fizikai szemle

2024/5

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Mathematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Mathematikai és Physikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.
Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, a Kulturális és Innovációs Minisztérium, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete

A folyóirat e-mail címe:
fsz_szerkesztok@elft.hu
A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

A folyóirat honlapja:
http://fizikaiszemle.elft.hu

A címlapon:
Négydimenziós kalandozások Schrödinger macskáival
(Stonawski Tamás festménye)

TARTALOM

A FIZIKA TANÍTÁSA – TEMATIKUS BLOKK

MEGEMLÉKEZÉS

KÖNYVESPOLC

~ · ~ · ~ · ~ · ~ · ~ · ~ · ~ · ~ · ~ · ~

TEACHING PHYSICS

COMMEMORATION

BOOKREVIEW

Fizikai Szemle
MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT
megjelenését támogatják:

Kulturális és Innovációs Minisztérium
Nemzeti Kulturális Alap
OTTHON, VÁROS FERENCVÁROS
A FIZIKA BARÁTAI

A FIZIKA TANÍTÁSA A SZEMLÉBEN

Bizonyára szembetűnt a *Szemle* olvasóinak, hogy az utóbbi számokban egy-egy tematikus blokk szerepel. Egy ilyen blokk általában 3–5 egymáshoz tematikusan kapcsolódó cikket tartalmaz, amelyeket a vendégszerkesztők egy rövid összefoglaló írása vezet fel. Az idei évben volt szó *Krausz Ferenc* Nobel-díjának hazai vonatkozásairól, szerepeltek cikkek az ásványtan témaköréből, és tisztelegtünk a tavaly 90 éve született *Gyulai József* tudományos eredményei előtt is. A második kvantumos forradalmat bemutató blokk után, a mostani, májusi szám a fizika tanítására fókuszál. Itt változatos témák és tanítási módszerek közül válogattunk.

Oláh Éva Mária és *Stonawski Tamás* írása a STEM- (Science, Technology, Engineering, Mathematics) pedagógia és a STEAM- (Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics) pedagógia alkalmazásáról szól a fizika tanításában. *László István* a híres nottinghami molnár és matematikus-fizikus George Green életéről és az általa bevezetett és a vektoranalízisben széles körben használt Green-függvényről ír. *Schnider Dorottya* és *Hömöstrei Mihály* a kompetenciafejlesztő fizikatanítás egy példájáról, az Arduino mikrokontrollerrel végzett vezetőképesség-vizsgálatnak egy fizikaórai projekt keretében történő alkalmazhatóságáról ír. Az Arduino további lehetséges fizikaórai alkalmazásairól szól *Csatári László* írása is.

A „Megemlékezés” rovatban az Apolló-expedíciók során használt holdjáró autó fejlesztőjéről, Pavlics Ferencről és fizikatanáráról, Varga Árpádról olvashatunk. A cikk egyik szerzője, Radnai Gyula 85 éve született, őrá emlékezünk ezzel az írással. Ugyancsak tanítási érdekességű a téridő-geometriáról szóló szakkönyv recenziója is.

A mostani tematikus blokkhoz kapcsolódó címlapképet *Stonawski Tamás* főiskolai docens és festőművész készítette, aki a blokk egyik cikkét társszerzőként is jegyzi. A 100 × 80 cm méretű vászonra festett olajkép címe „Négydimenziós kalandozások Schrödinger macskáival”. Az absztrakt kompozíción mindenki érdeklődéssel keresheti azokat a jeleket, melyek egy-egy macskára utalhatnak. Ugyancsak Stonawski Tamás alkotásai díszítik a *Szemle* hátsó, belső borítóját is. Itt egy-egy ország fővárosának emblematikus épületei mellett az adott ország fizikatörténetének meghatározó személyiségei szerepelnek. Ezek a képek egy nagyobb, tizenkét képet tartalmazó festménysorozat elemei. A sorozat megvalósulásáról idézünk.

KÉPES FIZIKA

Barátjának, Pénzes Ottónak, az intézmény vezetőjének korábban tett ígéretét betartva, már egyetemi oktatóként vállalta el 2018-ban dr. Stonawski Tamás a mátészalkai Képes Géza Általános Iskolában a fizika tantárgy tanítását. Egy pedagógusközpontú intézményben, ahol a többségében nehéz sorsú diákok elé kizárólag kiemelkedő emberi és szakmai kvalitásokkal rendelkező tanítók, tanárok állhatnak, megvalósulhatott egy régi álom. A tizenkét alkotásból álló Képes Fizika tárlat – ami valójában egy illusztris tudománytörténeti tabló – rendszerezve, rendkívül magas művészi szinten tárja a gyerekek elé mindazokat az eredményeket, amelyeket az emberiség az évezredek során elért.

Ez az állandó kiállítás része annak a Stonawski tanár úr által elképzelt és létrehozott, kék színben pompázó szaktanteremnek, amelybe lépve – sokszor Jean Michel Jarre és Vangelis zenéjét hallva – úgy érezheti az ember, hogy a teljes univerzumban jár. Alatta, fölötte az aranyló csillagképek, a naprendszer bolygói, a Foucault-inga és sok más gépezet, eszköz és szerkezet, ami a tudomány varázslatos világát tárja a tanulók elé. Ezt a világot mutatja be élményszerűen, és erről a világról írta „Trükkös fizika” címmel nagy népszerűségnek örvendő, Öveges professzor szellemiségét megidéző könyvét Stonawski doktor, újabb és újabb híveket szerezve a fizika tudománynak – de reménye szerint a képzőművészetnek, a kreatív, innovatív gondolkodásnak, és általában a műveltség eszményének a rendkívül fogékony kiskamasz korosztályból.

A festménysorozatról mérethű reprodukciók is készültek, melyek évek óta járják az ország iskoláit. A szerzőnél jelentkezve (stonawski@gmail.com) lehet a vándorkiállítás képeit elérni; a szállítást kell csak megoldani. A képek alapján projektmunkák, előadások, vetélkedők jöttek létre, az iskolák kreatív módon használják az alkotásokat.

