pan C sien-vei

Kínai Tudomány- és Műszaki Egyetem, Peking

Körülbelül 90 évvel ezelőtt Albert Einstein a kvantumösszefonódás „kísérteties távolhatását” kifogásolva azt állította, hogy a kvantummechanika elmélete nem lehet teljes [1]. Tavaly a Nobel-díjat három olyan kutató kapta, akik a Bell-egyenlőtlenség segítségével kísérleti próbának vetették alá Einstein felvetését [2]. De a kvantummechanika alapjainak vizsgálata egyáltalán nem csupán elméleti vagy filozófiai szempontból érdekes. Ellenkezőleg, világsszerte dolgoznak kutatók olyan új technológiák létrehozásán, amelyek a kvantumvilág furcsaságait használják ki. Olyan átfogó, hasznos kvantumhálózat megvalósítása a cél, amely egyrészt a fizika új területeinek feltérképezésére, másrészt a kvantumszámítástechnika, a kvantumkommunikáció és a kvantummetrológia megvalósítására egyaránt használható [3].

A biztonság és a titoktartás ősrégi emberi igény, talán ez az oka, hogy a kvantumhálózatok egyik első alkalmazása a biztonságos, kvantumkriptográfiával védett kommunikáció megvalósítására irányul. A hagyományos, nyilvános kulcsú kriptográfia többnyire valamilyen matematikai probléma vélt nehézségén alapul. Azonban történelmi tanulság, hogy a klasszikus kriptográfia majdnem minden előrelépésének a rejtjelfejtés fejlődése lett a végzete. Régóta sejtjük, hogy „az emberi elme nem tud olyan rejtjelet kigondolni, amit az emberi találékonyosság ne tudna megfejteni” [4].

Mindezeket figyelembe véve meglepő lehet, hogy az információbiztonság régi problémáját, amellyel a matematikusok évszázadok óta küzdenek, a kvantummechanika alapvető elvei segíthetnek megoldani. A nyolcvanas években Charles Bennett és Gilles Brassard kidolgozott egy – azóta BB84 néven elhíresült – kvantum kulcszétosztó (QKD) eljárást [5]. Tőlük függetlenül 1991-ben Artur Ekert felfedezte, hogy a kvantumösszefonódás alkalmazható feltétel nélküli biztonságot nyújtó információátvitelre [6]. Az általuk felfedezett kvantumkriptográfia egy radikálisan új eljárás, és az egyetlen ismert módszer, amivel két távoli fél biztonságosan kommunikálhat – akkor is, ha egy kimeríthetetlen számítási erő-

forrásokkal rendelkező lehallgató figyelni az üzenetváltásait.

Az első kvantum kulcszétosztást megvalósító kísérletet, amely az elv működőképességét bizonyította, Bennett és munkatársai végezték 1989-ben [7]; egy csilapított LED-ből 32 cm távolságra sikerült továbbítani a jeleket. Ezt számos hasonló, rövid hatótávolságú demonstráció követte; optikai szálon vagy szabad térben legfeljebb néhány száz tíz kilométert sikerült áthidalni [8–10]. Ezek a viszonylag rövid távolságok még messze alatta maradtak a gyakorlati igényeknek. Ennél is lényegesebb, hogy az első kísérletek komoly hiányosságokkal bírtak, amelyek elvileg lehetővé tették az üzenetek lehallgatását. Ahogy Brassard később visszaemlékezett: „szó szerint hallottuk, amint a fotonok repültek, és a nulláknak más hangjuk volt, mint az egyeknek” [11].

A kvantumkriptográfia csak akkor teljesen biztonságos, ha tökéletes egyfotonforrásokat és detektorokat használunk. Tökéletes berendezések azonban nem léteznek. A tökéletlen források és detektorok által okozott problémák kiküszöbölésére csaliállapotokat használó [12, 13] és mérőeszköz-független [14] kulcszétosztó eljárásokat javasoltak és valósítottak meg kísérletileg [15–17]. Ezek az eredmények tették a kvantum kulcszétosztást gyakorlati körülmények között is életképes, működő technológiává és indították be világsszerte a kvantum kulcszétosztó hálózatok fejlesztését.

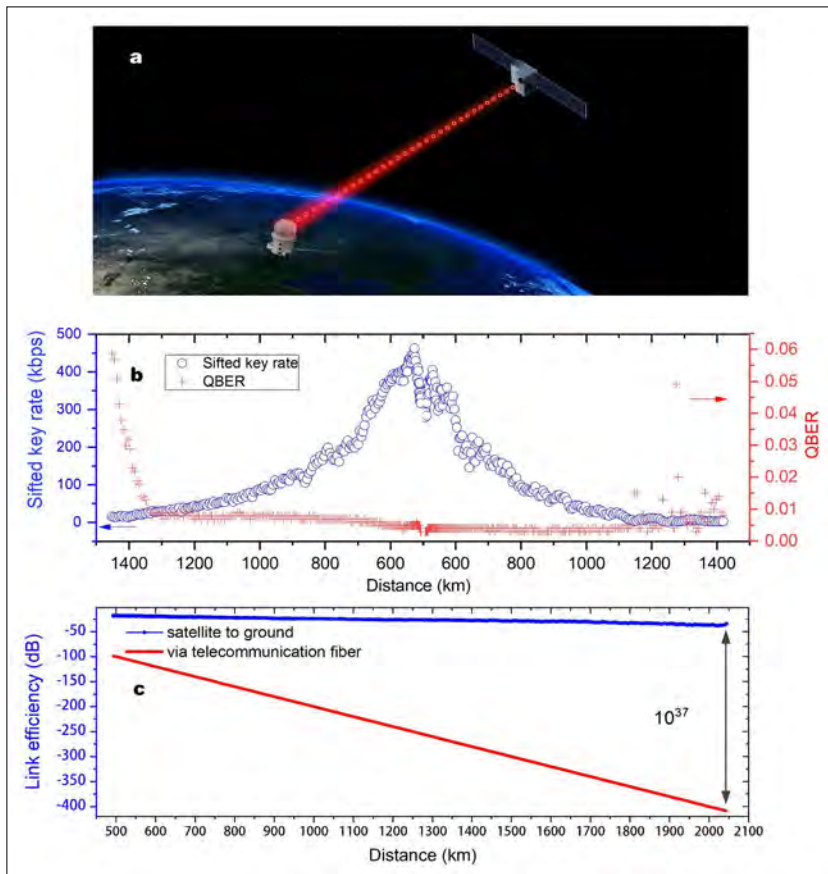
A kvantumhálózatok előtt álló legnagyobb kihívás az, hogy elég nagy távolságokat tudjanak átfogni ahhoz, hogy globálisan is lehessen használni őket. Mind a szál-optikákban, mind pedig a földi szabadtéri terjedésnél elkerülhetetlen a fotonveszteség, amely a távolsággal exponenciálisan növekszik. Ezer kilométer távolságból egy GHz ismétlési rátájú ideális egyfotonforrásból is csak körülbelül 300 évente észlelnénk egy foton még akkor is, ha az elérhető legjobb minőségű üvegszálat használjuk és ideális foton-detektorokkal rendelkezünk. Továbbá a kvantumelmélet klónozhatatlansági tétele, amely a kvantum kulcszétosztási eljárások biztonságának alapja, lehetetlenné teszi, hogy egyszerűen felerősítsünk egy kvantum jelet, ahogy egy klasszikus átjátszó (repeater) teszi. Ezen akadályok miatt a kvantum átjátszók [18], amelyek az összefonódás cseréjének [19], illetve tisztításának [20] és a kvantummemóriának [21] funkcionalitásait ötvözik, kulcsszerepet fognak játszani a jövő kvantumhálózatainak skálázható kiterjesztésében. Az összefonódás-cserét és összefonódás-tisztítást 1998-ban [22], illetve 2003-ban [23] sikerült először kísérletileg megvalósítani. A kvantummemóriának hosszú koherenciaidővel és jó tárolási hatékonysággal kell rendelkeznie ahhoz, hogy a gyakorlatban is használható le-

\* Az *Europhysics News* 54/1. számában megjelent cikk bővített változata. Fordította Bodor András és Kiss Tamás.



Pan C sien-wei (潘建伟) kínai akadémikus és kvantumfizikus. A BSc (1992) és MSc (1995) diplomáját a Kínai Tudomány- és Műszaki Egyetemen (UST, Heifei), a PhD-t a bécsi egyetemen (TU Wien) szerezte. A UST fizikaprofesszora. Pan a kvantumösszefonódás, a kvantuminformáció és a kvantumszámítógépek terén végzett munkájáról ismert.





1. ábra. (a) Egy megbízható űr-Föld kapcsolat létrehozása kvantumállapot továbbításához; (b) és (c) A műhold és Föld közötti kvantumos kulcsszétosztás teljesítménye egy keringés alatt [24]

gyen. Habár ezek a fontos paraméterek az újabb és újabb kísérletekben egyre javulnak, még sok fejlesztésre van szükség ahhoz, hogy a kvantumos átjátszókkal 1000 km-es távolságokat érjünk el.

A műholdon keresztül megvalósított szabadtéri kvantumkommunikációs összeköttetés azért egyedülállóan hatékony eszköze a globális kvantumhálózatok létrehozásának, mert ebben az esetben a légköri fotonveszteség elhanyagolhatóan kicsi. Az első kvantumos műholdat, a Miciust<sup>1</sup>, amelyet kvantumelméleti alap kutatásokra és globális kvantumkommunikációs kísérletekre szántak, 2016. augusztus 16-án bocsátották fel a kínai Csiucsüen (Jiuquan) űrkikötőből és jelenleg 500 km-rel a Föld felszíne fölött kering.

A műhold két fedélzeti teleszkópja segítségével két, egymással összefonódott fotonnalábót küld egymástól távoli földi állomások felé, ezzel egyidejűleg két független űr-föld kvantumos kapcsolatot hoz létre. Mivel az összefonódott fotonok egy 8 km/s sebességgel száguldó műholdról érkeznek a légkörön keresztül az egymástól több ezer kilométer távolságban lévő földi vevőállomásokhoz, rendkívüli technológiák kifejlesztését igényli a nyaláb diffrakciójával, a célzás bizonytalanságával, illetve a légköri turbulenciával és abszorpcióval kapcsolatos zavaró hatások kiküszöbölése. Egy mindennapi élethez

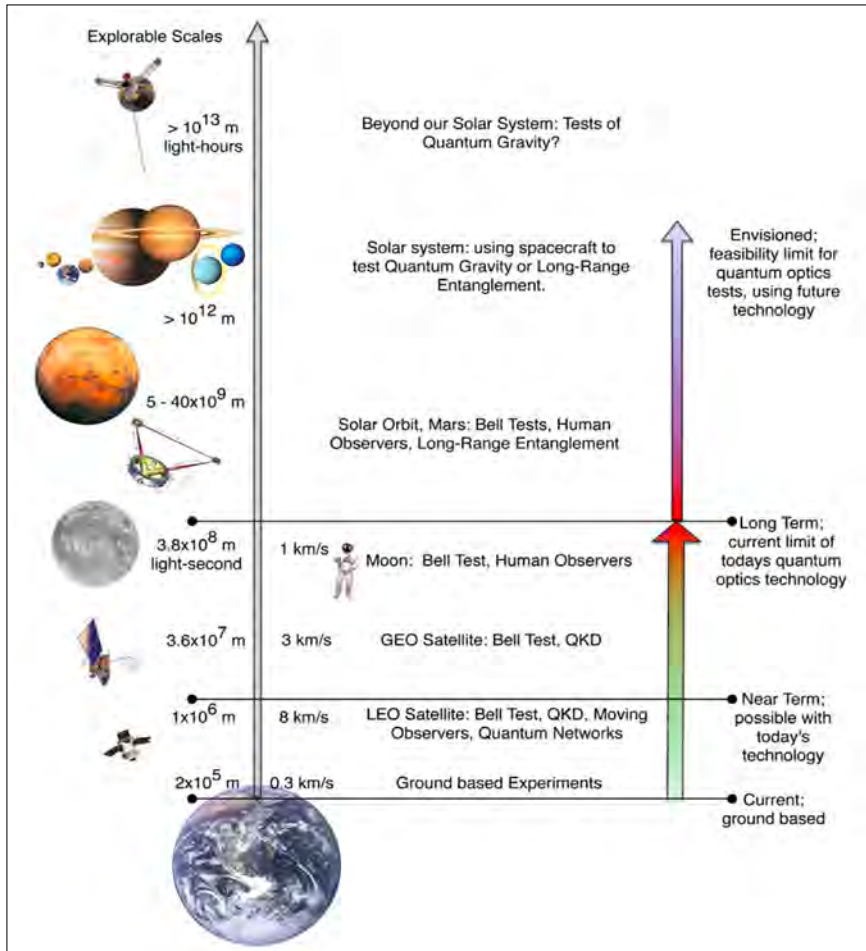
<sup>1</sup> Moti vagy latinosan *Micius* ókori kínai filozófus, élt kb. i.e. 470 – i.e. 391.

közeli hasonlaltal leírva a műszaki követelményeket: ami a célzás pontosságát és a célkövetés követelményeit illeti, azok ekvivalensek azzal, mintha egy mozgó hajszálat kellene tisztán megfigyelnünk és követnünk 300 m távolságból. Ami pedig az egyfotonos szintű detektálás érzékenységének és a háttérzajtól való megkülönböztetésnek a követelményeit illeti, a műhold fotonforrásának fényereje a Földön olyan, mintha egy gyufa fényét észlelnénk a Föld-Hold-távolságból.

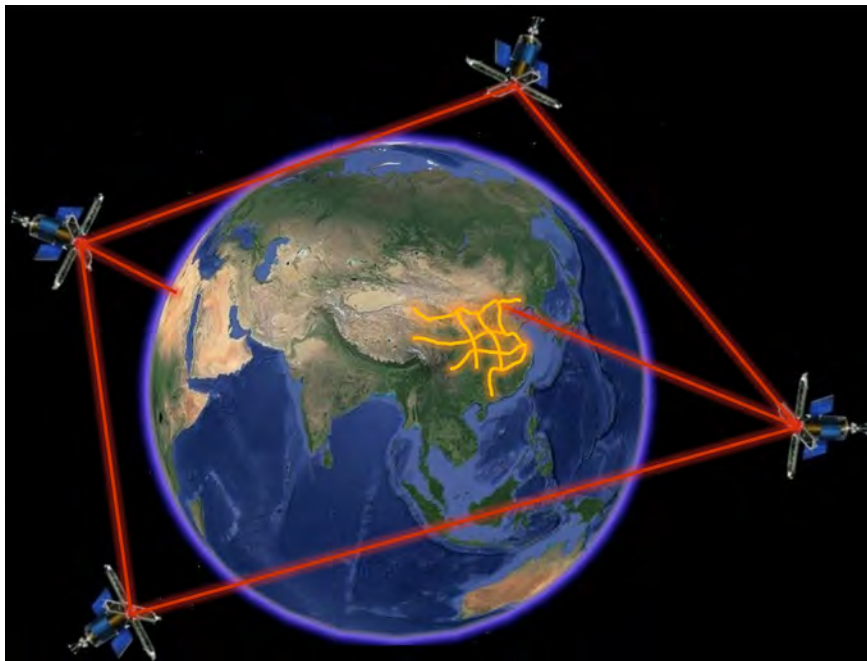
Három fontos mérőföldkövet sikerült elérni a felbocsátást követő néhány hónapban: űr-föld csaliállapotos kvantumos kulcsszétosztást 1200 km távolságra, melyben a végső kulcs generálásának rátája 1,1 kbit/s volt [24], amit nemrég sikerült 47,8 kbit/s-ra javítani; műholdas összefonódás-megosztást és a Bell-egyenlőtlenség sérülésének kimérését két egymástól 1200 km-re lévő földi helyszínen [25]; és föld-űr kvantumteleportációt 1400 km távolságra [26]. Figyelemre méltó, hogy a műholdas csatorna effektív kapacitása kb. 37 nagyságrenddel nagyobb, mint egy száloptikán történő fotonküldésé lenne azonos távolságra (kb. 2000 km-re).

Az egyidejűleg két földi állomással létrehozott összeköttetés hatékonyságát 2020-ban tovább sikerült növelni: a műhold sikeresen hozott létre kvantumkriptográfiával titkosított kapcsolatot az egymástól 1120 km távolságban lévő állomások között. A kapcsolat Ekert összefonódáson alapuló protokollját használta, amely még akkor is feltétel nélküli biztonságot nyújt, ha a műhold egy ellenérdekelt fél kezében van. A műhold jelenleg városi száloptikai hálózatokkal összekapcsolva része egy űr-föld integrált kvantumhálózatnak [28]. A műholdat megbízható köztes állomásként használva két kutatócsoport interkontinentális kvantumkommunikációt valósított meg Peking és Bécs között, 7600 km-es rekordtávolságot elérve [29].

A kvantumműholdon kifejlesztett eljárások új lehetőséget kínálnak nagy pontosságú mérések végrehajtására és a tudomány alapvető elveinek ellenőrzésére. Mihail D. Lukin, Ye Jun és munkatársaik felvetették [30], hogy a műhold segítségével létrehozott összefonódás-megosztással  $N$  darab távoli atomóra között lehet összefonódást generálni, és ezáltal  $\sqrt{N}$ -szeresére lehet növelni az időmérés pontosságát. Elosztott csillagászati távcsőrendszereket kvantumteleportációval kombinálva pedig a Föld méretével megegyező effektív apertúrát érhetünk el és ezzel olyan hatalmas felbontást, hogy elvileg akár a Jupiter holdjain is le tudnánk olvasni egy rendszám-táblát, ahogy erre Kwiat [31] rámutatott.



2. ábra. Áttekintés a távolságskáláról, és a hozzájuk tartozó tervezett kvantumos kísérletekről [32] alapján



3. ábra. A globális kvantumkommunikációs hálózat megteremtéséhez vezető út. A városon belüli hálózatok szálóptikát fognak használni. Kvantumos átjátszók köthetik össze a városi hálózatokat. Nagy távolságú és interkontinentális kvantumkommunikációt műholdas kvantumcsatornákkal fognak létrehozni

Egy űrbe telepített állomás az első lépés az alapvető kvantumoptikai kísérletek elvégzéséhez olyan távolságokon, amelyek földi körülmények között elképzelhetetlenek. Több lehetséges kísérletet kidolgoztak már [32], amelyek egyre nagyobb távolságban lévő műholdakat igényelnek, amint a 2. ábra mutatja. Ilyen például a gravitáció indukálta dekoherencia kimutatása vagy általánosan a gravitáció (a nagyon nagy dolgok elmélete) és a kvantummechanika (a nagyon kis dolgok elmélete) közötti kapcsolat vizsgálata. Ezek a kísérletek segíthetnek tesztelni a kvantumelmélet nagy távolságokon való alkalmazhatóságát, kizárhatnak különféle alternatív fizikai elméleteket, és korlátokat mérhetnek ki a kvantumgravitációs térítő mikrostruktúrája által motivált fenomenológikus modellek paramétereire.

A Micius azonban csak a kezdetet jelenti. A kínai kvantumműholdas programnak két célkitűzése van a következő 5–10 évre. Az első: 3–5 darab kis méretű, alacsony földköri pályán (low Earth orbit, LEO) keringő, kifejezetten kvantumos kulcszétosztásra dedikált műhold felbocsátása, amelyek praktikusabb és hatékonyabb kvantumos kulcszétosztási szolgáltatásokat nyújthatnak. A második: egy közepes magasságú vagy geoszinkron pályára (GSO) állítható műhold kifejlesztése, ami hosszabb kapcsolati időablakot és nagyobb lefedettséget tudna biztosítani. A magas pályán keringő és a több alacsony pályán keringő műhold globális szolgáltatásra képes kvantumkonstellációvá állhat össze, amint az a 3. ábrán látható. Ezen kívül ezzel az új generációs űrinfrastruktúrával tervezünk nagy pontosságú űr-föld óraszinkronizációt és geoszinkron műholdon alapuló optikai órákat megvalósítani, hogy a nagy területen elosztott optikai frekvenciaetalonon alapuló technológiát kipróbáljuk.