Az ELFT 2024. május 25-ei küldöttgyűlésen a részt vevő tanárkollégák számára egy-egy tiszteletpéldányt nyújtunk át ebből a számból azzal a kéréssel, hogy hazatérvén iskolájukba az újságot bocsássák más érdeklődő olvasók rendelkezésére.

A STEM- ÉS STEAM-PEDAGÓGIA A FIZIKAOKTATÁSBAN

Oláh Éva Mária[1,2], Stonawski Tamás[3]
[1]HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont, Budapest
[2]Bozzay Pál Német Nemzetiségi Nyelvoktató Általános Iskola, Zánka
[3]Nyíregyházi Egyetem Fizika Csoport, Nyíregyháza

Bevezetés

A STEM- (Science, Technology, Engineering, Mathematics) pedagógia eredetileg kizárólag a reáltudományokra összpontosított, azonban idővel felismerték, hogy a kreativitás szempontjából valami hiányzik belőle. Észrevették, hogy bár a tudósok, mérnökök és matematikusok rendelkeznek kreatív képességekkel, a művészetek inspiráló ereje még hatékonyabbá teheti munkájukat. Ennek eredményeként alakult át a STEM-pedagógia STEAM-pedagógiává (A = Arts). Fontos hangsúlyozni, hogy a kreativitás nem kizárólag a művészetek privilégiuma. A természettudományokban is elengedhetetlen a kreativitás, például amikor komplex problémákat kell megoldani. A STEAM-megközelítés célja mind a művészetek, mind a tudományok területén felismerni és összekapcsolni a kreativitás különböző megnyilvánulásait, ezzel gazdagítva a tanulást és a fejlődést. A STEAM a Természettudomány, a Technológia, a Műszaki tudományok, a Művészet és Design és a Matematika összefoglalása. A STEAM egységgé szövi őket, az egyes tantárgyakat nem külön-külön tanítjuk.

A STEAM lényege a gyakorlatokon keresztül történő tanulás, amellyel felkeltjük a kíváncsiságot, az érdeklődést. A rácsodálkozás és a felfedeztetés segítségével érjük el a gyakorlati úton való tanulást. Nem elég csak elméleti ismereteket szerezni a természettudományokról vagy a matematikáról; afelé kell elmozdulni, hogy diákjaink értelmes módon, ténylegesen is tudják alkalmazni a tanultakat. A STEAM-tanulás középpontjában az együttműködés áll, miközben felkeltjük az érdeklődést és a kíváncsiságot.

A 21. században a legtöbb munkahely élethosszig tartó munkát, tanulást követel, ahol az egyénnek az alkalmazkodás mellett képesnek kell lennie az innovatív gondolkodásra is. Folyamatosan változó világunkban a STEAM-tevékenységek segítenek az igényeknek megfelelő alapvető készségek fejlesztésében. Ezek a kompetenciák kulcsfontosságúak az egyének felkészítése során, hogy később megállják helyüket munkahelyeiken, de a mindennapi életben is alapvető elvárás a kreativitás és az innováció. Bár nem tudjuk, hogy a diákok élete miként alakul a jövőben, a legfontosabb készségek megszerzésével segíthetjük őket az ismeretlen helyzetekben való boldogulásukban – miként alkalmazzák tudásukat és készségeiket a való világban [1]. Tanulmányunkban szeretnénk bemutatni pár ötlettel, miként lehet a mindennapos tanítás során ötvözni ezeket a STEAM-területeket. Az itt bemutatott jó gyakorlatok a STEAM-pedagógia módszertani, szemléleti és intézményesülési példái.

Zenefizika

A hang az életünk része, és akkor is munkálkodik bennünk, ha nem vagyunk annak tudatában. Hangokat hallunk, amikor beszélünk, zenét hallgatunk vagy éppen a természetben sétálunk. A hangok különleges érzéseket keltenek bennünk, segítenek kommunikálni és az érzelmeinket kifejezni. Azonban a hang sokkal több, mint pusztán a hanghullámok szuperpozíciója. A hang kulturális, művészeti és tudományos jelentőséggel is bír. A zenei hangok kiváló hangszereken megszólaltatva az emberi kreativitás és művészeti kifejezőképesség csúcsait képviselik. A természetben élő állatok és növények képesek kommunikálni olyan hangok segítségével is, amelyet az emberi fül nem képes érzékelni. Cikkünkben bemutatjuk az emberi kreativitás és fenntarthatóság

Dr. Oláh Éva Mária 2018-ban sikeresen védte meg PhD-fokozatát a fizika tanítása témakörben. 2021 óta kutatótanári minősítéssel matematikát és fizikát tanít egy általános iskolában, és tehetséges középiskolásoknak szervez kutatási lehetőségeket a HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpontban. Egyik kutatási területe a STEM- és STEAM-pedagógia szakmódszertanának a fejlesztése.

Stonawski Tamás a Nyíregyházi Egyetemen főiskolai docens. Doktori címét 2016-ban az ELTE Fizika Tanítása doktori programjának keretében szerezte. Kutatási területe a digitális média alkalmazása a tanulói kreativitás, problémamegoldás és önálló kísérletezés fejlesztésére az általános és középiskolában.

összefüggéseit a hulladéktárgyak felhasználásával készült hangszerek példáján keresztül.

Bolygómozgás

A fizikai törvények tanításakor a diákok meglepődve fogadják, ha egy tanár énekel vagy valamilyen hangszeren játszik. Ezt a fajta érdeklődést sok esetben fel tudjuk használni újszerű tanulási folyamatok során. Zenei analógiákkal például be lehet mutatni azt is, hogy a Naprendszer bolygói Kepler törvényeinek megfelelően miként mozognak pályáikon. Az *1. ábrán* látható zenei kotta 1619-ből származik, amelyen Johannes Kepler *Harmonice Mundi* című munkájából az általa ismert 6 bolygó kozmikus szimfóniájának részlete látható. A bolygók Naptól való távolsága, pályájuk mérete, alakja (excentricitása) és az ebből fakadó sebességváltozása meghatározza, hogy milyen hangok rendelhetők mozgásukhoz, így minimális zenei ismeretek birtokában is egy izgalmas módszerrel ismerhetjük meg és fedezhetjük fel azt a csodálatos rendszert, amelyben Földünk is található.

1. ábra. Kepler Harmonice Mundi című művének 5. könyvéből (1619)

A Naprendszer bolygói a körtől különböző mértékben eltérő ellipszispályákon keringenek a pálya egyik fókuszpontjában elhelyezkedő csillag körül, emiatt állandóan változik a Naptól mért távolságuk (kivéve a Vénuszt, aminek a pályaexcentricitása igen kicsi). Közben változik a rájuk ható gravitációs erő nagysága is, amit csak úgy tud a test kiegyenlíteni, ha a bolygó nagyobb vagy kisebb sebességgel mozog. Ennek eredményeképpen bolygóink különböző „dallamokat” játszanak le a Nap körüli keringésük során [2]. Egy ilyen példa során a diákok megérthetik azt, hogy a Vénusz, amely mindig azonos hangon „énekel”, egy körpályán mozog, így a sebessége napközelben és naptávolban is azonos, és mivel a hangmagassága alacsonyabb, mint a Merkúr bolygóé, azt is kitalálhatjuk, hogy távolabb van a Naptól.

Hangszerbarkácsolás

A diákok a hallott dolgokat könnyen elfelejtik. „Tell me and I will forget” (mondd, és én el fogom felejteni) – a látottakat talán kicsit jobban megértik: „show me and I may remember” (mutasd meg és jobban emlékezem). Sőt, igazából az úgynevezett „hands-on, mind-on” tanulással érhetünk el hosszú távú eredményeket. „Involve me and I will understand” (ha csinálhatom, akkor megértem). Nagysikerű projektfeladat a fiatalabb, de még az idősebb tanulók számára is, amikor hangszereket készítünk kis költségvetéssel, a háztartásban található tárgyakból, hulladékokból – a fenntarthatóságot is előtérbe helyezve. Ezeket a lakásokban megtalálható tárgyakat zenélésre is használhatjuk, és a művészi élményen túl a hangszerek tudományos hátterével is megismerkedhetünk. A fizika törvényei a gyakorlat során értelmet nyernek.

A zenei hangot a frekvencián kívül a hanghullám hosszúságával is jellemezhetjük. A hullámhossz és a frekvencia között a következő összefüggés adható meg: $c = \lambda \cdot f$, ahol c a hanghullám adott közegbeli terjedési sebessége, λ a hullámhosszúság, f pedig a hang frekvenciája. Elemi matematikai ismeretekkel is észrevehetjük, hogy állandó terjedési sebesség mellett a hullámhossz és a frekvencia között fordított arányosság van. Gyakorlatban ez azt jelenti, hogy nagyobb hullámhossznál (hosszabb a levegőoszlop vagy alacsonyabb a vízoszlop az üdítős flakonokban) kisebb a frekvencia, amely alacsonyabb zenei hanggal egyenértékű. A diákok a projekt során több saját készítésű hangszer megszólaltatásával megtapasztalják a frekvencia és a hangmagasság közötti kapcsolatot. Eltérő mennyiségű vízzel megtöltött üdítős üvegek fújással, illetve különböző méretre levágott műanyag csövek ütögetéssel szólaltathatók meg *(2. ábra)* [3]. A víz- és levegőoszlopok megmérésével meghatározhatók a hullámhosszok, a hangmagasság révén pedig a frekvenciák. A diákok cselekvő aktivitásán keresztül, művészeti kapcsolatok bevonásával élménytelibb és maradandóbb tudás birtokába juthatnak, ami a STEAM-pedagógia lényege.

Ha a zenei hangokhoz különböző színeket is rendelünk, akkor komolyabb zenei ismeretek nélkül is tudunk kottát olvasni, az úgynevezett „szivárványkották” segítségével. A dallamokban szereplő zenei hangokat színek

2. ábra. Üdítős flakonok meghatározott magasságokban vízzel megtöltve, valamint PVC csövek adott hosszúságokra levágva

3. *ábra.* Középiskolás diákokból álló zenekar

helyettesítik, amelyekkel a házi készítésű hangszereinket is megjelöljük [4].

További, a háztartásban is megtalálható hulladékok (petpalackok, üvegek stb.) segítségével akár vizet töltve beléjük, akár a bennük lévő levegőt használva, igen olcsó és környezetbarát hangszereket tudnak a gyerekek készíteni. A diákok a saját készítésű hangszerek által értő tanulási folyamaton mennek keresztül, amely során nemcsak a tananyagot sajátítják el sokkal mélyebben, hanem maguk is innovatív ötletekkel állhatnak elő; társaikkal, tanárukkal együtt fejleszthetik a projektet. Az attitűd, az érdeklődés és a motiváció jelentősen növekszik, a zene által kifejtett hatás az elmére és az érzelmekre is kihat. Egy diákokból összeállított zenekarnak csapatépítő hatása is van. Látható, hogy milyen jókedvűen, örömmel zenélnek egyszerű hangszereiken *(3. ábra)*.