A kvantumhálózatok másik fontos összetevője a kvantumszámítógép, amelyben a qubiteket különféle fizikai rendszerek valósíthatják meg, így pl. szupravezető áramkörök, csapdázott ionok, optikai csipeszekkel létrehozott atomfüzérek, illetve egyfotonok. A távoli qubitek összekapcsolásához egy kvantuminterfészre van szükségünk, ami koherens be- és kicsatolást valósít meg az egyfotonos qubitek és a lokális qubitek között. Az optikai kvantumszámítógépeknek ebben a tekintetben megvan az az előnyük, hogy természetes módon integrálhatóak a fotonikus hálózatokba. Nemrégiben szupravezető áramkörökkel és bozonikus mintavételezéssel sikerült elérni a kvantumfólnyit (amikor valamilyen nagyon speciális feladatot a kvantumszámítógép gyorsabban végez el, mint a klasszikus) [33–35]. A kvantumszámításra (bár nem univerzális kvantumszámításra) alkalmas bozonikus mintavételezést demonstráltuk egy 144 módusú interferométerben, ahol 113 foton-detektor jelzett egyidejűleg – ez egy  $10^{43}$  dimenziójú Hilbert-tér állapotterének felel meg és 10 nagyságrenddel gyorsabb mintavételezést jelent, mint amit a legfejlettebb szimulációs eljárások klasszikus szuperszámítógépeken el tudnának érni [36]. Ahogy a Bell-kísérletek megcáfolták Einstein lokális rejtett változós modelljeit, úgy a kvantumszámítási kísérletek megcáfolják a kiterjesztett Church–Turing-tézist, miszerint a klasszikus számítógépek polinomiális időtöbblettel szimulálni tudják bármely fizikai rendszer számítási képességeit. Ezek a kutatások a számítástechnikában a kvantumkorszak hajnalát jelzik.

## Hivatkozások

1. Einstein A., Podolsky B., Rosen N.: Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47 (1935) 777.
2. Bell J. S.: On the Einstein–Podolsky–Rosen paradox. *Physics*, 1 (1964) 195.
3. Pan J.-W., Chen Z.-B., Lu C.-Y., Weinfurter H., Zeilinger A., Żukowski M.: Multiphoton entanglement and interferometry. *Rev. Mod. Phys.*, 84 (2012) 777–838.
4. Poe E. A.: A few words on secret writing. *Graham's Mag.*, 19 (1841) 33–38.
5. Bennett C. H., Brassard G.: In: Proceedings of the IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing (IEEE Press, New York) (1984) pp. 175–179.
6. Ekert A. K.: Quantum cryptography based on Bell's theorem. *Phys. Rev. Lett.*, 67 (1991) 661–663.
7. Bennett C. H., Bessette F., Brassard G., Salvail L., Smolin J.: Experimental quantum cryptography. *J. Cryptol.*, 5 (1992) 3–28.
8. Townsend P. D., Rarity J. G., Tapster P. R.: Single photon interference in 10 km long optical fibre interferometer. *Electronics Letters*, 29 (1993) 634.
9. Marand C., Townsend P. D.: Quantum key distribution over distances as long as 30 km. *Opt. Lett.*, 20 (1995) 1695.
10. Hughes R. J., Nordholt J. E., Derkacs D., Peterson C. G.: Practical free-space quantum key distribution over 10 km in daylight and at night. *New J. Phys.*, 4 (2002) 43.
11. Brassard G.: Brief history of quantum cryptography: A personal perspective. In: Proceedings of the IEEE Information Theory Workshop on Theory and Practice in Information-Theoretic Security (ICITS 2012), Montreal, 2012, Smith A. (ed.) (IEEE, New York).

12. Wang X.-B.: Beating the photon-number-splitting attack in practical quantum cryptography. *Phys. Rev. Lett.*, 94 (2005) 230503.
13. Lo H.-K., Ma X., Chen K.: Decoy state quantum key distribution. *Phys. Rev. Lett.*, 94 (2005) 230504.
14. Lo H.-K., Curty M., Qi B.: Measurement-device-independent quantum key distribution. *Phys. Rev. Lett.*, 108 (2012) 130503.
15. Peng C.-Z., Zhang J., Yang D., Gao W.-B., Ma H.-X., Yin H., Zeng H.-P., Yang T., Wang X.-B., Pan J.-W.: experimental long-distance decoy-state quantum key distribution based on polarization encoding. *Phys. Rev. Lett.*, 98 (2007) 010505.
16. Rosenberg D., Harrington J. W., Rice P. R., Hiskett P. A., Peterson C. G., Hughes R. J., Lita A. E., Nam S. W., Nordholt J. E.: Long-distance decoy-state quantum key distribution in optical fiber. *Phys. Rev. Lett.*, 98 (2007) 010503.
17. Schmitt-Manderbach T., et al.: Experimental demonstration of free-space decoy-state quantum key distribution over 144 km. *Phys. Rev. Lett.*, 98 (2007) 010504.
18. Briegel H.-J., Dür W., Cirac J. I., Zoller P.: Quantum repeaters: The role of imperfect local operations in quantum communication. *Phys. Rev. Lett.*, 81 (1998) 5932–5935.
19. Żukowski M., Zeilinger A., Horne M. A., Ekert A. K.: 'Event-Ready-Detectors' Bell experiment via entanglement swapping. *Phys. Rev. Lett.*, 71 (1993) 4287–4290.
20. Bennett C. H., Brassard G., Popescu S., Schumacher B., Smolin J. A., Wootters W. K.: Purification of noisy entanglement and faithful teleportation via noisy channels. *Phys. Rev. Lett.*, 76 (1996) 722–725.
21. Lvovsky A. I., Sanders B. C., Tittel W.: Optical quantum memory. *Nat. Photonics*, 3 (2009) 706–714.
22. Pan J.-W., Bouwmeester D., Weinfurter H., Zeilinger A.: Experimental entanglement swapping: Entangling photons that never interacted. *Phys. Rev. Lett.*, 80 (1998) 3891–3894.
23. Pan J.-W., Gasparoni S., Ursin R., Weihs G., Zeilinger A.: Experimental entanglement purification of arbitrary unknown states. *Nature*, 423 (2003) 417.
24. Liao S.-K., et al.: Satellite-to-ground quantum key distribution. *Nature*, 549 (2017) 43.
25. Yin J., et al.: Entanglement-assisted secure quantum key distribution between two ground stations separated by 1120 kilometers. *Nature*, 582 (2020) 501–505.
26. Ren J.-G., et al.: Ground-to-satellite quantum teleportation. *Nature*, 549 (2017) 70.
27. Yin J., et al.: Entanglement-assisted secure quantum key distribution between two ground stations separated by 1120 kilometers. *Nature*, 582 (2020) 501–505.
28. Chen Y.-A., et al.: An integrated space-to-ground quantum communication network over 4,600 kilometres. *Nature*, 589 (2021) 214–219.
29. Liao S.-K., et al.: Satellite-relayed intercontinental quantum network. *Phys. Rev. Lett.*, 120 (2018) 030501.
30. Kómár P., Kessler E. M., Bishof M., Jiang L., Sørensen A. S., Ye J., Lukin M. D.: A quantum network of clocks. *Nat. Phys.*, 10 (2014) 582–587.
31. Gibney E.: Chinese satellite is one giant step for the quantum internet. *Nature*, 535 (2016) 478–479.
32. Rideout D., et al.: Fundamental quantum optics experiments conceivable with satellites – reaching relativistic distances and velocities. *Classical Quantum Gravity*, 29 (2012) 224011.
33. Arute F., Arya K., Babbush R., et al.: Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature*, 574 (2019) 505–510.
34. Zhong H.-S., et al.: Quantum computational advantage using photons. *Science*, 370 (2020) 1460–1463.
35. Wu Y.-L., Bao W.-S., Cao S.-R., et al.: Strong quantum computational advantage using a superconducting quantum processor. *Physical Review Letters*, 127 (2021) 180501.
36. Zhong H.-S., Deng Y.-H., Qin J., et al.: Phase-programmable gaussian boson sampling using stimulated squeezed light. *Physical Review Letters*, 127 (2021) 180502.

# HAZAI EREDMÉNYEK A KVANTUMHÁLÓZATOK FEJLESZTÉSÉBEN

Bacsárdi László<sup>1</sup>, Kis Zsolt<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>BME Villamosmérnöki és Informatikai Kar, Hálózati Rendszerek és Szolgáltatások Tanszék

<sup>2</sup>HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont

## I. Bevezetés

A kvantumhálózatok kutatásának egyik fő motivációja a titkos kulcsok biztonságos megosztása volt, amit aktuálissá tesz, hogy a napjainkban széles körben használt publikus kulcsú titkosító eljárások nagy része a kvantumszámítógépek megjelenésével feltörhetővé válik majd. Szerencsére az úgynevezett szimmetrikus kulcsú titkosítások (ugyanazt a kulcsot használjuk titkosításra és visszaféjtésre) között van olyan, amelyek a kvantumszámítógépek megjelenésével is használhatóak maradnak. Az egyetlen bizonyítottan feltörhetetlen, szimmetrikus titkosító eljárás az egyszer használatos kulcsos alapuló módszer (one time pad). Ehhez egy sok bites titkos kulcsot kell előre megosztani a két kommunikáló fél között, akiket hagyományosan Alice-nak és Bobnak neveznek. Ez az ún. kulcsmegosztás hagyományos módszerekkel igen nehézkes. Erre a problémára ajánlott megoldást C. H. Bennett és G. Brassard 1984-ben [1], szakítva a klasszikus kulcsmegosztási elvekkel, egy merőben új, kvantumkriptográfiai eljárással. Ebben az ún. BB84 protokollban egyfajta paradigmaváltással a biztonság nem valamilyen nehezen feltörhető matematikai eljárásos alapul, hanem a kvantummechanika alaptörvényein, melyeket semmilyen trükkkel nem lehet kijátszani. Ennek köszönhetően a passzív támadás (azaz a lehallgatás) nem lehetséges a kulcscsere során, az aktív támadásról (a támadó fél aktívan beavatkozik a folyamatba) pedig értesülnek a kommunikáló felek. A BB84 protokollt számos másik eljárás követte.

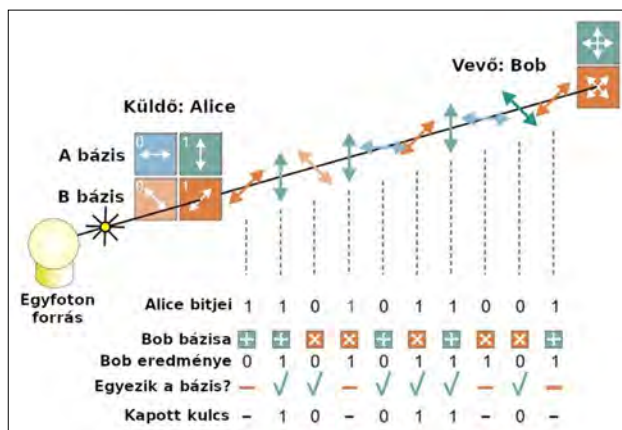
A kvantum biztonság azon a törvényszerűségein alapul, hogy ismeretlen kvantumállapotokról nem lehet hű másolatot készíteni, ez az ún. „no cloning theorem” [2]. Tehát amennyiben egy harmadik fél (szokásos néven Eve), másolatot próbál készíteni az Alice által Bobnak küldött kvantumállapotokról, úgy óhatatlanul módosítja azokat, mely zavart Alice és Bob a megfelelő algoritmus-sal ki tudja mutatni.

A kvantumos kommunikációnak számos kísérleti megvalósítása van már ma is. Ezekben egyes fotonok – a látható vagy a közeli infravörös tartományba eső frekvenciával – vagy néhány fotonos hullámcsomagok hordozzák a kvantumos információt. Ez alapján megkülönböztetünk diszkrét vagy folytonos változójú kvantumkommunikációt. A hordozó közeg lehet optikai szál – ez a vezetékes kvantumkommunikáció –, vagy szabad tér – ami tipikusan a műholdak és földi állomások közötti kulcsmegosztásban játszik szerepet. A kvantumhálózatok kialakításáról és fejlesztéséről már írt a *Fizikai Szemle* [3].

Ebben a cikkben bemutatjuk a főbb kulcsmegosztási módszerek alapelvét, valamint ismertetjük a hazánkban a kvantumkommunikáció gyakorlati megvalósításában elért eddigi eredményeinket és a közeljövő terveit.

## II. Az első kvantumos kulcsmegosztó eljárás: a BB84

A BB84 protokoll sémáját és működési elvét az 1. ábra szemlélteti. A kulcsbitek, azaz a nullák és egyek a foto-



1. ábra. A BB84 kvantumos kulcsmegosztó eljárás sémája (a [4] alapján)



Dr. Bacsárdi László kvantuminformatikus, egyetemi docens a BME Hálózati Rendszerek és Szolgáltatások Tanszéken, a Nemzetközi Asztronautikai Akadémia rendes tagja. Közel két évtizede foglalkozik kvantuminformatikai és kvantumkommunikációs kutatásokkal, vizsgálva e terület alkalmazhatóságát az űrtávközlésben.



Dr. Kis Zsolt a HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont tudományos főmunkatársa. Fő kutatási területei az elméleti és kísérleti kvantumoptika, ezen belül nemlineáris optika, koherens kvantumkontroll, optikai nanostruktúrák. Együttműködés keretében vezeti a BME-n folyó optikai szál alapú QKD eszközök fejlesztését.

nok polarizációs állapotába vannak kódolva. A kódolás kétféle bázisban történik: az „A bázis” vízszintes és függőleges lineáris polarizáció; a „B bázis” diagonális, 45°-kal elforgatott változata az A bázisnak. Az ábráról leolvasható a polarizációs irányok és a bitértékek közötti megfeleltetés. Alice véletlenszerűen váltogatja a koordináta-rendszerét és a küldeni kívánt kulcsbiteket. Ennek eredménye egy véletlenszerű polarizációjú foton sorozat, melyet átküld Bobnak.

Bob, hogy ki tudja olvasni az Alice által küldött kulcsot, ehhez a hozzá érkező fotonok polarizációját méri meg. A mérés során a választott bázis tengelyeinek irányába forgatott polarizátoron halad át a foton, melyet egy egyetlen foton érzékelésére alkalmas detektor követ. Ha a detektor jelez, akkor Bob feljegyzi, hogy a foton az adott polarizációs állapotban érkezett. Egyetlen fotonon elvégzett mérés azonban a kvantummechanika szabályai szerint véletlenszerűen zajlik le. Bob nem tudja előre, hogy Alice milyen koordináta-rendszerrel választott a kulcsbitek kódolására, hanem ő is véletlenszerűen választ minden egyes bit esetén. Ha Bobnak szerencséje volt, és abban a bázisban mért, amiben Alice az adott bitet kódolta, akkor ideális esetben megkapja, hogy 0-t vagy 1-t küldött Alice. Ha a másik bázisban mért, akkor véletlenszerű eredményt kap, és így 50% eséllyel találja csak el helyesen a bit értékét. A bitsorozat megmérése után Bob elküldi Alice-nak egy nyilvános kommunikációs csatornán, hogy milyen bázist használt, aki ugyanezen a csatornán jelzi, melyik biteknél egyeztek a bázisaik. Ezeket a biteket tartják meg. A nyilvános kommunikációs csatornát ugyan bárki lehallgathatja, viszont az egyes bitek értékeit nem közli Alice és Bob, csak a bázist. Az persze lényeges, hogy Alice és Bob a nyilvános csatornán mindig azonosítsák magukat, és csak az ilyen autentikációval hitelesített üzenetekkel kommunikáljanak egymással (és az esetleges lehallgatókkal).

A nem használható bitek eldobása után Alice és Bob rendelkezik egy nyers kulccsal. Annak ellenőrzésére, hogy a kvantumállapotokat átküldés közben megpróbálta-e egy lehallgató leolvasni, Bob kiválasztja a megmaradt bitek egy véletlen részhalmazát, és ezeken az általa mért értékeket a nyilvános csatornán felfedi. Alice közli, hogy ezeknél a biteknél mik voltak a kulcs értékei, így együtt a nyilvános csatornán meghatározzák a bithibaarányt (quantum bit error rate, QBER). A bithibaarány várható értékét meghatározza a kvantumcsatorna zaja és Bob oldalán a mérőrendszer hibája – ezeket előzetes mérésekből Alice és Bob ismerik. Ha egy lehallgató is tevékenykedett, ez a bithibaarányt növeli. Így ha a QBER meghalad egy általuk előre definiált szintet, akkor Alice és Bob dönthet úgy, hogy túl intenzíven dolgoznak a lehallgatók, és ezért nem tudnak ezen a csatornán valóban titkos kulcsot generálni.

A bithibaarány méréséhez használt bitek eldobása után fennmaradt bitsorozat már maga a titkos kulcs, ami azonban még hibákkal terhelt. Ezen hibákat klasszikus hibajavító algoritmusokkal kell kijavítani. Ha a bithiba-

arány alatta van a protokoll által megszabott határnak, akkor létrejön egy titkos kulcs, mely megegyezik Alice és Bob oldalán.

## Hazai eredmények

Magyarországon az Ericsson Magyarország és Műegyetem együttműködése keretében készül egy BB84 elvén működő kvantumos kulcsmegosztó rendszer. Itt a fotonok polarizációja helyett a fázisukba van kódolva a kulcsbit értéke [5]. A cikkben bemutatott szinkronizációs eljárást az Ericsson Magyarország szabadalmaztatta [6].

## III. Kvantumos összefonódottságon alapuló kulcsmegosztás

### Az összefonódás mint erőforrás

Az összefonódás a kvantummechanikának egy olyan alapvető jelensége, amelyet a kvantumkommunikációban is sok helyen felhasználhatunk. Ilyenkor két részrendszer között olyan fizikai kapcsolat áll fenn, amelyben a teljes rendszer kvantumállapotát nem lehet a részrendszerek kvantumállapotának tenzorszorzatával megadni. A kvantumos összefonódás elméletének fejlődését az 1935-ös Einstein–Podolsky–Rosen-féle gondolat kísérletektől a 2022-es fizikai Nobel-díjjal jutalmazott kísérletekig lásd a *Fizikai Szemlében* [7].

A kvantumos kulcsforgalmazó tartalmaz összefonódáson alapuló megoldásokat, például az Artur Ekert által 1991-ben publikált E91 protokollt [8]. De az összefonódás elengedhetetlen kelléke a kvantumteleportációnak (*quantum teleportation*), a kvantumos jelismétlőknek (*quantum repeater*), bizonyos típusú kvantummemóriáknak (*quantum memory*), illetve a nagy távolságú kvantumkommunikációt biztosító összefonódás-megosztásnak (*entanglement swapping*).

Az E91 protokoll során Alice és Bob egy polarizációban összefonódott ún. Bell-állapotú fotonpárt oszt meg, amelyet a felek megmérnek. Az ilyen fotonpárok tökéletesen korreláltak, vagyis ha Alice és Bob megméri a pár egy-egy tagjának a függőleges vagy vízszintes polarizációját, akkor 100%-os valószínűséggel ugyanazt a mérési eredményt kapják. Ugyanez igaz akkor is, ha a mérést a diagonális bázisban hajtják végre, mivel a korreláció bázisfüggetlen. A mérési eredmények azonban véletlenszerűek, vagyis a mérés elvégzése előtt nem lehet megjósolni, milyen értéket fogunk mérni. Továbbá, ha egy támadó fél (Eve) megpróbál beavatkozni, akkor a támadása a korrelációkat olyan módon csökkenti, amelyet Alice és Bob észlelni tud.

## Hazai eredmények

A Műegyetemen elkezdtünk dolgozni egy szabadtéri, összefonódáson alapuló kvantumos kulcsmegosztó



rendszer fejlesztésén is, azzal a célkitűzéssel, hogy a kvantuminformáció szabadtéren történő átvitelét viszonylag nagy távolságon demonstráljuk az E91 protokollt használva.

A fejlesztési folyamat sokszínűségét jól mutatja, hogy villamosmérnökök, informatikusok és fizikusok is részt vesznek a munkában. A kutatás-fejlesztési tevékenyegét egyrészt összekapcsoltuk az oktatással is, így egyrészt a legfrissebb fejlesztési tapasztalatok megjelennek az általunk oktatott kvantuminformaticai és kvantumkommunikációs tárgyakban, illetve az országban 2023 tavaszán elsőként elindult kvantuminformatica mellékspecializáción is (ennek keretében mérnökinformatikus mesterhallgatók specializálódhatnak kvantuminformatica és kvantumkommunikációs ismeretekre).

Másrészt mérnökinformatikus, villamosmérnök és űrmérnök szakos hallgatókat vontunk be a kvantumos kulcsmegosztó rendszer fejlesztésébe és tesztelésébe. A rendszerünkben használt összefonódott fotonforrást a BME Fizikai Intézetének kutatói fejlesztették a BME Atomfizika Tanszéken, a rendszer tesztelésében pedig együttműködünk a Vodafone Magyarország Zrt.-vel.

A szabadtéri átviteli rendszerben távcsöveket használunk, és az elmúlt időszakban számos tapasztalatot szereztünk arról, hogy bár a felhasznált eszközök mechanikailag viszonylag stabil távcsövek, mégis milyen nehéz az adó és a vevő távcsövet közös optikai tengelyre állítani, ami elengedhetetlen az egyfotonos fényimpulzusok detektálásához.

A kvantumos kulcsmegosztás nemcsak kvantumbitek átküldését jelenti, hanem számos további műveletet kell elvégezni, ahogyan arról a cikk elejében is írtunk a BB84 protokoll kapcsán. Pont ezért kapott nagy hangsúlyt rendszerünk szoftveres része is, ami felelős az adatgyűjtésért és az adatfeldolgozásért. Emellett a rendszer konfigurálásakor a fizikai rétegben a fotonpárok polarizációját és relatív fázisát is sokat kell állítanunk, amit szintén szoftveresen támogatunk.