A hangszerek készítésének első lépcsője az, hogy ismerjék meg a tanulók a hangképzés különféle módszereit, például fúvós hangszereknél az ék, tölcsér vagy rezgőnyelves típusokat. A rezgőnyelveknél a nyelvek periodikus mozgása kelti a hangot. Az ilyen elven működő könnyen elkészíthető hangszer a „szívószálharsona”. A rezgőnyelveket ollóval és fogóval alakítottuk ki, majd egy vastagabb szívószál segítségével a harsonához hasonlóan tudtuk a hangszer csövének hosszát változtatni, ezzel értük el a különböző frekvenciákat, így a dallamokat. Az ék típusú hangszer a befúvott légáramot osztja ketté, melynek során periodikus örvényáramok keletkeznek. A KPE-csövekből kitűnő furulya és tilinkó készíthető. A megfelelő helyre fúrt lyukak alkalmassá teszik a hangszereket a jól hangolt együttesben való játékhoz, az oktávváltó alsó lyuk helyett a légáram növelésével tudjuk a frekvenciát duplázni.

4. *ábra.* Saját készítésű tölcsér és ék típusú hangszerek

A *4. ábrán* látható tölcsér típusú hangszerek fúvókáját 3D nyomtató segítségével készítettük, amihez közönséges slagot és petpalack-tölcsért illesztettünk. Itt az ajkak rezgései keltették a hangot, amit a hangszer teste felerősített. A legnagyobb hangteljesítményt ezekkel az eszközökkel sikerült elérni.

A hang inter- és transzdiszciplináris lényege az emberi kultúra szerves részét képezi, különböző területeken megtalálható és befolyásolja az életünket. Fizikai alapjai az akusztika területén gyökereznek, ahol a hanghullámok terjedése és tulajdonságai vizsgálhatók. A zene területén a hangok a zenei skálákban és a ritmusban kapnak kifejezést. A technológia révén a hangtechnika és hangrögzítés lehetővé teszi az élőzenei élmények rögzítését és megosztását. Pszichológiai szempontból a hangok mély hatást gyakorolnak az érzelmeinkre. A matematika által a hangmagasság és a ritmus megragadható és analizálható. A festészetben és az irodalomban is megjelenik a hangnak az inspiráló és kifejező ereje, amely az ihlet egyik forrása lehet.

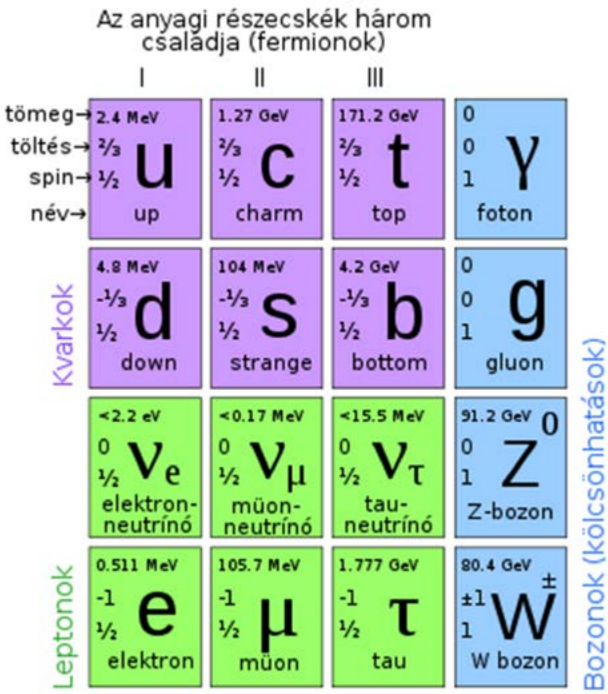
Részecskefizika

A modern fizika részecskefizika fejezete a mikrovilág felfedezésével, tulajdonságaival és az erről szerzett ismereteink alkalmazási területeivel foglalkozik, de ez a diákok és a hétköznapi emberek számára is szinte felfoghatatlan, hiszen alkotóelemei szemmel nem láthatók, mérettartománya tipikusan 10^{-18} m alatti. Emiatt az iskolában a tanárnak is nagyon nehéz feladata van; a folyamatokat nem tudja szemléltetni, pedig a 21. században a szubatomi részecskék ismerete már elengedhetetlen, mivel az ezekhez kapcsolódó felfedezésekről már több évtizede tudunk.

A részecskefizika Standard Modellje az alapvető kölcsönhatásokat, valamint az elemi részecskéket leíró elmélet. Az eddigi kísérletek igazolták a fizikusok korábbi jóslatait. Mengyelejev periódusos rendszeréhez hasonlóan a Standard Modell táblázata is áttekinthető, rendezett formában foglalja össze az alapvető elemi részecskéket *(5. ábra)*.

Kvarkkockák

Az a legnehezebb tehát ebben a témakörben, hogy egy láthatatlan mikrovilág rejtelmeibe szeretnénk bepillantást nyerni, és az ott zajló folyamatokat megérteni. A



5. ábra. A Standard Modell „periódusos rendszere”

könnyebb megértés céljából jelent meg egy oktatási segédanyag, amely a fizika tantárgyon belül, a részecskefizika fejezethez lett tervezve, de több más témakörrel, tudományterülettel, tantárggyal is szoros kapcsolatban áll [5]. A XXI. században már köztudott, hogy a proton és a neutron nem elemi részecske, hiszen van belső szerkezetük. Ennek bemutatására egy nagyon ötletes és szemléletes módszer a részecskék papír vagy fakockákkal való modellezése. A kvarkkockák készítésével és használatával a mikrovilágban zajló folyamatok megértését növeljük az önálló, tevékeny tanuláson keresztül [6]. A kvarkkocka játék előtt már foglalkoztak a téma játékos feldolgozásával 2008-ban Csörgő Tamás, Csörgő Judit és Török Csaba által tervezett részecskés kártyajáték keretein belül is. A kártyapakli lapjai kvarkokat és leptonokat ábrázolnak, és többféle játék is játszható velük, figyelembe véve a fizika jelenleg ismert törvényszerűségeit.