Ahhoz, hogy a két oldalon az összefonódott fotonokat megfelelően tudjuk korreláltatni, a két oldali adatokat időbélyegekkkel kell ellátni, ehhez pedig szinkronizálni kell az adó- és a vevőoldalon az órákat. Így a kvantumkommunikációs rendszer elengedhetetlen része egy klasszikus kommunikáción alapuló óráátviteli rendszer. A Relcom Kft.-vel együttműködve az Európai Űrügynökség (*European Space Agency, ESA*) támogatásával egy saját órajelátviteli rendszert fejlesztettünk, ahol mind a kvantuminformációt, mind az órajelszinkroni-



2. ábra. Óráátviteli rendszerkísérlet a BME I épülete és a Schönherz kollégium között

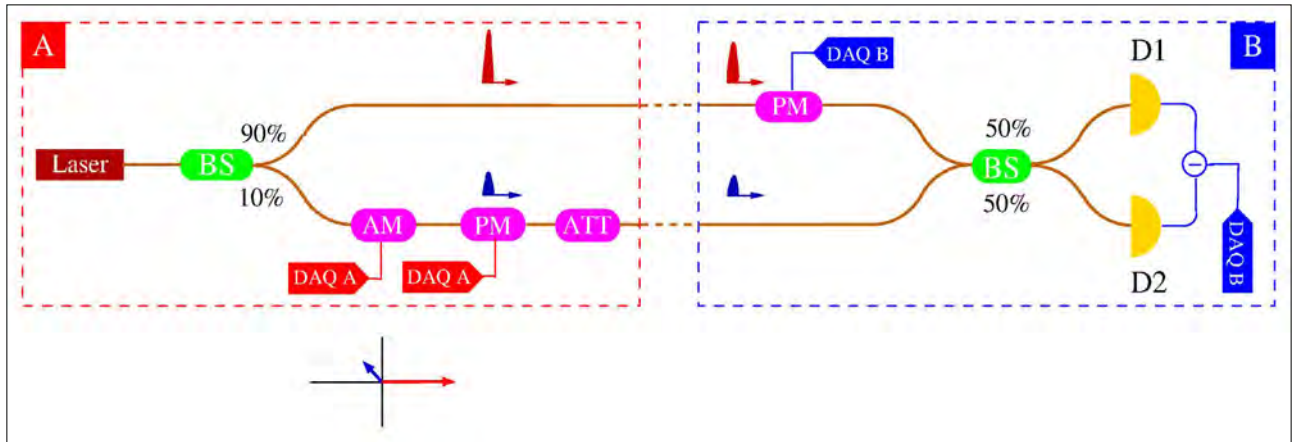
zációhoz szükséges klasszikus információt szabadtéren, lézerral küldjük át.

Az órajelátviteli rendszerünket több alkalommal is teszteltük az elmúlt időszakban, többek között a BME I épületének 5. emelete és a Schönherz Kollégium teteje közötti 530 méteres távolságon (lásd 2. ábra), illetve a Schönherz Kollégium és a Vodafone Magyarország Zrt. székháza közötti 2,9 km-es távolságon. A hosszabb távolság elérésének egyik nehézsége az eredetileg laboratóriumi tesztekhez készített előzetes berendezéseink (például távcsövek) beállítása.

A teljes rendszer működését (a klasszikus és kvantumos komponensekkel együtt) idáig laboratóriumi körülmények között (14 méter) teszteltük sikeresen.

## Égremeltekintet

Az 1990-es évek végén, 2000-es évek elején elvégzett, egyre nagyobb távolságot áthidaló szabadtéri kvantumkommunikációs kísérleteket követően egyre több szakemberben felmerült a műholdakon alapuló kvantumkommunikáció igénye. Európában az első komoly szakmai javaslatot a 2022-ben fizikai Nobel-díjjal jutalmazott Anton Zeilinger csoportjában dolgozó Rupert Ursin vezetésével fogalmazta meg egy nemzetközi csapat még 2008-ban Space-QUEST (*Quantum Entanglement for Space Experiments*) címmel, de sajnos ahhoz a pénzügyi finanszírozást nem sikerült biztosítani. A Bécsi Egyetemen 1999-ben PhD-fokozatot szerzett Jian-Wei Pan azonban Kínában támogatást kapott a műholdas kvantumkommunikációs fejlesztésekhez, így 2016-ban Föld körüli pályára állították a világ első kvantumkommunikációs műholdját, a Miciust, amellyel kvantumtele-



3. ábra. A folytonos változójú kvantumos kulcsmegosztás elvi sémája

portációt és kvantumos kulcsmegosztást is végrehajtottak – utóbbit 2600 kilométeres távolságban. Amíg a Micius egy 600 kg körüli műhold, addig a Szingapúri Nemzeti Egyetemen működő kvantumtechnológiai központ 2019-ben egy összefonódást alkalmazó háromegyes kisműholdat állított Föld körüli pályára, mindössze  $30 \times 10 \times 10$  cm<sup>3</sup>-es méretben és 2,6 kg-os össztömeggel. Az Európai Űrügynökség is 2019-ben jelentette be, hogy kvantumkommunikációs műholdat fog fejleszteni SAGA néven, ezzel párhuzamosan pedig az Európai Unió által szintén 2019-ben elindított Európai Kvantumkommunikációs Infrastruktúra (European Quantum Communication Infrastructure, EuroQCI) architektúrájának is lett úrszegmense. Ez utóbbihoz az ESA szállítja az első kvantumkommunikációs műholdat, Eagle-1 néven.

Magyarországon már egy ideje vizsgáljuk a műholdas kvantumkommunikációban rejlő lehetőségeket (a cikk egyik szerzőjének MTA Bolyai-ösztöndíjas kutatása is a témakörben zajlott 2020 és 2023 között), az Európai Űrügynökség támogatásával pedig 2022 és 2023 között az ATL Zrt. és a BME Villamosmérnöki és Informatikai Kar kvantumképes optikai földi állomások magyarországi megvalósíthatóságát is tanulmányozta.

#### IV. A gyenge fényimpulzusokon alapuló folytonos változós kvantumos kulcsmegosztás

A folytonos változójú kvantumos kulcsmegosztás (continuous variable quantum key distribution, CV-QKD) alapja, hogy kis intenzitású, koherens kvantumállapotú fényimpulzusok hordoznak kvantumos információt. A gyenge koherens kvantumállapotú impulzusokra is érvényes a korábban említett „no cloning theorem”, emiatt Eve csak olyan  $1 \rightarrow 2$  másolatpárt tud készíteni, hogy az egyes másolatok és az eredeti állapot átfedése  $2/3$ . Ennek következtében viszont módosul az eredetileg átküldött állapot, melyet Alice és Bob észrevesz. A kvantumos információ megragadható az impulzusok  $x$  és  $y$  kvadra-

túráin keresztül, bevezetve az ún. komplex amplitúdót,  $z = x + iy$  alakban. A kvadratúrák a fényimpulzus elektromos terei komponenseinek felelnek meg, azaz  $E_x \sim x$  és  $E_y \sim y$ . A küldött impulzusok komplex amplitúdója:

$$E^A(k) = E_x^A(k) + iE_y^A(k), \quad (1)$$

ahol  $k$  az impulzus sorszáma egy sorozatban. A küldés és fogadás menetét a 3. ábrán látható vázlaton mutatjuk be. A rendszer az  $A$  (Alice) adóból és  $B$  (Bob) vevőből áll. Alice generál egy véletlen, Gauss-eloszlású komplex számsorozatot. Ebből létrehozza az (1) képletben megadott amplitúdójú fényimpulzusokat a következőképpen (lásd 3. ábra): a lézerből kilépő fényimpulzusok sorozatát egy 90:10 arányú nyalábosztóval két impulzussorozattá alakítja. Az erősebb impulzusokat referenciának (piros szín), a gyengébbet (hasznos) jelnek használjuk (kék szín). A referenciaimpulzusokat Alice változatlanul továbbítja Bobnak. A jelimpulzusok amplitúdóját és fázisát Alice elektrooptikai modulátorokkal modulálja: a referenciaimpulzus fázisa határozza meg a koordináta-rendszer tengelyét, melyhez képest a jelimpulzusok fázisát eltolja a  $[0, 2\pi]$  tartományon (az ábrán PM-mel jelölt) fázismodulátorral, az amplitúdómodulátorral (az ábrán AM) pedig a  $[0, E_{MAX}^A]$  intervallumon modulálható a jelek amplitúdója. Végül az (ábrán ATT) csillapítóval Alice csökkenti a jelszintet a kívánt mértékig. A 3. ábra bal alsó sarkában mutatjuk a referenciaimpulzusok és a jelimpulzusok vektorait egy koordináta-rendszerben. A nyílak hossza nem arányos az impulzusok tényleges nagyságával. Alice ezt követően átküldi a jelimpulzusokat Bobnak.

Bob véletlenszerűen megméri a beérkező jelimpulzusok  $x$  vagy  $y$  kvadratúráját (azaz  $E_x^A(k)$  vagy  $E_y^A(k)$  vektorkomponensét), és a mérési eredmények sorozatát eltárolja. A mérést ún. homodin detektálással hajtja végre. Ennek során egy fázismodulátorral eltolja a referenciaimpulzusok fázisát  $\varphi_r$  szöggel, majd egy 50:50 arányú nyalábosztóval szuperponálja a referencia- és jelimpulzusokat. Ennek eredményeként az osztó kimenetein megjelenik a bemenő jelek amplitúdóinak összege, illetve különbsége. Alice és Bob készüléke együttesen egy nagy karhosszú Mach-Zender-interferométert alkot. Bob az

interferométerből kilépő fényjeleket az ún. balanced (kiegyenlített) homodin detektorral (BHD) megméri (az ábrán a D1 és D2 lineáris fotodetektorok, valamint egy olyan ún. transzimpedancia-erősítő, mely kivonja egymásból a két fotodióda áramát és azt átalakítja feszültségjellé). A BHD kimeneti feszültsége arányos a nyalábosztó kimenetein megjelenő fényintenzitások különbségével, azaz

$$\begin{aligned} V &\approx \Delta I = I_1 - I_2 = 2E_r^B E_s^B \cos(\varphi_s - \varphi_r) \\ &= 2\sqrt{I_r^B I_s^B} \cos(\varphi_s - \varphi_r). \end{aligned} \quad (2)$$

A koszinuszfüggvény argumentuma a referencia- és jelimpulzusok fázisainak különbsége. A tér komplex amplitúdója és intenzitása közötti kapcsolat:  $I = E \cdot E^*$  (a \* a komplex konjugáció jele). A referenciajel  $E_r$  térerőssége állandó, ezért  $\Delta I$  arányos a hasznos jel  $E_s$  térerősségével. Ha a referenciajel fázisa  $\varphi_r = 0$ , akkor  $\Delta I \sim E_s^B \cos(\varphi_s) = E_x^B$ , ha pedig  $\varphi_r = \pi/2$ , akkor  $\Delta I \sim E_s^B \sin(\varphi_s) = E_y^B$ . A vétel befejezése után Bob átküldi Alice-nak, hogy az egyes impulzusok esetében melyik kvadratúrát mérte, de a mérések eredményeit nem. Alice így le tudja válogatni a küldött jelekből Bob kvadratúraméréseinek párpait. Bob véletlenszerűen kiválasztja mérési eredményeinek egy részhalmazát, és azt is átküldi Alice-nak. Alice összeveti az átküldött impulzusok megfelelő kvadratúráit a mért értékkel és korrelációs analízist végez, melyből megállapítja, hogy történt-e lehallgatás vagy sem. Ha úgy ítéli meg, hogy nem történt lehallgatás, akkor Bob előállít egy véletlenszerű bináris bitsorozatot, melyből a titkos kulcs lesz. Mivel az átvitel óhatatlanul zajos, Bob mérési eredményei nem egyeznek meg pontosan az Alice által küldött kvadratúrakomponensekkel. Ezért ebben az esetben is szükség van hibajavításra. Ennek során Bob paritásbitekét is generál a kulcsbitek mellett, s ezeket együttesen kódolja a megmért kvadratúrákkal, majd a kódolási együtthatókat küldi vissza Alice-nak. Alice dekódolja a biteket a saját kvadratúráival és végrehajtja a hibajavítást. A folyamat eredményeképpen Alice és Bob rendelkezni fog egy bitsorozattal, melyet titkosító kulcsként lehet használni.

## Hazai eredmények

A Műegyetemen megépítettünk egy fenti elven működő folytonos változójú kvantumos kulcsmegosztó berendezést. A készülék felépítése jóval összetettebb az elvi sémában bemutatottnál, mivel számos technikai problémát meg kell oldani, mely az elvi sémán nem látható. Ezek közül a két legjelentősebb a következő: i) A referencia- és jelimpulzusokat nem célszerű külön optikai szálon átvinni, mivel így hatalmasra nőne az interferométer karhossza, ezáltal pedig a fáziszaj is, mely a karhosszak különbségének ingadozásából származik. Ezért egy optikai szálaban kell továbbítani őket. Ehhez viszont a két jelet egyetlen szálaban kell csatolni oly módon, hogy Bob szét tudja választani őket a vevőkészülékben. Ehhez a fény egymásra merőleges polarizációs állapotait

használjuk. ii) Az interferométerek nemcsak a karokban terjedő jelek fázisának különbségére érzékenyek, hanem a polarizációs állapotukra is. Az Alice és Bob készülékeit összekötő ún. egymódusú optikai szálaban a fény polarizációs állapota eltorzul, melyet Bobnak korrigálni kell.

A készülékünkben telekommunikációs hullámhosszon üzemelő, 1550 nanométeres hullámhosszú lézer fényéből állítjuk elő a fényimpulzusokat. Ezért ez a már meglévő optikai hálózatra telepíthető, és nagy távolságú átviteli kísérleteket végezhetünk vele. A Magyar Telekom Zrt. rendelkezésünkre bocsátott olyan ún. sötét szálat (nincs rajta más adatforgalom), mely közvetlen kapcsolatot létesített a BME és a Telekom kelenföldi állomása között, valamint a BME és a HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont között. A kvantumos jelet nem lehet hagyományos optikai erősítővel erősíteni, ezért szükséges a közvetlen kapcsolat. Átviteli kísérleteket végeztünk mindkét vonalon, az eredményekről a [9] cikkben számoltunk be. A készülékekkel végre lehetett hajtani a kvantumkommunikációs protokollt, a polarizáció automatikus kontrollálásán viszont még javítani kell. A legfontosabb eredmény azonban az, hogy sikerült titkos kulcsot megosztani az állomások között a saját fejlesztésű eszközzel.

## Köszönetnyilvánítás

A szerzők köszönik Asbóth Jánosnak és Galambos Mátnak a cikk elkészítéséhez nyújtott segítségét.

## Hivatkozások

1. Bennett C. H., Brassard G.: Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. In: International Conference on Computers, Systems & Signal Processing, Bangalore, India, December 10–12, 1984.
2. Wootters W., Zurek W.: A single quantum cannot be cloned. *Nature*, 299 (1982) 802–803.
3. Pan J.-W.: Toward a global quantum network. *Europhysics News*, 54/1 (2023) 24–27. <https://doi.org/10.1051/epn/2023104> [Pan Csien-vei: Egy globális kvantumhálózat felé. *Fizikai Szemle*, 74/4 (2024) 120–123. (magyar fordítás a jelen számban)]
4. Stock E.: Self-organized quantum dots for single photon sources. Doktori értekezés, Technische Universität Berlin (2011). <https://doi.org/10.14279/depositononce-2721>
5. Czermann M., Trócsányi P., Kis Z., Kovács B., Bacsárdi L.: Demonstrating BB84 quantum key distribution in the physical layer of an optical fiber based system. *Infocomm. J.*, VIII (2021) 45–55.
6. Bacsárdi L., Czermann M., Jókai S., Kis Zs., Kovács B.: Auto compensated quantum key distribution transmitter, receiver, system and method. (2022) <https://patentscope.wipo.int/search/en/detail.jsf?docId=WO2022135704>
7. Asbóth J.: A 2022. évi Nobel-díj: A kvantumos összefonódás, a „Kísérletes Távhatás” kísérleti igazolása. *Fizikai Szemle*, 11 (2022) 342–347.
8. Ekert A. K.: Quantum cryptography based on Bell’s theorem. *Phys. Rev. Lett.*, 67 (1991) 661–663.
9. Márton B. L., Kis Z., Bacsárdi L.: Testing the first Hungarian CV-QKD system on a real optical line. In: International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks, 31st SoftCOM 2023, Split, Croatia, September 21–23, 2023, pp. 1–6. <https://dblp.org/db/conf/softcom/softcom2023.html#MartonKB23>



# AZ ULTRAGYORS PLAZMONIKUS FOTOEMISSZIÓ VIZSGÁLATA

Rácz Péter

HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont, Szilárdtestfizikai és Optikai Intézet

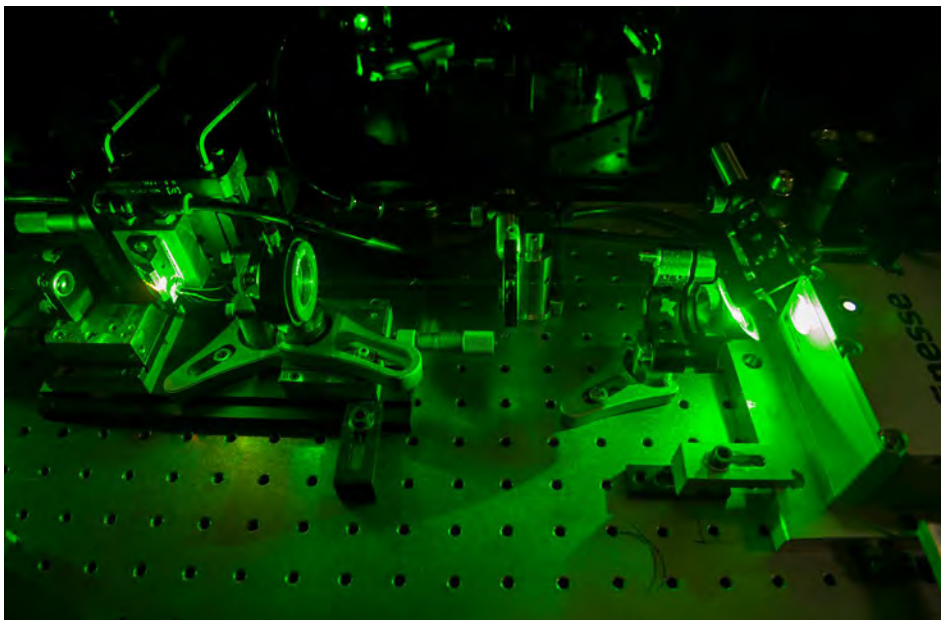
## Az egyetemi évek és a diploma

Az egyetemi tanulmányaimat 2002-ben kezdem el a BME mérnök-fizikus szakán, ami akkor még osztatlan képzésben működött. Itt a képzés utolsó két évében az optika szakirányt választottam – egyrészt mivel úgy gondoltam, hogy az optika területén lehetőségem lesz mind alkalmazásorientált kutatásokkal, mind alapvetési kérdésekkel foglalkozni. Ebben a választásomban erősített meg többek között a 2005-ös Nobel-díj is, amit az optika terén elért kutatásokért adtak, többek között Roy J. Glaubernek a kvantumoptikában elért eredményeiért, valamint John L. Hallnak és Theodor W. Hänschnek az optikai frekvenciafésűk kifejlesztéséért és spektroszkópiai alkalmazásáért.