A részecskefizikában a fizikusok három csoportba sorolják a részecskéket, csoportonként négy részecskével, ahogyan az *5. ábra* is mutatja. A csoportok – a nyelvünkön családok – négyesével függőlegesen állnak, de valójában a hatos a bűvös szám, hiszen hat kvarkot, antikvarkot, leptont vagy antileptont ismerünk. Kézenfekvő volt tehát egy kockát készíteni, amelynek mind a hat oldalára különböző fogalmakat tüntethetünk fel, és ezekkel játékos feladatok során ismerhetjük meg a részecskefizika alapvető, középiskolában is tanítható fejezeteit. A legfontosabb valójában a játék, a kreativitás és az úgynevezett „hands-on, mind-on” módszer, amely szerint nemcsak elméleti úton tanulnak a diákok, hanem maguk is alkotó részesei lesznek a folyamatnak – így az elkészítéssel járó hosszabb időtartam alatt mélyebben rögzülnek a fogalmak, összefüggések. A kockakészlet elkészítése nagyon egyszerű és kis költségvetésű. Csupán színes kartonpapírokra, (hungarocell) töltőanyagra, ollóra, ragasztóra, festékre és filctollra van szükségünk. A diákok a sok-sok elemből álló modellkészlet készítése során játszva tanulják meg a fogalmakat, rögzítik a törvényszerűségeket *(6. ábra)*.

Részecskefizika-szakkör

Először mindenképpen a Démokritosz által kimondott *atomos* (oszthatatlan) fogalmat érdemes a modellkockák segítségével eloszlatni, és azt, hogy a proton és a neutron elemi részecske, mint ahogy még ma is több tankönyvben így szerepel [7]. Elemi részecske alatt azt értjük, hogy nincs belső szerkezete, nem bontható fel kisebb összetevőkre. Az RGB (piros, zöld, kék) kockák a nukleonokat alkotó valenciakvarkok lesznek, az angol elnevezésüknek megfelelő kezdőbetűket az oldalakra írjuk (tetszőleges szín-név, azaz szín-íz kombinációk előfordulhatnak). A hungarocell-kukacok modellezik az erős kölcsönhatás közvetítő részecskéit, amelyek összetartják az azonos töltésű nukleonokat, és a kvarkok között is hatnak; tulajdonképpen olyanok, mint egy szuperragasztó.

6. ábra. Készülnek a kvarkkockák

Azt illetően, hogy miért éppen olyan színűek a kockáink amilyenek, elég csak az alapösszefüggéseket megemlíteni a tanulók számára. A kvantum-színdinamika nagyon nehéz fejezet, magasabb szintű matematikai ismeretekre lenne szükség a megértéséhez, ezért a középiskolában elég csak a legegyszerűbb szabályokat rögzítenünk. A természetben csak fehér színű hadron létezik, amely előállítható három alapszínből vagy két színből is, de akkor egy színhez a részecske saját antiszínét kell párosítani. Ehhez használhatjuk az optikában tanult additív színkeverés analógiáját – ahogy magának a kvantum-színdinamikának a megalkotói is tették. Egy másik, későbbi feladathoz a már feltüntetett kvarkízek mellé a kvarkok elektromos (tört) töltéseit is ráírjuk a kockákra. Újabb szabályt fogalmazunk meg, miszerint, ha három kvarkból áll egy részecske, barionnak, ha egy kvarkból és egy antikvarkból, akkor viszont mezonnak nevezzük.

Következő lépésként a színtöltést is figyelembe kell venni, hiszen a Pauli-elvnek itt is teljesülnie kell. Eszerint két részecske nem lehet azonos kvantumállapotban, és ha mégis egyeznek a kvantumszámok, akkor legalább színtöltésükben kell különbözniük. Csoportos, tevékeny feladatok során a diákok sokkal könnyebben, játszva jegyzik meg ezeknek a nehéz, szokatlan fogalmaknak a nevét és jelentését. További érdekes feladat lehet a kvarkok elektromos töltésének megtanulása után a barionok és a mezonok elektromos töltésének meghatározása is. De akár az antianyagok világába is betekintést nyerhetünk azáltal, hogy az antirészecske fogalmát is elmagyarázzuk a kockák segítségével. Ekkor speciális, úgynevezett antikvark kockákat készítünk és használunk a modellezéshez.

Gasztro-részecskefizika

Az absztrakt matematikai formalizmusra épülő részecskefizikai ismereteket „emészthető formában” is tálalhatjuk az érdeklődő diákok számára. Akár gasztronómiai alkotásokkal is felkelthetjük diákjaink érdeklődését a mikrovilágban zajló folyamatok iránt. Ismét STEAM-pedagógiai módszerek segítségével próbáljuk megközelíteni az elvont, nehezen megérthető részecskefizikai ismereteket.

Miért ne lehetne egy játékos és egyben „jóízű” projekttel közelebb vinni a diákokhoz e témakört? Több esetben is kipróbált és nagy sikernek örvendő módon, a mikrovilág láthatatlan részecskéit nemcsak papírkockákkal modellezhetjük, hanem édes, ehető összetevőkből is készíthetünk például hadronokat. Ehhez a gasztronómiai mint művészeti projekthez muffinokat állíthatnak össze a résztvevők, amelyeket a tanulási folyamat végén közösen el is fogyasztanak. Itt is lényeges szerepet kap az aktív tanulás, az attitűd kialakítása, a szemléletesség és a kreativitás. A *7. ábrán* látható hadronmuffinokon a kvarkok ízeinek helyesen megválasztott típusai mellett az őket összetartó erős kölcsönhatás részecskéinek, a gluonoknak is megfelelőek a szín-antiszín kombinációik.