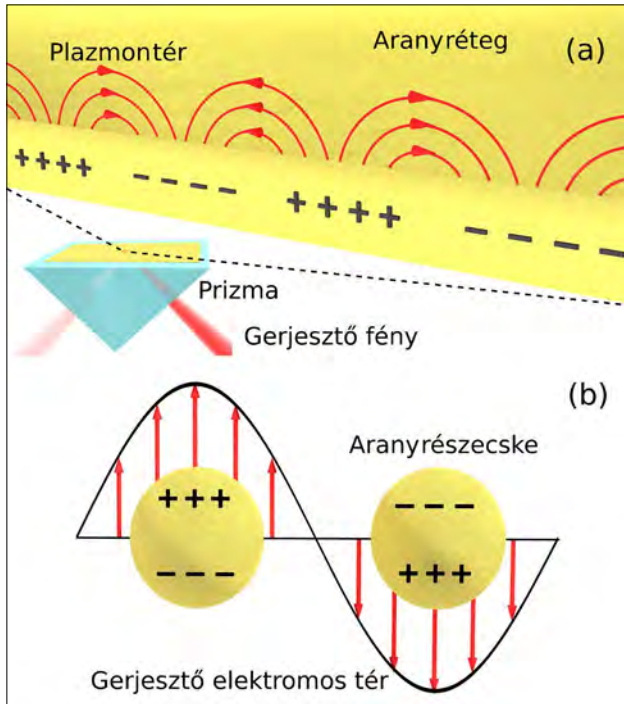
Az optika szakirány keretében lehetőségem volt felvenni egy olyan speciális kurzust, ami a femtoszekundumos lézerekkel kapcsolatos kutatásokat, valamint az attofizika azóta már szintén Nobel-díjjal jutalmazott, de akkor még viszonylag friss eredményeit ismertette. A kurzust *Dombi Péter* tartotta, aki nem sokkal korábban tért vissza Magyarországra, miután Krausz Ferenc témavezetésével doktorált Bécsben. A kurzus elvégzése után

a diplomamunkámat az ő témavezetésével csináltam az ultrarövid plazmonhullámcsomagok által indukált fotoemisszió vizsgálatának témakörében. Ennek keretében elkezdtem egy Monte Carlo-szimuláción alapuló modellt kidolgozni a nanooptikai fotoemissziós jelenségre vonatkozóan [1, 2], valamint bekapcsolódtam a Wigner Fizikai Kutatóközpontban (akkor még MTA Szilárdtestfizikai és Optikai Kutatóintézet) a plazmonikus fotoemisszióra vonatkozó kísérleti munkába is. Ez a téma jól kombinálta a kutatócsoportban már zajló, *Kroó Norbert* által megalapozott plazmonikai kutatásokat *Farkas Győző* nagy intenzitású fény-anyag kölcsönhatási folyamatokra vonatkozó kutatásával.

Ezen a munkán túlmenően a diplomamunkám után nyári munka keretében rögtön lehetőségem volt közvetlen gyakorlati jellegű tapasztalatot szerezni a femtoszekundumos lézertechnológiára, lézerezscillátorok építésére vonatkozóan is [3]. Ennek során egy a *Dombi Péter* által Csillebércen megépített speciális hosszú rezonátoros femtoszekundumos titán-zafír lézerezscillátor működésének tesztelésében vettem részt, amelyek impulzusenergiája kb. 2 nagyságrenddel nagyobb, mint egy hagyományos oszcillátoré (1. ábra). Mindez az extrém,



1. ábra. A Wigner Fizikai Kutatóközpontban épített hosszú rezonátoros titán-zafír lézerezscillátor egy részlete



2. ábra. (a) Felületi plazmon-polaritonok keltése fém vékonyrétegen illetve (b) lokalizált felületi plazmonok létrejötte fém nanorészecskéken

akár 80 m-es rezonátorhosszal érhető el. Impulzusüzemben egy impulzus kering a két végtükörrel lezárt rezonátorban, ezért minél hosszabb a rezonátor, annál ritkábban csatolódik ki az impulzus a részlegesen áteresztő végtükörökön. Mivel az optikai átlagteljesítmény jelentősen nem függ a rezonátorhossztól, az egy impulzusra jutó energia megnövelhető a 2–3 nJ-os szintről akár a 150–200 nJ-os szintre is az ismétlési ráta 80 MHz-esről nagyjából 3,6 MHz-re való csökkentésével.

Az ilyen rövid impulzusú, úgynevezett modusszinkronizált lézereket nem az időben folytonos lézerek keskeny hullámhosszú működése jellemzi, hanem éppen ennek ellenkezője. Ahogy a Fourier-analízis is mutatja, minél szélesebb a lézer spektruma, annál rövidebb impulzus állítható elő az időtartományban. Azonban a különböző hullámhosszú komponenseknek a fázissebessége különböző, ezért a rezonátorban való terjedés során ezeknek a fázisa elcsúszhat egymáshoz képest (a piros komponensek előresietnek a kék komponensekhez képest), ami megnehezíti, illetve megakadályozhatja az



Rácz Péter a BME-n végzett mérnök-fizikusként, majd a PhD-fokozatott szintén ugyanott szerezte 2012-ben. Jelenleg a HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont tudományos főmunkatársa. Kutatási területei az ultragyors lézerfizika, a nanooptika és plazmonika, valamint a nagy intenzitású fény-anyag kölcsönhatások.

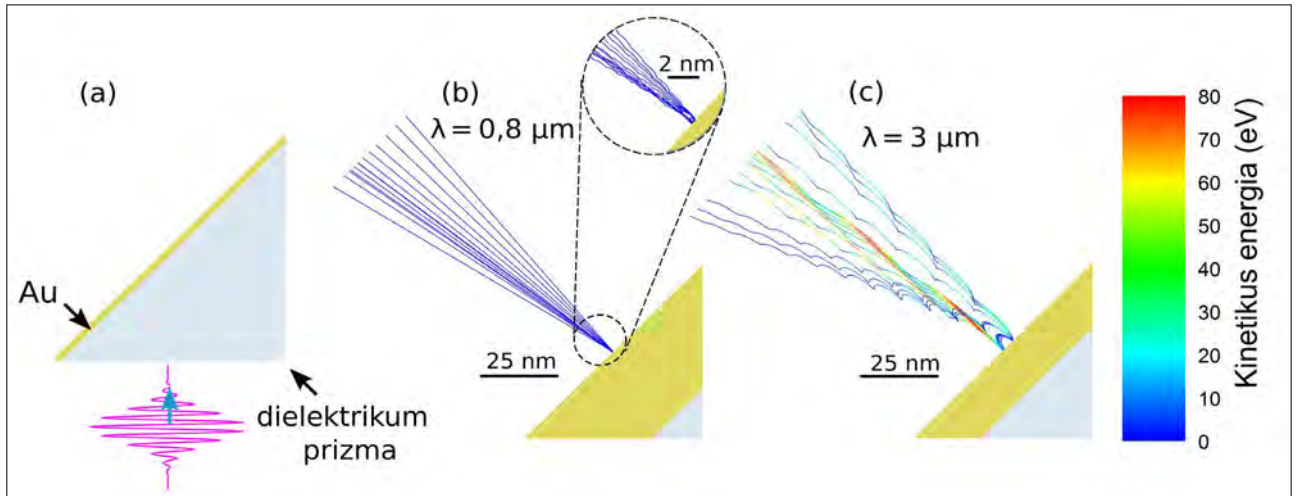
impulzusüzem beindulását és fennmaradását. Ehhez a problémához kapcsolódóan a rezonátor anyagi diszperziója kompenzálásának céljából olyan speciális, úgynevezett nagy diszperziójú tükrök hatását teszteltük a lézerműködésre vonatkozóan [3], amelyek hasonlóan a jól ismert csörpölt tükrökhöz ezeket a fázistolásokat kompenzálják – a csörpölt tükröknél jóval nagyobb mértékben. Ezáltal egyetlen ilyen tükrő használata is elegendő lehet a rezonátorban az anyagi diszperzió kompenzálására [3].

## Doktori tanulmányok és posztdoktori évek

A PhD-fokozatszerzés során folytattam a diplomamunkám során megkezdett kutatási témát *Dombi Péter* témavezetésével a felületi plazmonok által indukált fot emisszióra vonatkozóan. Mivel az ezzel a jelenségkörrel kapcsolatos alapismeretek nem feltétlenül közismertek, a következőkben röviden összefoglalom a témakörrel kapcsolatos a leglényegesebb alapfogalmakat.

A felületi plazmonok a klasszikus elektrodinamikai leírás alapján bizonyos feltételek teljesülése esetén fém-dielektrikum vagy fém-vákuum határfelületen a megvilágító fény (illetve gerjesztő elektronnalábok) hatására létrejövő kollektív töltéssűrűség-oszcillációk. A felület mentén létrejövő töltésszétválasztás miatt ezekhez az oszcillációkhoz a felülettől exponenciális jelleggel lecsengő elektromágneses tér is csatolódik. A jelenség létrejöttének a feltétele, hogy a határfelületet alkotó két közegnél a dielektromos függvény előjelet váltson a megvilágító tér frekvenciatartományában (pontosabban a fém dielektromos függvényének valós része negatív legyen, míg a közegé pozitív az adott frekvenciatartományon). Ez igaz például az arany, illetve az ezüst esetén is a látható, valamint a közeli infravörös tartományban. A felületi plazmonoknak alapvetően két fajtája van. Az egyik a kiterjedt fémfelületek, vékonyrétegek mentén haladóhullámként terjedő ún. felületi plazmon-polariton, a másik pedig a fém nanorészecskékhez és bizonyos nanoszerkezetekhez kötött, az azokban oszcilláló töltésekből származó lokalizált felületi plazmon (2. ábra).

A plazmonok egyik fő tulajdonsága, hogy az elektromágneses tér nanométeres méretskálán lokalizálódhat, és emiatt az erős térlokálizáció miatt fellép egy térnövekmény, aminek a következtében a plazmonterben a maximális térerőség nagyobb lehet, mint a gerjesztő fényforrásban definiálható maximális térerőség. Ez a jelenség az alapja lehet számos alkalmazásnak is, mint például a felületerősített Raman-spektroszkópiának, valamint akár új, hatékonyabb fotovoltaiikus eszközök kifejlesztésének is – például hatékonyabb napaelemek megvalósítása által [4]. A haladó plazmonhullámot általában valamilyen speciális konfigurációban lehetséges gerjeszteni, mivel a diszperziós relációja eltér a szabad fény lineáris diszperziós relációjától ( $\omega = ck$ ). Az impulzusmegmaradás miatt



3. ábra. (a) Felületi plazmonkeltés ultrarövid lézerpulzussal, (b) a fotoemittált elektronok gyorsítása titán-zafír lézerrel, (c) a fotoelektron-gyorsítás közép-infravörös lézerrel, azonos lézerintenzitás esetén. Az elektrontrajektóriákhoz rendelt színskála alapján látható hogy hosszabb hullámhossz alkalmazása esetén nagyobb kinetikus energiájú elektronok keletkeznek azonos intenzitás mellett

szükséges illeszteni a gerjesztő fény fémfelületre vett  $k$  hullámszámvektorát a felületi plazmon  $k$  vektorához. Ez többféleképpen is megoldható. A fázisillesztés kivitelezhető például a fémfelületre felvitt periodikus struktúrával is. Ebben az esetben a rácsperiódus által definiált térbeli hullámszám pótolja a különbséget a megvilágító fény fémfelületre vett, illetve a felületi plazmon hullámszáma között. A fázisillesztés egynél nagyobb törésmutatójú közeg alkalmazásával is kivitelezhető, amely megváltoztatja a gerjesztő fény diszperziós relációjának meredekségét a törésmutató által. A becsatolást általában egy prizmával valósítják meg, a totálreflexióhoz nagyon közeli elrendezésben. Ebben az esetben a fém vékonyréteget egy derékszögű prizma felé viszik fel, általában vákuumpárológatással. Ezt hívják Kretschmann-konfigurációnak (2a. ábra).

A plazmonok gerjesztése során a fém-vákuum határfelületen fotoemisszió is bekövetkezhet, és megfelelő intenzitás mellett a fotoemittált elektronok a plazmonok oszcilláló terében gyorsulhatnak is. Ebben az esetben általában az emissziós folyamat többfotonos, valamint alagútmissziós lehet. A femtoszekundumos lézertechnikában elterjedt titán-zafír lézerrendszerek által kibocsátott fény hullámhossza jellemzően a 800 nm körüli tartományban van, amihez nagyjából  $\sim 1,5$  eV fotonenergia tartozik, és a fémek kilépési munkája a néhány eV-os tartományba esik (pl. az arany esetén a kilépési munka 5,1 eV), ezért egy foton energiája nem fedezheti a fotoemisszióhoz szükséges kilépési munkát. Az egyfotonos fotoemisszióval szemben, a többfotonos emisszió esetén a fotoáram az intenzitás  $n$ -edik hatványával arányos ( $j \sim I^n$ ), ahol  $n$  a kilépési munka fedezéséhez szükséges fotonok száma. Még nagyobb intenzitások esetén a térerősség már akkora lehet, hogy jelentősen torzíthatja a fémfelületi potenciált (illetve atomok esetén a magát az atomi potenciált), és emiatt a kvantummechanikai alagutatás valószínűsége jelentősen megnőhet. Az átmenet a két emissziós tartomány között nem ugrásszerű, a leírására

pedig elég jól használható a Keldis-féle skálaparaméter [5], ami a következőképpen írható fel:

$$\gamma = \frac{\omega \sqrt{2mW_{ki}}}{eE_0}, \quad (1)$$

ahol  $\omega$  a megvilágító fény központi hullámhosszhoz tartozó körfrekvenciája,  $\lambda$  a hullámhossz,  $E_0$  a maximális térerősség értéke,  $m$  az elektron tömege,  $e$  az elemi töltés és a  $W_{ki}$  a kilépési munka. Kisebb intenzitásoknál, amikor  $\gamma \gg 1$ , a többfotonos emisszió jellemző, míg  $\gamma \ll 1$  esetén már az alagútmisszió dominál. Mivel az emisszió a plazmonok terében következik be, a plazmonos térnövekmény miatt kisebb bemenő intenzitásnál el lehet érni az alagútmissziós tartományt, mint a plazmonos térnövekmény nélküli felületi fotoemisszió esetén. Ezáltal a  $\gamma \ll 1$  esetén érvényes úgynevezett „strong-field” tartományban végbemenő jelenségek is kisebb bemenő lézerintenzitásnál tanulmányozhatók.

### A felületi plazmon-polaritonok által indukált fotoemisszió vizsgálata

A doktori munkámban femoszekundumos lézerpulzusokkal keltett felületi plazmonok által indukált elektronemissziós jelenséget vizsgáltam elsősorban a felület mentén haladó plazmonok esetén. A munka keretében lehetőségem volt Csillebércen a jelenségre vonatkozó kísérleti munkába bekapcsolódni. Ennek során többek között nemzetközi együttműködésben a Bécsi Műszaki Egyetem (TU Wien) kutatóival (Andrius Baltuška csoportjával) elsőként hajtottunk végre kísérleteket kevés optikai ciklusból álló lézerpulzusokkal a jelenségre vonatkozóan [6, 7], és a mérések alapján sikerült ultrarövid, kevés optikai ciklusú felületi plazmonoszcillációt gerjeszteni, valamint energiafeloldott méréseket is végrehajtottunk a fotoemittált elektronokra vonatkozóan.



A plazmongerjesztés időbeli lefutásának vizsgálatát úgynevezett autokorrelációs jellegű mérésekkel valósítottuk meg az elektronemisszió felhasználásával. Ennek során a gerjesztő lézernyalábot kettéválasztottuk egy Michelson-interferométerhez hasonlóan, az egyik ágat késleltettük a másikhoz képest, és a késleltetés függvényében mértük a nem lineáris fotoáramot. Ebből lehetett következtetni a fotoáramot kiváltó plazmonhullámok időbeli lefutására.

A PhD-fokozat megszerzése után a posztdoktori időszakomban több különböző ösztöndíj, valamint pályázat elnyerésével volt lehetőségem folytatni a kutatómunkát a Wigner Fizikai Kutatóközpontban (MTA posztdoktori ösztöndíj, OTKA posztdoktori pályázat, NKFIH Fiatal kutató által kezdeményezett témapályázat, Bolyai-ösztöndíj). Ebben az időszakban többek között szintén nemzetközi együttműködésben a Barcelona közelében található ICFO (Institut de Ciències Fotòniques, A Fotonikai Tudományok Intézete) intézet kutatóival (*Jens Biegert* csoportjával) együttműködésben tudtunk az ottani fényforrásokat felhasználva közép infravörös 3,1  $\mu\text{m}$ -es hullámhosszon kísérleteket végrehajtani. Ezeknek eredményeképpen több mint tíz fotonos elektronemissziós folyamatot mutattunk ki, valamint korábban nem tapasztalt alacsony, mindössze 1  $\text{GW}/\text{cm}^2$ -es lézerintenzitáson demonstráltuk a többfotonos, illetve az alagút-emisszió közötti átmenetet [8]. Ebben a kísérletben szintén prizmára vákuumpárolgatott, a megfelelő hullámhosszra optimalizált vastagságú arany vékonyrétegen, Kretschmann-konfigurációban keltettünk plazmonokat. Ezen a hullámhosszon a jellemző fotonenergia 0,4 eV, és az 5 eV körüli kilépési munka miatt akár 13 fotonos emisszió is bekövetkezhet. A többfotonos tartományt így kétszer logaritmikus skálán 13-as meredekségű egyenes jellemzi [8].

A hullámhosszal emellett nemcsak a többfotonos fotoemisszió rendje, valamint a többfotonos, illetve az alagút-emisszió közötti átmenet skálázódik, hanem a maximális elektronenergia is. Ezt szemlélteti a 3. ábra. A gyorsítási folyamatban elérhető maximális elektronenergia ugyanis arányos az úgynevezett ponderomotoros potenciállal, ami a következőképpen írható fel

$$U_p = \frac{e^2 \lambda^2 \eta^2 E_0^2}{16\pi^2 m c^2}, \quad (2)$$

ahol  $c$  a fénysebesség  $\lambda$  a hullámhossz,  $\eta$  a térnövekmény. A ponderomotoros potenciál személetesen az oszcilláló elektromágneses térben mozgó elektron átlagos kinetikus energiáját adja meg. Látható, hogy ez a maximális térerősség négyzetével vagyis az intenzitással, valamint a hullámhossz négyzetével is arányos. Ennek megfelelően a maximális kinetikus energia is eszerint skálázódik, és ezzel magyarázható, hogy viszonylag alacsony, néhány  $\text{GW}/\text{cm}^2$  es intenzitáson is sikerült 50–60 eV-os energiájú elektronokat detektálni.

Ezen túlmenően a doktori időszakomban és azután is lehetőségem volt a felületi plazmon-polaritonok

tanulmányozására egy *Kroó Norberttel* való együttes munkában egy Garchingból általa megszerzett speciális alagútmikroszkóppal, amelybe fényt becsatolva Kretschmann-konfigurációban lehet plazmonokat kelteni. A mikroszkóp fémtűjének tengelye merőlegesen áll szemben a fémfelülettel, és ezáltal lehetett mérni a plazmon hatását az alagútáramra.

## A lokalizált plazmonok által indukált fotoemisszió vizsgálata

Felületi plazmon-polaritonok vizsgálatával párhuzamosan egyre inkább előtérbe kerülő téma lett a fém nanorészecskéken keltett lokalizált plazmonok által indukált elektronemisszió vizsgálata is. Az erre vonatkozó kísérleteket elsősorban a Wigner Fizikai Kutatóközpontban végeztük; eleinte a saját építésű femtoszekundumos hosszú rezonátoros titán-zafir oszcillátorral [9, 10]. A kísérletekben a minták jellemzően téglalap, valamint háromszög alakú arany nanorészecskék voltak. A lokalizált plazmonok esetén a plazmontér gerjesztése alapvetően a megvilágító fény hullámhosszától, valamint a nanorészecske jellemző méreteitől, illetve geometriájától függhet. Azt hogy milyen hullámhosszon lehet jól gerjeszteni egy adott nanorészecskét, az extinkciós spektrum jellemzi. Ez azt írja le, hogy az adott hullámhosszon a gerjesztőfény hányadrésze fordítódik a plazmonkeltésre.

A különböző méretű és alakú nanorészecskéken végzett elektronemissziós mérések során az extinkció alapján rezonáns nanorészecskékből nagyobb energiájú elektronokat mértünk, mint a nem rezonáns nanorészecskékről ugyanannál a gerjesztő csúcshintenzitásnál [9]. Ezen eredmények alapján az elektronemissziós mérés egy plazmonos térnövekményt meghatározó módszernek is az alapja lett [10]. Az elektrongyorsítás során a maximális elektronenergia a következőképpen skálázódik:

$$E_{\text{cutoff}} = 10U_p + 0,54W_{\text{ki}}, \quad (3)$$

ahol  $U_p$  a ponderomotoros potenciál,  $W_{\text{ki}}$  a kilépési munka. A második tag egy kvantummechanikai korrekciós faktor, ami tisztán klasszikus elektrontrajektóriaszimulációk alapján nem határozható meg. Ennek a  $10U_p$ -s skálázásnak az oka, hogy a fémfelületről az oszcilláló tér megfelelő fázisában fotoemittált elektronok a tér előjelváltása miatt visszatérhetnek a fémfelületre és ezen elektronok egy része a felületi potenciálon rugalmas visszaszóródást követően tovább gyorsulhat az oszcilláló térben. Ezen elektronok egy részét az oszcilláló tér olyan fázisban kezdi el ismételtlen gyorsítani, hogy energiájuk nagyobb lehet, mint a visszaszórás nélküli gyorsításon átesett, úgynevezett direkt elektronoknak, amelyeknek  $2U_p$  lehet a maximális energiájuk. Maga a  $10U_p$  skálázás mind klasszikus trajektóriaszimulációkkal, mind az időfüggő Schrödinger-egyenlet megoldásával alátámasztható. Emellett az ezzel analóg folyamatot atomi rendszerekben is megfigyelték [11].