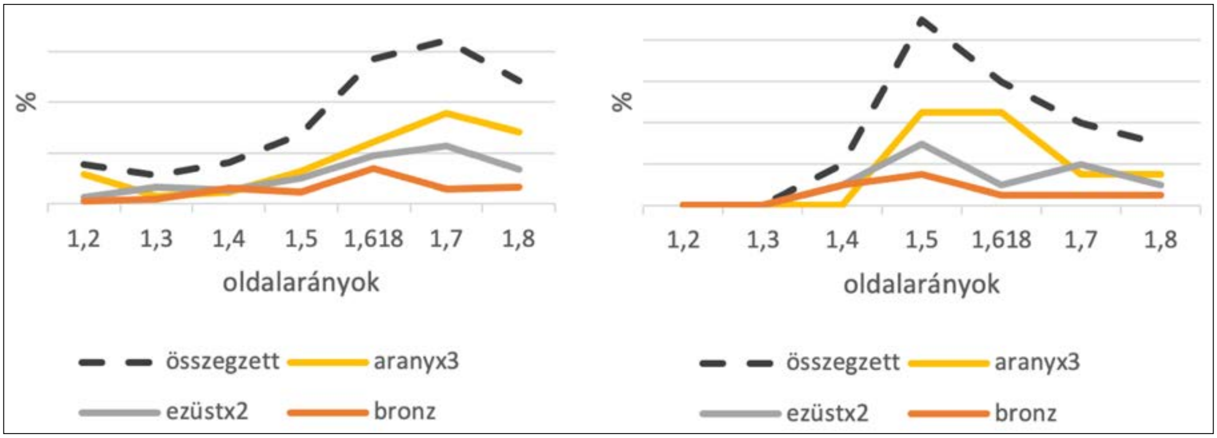
7. ábra. Az elkészített hadronok ehető kvarkokkal és gluonokkal

Aranymetszés

Az aranymetszés (arany- vagy isteni arány) az egyszerű arányokkal ellentétben igen nagy utat járt be a kultúrtörténetben az ókortól kezdve napjainkig. Helye van nemcsak a matematikában, hanem a természettel kapcsolatos tudományokban és a művészetekben is [8]. A természet tanulmányozása során gyakran bukkantak erre az arányra mint az egész és a részek harmóniájának jellemzőjére, a művészetekben pedig a profán szimmetria harmonikus megbontásának eszköze volt. Az aranymetszés a hithez és a vallásokhoz kapcsolódva ezoterikus írásokban is megjelenik, ahol a tudomány módszerei már nem kívánatosak. Az aranyarány sokszínű előfordulása miatt felmerül a kérdés, hogyan is vezessük be a fenti arányt az iskolában. Hogyan találkozzanak először diákjaink ezzel a temérdek irodalommal rendelkező kérdéskörrel?

Mint felfoghatatlan, de követendő isteni arányt, vagy inkább egy megközelíthető, kiszámítható, de ugyanakkor környezetünkben, sőt testünkön is tetten érhető szükségszerűséget? A téma egy lehetséges kísérleti feldolgozása során a tanulók átélhették az aranymteszés esztétikával való kapcsolatát. A Φ-vel jelölt arány első írásbeli nyoma Euklidesz *Elemek* című művében (kb. i.e. 300) szerepel, ahol a szerző az ötszög szerkesztésének egyik lépéseként említi. Különösebb jelentőséget csak jóval később nyer az addig szélső és közbülső arányként ismert probléma: a XV. század végén Luca Pacioli *Divina proportione* műve alapján. Teóriája alapján az egzakt matematikai formulában általános természeti törvényt láttat meg. Írásában a világ teremtett rendje és a művészi szépség matematikai szabálya látszik megfogalmazódni. Gondolatmenetéből világosan körvonalazódik: az arány alapján biztosított a lehetőség a műalkotások és a művészek objektív „osztályozására” is.

A világ harmóniájának képletét Kepler is lelkesen kereste. Ő úgy hitte, hogy az akkor ismert hat bolygót (Merkúr, Vénusz, Föld, Mars, Jupiter, Szaturnusz) hordozó szférák (gömbök) közé a szabályos testek illeszthetőek be sorban. Kepler az aranymetszésben a végtelen folyamatú újjánemzést látta: „ez a mértani arány lehetett, úgy vélem, a Teremtő ideája a hasonló hasonlóból való nemződésének bevezetésére”. Ennek az elvnek felelnek meg a kristályok fejlődésének egyes szakaszai is, amikor az elemi kristálycellák arányai megegyeznek a makroszkopikus kristálytest arányaival. A kristálycellát



8. ábra. Balra a 375 elemű, jobbra a 8 elemű mintás szavazás súlyozott eredményei

kialakító fizikai törvényszerűségek a makroszkopikus test nemcsak formai, de egyéb fizikai-kémiai tulajdonságait (anyagi minőségét) is meghatározzák, míg a kristályhibák a környezet befolyásoló hatását mutatják.

A növényvilágban is találunk önhasonló fajokat (pl. murok), vagy a Fibonacci-sorozatnak megfelelő levél-, szirom- és terméselhelyezkedést (pl. napraforgó, pagodakarfiol), de a növények esetében nyilvánvalóan még jelentősebb a környezet hatása, így az ideálistól való eltérés; a hibák száma lényegesen nagyobb, mint a kristályoknál. Az állatvilágban leggyakrabban emlegetett példa az aranymetszés kapcsán a nautiluspolip és az ötkarú csillag. Növekedésükre jellemző a nem szigorú értelemben vett aránytartás, de az állatvilág meglehetősen erős környezeti befolyásoltsága sokkal mélyebb nyomokat hagy az egyes fajok fejlődésénél, mint a növénypopulációkban. A nautilus-héjforma és annak matematikai leírása *Descartes* érdeklődését is felkeltette. Dirac szerint a fizikai törvénynek matematikailag is szépnek kell lennie, Leibniz szerint pedig a világunk minden világok legjobbika.

Az emberi testről és a téglalapok arányairól

Az emberi faj sokféleségét a genetika és a történeti tényezők sorozatai határozták meg napjainkig. Az emberi test igen bonyolult felépítésű, ebből következően az arányítások lehetőségének száma is rendkívül nagy. A testalkat sokfélesége főként genetikai okokra vezethető vissza.

A harmonikus testarány és a szépség fogalma már az ókori görög szobrászoknál is összekapcsolódott, hiszen nem teljesen valóságos modellek után, hanem bizonyos képletek alapján is alkották az ideális férfiakat és nőket ábrázoló szobraikat. Természetesen egy matematikai arány önmagában nem lehet szép, inkább valamiféle megnyilvánulása okán nevezhetjük annak. Talán oly módon keresendő, hogy az említett arány elsőbbséget élvez más arányokkal szemben, például praktikussági szempontok alapján mérlegelve éppen az egyszerűségéből fakadóan: „kevesebb utasítással adható meg”, „kevesebb kiindulási adat szükséges hozzá”. Az aranymetszésre ez igaz, hiszen nem kell konkretizálni az arányt, mint mondjuk, 1 : 2, hanem a két rész viszonyát az egészre vonatkoztatja.

A természet sok esetben választja a kevesebb utasítással kivitelezhető folyamatokat, de ez semmiképpen sem bizonyító erejű arra nézve, hogy csak az aranymetszés lehet a szépség kiemelt aránya. Az a gondolat, hogy az aranyarány esztétikai jelentéssel bír, Adolf Zeisingtől (1854) származik, Gustav Fechner pedig 1876-ban elvégzett kísérletében az „aranymetszés” pszichológiai jelentőségét célozza meg. Fechner kísérletében nem emberi testrészeket tanulmányozott, hanem egyszerű síkidomokat: téglalapokat, melyek látványukban is hordozzák az oldalaik arányát. Fechner azt vizsgálta és összegezte, hogy a kísérleti személyek bizonyos téglalapok közül melyiket találják a legtetszetősebbnek (empirikus igazolás).

Téglalap-szépségverseny a középiskolában

A feladat leírása: *Vágj ki papírból olyan téglalapokat, amelyek egyik oldala rendre 5 cm, a másik pedig 6, 6,5, 7, 7,5, 8,09 ≈ 8,1, 8,5, 9! Jelöld meg ezeket A, B, C, D, E, F, G betűkkel! Tedd bele egy borítékba, majd a borítékot add át a társadnak, és kérd meg, hogy vegyen részt a játékban, azaz alaposan figyelje meg a téglalapokat, és rangsorolja szépségük szerint 1., 2. és 3. helyezéssel! Próbáld meg minél több társaddal lezsűriztetni a téglalapokat! Az adatok alapján számolj átlagot és szórást, illetve ábrázold grafikonon a kapott értékeket!*

A tanulók kézhez kapták egy borítékban a „versenyzőket” (a feladatleírásnak megfelelően előre elkészített téglalapokat), és mindenki kiválasztotta a dobogósait. A borítékokban egyszínű, fehér téglalapok voltak, melyet sötétbarna asztalon terítettek szét, és kedvükre rendezték a tanulók. A zsűrizés végeztével az adatokat Excel-táblázatban kiértékeltük és ábrázoltuk. Az interneten egy nagyobb mintás felmérést is végeztünk.

Téglalapplasztika

A feladat leírása: *Két papírnégyzetet csúsztass el egymáson úgy, hogy a neked legtetszetősebb téglalapot* *kapd, majd rögzítsd gemkapoccsal vagy ragasztószalaggal! Mérd meg a téglalapod oldalainak a hosszát és számítsd ki az oldalak arányát! Számítsátok az osztályban az egyénileg kapott értékekből az átlagot és szórást!*

A tanulók elkészítették az általuk ideálisnak vélt téglalapot, majd megmérték a kapott téglalap oldalait és kiszámolták az arányukat. Az így kapott értékeket összehasonlítottuk az előző mérés eredményével *(8. ábra)*.

Köldökarány

A feladat leírása: *Egy gumiszalag egyik végére olyan hurkot kötünk, hogy a lábfejünk kényelmesen beleférjen, a másik végére pedig egy egyenes vonalzót illesztünk. A gumiszalag hossza 140 centiméteres legyen. Tegyük a lábunkat a hurokba, egyenesítsük ki a szalagot (nem szükséges megnyújtani) és jelöljük meg filctollal a talajtól számítva 140 cm · 0,618 ≈ 86,5 cm-nél!*

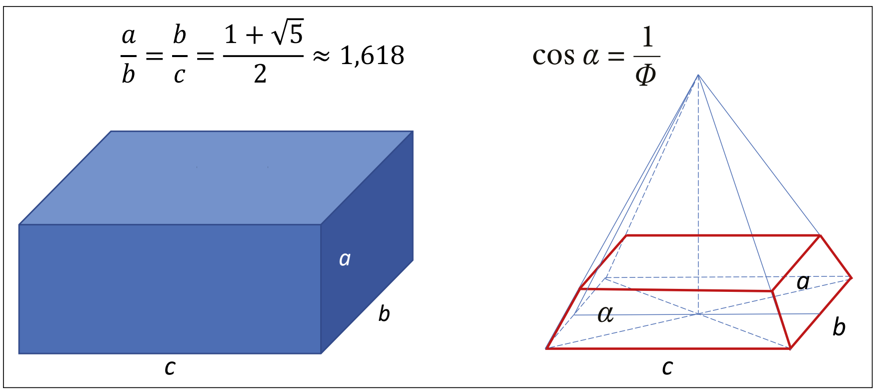
Lépj bele a hurokba, és az egyik társad húzza ki a szalagot a fejed tetejéig úgy, hogy a vonalzó azt vízszintesen érintse! Helyezd a mutatóujjad a köldöködhöz a hasadra merőlegesen, majd egy másik társad mérje meg vonalzóval az ujjad és a szalag jelölésének (korábban filctollal) előjeles különbségét! (Ha a vonal az ujjad fölött pl. 2 cm-re helyezkedik el, akkor d = –2 cm, átlagolva, szórással.)