Ezek alapján, ha megállapítjuk a maximális elektronenergiát (pontosabban, ha azonosítjuk a spektrumokban ténylegesen jelen lévő nagyenergiájú letörést), akkor a kilépési munka, valamint a gerjesztő lézerintenzitás (illetve ezáltal a lézertérben definiálható maximális térerősség) ismeretében meghatározható az  $\eta$  térnövekmény a (2)-es és az (3)-as egyenletek alapján. (Mivel a lézerintenzitás arányos a maximális lézertérerősség négyzetével.) Sőt, meghatározva a lézerintenzitás változtatása mellett a maximális elektronenergiákat és ábrázolva ezeket az intenzitás függvényében egy lineáris függést kapunk. Az erre illesztett egyenes meredekségéből a térnövekmény szintén magkapható. Ezzel a módszerrel különböző fajta rezonáns és nem rezonáns nanorészecskéken, illetve különböző érdességű felületeken haladó plazmonok esetében is validáltuk a módszert úgy, hogy a mérési eredményeket a Maxwell-egyenletek numerikus megoldásával számolt térnövekményekkel vetettük össze, és jó egyezést kaptunk. A térnövekmény minél pontosabb ismerete több szempontból is lényeges a plazmonikában, mivel újszerű alkalmazásokat tesz lehetővé a spektroszkópiában, a különböző molekulák optikai detektálásában, sőt a nanooptikai információfeldolgozásban is. A 2023-ban nekem ítelt Budó Ágoston-díj indoklásában a haladó plazmonhullámokra vonatkozó fotoemissziós kísérletek mellett ez az eredmény volt az egyik főbb pont.

Nemrégiben ennek a módszernek az alkalmazásaként igazoltuk, hogy téglatest alakú nanorészecskék esetén a gerjesztő fény polarizációs állapotának megfelelő változtatásával a lineáris polarizációtól az elliptikus polarizáción át a cirkuláris polarizációig bizonyos mértékben lehetséges hangolni a plazmonikus térnövekményt és a maximális térnövekmény akkor érhető el, ha a két egymásra merőleges plazmonmódus azonos fázisban van a gerjesztés során, ami különböző oldalarányú nanorészecskék esetén különböző polarizációnál valósul meg [12, 13]. Emellett a mérési eljárás olyan alapvetési kérdések tisztázásában is alkalmazható volt, mint a nem adiabatikus alagutazás jelensége a nanooptikai terekben [14].

A femtoszekundumos lézerek és lézererősítők tehát számos érdekes alapvetési kérdés megválaszolását tették lehetővé nemcsak a Nobel-díjjal kitüntetett attoszekundumos kutatási területen, hanem a nanooptikában is. Ezeket a kísérleteket az elmúlt 10–12 évben a Csillebércen alkalmazott legkorszerűbb femtoszekundumos lézerekkel végeztem el, ami jól mutatja a hazánkban is egyre bővülő lézeres kísérleti kutatási lehetőségeket. A felületi plazmonos kutatási irányból nőtt ki a

HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpontjának ultragyors folyamatokkal kapcsolatos kutatási iránya, és ez a közelmúltban olyan további érdekes kutatási területekkel bővült, mint például az ultragyors tranzien্স fémeledés [15], illetve a forró elektronok [16] vizsgálata.

## Hivatkozások

1. Dombi P., Rácz P.: Ultrafast monoenergetic electron source by optical waveform control of surface plasmons. *Opt. Express* 16 (2008) 2887., ld. még a *Nature Photonics* „Research Highlights” rovata, 2 (2008) 206.
2. Dombi P., Rácz P., Bódi B.: Surface plasmon enhanced electron acceleration with few-cycle laser pulses. *Laser and Part. Beams*, 27 (2009) 291.
3. Dombi P., Rácz P., Lenner M., Pervak V., Krausz F.: Dispersion management of femtosecond laser oscillators with highly dispersive mirrors. *Opt. Express*, 17 (2009) 20598.
4. Yu H., Peng Y., Yang Y., Li Z.-Y.: Plasmon-enhanced light-matter interactions and applications. *Npj Comput. Mater.*, 5 (2019) 45.
5. Keldysh L. V.: Ionization in the field of a strong electromagnetic wave. *Sov. Phys. JETP*, 20 (1965) 1307.
6. Dombi P., Irvine S. E., Rácz P., Lenner M., Kroó N., Farkas G., Mitrofanov A., Baltuska A., Fuji T., Krausz F., Elezabi A. Y.: Observation of few-cycle, strong-field phenomena in surface plasmon fields. *Opt. Express*, 23 (2010) 24206–24212.
7. Rácz P., Irvine S. E., Lenner M., Mitrofanov A., Baltuska A., Elezabi A. Y., Dombi P.: Strong-field plasmonic electron acceleration with few-cycle phase-stabilized laser pulses. *Appl. Phys. Lett.*, 98 (2011) 111116.
8. Teichmann S. M., Rácz P., Ciappina M., Pérez-Hernández A., Thai A., Fekete J., Elezabi A. Y., Veisz L., Biegert J., Dombi P.: Strong-field plasmonic photoemission in the mid-IR at < 1 GW/cm<sup>2</sup> intensity. *Sci. Rep.*, 5 (2015) 7584.
9. Dombi P., Hörl A., Rácz P., Márton I., Trügler A., Krenn J. R., Hohenester U.: Ultrafast strong-field photoemission from plasmonic nanoparticles. *Nano Lett.*, 13 (2013) 674.
10. Rácz P., Pápa Z., Márton I., Budai J., Wrobel P., Stefaniuk T., Prietl C., Krenn J. R., Dombi P.: Measurement of nanoplasmonic field enhancement with ultrafast photoemission. *Nano Lett.*, 17 (2017) 1181.
11. Colosimo P., Doumy G., Blaga C. I., Wheeler J., Hauri C., Catoire F., Tate J., Chirila R., March A. M., Paulus G. G., Muller H. G., Agostini P., DiMauro L. F.: Scaling strong-field interactions towards the classical limit. *Nat. Phys.*, 4 (2008) 386.
12. Pápa Zs., Sándor P., Lovász B., Budai J., Kasza J., Márton Zs., Jójárt P., Seres I., Bengery Zs., Németh Cs., Dombi P., Rácz P.: Control of plasmonic field enhancement by mode-mixing. *Appl. Phys. Lett.*, 120 (2022) 053103.
13. Bánhegyi B., Tóth L., Dombi P., Budai J., Hanus V., Rácz P., Pápa Zs.: Controlling plasmonic field enhancement via the interference of orthogonal plasmonic modes. *Plasmonics*, 2024, 1–8.
14. Lovász B., Sándor P., Kiss G. Z., Bánhegyi B., Rácz P., Pápa Z., Budai J., Prietl C., Krenn J., Dombi P.: Nonadiabatic nano-optical tunneling of photoelectrons in plasmonic near-fields. *Nano Lett.*, 22, (2022) 2303.
15. Hanus V., Fehér B., Csajbók V., Sándor P., Pápa Zs., Budai J., Wang Z., Paul P., Szeghalmi A., Dombi P.: Carrier-envelope phase on-chip scanner and control of laser beams. *Nature Comm.*, 14 (2023) 5068.
16. Budai J., Pápa Z., Petrik P., Dombi P.: Ultrasensitive probing of plasmonic hot electron occupancies. *Nature Comm.*, 13 (2022) 6695.

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://fizikaizsemla.elft.hu>, e-postacíme: [elft@elft.hu](mailto:elft@elft.hu)

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős kiadó Groma István főtítkár, felelős szerkesztő Igloi Ferenc főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Hock Gábor. Nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.

Megjelenik havonta (nyáron dupla számmal), egyes szám ára: 1500,- Ft (dupla számé 3000,- Ft) + postaköltség.

HU ISSN 0015-3257 (nyomtatott) és HU ISSN 1588-0540 (online)



## A VISSZAFORDÍTHATATLAN CARTESIUS-BÚVÁR

Goertz Amélie<sup>1</sup>, Gombási Róbert<sup>2,3</sup>, Kadlecik Ádám<sup>1</sup>, Szeidemann Ákos<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium

<sup>2</sup>Eötvös József Gimnázium és Kollégium, Tata

<sup>3</sup>Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

<sup>4</sup>Eötvös Loránd Tudományegyetem

### 1. Bevezetés

A „Cartesius-búvár” [1] egy klasszikus kísérlet, amely normál tanórákon is népszerű, hiszen egyszerre alkalmas az Arkhimédész- és a Boyle–Mariotte-törvény demonstrálására. Viszont egy demonstráció során, ha nem megfelelően választjuk meg a búvár és a palack paramétereit, akkor előfordulhat, hogy a búvár a palack megnyomására nem süllyed le, vagy a palack megnyomása nélkül is leereszkedik annak aljára. Egy hasonló – kísérletileg vizsgálható – feladattal találkoztunk az IYPT versenyen<sup>1</sup> „irreverzibilis Cartesius-búvár” néven.

„Helyezzünk egy egyszerű Cartesius-búvárt (amely például egy fordított kémcső, részben vízzel megtöltve) egy vízzel töltött hosszú függőleges csőbe. A csőben lévő nyomást növelve a Cartesius-búvár süllyedni kezd. Amikor elér egy bizonyos mélységet, soha nem tér vissza a felszínre, még akkor sem, ha a nyomás visszaáll a kezdeti értékre.” [2]

A kérdést kétféleképpen is értelmezhetjük: a búvár egyensúlyi állapotokon keresztül (az ún. statikus eset) juttatjuk a kritikus mélységbe, a másik (az ún. dinamikus) esetre pedig a cikk második felében térünk rá.

### 2. Az elmélet

#### 2.1. A statikus eset

A jelenség megértése érdekében először vizsgáljuk azt az esetet, amikor a búvár helyett egy úszó fahasábot nyomunk a víz alá (1. ábra). Az egyes egyensúlyi helyzetekhez szükséges nyomóerőt és a hasáb potenciális energiáját meghatározva könnyedén értelmezhetjük, hogy a fahasáb miért tér vissza az úszás állapotába, ha ezt a nyomóerőt megszüntetjük. Az egyensúlyban tartáshoz szükséges nyomóerő az (1) egyenlet szerint a bemerüléssel ( $x$ ) lineárisan nő (2a. ábra). Amikor a fahasáb már teljesen elmerült, onnantól konstans, hiszen sem a nehézségi, sem a felhajtóerő nem változik. A (2) egyenlet adja a lenyomás közben végzett munkát, amely a hasáb potenciális energiáját növeli (2b. ábra). Ahogy azt várjuk, az úszás helyzetében a felhajtóerő-hely függvény monoton, és a fahasáb egyetlen energiaminimummal rendelkezik. A testet tetszőleges mélységben elengedve mindig visszatér a felszínre, azaz az egyetlen stabil egyensúlyi helyzetébe. Ekkor nem szükséges a nyomóerő kifejtése az egyensúlyban tartáshoz.

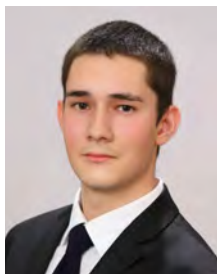
<sup>1</sup> Fialat Fizikusok Nemzetközi Bajnoksága (International Young Physicists' Tournament, IYPT)



Goertz Amélie 2023-ban végzett a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnáziumban, speciális matematika tagozaton. Fizikatanárai Hömöstrei Mihály, dr. Nagy Piroska Mária és Schramek Anikó voltak. Az IYPT verseny keretében jutott ehhez a kutatási témához. 2021-ben Grúziában a magyar csapat tagjaként ezüstérmet szerzett.



Kadlecik Ádám 2020-ban érettségizett a tatai Eötvös József Gimnáziumban, ahol fizikatanára Szeidemann Ákos volt. Két alkalommal volt tagja a magyar IYPT-csapatnak, társaival 2019-ben bronzérmet szereztek. Jelenleg az ELTE mesterszakos fizikus hallgatója.

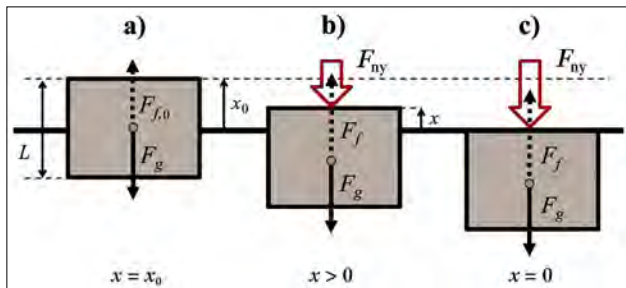


Gombási Róbert 2022-ben végzett a tatai Eötvös József Gimnázium matematika tagozatán. Osztályfőnöke és fizikatanára Szeidemann Ákos volt. Jelenleg a BME mechatronika szakos másodikéves hallgatója. Az IYPT versenyen révén került kapcsolatba a kutatási témával.



Szeidemann Ákos 1998 óta a tatai Eötvös József Gimnázium tanára. Érdeklődésének középpontjában a környezetfizika tanítása áll. Szívesen foglalkozik tehetséggondozással, versenyek szervezésével és kutatómunkát végző diákokkal. Tanítványai közül többen választották a fizikus pályát.





1. ábra. Egy fahasáb helyzete a vízszinthez képest, a rá ható gravitációs és felhajtóerők, valamint az ismeretlenek vizuális megjelenítése három különböző esetben. Az a) eset az alapeset, a nyomóerő nélküli egyensúlyi állapot. A b) és c) esetben már nyomóerőt kell kifejtetni az egyensúlyi állapothoz.  $F_f$  felhajtóerő,  $F_g$  gravitációs erő,  $F_{ny}$  kifejtendő nyomóerő az egyensúlyi állapothoz,  $x$  a fa teteje és a vízszint közötti távolság (a víz felszínén, amit a vastag vízszintes vonal jelöl  $x = 0$ ),  $L$  a fahasáb magassága,  $V$  a fa térfogata,  $\rho_{fa}$  a fa sűrűsége

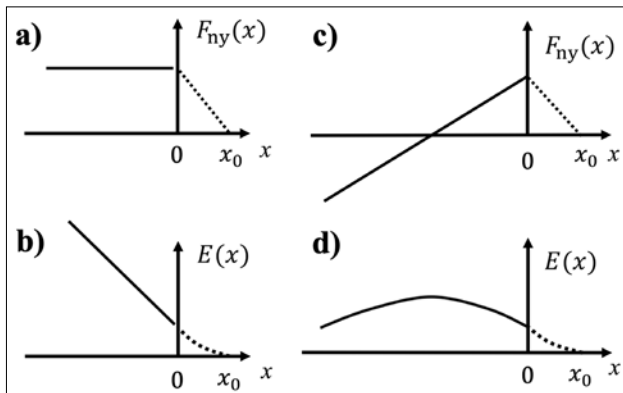
Az egyes egyensúlyi állapotokhoz szükséges nyomóerő és az ahhoz tartozó potenciális energia a felhajtóerő és a gravitációs erő segítségével adhatóak meg. Célszerű két részre bontani a felírást: amikor a fahasáb még nem merül el teljesen, illetve amikor már a teljes térfogata a víz alatt található.

$$F_{ny}(x) = \begin{cases} V \left(1 - \frac{x}{L}\right) \rho g - V \rho_{fa} g, & x > 0 \\ V(\rho - \rho_{fa}) g, & x \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

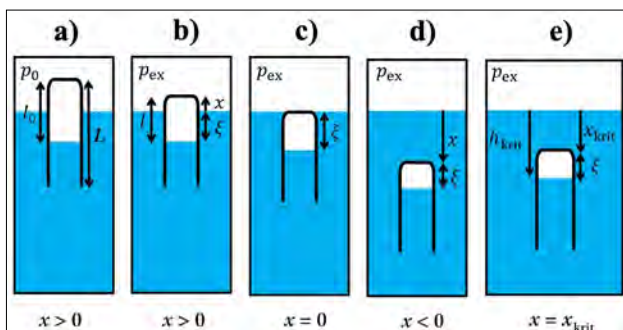
$$E(x) = \begin{cases} Vg \left( -\frac{\rho x^2}{2L} + (\rho - \rho_{fa}) x \right) + C_1, & x > 0 \\ Vg(\rho - \rho_{fa}) x + C_2, & x \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Most vizsgáljuk meg ugyanezt a bűvár esetében. A bűvár egyensúlyban tartásához szükséges nyomóerő folyamatosan csökken, hiszen a bűvár süllyedésével a benne lévő levegő összenyomódik, ezáltal csökken a rá ható felhajtóerő. Ha a bűvár megfelelően mélyre kerül, a levegőbuborék annyira összenyomódhat, hogy a bűvár átlagsűrűsége meghaladja a víz sűrűségét. Azt a mélységet, amelynél a két érték egyenlő, kritikus mélységnek hívjuk ( $x_{krit}$ ). A bűvár további süllyedésével az egyensúly megtartásához már egy felfelé ható erőre lenne szükség, vagyis a mélység-erő függvény előjelet vált (2c. ábra). Ebből következik, hogy az energiának maximuma van (2d. ábra). Ez a helyzet a kritikus mélység, amely alatt a bűvárt elengedve az biztosan lesüllyed és az edény alján marad. Így a bűvár esetén nyomóerő nélkül három egyensúlyi helyzet van: a vízfelszínen és az edény alján stabil, a kritikus mélységben pedig labilis.

$$E(x) = \begin{cases} \frac{\rho g}{2} \left( \frac{A}{2} + \frac{V}{L} \right) x^2 + \left[ \frac{A p_{ex}}{2} + V(\rho_{üveg} - \rho) g \right] x - \frac{A}{2} \cdot \varphi(x) + C_1, & x > 0 \\ -\frac{A \rho g}{4} x^2 + \left[ \frac{A p_{ex}}{2} + V(\rho_{üveg} - \rho) g \right] x - \frac{A}{2} \cdot \varphi(x) + C_2, & x \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$



2. ábra. Az egyes egyensúlyi állapotokhoz szükséges a) nyomóerő és b) a potenciális energia a mélység függvényében a fahasáb esetén. Az egyes egyensúlyi állapotokhoz szükséges c) nyomóerő és d) a potenciális energia a mélység függvényében a bűvár esetén



3. ábra. A bűvár különböző helyzetei a mennyiségek jelölésével. Az a) esetben az alap egyensúlyi állapotban látható a bűvár. Itt a bűvárnak egy része még a vízfelszín felett van, viszont a  $p_{ex}$  külső nyomás növelésével elkezdi lenyomódni: ez a b) eset. A c) esetben a bűvár teteje megegyezik a vízszinttel, míg d) esetben már az alatt van.  $x$  a bűvár teteje és a vízszint távolsága,  $\xi$  a bűvárban lévő légbuborék víz alatti magassága,  $l$  a buborék teljes magassága,  $L$  a bűvár hossza,  $l_0$  a légbuborék hossza az a) esetben. Az e) ábrán látható az  $x_{krit}$  és  $h_{krit}$  közötti különbség. A bűvár benyomása miatti vízszintemelkedéstől eltekintünk

A fahasábnál könnyen felírható az (1) és (2) egyenlet, míg a bűvár esetében a Boyle–Mariotte-törvénynek megfelelően módosulnak (3), (4). Itt is két esetre kell bontani az egyenleteket, akár csak a jelölésben (3. ábra):

$$F_{ny}(x) = \begin{cases} A \xi \rho g + V \left(1 - \frac{x}{L}\right) \rho g - V \rho_{üveg} g, & x > 0 \\ A \xi \rho g + V(\rho - \rho_{üveg}) g, & x \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$E(x) = \int F(x) dx. \quad (4)$$

A (3) egyenletet integrálva a (4) energia a mélység függvényében meghatározható:

Alapvetően a kritikus mélység értékét keressük:

$$x_{\text{krit}} = h_{\text{krit}} - \xi. \quad (6)$$

Ehhez az eredő erő egyenletét használjuk fel:

$$F_e(x) = 0 = A\xi(x)\rho g + V(\rho - \rho_{\text{üveg}})g, \quad x \leq 0, \quad (7)$$

a Boyle–Mariotte-törvénnyel egyesítve

$$(\rho_{\text{vöz}} g h_{\text{krit}} + p_0)\xi = p_0 l_0, \quad (8)$$

$$h_{\text{krit}} = \frac{p_0}{g} \left( \frac{A \cdot l_0}{V_{\text{üveg}} (\rho_{\text{üveg}} - \rho_{\text{vöz}})} - \frac{1}{\rho_{\text{vöz}}} \right). \quad (9)$$

Innen a következő egyenletet kapjuk az  $x_{\text{krit}}$  kiszámítására:

$$x_{\text{krit}} = h_{\text{krit}} - \xi = \frac{p_0}{g} \left( \frac{A \cdot l_0}{V_{\text{üveg}} (\rho_{\text{üveg}} - \rho_{\text{vöz}})} - \frac{1}{\rho_{\text{vöz}}} \right) - \frac{p_0}{\rho_{\text{vöz}} \cdot g \cdot h_{\text{krit}} + p_0} l_0. \quad (10)$$

Némi átalakítással és tekintve, hogy  $p_0$  nagyságrendekkel nagyobb, mint a  $(\rho_{\text{vöz}} g h_{\text{krit}})$ , felírható a következő egyenlet:

$$x_{\text{krit}} = \left( \frac{p_0}{g} \cdot \frac{A}{V_{\text{üveg}} (\rho_{\text{üveg}} - \rho_{\text{vöz}})} - 1 \right) \cdot l_0 - \frac{p_0}{g \rho_{\text{vöz}}}. \quad (11)$$

$$M \frac{d^2 x'}{dt^2} = \begin{cases} A\xi(x)\rho g + V_{\text{üveg}} \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \rho g - V \rho_{\text{üveg}} g - bv, & x > 0, \\ A\xi(x)\rho g + V_{\text{üveg}} (\rho - \rho_{\text{üveg}}) g - bv, & x \leq 0, \end{cases} \quad (12)$$

ahol  $M$  a bűvár tömege,  $v$  a sebessége és  $b$  pedig a közegellenállási együttható. Az így kapott differenciálegyenletet numerikusan oldottuk meg, amelyhez egy Python 3-ban írt RK4 Runge–Kutta-algoritmuson alapuló szimulációt használtunk.

A modell igazolására, illetve az egyes paraméterek befolyásának vizsgálatára kísérleteket is végeztünk, amelyekről a következő fejezetben részletesebben beszámolunk.

### 3. Mérések

Vizsgálatainkhoz egy vízzel töltött nagyméretű üvegcsövet használtunk, tetején két csappal a nyomás változtatásához. A nyomást sűrített levegő segítségével állítottuk be, melyet minden pillanatban digitális manométerrel mértünk.

A bűvár mozgásához a csőben lévő acéllapot mágnesekkel mozgattuk (a 4. ábrán látható módon). A statikus esetben a kritikus mélység meghatározása volt a feladatunk, melyhez állandó nyomást alkalmazva a mágnes segítségével addig mozgattuk a bűvart felfelé, amíg az egyensúlyba nem került. Így a kritikus mélység ( $x_{\text{krit}}$ ) mérése már egyszerűen kivitelezhető volt. A változtatható paraméterek a következők: a légbuborék kezdeti térfoga,

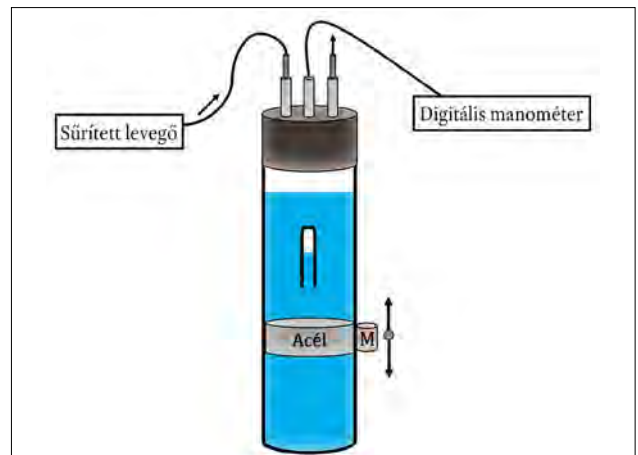
A kritikus mélység egyenletében számos, a bűvárra és a rendszerre jellemző paraméter megjelenik, melyek hatásait a mérések során részletesen megvizsgáltuk.

### 2.2. A dinamikus eset

Eddig a bűvár egyensúlyi helyzeteinek vizsgálatából jutottunk el a kritikus mélység fogalmáig, vagyis minden egyes mélységről eldönthető volt, hogy a bűvart elengedve mi történik: lefelé süllyed, felfelé emelkedik vagy lebeg. Jóval izgalmasabb probléma azonban az eredeti IYPT-feladat, ugyanis abban a bűvart egy zárt tartályban a külső nyomás növelésével indítjuk, illetve mozgatjuk lefelé, és azt vizsgáljuk, hogy hol van az a mélység, ahol a bűvár áthalad a fenti kritikus mélységen, azaz a külső nyomást visszaállítva sem tér vissza a víz felszínére. Ezt a pontot a továbbiakban „No Return Point”-nak (NRP) nevezük. Statikus esetben az NRP és a kritikus mélység értelemszerűen megegyezik egymással, míg a dinamikus esetben ezek különböznek. Newton II. törvényét alkalmazva felírható a bűvárra ható erők eredője: a bezárt gáz, a kémcsőre ható nehézségi erő, valamint a folyadékra ható közegellenállás. A közegellenállási erőt is figyelembe véve felírható a bűvár mozgásegyenlete:

gata, a kémcső mérete, illetve sűrűsége, valamint a külső nyomás.

A dinamikus esetben különböző nyomásokon kerestük az NRP-t. A többletnyomás hatására kezdett gyorsul-

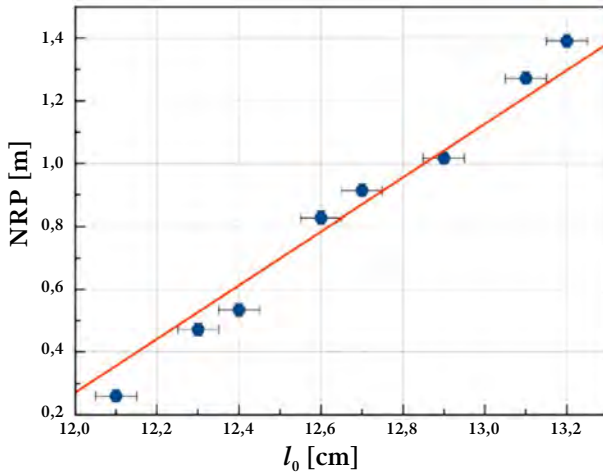


4. ábra. A kísérlet felépítésének sematikus ábrája. Az ábrán egy üvegcsövet látunk, amelyben meg lehetett figyelni a bűvár mozgását. A bűvart egy acéllap és mágnes segítségével tudtuk mozgatni kívülről. Statikus esetben a bűvár felett is volt egy acéllap, így felfelé és lefelé is lehetett mozgatni a bűvart. A nagy üvegcső tetején, a záróelemen három szelep volt. Az egyik szelepen engedték be a sűrített levegőt, a másikon pedig kiengedték. A középső szelepen mértük folyamatosan a nyomást egy digitális manométer segítségével

ni a bűvár, melyet különböző időpontokban állítottuk vissza. Azt vizsgáltuk, hogy a bűvár eléri-e vagy áthalad-e a normál nyomáshoz tartozó kritikus mélységen. Ha a bűvár éppen megállt az egyensúlyi helyzetben, akkor a nyomás visszaállításának pillanatához tartozó mélység maga az NRP. A gyakorlatban ez meglehetősen sok eset vizsgálatát jelentette. Az egyes kísérleteket videón rögzítettük, így nyomon tudtuk követni a bűvár teljes mozgását is. Ebben az esetben két további, a jelenséget befolyásoló paramétert definiálhatunk: ezek a víz feletti nyomás értéke és a megnövelt nyomás alkalmazásának ideje.

## 4. Eredmények

Az elméleti modellünkéből a (11) képletet kaptuk a kritikus mélység ( $x_{\text{krit}}$ ) kiszámításához, melyet a statikus esetben NRP-nek is hívhatunk. Kísérletileg bizonyítottuk (5., 6. ábra), hogy az NRP és az  $l_0$  közötti függvénykapcsolat valóban lineáris, ami alátámasztja modellünket, mivel az NRP kiszámítására is az  $l_0$ -tól függő lineáris egyenletet kaptunk, ahogyan a (11) „parametrizált” formája, a (15) is mutatja.



5. ábra. Az NRP (tehát statikus esetben egyenlő az  $x_{\text{krit}}$  értékével) az  $l_0$  függvényében. Adatok: Bűvár 4,  $P_{\text{eredeti}} = 99,5$  kPa,  $V_{\text{üveg}} = 7,304$  cm<sup>3</sup>,  $\rho_{\text{üveg}} = 3,34$  g/cm<sup>3</sup>,  $\rho_{\text{víz}} = 980$  kg/m<sup>3</sup>,  $P_{\text{ex}} = 99,5$  kPa. Az egyenes illesztett egyenes

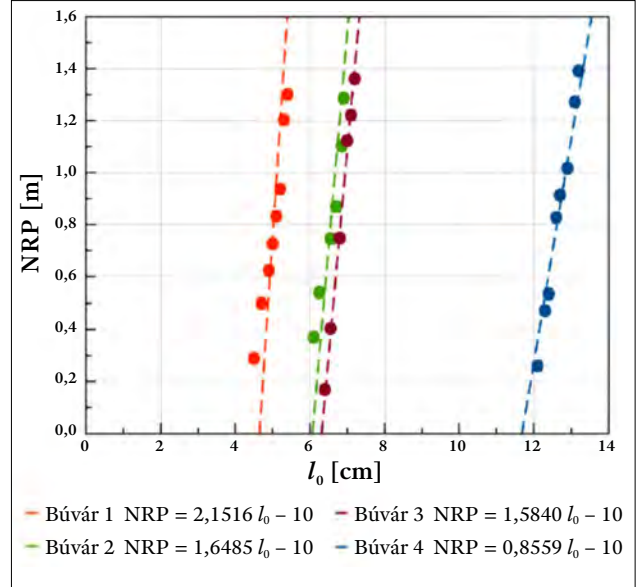
$$D = \frac{A \cdot p_0}{V(\rho_g - \rho_{\text{víz}})g} - 1, \quad (13)$$

$$C = \frac{p_0}{g \cdot \rho_{\text{víz}}} \approx 10 \text{ m}, \quad (14)$$

$$\text{NRP} = D l_0 - C. \quad (15)$$

Látható, hogy egy olyan egyenletet kaptunk, ahol  $D$  a meredekség,  $C$  pedig a tengelymetszet. A bűvár tulajdonságait, sűrűségét és térfogatát, ezzel a  $D$  meredekséget változtatva szintén kísérleteket végeztünk. Minden esetben visszakaptuk a lineáris kapcsolatot. A konstans

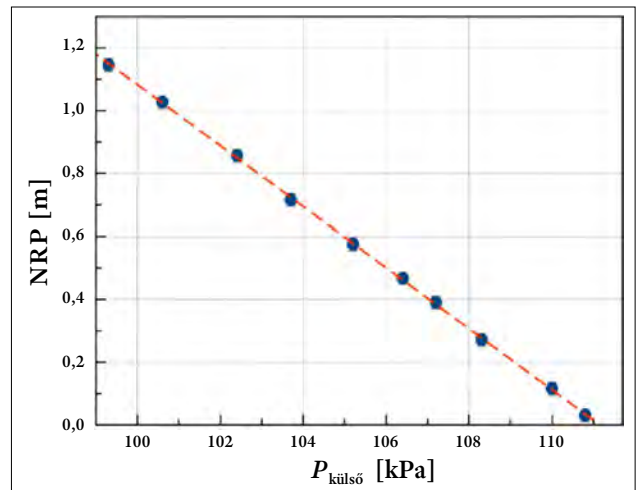
tag értéke megadható ( $C \approx 10$  m), így vizsgálhatjuk csak a hozzá tartozó meredekséget. A mérésorozat során a bűvár tömegét egy nagyon vékony rézdrót segítségével változtattuk meg, amelyet a bűvár alá tekertünk. A 6. ábra szerint balról jobbra haladva a bűváraknak nőtt a tömege. Látható, hogy a meredekség ennek megfelelően csökkent, ahogy az az elméletből is várható.



6. ábra. Az NRP az  $l_0$  függvényében balról jobbra nő a bűvár tömege a statikus esetben. Az egyenesek illesztett görbék

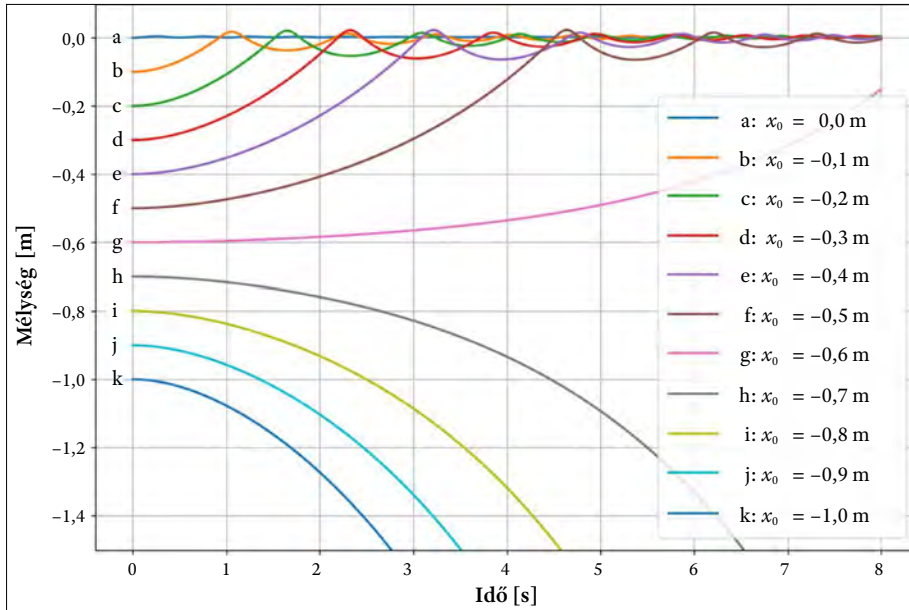
Vizsgáltuk a külső nyomás és az NRP közötti összefüggést is.

A lineáris kapcsolat egyértelmű, hiszen a külső nyomás növelésével egyre kisebb vízoszlop elegendő a bűvár fölött az egyensúlyi helyzet kialakulásához. Ez azért van, mert a bűvárban lévő levegő számára mindegy, hogy mi fejt ki a nyomást, amely a térfogatát csökkenti, növelve a bűvár átlagsűrűségét.

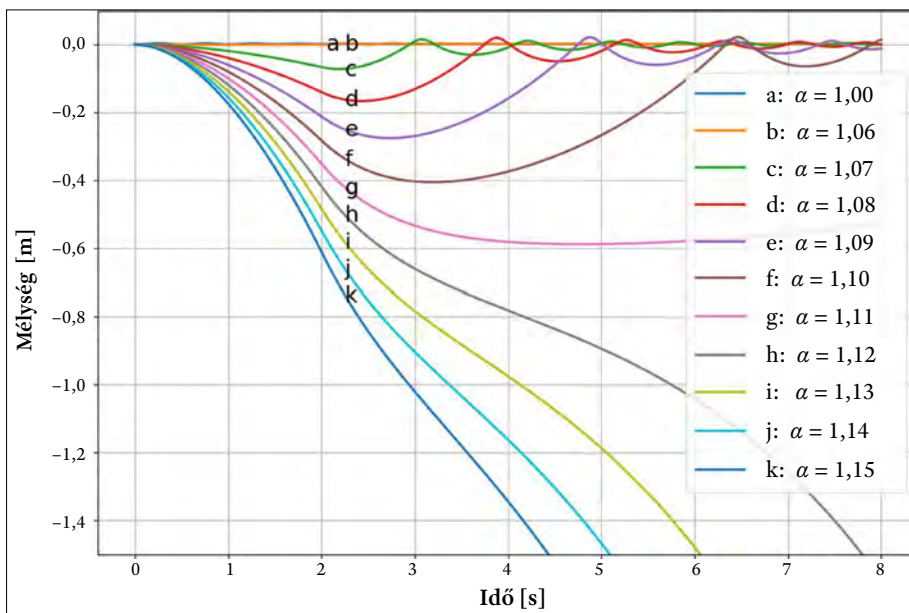


7. ábra. Az NRP (tehát esetünkben  $x_{\text{krit}}$ ) a  $P_{\text{külső}}$  függvényében a statikus esetben. Adatok: Bűvár 5,  $P_{\text{eredeti}} = 99,3$  kPa,  $V_0 = 6,11$  cm<sup>3</sup>,  $\rho_{\text{üveg}} = 2,01$  g/cm<sup>3</sup>,  $\rho_{\text{víz}} = 980$  kg/m<sup>3</sup>,  $l_0 = 5$  cm. (Az adatok az 1. bűvár módosított változatának méréséből származnak eltérő  $l_0$ -lal.)





8. ábra. A bűvár helyzete az idő függvényében különböző mélységekből elindított szimuláció szerint a statikus esetben. Itt  $x_0$  a kezdeti mélység, amelyből a bűvárt indítottuk



9. ábra. A bűvár mélysége dinamikusan az idő és a kezdeti többletnyomás függvényében. Az  $a$  megadja, hogy hány-szorosára növeltük az eredeti nyomást. (A szimuláció itt is az 1. bűvár paramétereivel futott.)

A használt Python-program a statikus és a dinamikus tulajdonságok szimulációjára is alkalmas, mert a segítségével a bűvár teljes mozgását lehet követni az idő függvényében. Ha például kritikus mélységet szeretnénk meghatározni, akkor adott külső nyomás mellett különböző mélységekből „elindíthatjuk” a bűvárt, és vizsgálhatjuk, hogy mi történik. A 8. ábrán látható, hogy a vizsgált bűvár esetében  $x_{krit} \approx 0,6$  m.

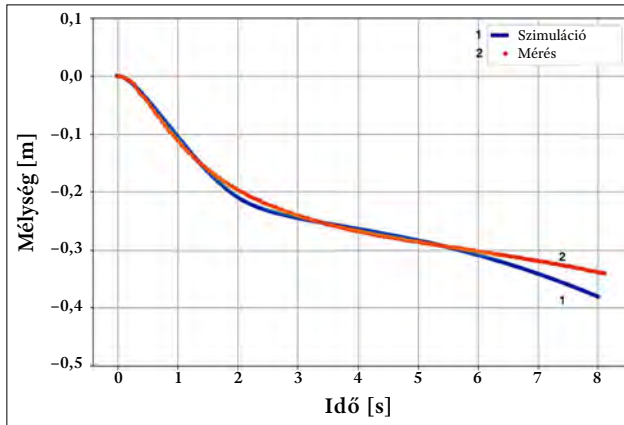
A példa kedvéért egy dinamikus eset szimulációjára átérve megadtuk, hogy az első két másodpercben mekkora többletnyomás van a rendszerben, majd a második másodperc után az eredeti nyomást állítottuk vissza (9. ábra).

A szimulációkat összehasonlítottuk a ténylegesen mért adatainkkal mind a statikus (10. ábra), mind a dinamikus esetben (11. ábra).

A bűvárnak a teljes mozgása látható, itt is hasonlóan nagy az átfedés a mért és a számított adatok között.

## 5. Összegzés

Kutatásunk során igyekeztünk a klasszikus Cartesius-bűvár kísérletet elméleti és mérési perspektívából is kiegészíteni. Ügyeltünk arra, hogy ez az érdekes jelenség az oktatási gyakorlatban is hasznosulhasson, és másokat

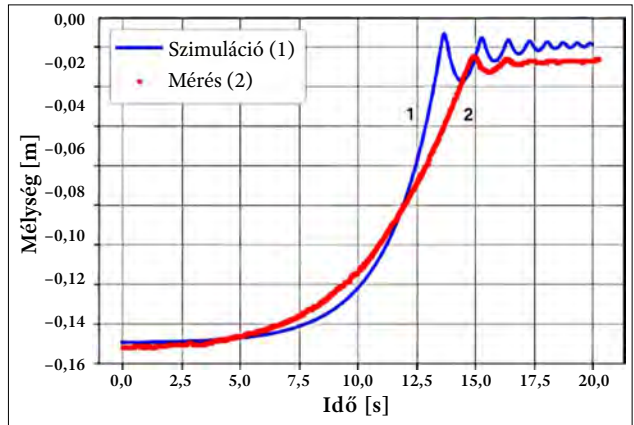


10. ábra. A szimuláció és mérés összehasonlítása a dinamikus esetben. A bűvár helyzetét a lefelé történő haladás közben látjuk az idő függvényében. (A szimuláció itt is az 1. bűvár paramétereivel futott.)

is motiváljon a megvalósításra. Bevezettük az  $x_{krit}$  és az NRP fogalmát, melyek egyenleteit didaktikus módon vezettük le. Ezek bemutatásához és vizualizációjához végeztünk számos kísérletet és szimulációt. Számunkra is különleges élmény volt az elmélet alapján várt eredmények kísérleti igazolása és a téma részletes elemzése.

#### Köszönetnyilvánítás

Vizsgálataink igazi csapatmunkát jelentettek, amelyhez Vincze Miklós hasznos tanácsokkal járult hozzá, amiért köszönettel tartozunk. Továbbá köszönjük az HYPT (az IYPT magyar szekciója) és az IYPT szervezőinek és fel-



11. ábra. A szimuláció és a mérés összehasonlítása a bűvár „utóéletét” tekintve egy olyan statikus mérés esetében, mely során a bűvár nem érte el az  $x_{krit}$  értéket és visszatér a víz felszínére. A bűvár helyzetét látjuk az idő függvényében. Az adatok:  $P_0 = 99,3$  kPa,  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>,  $l_0 = 0,045$  m,  $V_{üveg} = 6,11$  cm<sup>3</sup>,  $\rho_{üveg} = 2350$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_{viz} = 998$  kg/m<sup>3</sup>,  $b = 0,01$ ,  $x_0 = -0,15$  m

készítőinek, akik nélkül nem tudtunk volna ilyen érdekes feladatokon dolgozni. Köszönjük az ELTE TTK Fizikai Intézetének, hogy a kísérletekhez laboratóriumi helyszínt és eszközöket bocsátottak a rendelkezésünkre.

#### Irodalom

1. Cartesius-bűvár: Cartesian diver.
2. IYPT problems 2022.
3. Carlos Fiolhais: The Cartesian diver and the fold catastrophe. *American Journal of Physics*, 70(7) (July 2002) 710–714. DOI: 10.1119/1.1477433

## AZ ELEKTROMOS TÉR SZEMLÉLTETÉSE A COUDRAW PROGRAM SEGÍTSÉGÉVEL

Nagy Piroska Mária, Szoldatics József

Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium

Faraday nyomán az elektromos térerősséget erővonalakkal szemléltetjük, a térerősség irányát az erővonalak érintője, nagyságát azok sűrűsége adja meg. Ha egy elektromos tér erővonalait valaki már megrajzolta, azokból egyszerűen leolvashatjuk a tér egy-egy pontjában a térerősség nagyságát. Fordítva is ilyen egyszerű

vajon? Hogyan kell egy-egy vonalat megrajzolni, vagy másképp, milyen hozzárendelési szabályt alkothatunk egy-egy térerősségvonal kapcsán? Ez a kérdés indította el a CouDraw program megírását. A program egy lehetséges használatát egy feladat kapcsán mutatjuk be.



Dr. Nagy Piroska Mária a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnáziumban tanít fizikát. E-mail: piro@szolda.hu



Szoldatics József a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnáziumban tanít matematikát és informatikát. E-mail: szolda@szolda.hu

**Feladat.** Határozzuk meg egy szabályos háromszög súlypontjában a térerősséget, ha a csúcaiba azonos töltéseket helyezünk. (Minden egyéb töltéstől kellően távol vagyunk, azok esetleges hatása elhanyagolható.)

**Megoldás.** Mivel szabályos háromszögről van szó, súlypontja egyenlő távolságra van a csúcsoktól, így az egyenlő nagyságú töltések egyenlő nagyságú elektromos teret keltenek ott. Az azonos nagyságú térerősségvektorok  $120^\circ$ -os szöget zárnak be egymással, eredőjük zérus.

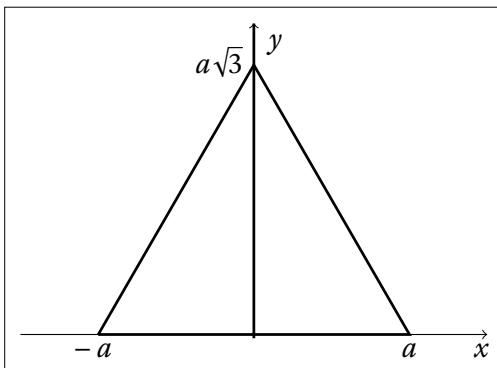
Miután megoldottuk ezt a viszonylag egyszerű feladatot, a gyerekekben rengeteg kérdés merülhet fel:

- Milyen ez az egyensúlyi helyzet a síkban stabilitás szempontjából?
- Egy tetszőleges másik pontban mekkora a térerősség?
- Hogyan rajzoljuk meg a térerősségvonalakat?
- Milyen alakúak az ekvipotenciális vonalak?
- Van még a síkon egyensúlyi helyzet?
- Ha van, ennek milyen a stabilitása a síkon?

Mind egyszerű kérdés, a válasz viszont már meghaladja a középiskolai matematika kereteit, az idő szűkéről nem is beszélve.

## Az egyensúlyi helyzetek és ezek stabilitásának vizsgálata

Az egyensúlyi helyzetet szimmetriaokokból a súlyvonal mentén fogjuk kerseni, a stabilitást is most csak ezen egyenes mentén vizsgáljuk. Ahogy látni fogjuk, ez is a diákok számára elég ijesztőnek tűnő számolást eredményez, egy általánosabb vizsgálatról már nem is beszélve.



1. ábra. A ponttöltések elhelyezése a koordináta-rendszerben

A számolás egyszerűsítése érdekében a háromszög oldala legyen  $2a$  hosszúságú, helyezzük az origót a háromszög oldalfelező pontjába. Az  $x$  tengelyt és az  $y$  tengelyt az 1. ábrának megfelelően irányítva egy, a súlyvonalon lévő tetszőleges  $P(0, y)$  pontban az eredő térerősség:

$$E(P) = E(y) = 2kQ \frac{y}{(a^2 + y^2)^{3/2}} - kQ \frac{1}{(a\sqrt{3} - y)^2}.$$

Egyensúlyi helyzetben  $E(y) = 0$  teljesül. Egyszerűsítjük tovább a számolást (az általánosság megsértése nélkül) az  $a = 1$  és  $Q = 1$  választással, a fizikai probléma nem változik, a számolás egyszerűbb lesz:

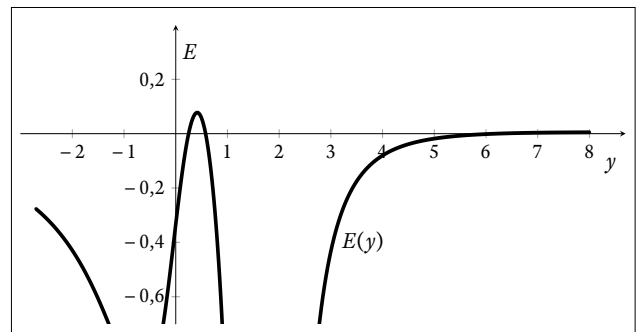
$$E(y) = 2k \frac{y}{(1 + y^2)^{3/2}} - k \frac{1}{(\sqrt{3} - y)^2} = 0.$$

Rendezve, egyszerűsítve:

$$\frac{2y}{(1 + y^2)^{3/2}} = \frac{1}{(\sqrt{3} - y)^2},$$

$$2y(3 - 2\sqrt{3}y + y^2) = (1 + y^2)^{3/2}.$$

Az egyenlet mindkét oldalát négyzetre emelve látható, hogy a probléma megoldása egy hatodfokú egyenletre vezet. Más módszerhez kell folyamodnunk: az egyenlet megoldása helyett vizsgáljuk az  $E(y)$  függvényt. Az előző megoldásunk alapján a súlypontban zérushelynek kell lennie, az  $y = 1/\sqrt{3}$ -at behelyettesítve ez teljesül is. Mivel egy magas fokszámú polinomról van szó, gyanítjuk, hogy több zérushelye lesz még. Ezeket numerikusan keressük meg. A függvény képe a 2. ábrán látható.



2. ábra. Az  $E(y)$  függvény képe

Három zérushelyet találunk így:  $y_1 \approx 0,248586$ ,  $y_2 \approx 0,577350$ ,  $y_3 \approx 6,20448$ . Az  $y_2 \approx 0,577350$  a fent kiszámolt súlypont ( $y_2 = 1/\sqrt{3}$ ), de ezen kívül még két másik is adódik. Az  $y_3 \approx 6,20448$ -nak nincs fizikai értelme, a töltések alkotta háromszögon kívüli pontban nem lehet egyensúly (de ha jól megfigyeljük, ez a pont már túl is van az  $E(P)$  térerősséget meghatározó fentebbi konstrukciónk érvényességi tartományán). A harmadik pontban  $y_1 \approx 0,248586$  azonban egy újabb egyensúlyi helyet találunk.

A továbbiakban vizsgáljuk meg ezen két egyensúlyi helyzet stabilitását. Az eredő térerősség, így a próbatöltésre ható eredő erő felírásakor a felfelé mutató irányt választottuk pozitívnak. Tehát ha  $E(y)$  értéke pozitív, az eredő erő felfelé, ha negatív, akkor lefelé mutat.

Az  $y_1$  pont környezete:

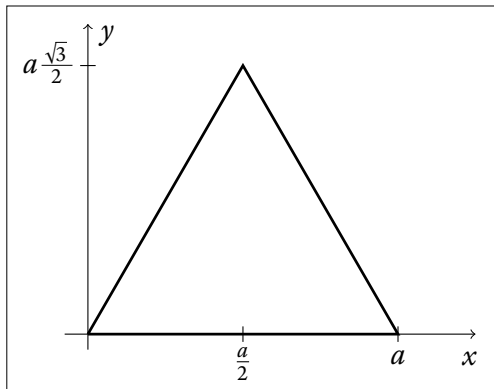
$y_1$ -ből a háromszög oldala felé mozdulva, azaz  $y$ -t csökkentve  $E(y) < 0$ , azaz az eredő erő lefelé, a háromszög oldala felé mutat, nem téríti vissza a pont-



töltést az egyensúlyi helyzetbe. Ugyanezt kapjuk, ha az egyensúlyi helyzetből felfelé mozdítjuk el a próbatöltést. Azaz ez az egyensúlyi helyzet instabil.

Az  $y_2$  pont, azaz a súlypont környezete:

$y_2$ -ből a háromszög oldala felé mozdulva, azaz  $y$ -t csökkentve  $E(y) > 0$ , azaz az eredő erő felfelé mutat, a próbatöltést a súlypont felé mozdítja. Hasonlóan, ha a súlyponttól felfelé mozdítjuk a próbatöltést, azaz  $y$ -t növeljük,  $E(y) < 0$ , az eredő erő lefelé mutat, megint visszahúzza a próbatöltést a súlypont felé. Azaz ez az egyensúlyi helyzet stabil.



3. ábra. Az általános megoldáshoz a koordináta-rendszert másképp rögzítjük a töltésekhez

## A kialakuló elektromos tér általános jellemzése

Most térjünk rá a többi kérdés megválaszolására: a három töltés milyen elektromos teret alakít ki, milyen alakúak a térerősség- és az ekvipotenciális vonalak. Először próbáljunk számolással válaszolni a feltett kérdésekre!

A térerősség meghatározása három vektor összegzését jelenti, ez speciális pontok esetén akár egyszerű is lehet. Általános esetben komolyabb matematikai ismeretek lehetnek szükségesek, ezek a gyerekek számára 10. osztályban, amikor az elektrosztatika sorra kerül, még nem ismertek.

Helyezzük el a vonatkoztatási rendszerünket most a 3. ábrán látható módon; az 1. töltés legyen az origóban, az  $x$  tengelyt irányítsuk a 2. töltés felé, a 3. töltés így az I. negyedbe kerül. Az egyes töltések koordinátái így rendre:

$$Q_1(0;0), Q_2(a;0), Q_3\left(\frac{a}{2}; a\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

A három töltés síkjában lévő tetszőleges  $P$  pont koordinátái legyenek  $P(x;y)$ . Így az egyes töltésektől származó térerősség és annak  $x$ , illetve  $y$  komponensei  $P$ -ben az alábbiak:

$$E_1 = k \frac{Q}{x^2 + y^2},$$

$$E_2 = k \frac{Q}{(a-x)^2 + y^2},$$

$$E_3 = k \frac{Q}{\left(\frac{a}{2} - x\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - y\right)^2}.$$

$$E_{1,x} = E_1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$E_{2,x} = E_2 \frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}},$$

$$E_{3,x} = E_3 \frac{\frac{a}{2} - x}{\sqrt{\left(\frac{a}{2} - x\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - y\right)^2}}.$$

$$E_{1,y} = E_1 \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$E_{2,y} = E_2 \frac{y}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}},$$

$$E_{3,y} = E_3 \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - y\right)}{\sqrt{\left(\frac{a}{2} - x\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - y\right)^2}}.$$

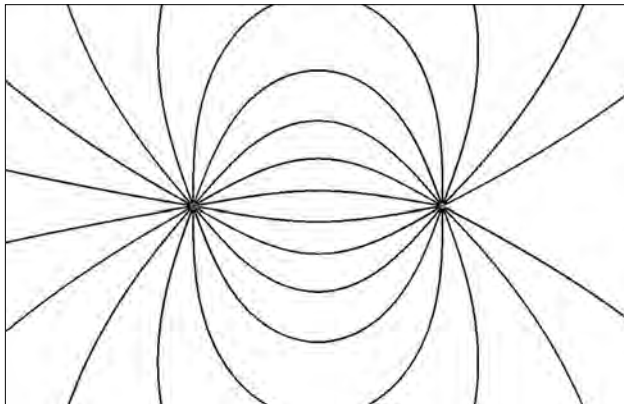
Az eredő térerősségvektor nagyságát az egyes komponensek összegzésével, majd Pitagorasz tételének alkalmazásával kapjuk, amitől itt most eltekintünk. Az eddigiek alapján is látható, hogy ezzel a módszerrel több táblát teleírnánk, mire a végeredményt megkapnánk. A fizikai tartalomhoz azonban nem biztos, hogy sokkal közelebb kerülnénk. Az ekvipotenciális vonalak meghatározása pedig megoldhatatlan feladatnak tűnik.

A fenti gondolatmenet és számítások még egy igen jó képességű osztályban is nehezen követhetőek, hosszú időt vesznek igénybe, esetleg egy fakultációs csoportban lehet próbálkozni egy ilyen jellegű megközelítéssel. De nem biztos, hogy megtérül a befektetett munka.

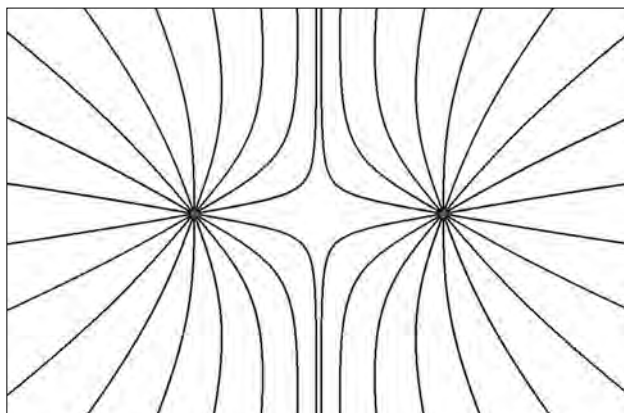
A fizikai tartalmat sokkal közelebb hozhatja egy szimulációs program, mely elvégzi helyettünk a szükséges számításokat és látványosan megjeleníti azok eredményét. Erre egy alkalmas megoldás a CouDraw program. A program a térerősség- és az ekvipotenciális vonalakat numerikus számolással határozza meg, pontonként rajzolja ki azokat a következő algoritmust alkalmazva: az első pozitív ponttöltésből kiindulva a sík egy tetszőleges pontjában kiszámítja a térerősséget, majd a térerősség irányába lép egy kicsit, kirajzol egy pontot, ott is kiszámítja a térerősséget, ennek irányában továbblép, és így tovább. Mindig a térerősség irányába mozdul el a program a következő pont rajzolásához, azaz mindig a pozitív

próbatöltésre ható erő irányába. Amikor az első töltésből kiinduló összes vonalat megrajzolta, folytatja a következő pozitív töltésből kiinduló erővonalak rajzolását, mindaddig, amíg az összes pozitív töltés sorra nem kerül. Értelemszerűen a negatív töltésekbe a számítás során befutnak az erővonalak, így azokkal már nem kell foglalkozni.

Az ekvipotenciális vonalak számolása hasonlóan történik: egy adott pontban a program kiszámítja a térerősséget, majd a térerősségvektor irányára merőlegesen lép egy kicsit, majd ugyanezt az eljárást folytatja, amíg az ekvipotenciális vonal nem záródik, vagy el nem éri az előre beállított iterációs lépésszámot.



4. ábra. Két azonos nagyságú, de ellentétes előjelű töltés (dipólus) által kialakított elektromos tér



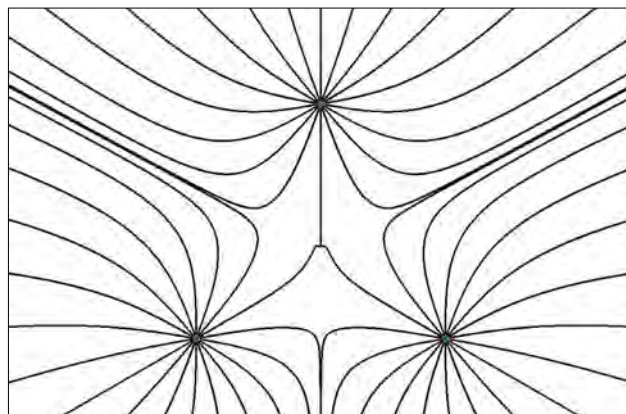
5. ábra. Két azonos nagyságú, azonos előjelű töltés által kialakított elektromos tér

A CouDraw program nem adja meg a térerősség értékét egy adott pontban, viszont személetesen, az erővonalak sűrűségével jól érzékelteti a kialakult elektromos teret. A töltésekből a töltések nagyságával arányos számú erővonal indul ki, ha az automatikus rajzolást választjuk. Ahogy a hagyományos búzadarás kísérletben sem, így ebben a szimulációban sem láthatjuk a térerősségvonalak irányítását. Az ekvipotenciális vonalak berajzolása az ábrába való kattintással történik, a program nem adja meg a potenciál értékét egy-egy pontban, a vonalak sűrűsége a felhasználón múlik.

A programmal a középiskolában szokásosan tanított elektromos tereket könnyen megjeleníthetjük (4., 5. ábra).

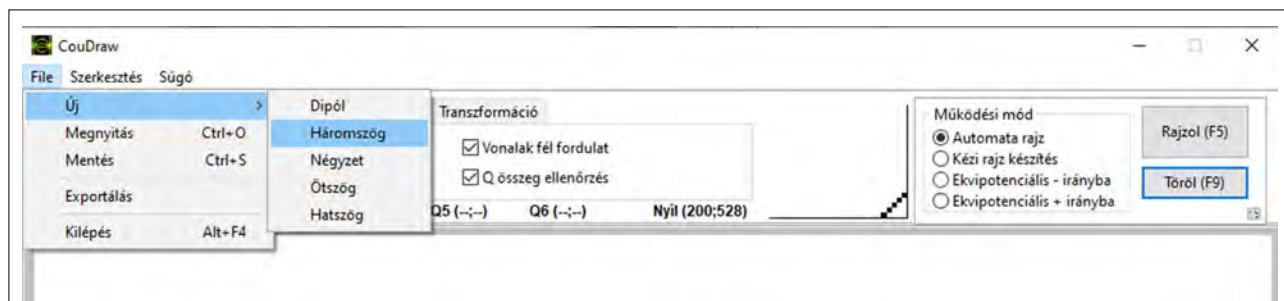
A feladathoz visszatérve készítsük el a három pont-töltés alkotta elektromos tér erővonalrajzát! Ez is egy újdonság, hiszen a fizikaórákon általában csak a pont-töltés, a dipólus, a két azonos töltés és a homogén elektromos tér erővonal szerkezetét tudjuk megmutatni; három töltés tere a fizikakönyvekben sem szokott szerepelni. A File/Új/Háromszög menüpontot kiválasztva (6. ábra) a program egy szabályos háromszög csúcaiba rendezi a töltéseket.

Majd a szükséges beállítások (a vonalak száma stb.) elvégzése után a Rajzol feliratú gombra kattintva a következő képet kapjuk (7. ábra):



7. ábra. Szabályos háromszög csúcaiba helyezett három azonos töltés elektromos tere

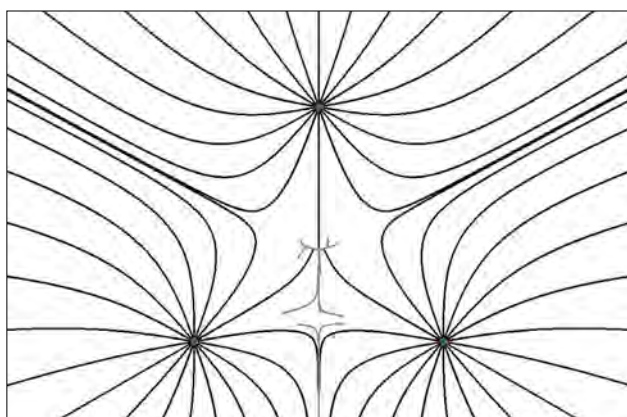
Megfigyelhetjük, hogy a súlypontban találkoznak az erővonalak. Elsőre ez furcsán hat, két erővonal nem



6. ábra. A CouDraw program menüszerkezete a szabályos háromszög elrendezés kialakításához

metszheti egymást, ugyanis az azt jelentené, hogy abban a pontban a térerősségvektor nem egyértelmű, hiszen mindkét vonal érintője más irányba mutat. De ha arra gondolunk, hogy ebben a pontban a térerősség zérus, ez a látszólagos ellentmondás megszűnik, a nullvektor iránya tetszőleges. Tehát az előző számításainknak megfelelő pontot megtaláltuk. Mit mondhatunk a stabilitással kapcsolatban? Az előzőekben végeztünk számításokat, de sok diáknak ez nem segít. Ezzel szemben a CouDraw szemléletesen megmutatja az egyensúlyi helyek stabilitását: gondoljunk arra, hogy a program mindig abba az irányba rajzolja tovább a vonalat, amerre az odahelyezett pozitív próbatöltés elmozdulna. Azaz a „Kézirajz-készítés” beállítást választva, a súlyponttól nem túl messze az egérrel kattintva látható, hogy a térerősségvonalak a súlypontba futnak be, azaz az egyensúlyi helyzet stabilis (természetesen ez csak a töltések által meghatározott síkra igaz, ha a próbatöltést erre a síkra merőlegesen mozdítanánk ki, nem térne vissza a súlypontba). A kézi erővonalak persze „elrontják” az ábrát: ha sok erővonalat rajzoltatunk meg a programmal, úgy tűnhet, hogy sűrűbben futnak az erővonalak. Ezt vegyük figyelembe a kézi rajz alkalmazásánál.

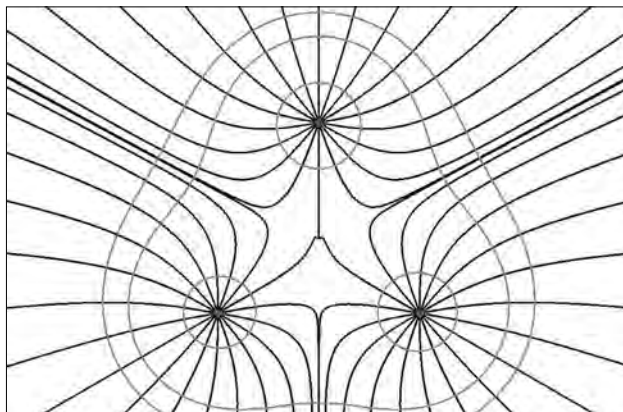
Az ábrát tovább vizsgálva észrevehetjük, hogy a súlypont és a háromszög oldala közötti tartományban az erővonalak egy része a súlypont felé, egy rész pedig az ellenkező irányba halad. Ez lesz a másik egyensúlyi helyzet. Ha ismét a „Kézirajz-készítés” lehetőségét választjuk, megfigyelhetjük ahogyan az erővonalak kirajzolódnak. Ha ismét arra gondolunk, hogy egy-egy vonal hogyan rajzolódik ki, megállapíthatjuk, hogy az ebből a pontból kimozdított töltés nem tér vissza, ellentétben a súlypontból kimozdított töltéssel. Tehát ez a pont az instabil egyensúlyi helyzet egy típusa. A 8. ábrán halványabb, szürke színnel rajzolva látszanak mindkét egyensúlyi helyzet körül a „kézi erővonalak”.



8. ábra. A „Kézirajz-készítés” lehetőséget ad további erővonalak (szürke színnel) berajzolására, ezzel az egyensúlyi helyzetek stabilitásának vizsgálatára

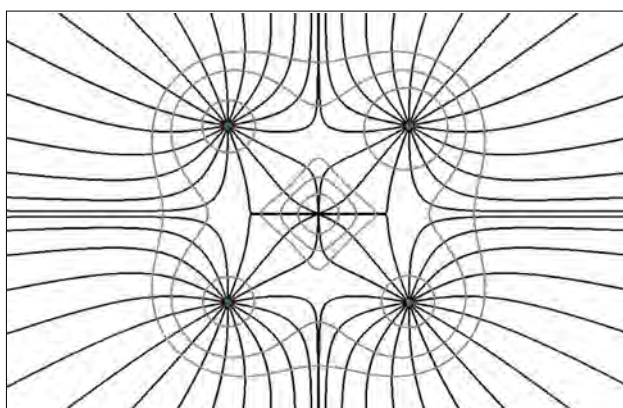
## Ekvipotenciális görbék rajzolása

A programmal igen egyszerűen rajzolhatjuk meg az ekvipotenciális vonalakat (9. ábra), melyeket számítással

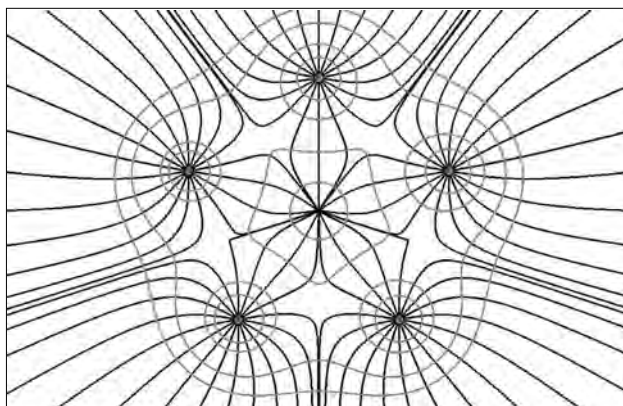


9. ábra. A három azonos nagyságú ponttöltés által keltett elektromos tér erővonalai és ekvipotenciális vonalai (szürke színnel)

meghatározni középiskolai módszerekkel lehetetlen küldetésnek tűnik. Ha a töltésekhez viszonylag közeli pontból indítjuk el a rajzolást, közelítőleg egy kört kapunk, a ponttöltésnél tanultaknak megfelelően. Azonban kicsit távolabbi pontból indítva a rajzolást, izgalmas alakzatokkal találkozhatunk. Az ekvipotenciális vonalak a szemünk láttára rajzolódnak ki, megfigyelhetjük, hogy mindenhol úgy „kanyarodnak”, hogy a térerősségvonalakra merőlegesegek legyenek.



10. ábra. A négyzet alakban elrendezett négy azonos nagyságú ponttöltés által keltett elektromos tér erővonalai és ekvipotenciális vonalai (szürke színnel)

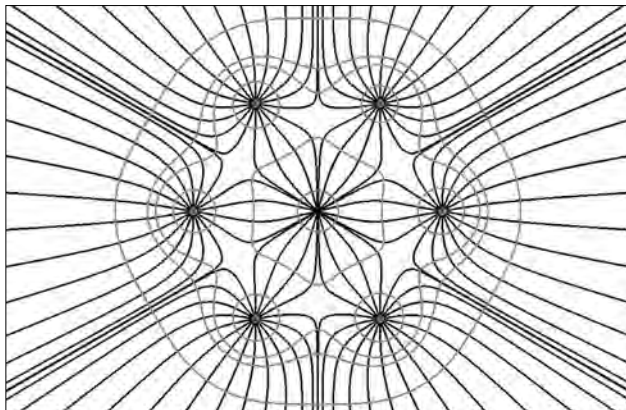


11. ábra. A szabályos ötszög csúcsaiban elrendezett öt azonos nagyságú ponttöltés által keltett elektromos tér erővonalai és ekvipotenciális vonalai (szürke színnel)

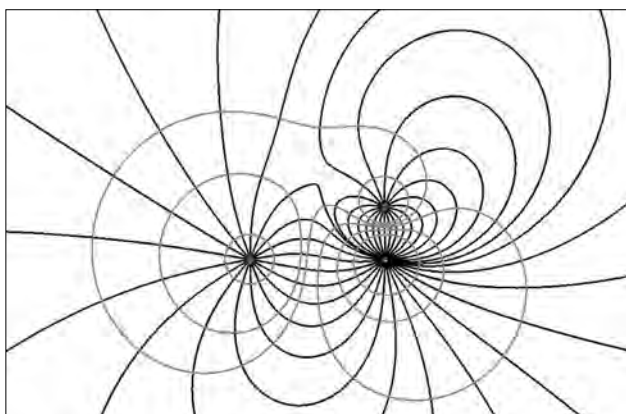


## További töltéselrendezések

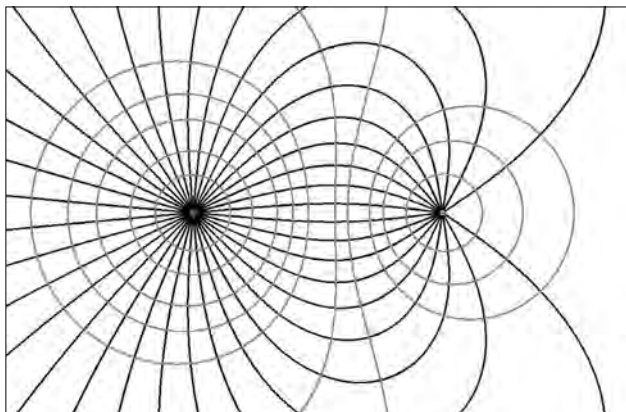
A programmal több töltéselrendezés elektromos terét vizsgálhatjuk, a töltések nagyságát, előjelét állíthatjuk. Például a szabályos sokszögek csúcsaiban elhelyezett azonos töltések keltette elektromos terek szerkezetét a 10–12. ábrák mutatják.



12. ábra. A szabályos hatszög csúcsaiban elrendezett hat azonos nagyságú ponttöltés által keltett elektromos tér erővonalai és ekvipotenciális vonalai (szürke színnel)



13. ábra. Két, 1-1 egységnyi pozitív és 2 egységnyi negatív töltés által keltett elektromos tér szerkezete. Az ekvipotenciális görbék szürke színnel rajzolva

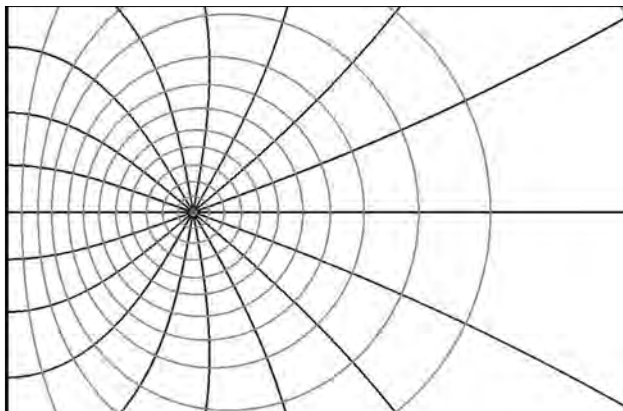


14. ábra. Egy 2 egységnyi pozitív és egy 1 egységnyi negatív töltés által keltett elektromos tér szerkezete. Az ekvipotenciális görbék szürke színnel rajzolva

Megfigyelhetjük az ekvipotenciális vonalak rajzolása közben, hogy ha csak kicsit mozdítjuk odébb a kezdő-pontot, egészen megváltozhat a kirajzolódó görbe.

A töltések nagyságát, előjelét is változtathatjuk, a 13–14. ábrákon látható egy-egy példa.

Az emelt szintű érettségi egyik feladata az ekvipotenciális vonalak kimérése egy ponttöltés és egy sík lap között kialakuló elektromos térben. A program ennek szimulálására is lehetőséget ad (15. ábra):



15. ábra. Szimuláció az emelt szintű érettségi egyik mérési feladatához

A program megírásával az volt az elsődleges célunk, hogy különböző töltéselrendezések esetén bemutatható legyen, milyen a kialakuló elektromos tér; egy szemléletes kép alakulhasson ki a diákokban. A program használata közben derült ki, hogy további, izgalmas, egyensúlyi kérdésekre is tudunk választ találni anélkül, hogy komolyabb matematikai apparátust kellene bevetni a tanórán.

Természetesen egy szimuláció nem helyettesíthet egy igazi kísérletet, az ismert búzadarás, ricinusolajos kísérletet érdemes elvégezni, ha rendelkezésre állnak a feltételek. Egy szimuláció alkalmazásánál mindig felmerül a kérdés, hogy jól van-e megírva, ténylegesen a valóságot szimulálja-e. A CouDraw program a legjobb tudásunk és szándékaink szerint íródott, amennyiben hibás működést tapasztalna a kedves Olvasó, úgy kérjük, vegye fel velünk a kapcsolatot.

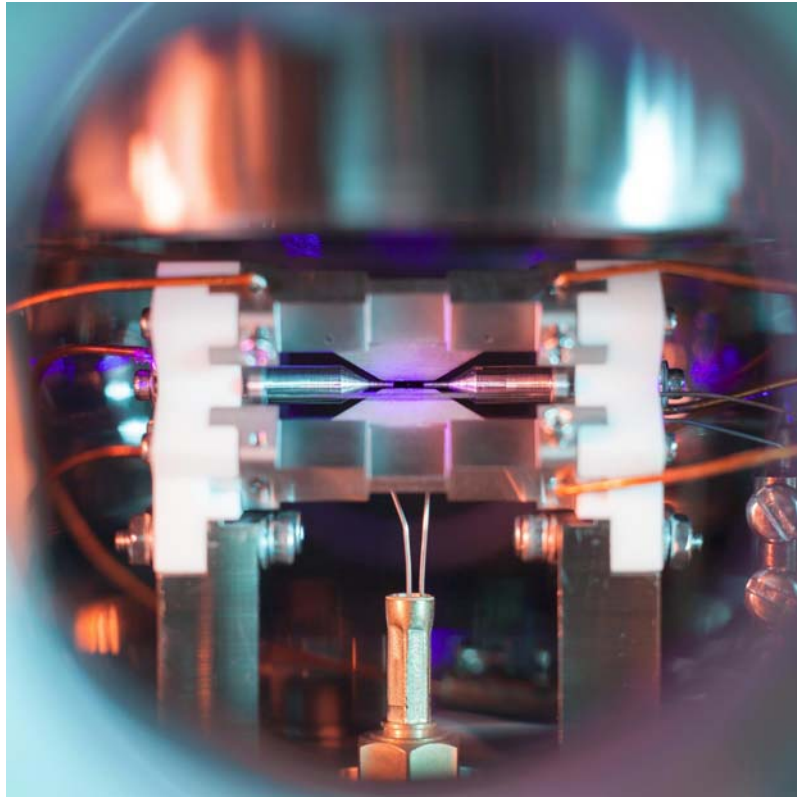
\*\*\*

A program a <https://www.szolda.hu/page.php?num=1004> címről tölthető le.

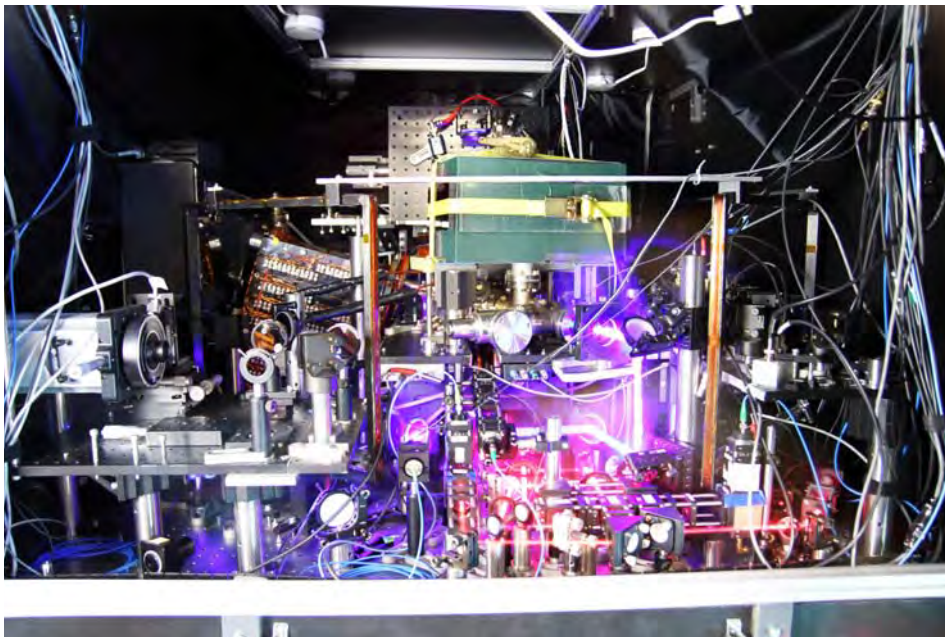


*Megjegyzés:* a kézirat leadása után további fejlesztés történt a programban. Az ábrák exportálásakor automatikusan létrejön egy újabb file, mely TeX-ben használható TikZ formátumú.

## Képek kvantumtechnológiai laboratóriumokból

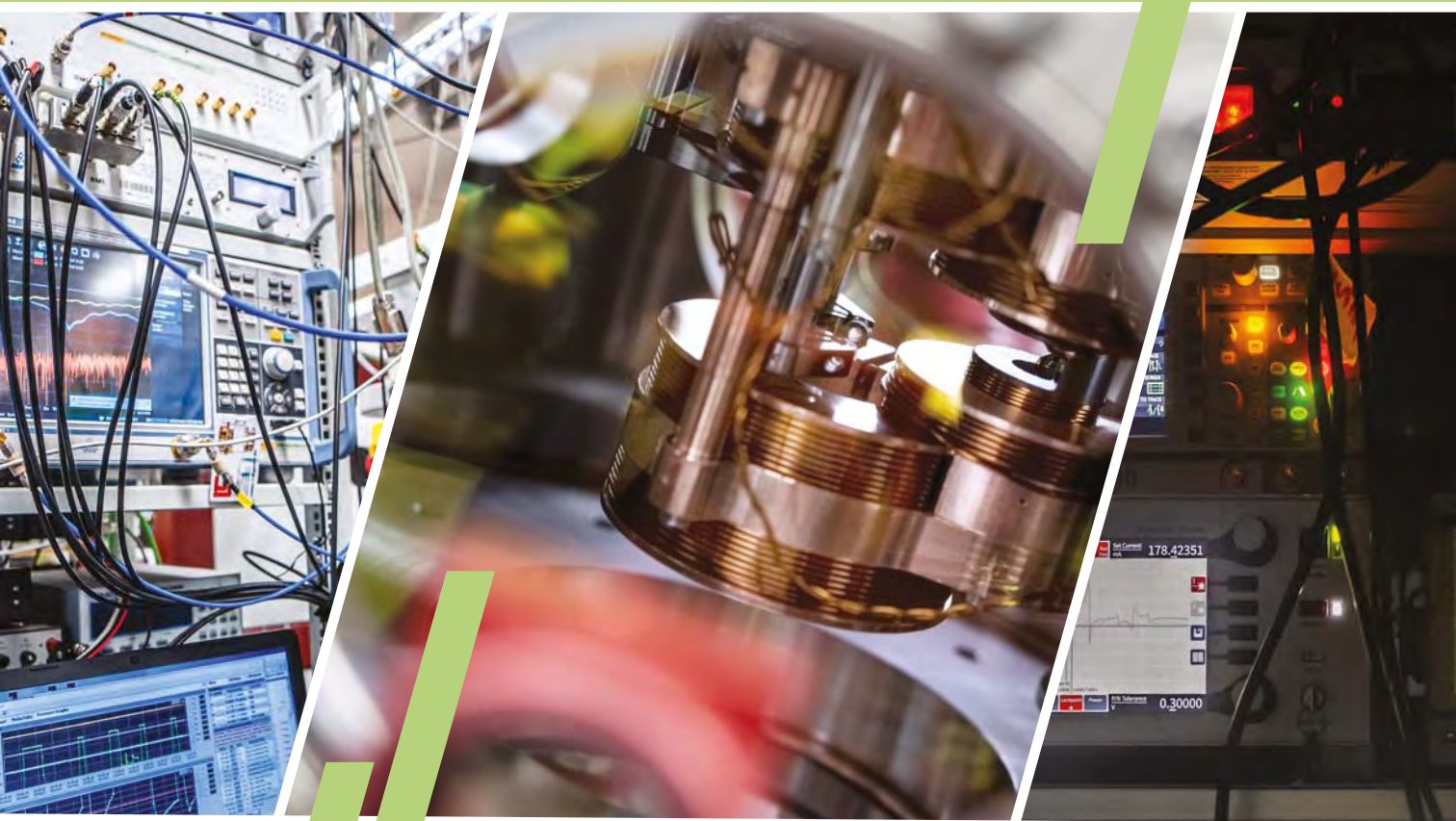


Egyetlen ion fluoreszcenciája az ioncsapdában. Az ion akár napokig a csapdatérfogatban tartható, miközben kvantuminformaticai vagy kvantummetrológiai műveleteket hajtanak végre rajta.  
*Forrás:* Ion trap quantum computing group, Department of Physics, University of Oxford



Hidegatom-sokasággal (stroncium-87) dolgozó kísérleti elrendezés. Ez a stronciumrács-óra jelenleg a világ legpontosabb atomórája, amely a másodperc optikai frekvenciára való átdefiniálásának egyik elsődleges jelöltje. *Forrás:* Ye Group, JILA

# KVANTUMINFORMATIKA NEMZETI LABORATÓRIUM



**Elérhetőség:**

E-mail: [qnl@wigner.hun-ren.hu](mailto:qnl@wigner.hun-ren.hu)

**Weboldal:**

[qi.nemzetilabor.hu](http://qi.nemzetilabor.hu)



NEMZETI KUTATÁSI, FEJLESZTÉSI  
ÉS INNOVÁCIÓS HIVATAL

AZ NKFI ALAPBÓL  
MEGVALÓSULÓ PROJEKT