Az eredmények nagyon szórtak, de tulajdonképpen itt a testünk arányait vizsgáltuk, és arra kerestük a választ, hogy aranymetszés szerint tökéletesek vagyunk-e. Az eredményeket kiértékelve azt tapasztaltuk, hogy bár az aranymetszéshez közeli értékeket kaptunk, mégsem vagyunk „tökéletesek”.

A gyakorlati tapasztalatok összegzése

Összességében elmondható, hogy a feladatok gyorsan felkeltették a tanulók kíváncsiságát, és a munka során konstruktív hozzáállás volt tapasztalható. A témával kapcsolatos tapasztalataink és az elvégzett foglalkozások alapján vélelmezhető, hogy egy átlagos osztályban is kipróbálható a téma adaptációja előre elkészített Excel-sablonokkal, mivel a szépség mérhetősége könynyen megmozgatja a tanulókat, és a válaszok keresése újabb kérdéseket hoz magával. Ilyen módon a feladatok alkalmasak arra, hogy felkeltsék az érdeklődést a természettudományok iránt a tanulókban, sőt a kidolgozásuk a matematika tantárgy keretein belül is érdekes lehetőségeket rejt magában.

A téma feldolgozásánál vetődött fel, hogy a téglalapok mellett lehetne olyan térbeli alakzatokat is készíteni, amelyek tartalmazzák az isteni arányt, azaz „aranytesteket”. Az aranytéglatestet és az aranycsonkagúlát 3D nyomtatóval elkészítettük további felmérések céljából *(9. ábra)*.



9. ábra. Az alakzatokra érvényes összefüggések

10. ábra. 3D nyomtatóval készült testek, közöttük megbújva aranytéglatestek és aranycsonkagúlák

Összefoglalás

Az első megközelítés alapján a STEAM-pedagógia kreatív, innovatív és pragmatikus módszertant nyújt, amely hatékony választ kínál a gyorsan változó világ és a tudásgazdaság kihívásaira. Ez a pedagógiai megközelítés átalakítja a tervezési, fejlesztési és értékelési kultúrát, kiemelve a transzdiszciplinaritás jelentőségét. A STEAM fókuszában a korábbi tantárgyakra fragmentált gyakorlat helyett a komplex, strukturált, kollaboratív tanulásközpontú tervezés áll. A STEAM-pedagógia a kompetenciaalapú fejlesztést hangsúlyozza, különös figyelmet fordítva a cselekvéses tanulásra. Gyakorlati példái közé tartoznak a problémamegoldó, a projektalapú és a felfedeztető tanulási módszerek, amelyek erősítik a tanulói és tanári kreativitást.

A második megközelítés szerint a STEAM-pedagógia egy olyan szemléletet képvisel, amely áthatja a tanulási-tanítási folyamatot, és jelentős hatást gyakorol a belső motivációra, valamint a tanulói, valamint a tanári attitűdökre egyaránt. Ennek a szemléletnek köszönhetően a STEAM-pedagógia valóban integrálódik az oktatási rendszerbe, elkerülve a fragmentált innovációt, és válik a szervezeti kultúra szerves részévé. A tanulmányban vizsgált komplexitás és transzverzalitás így a pedagógiai gyakorlatban is sikeresen megvalósul. A STEAM támogatja az innovációt és elősegíti a gondolkodás fejlődését. Az így kialakult képességek biztosítják, hogy a diákok az életükhöz kapcsolódó kihívásokkal is hatékonyan szembeszálljanak. A STEAM-tanulás során szerzett gyakorlat jelentős mértékben hozzájárulnak a világ megértéséhez és a problémák sikeres megoldásához.

Köszönetnyilvánítás

Köszönetet mondunk *dr. Beszeda Imrének* javaslataiért, ötleteiért, *Mészáros Péternek* az aranytestekkel kapcsolatos beszélgetésekért, *Beszeda Gábornak* az aranytestek nyomtatásának megtervezéséért, megvalósításáért, *Balla Csabának* a téma tantermi megvalósításáért, az Országos Fizikatanári Ankét hallgatóságának a feltett sok-sok kérdéséért.

Irodalom

1. Sarah Hillyard: Experiences, A Pocket Guide to STEAM (Pearson) https://www.pearson.com/content/dam/one-dot-com/one-dot-com/english/SupportingDocs/1233547%20-%20Experiences%20STEAM%20-%20Pocket%20Guide%20To%20STEAM.pdf
2. Kepler's Harmonices [sic!] Mundi. https://youtu.be/rWjcP0qNL9U?si=bsLcJBippvBILC_w. Kepler Johannes: Harmonice Mundi. English translation from Latin by E. J. Aiton, A. M. Duncan, J. V. Field, *American Philosophical Society,* (1997) 209.
3. Dr. Nagy Anett: Hangszerek a semmiből, *Nukleon,* III. (2010) 56. https://nuklearis.hu/sites/default/files/nukleon/Nukleon_3_1_56_Nagy.pdf; Nagy Anett, Papp katalin, Hangszerek a semmiből. *Fizikai Szemle,* 2009/2, 64.
4. Gyermekdalok színes kottával. Zenetanulás színekkel. Zeneműkiadó koncert 1234 Kft., Budapest, Cikkszám: 6154060
5. Oláh Éva Mária: A részecskefizika játékos tanítása. CERN HUTP (2023). https://indico.cern.ch/event/1294242/contributions/5462975/attachments/2698022/4682625/R%C3%A9szecskefizika%20j%C3%A1t%C3%A9kos%20tan%C3%ADt%C3%A1sa_HUTP2023_O%C3%89M.pdf
6. Oláh Éva Mária: Játsszunk részecskefizikát! A pszichológia gyakorlata, ISSN 2630-8207. Innováció az oktatásban. Polonyi T., Abari K., Szabó F. (szerk.) Oriold és Társai, 2019. ISBN: 978-615-5443-94-7, pp 375–382.
7. Oláh Éva Mária: Részecskefizika-szakkör kockákkal, CERN HUTP (2023). https://indico.cern.ch/event/1294242/contributions/5444184/attachments/2698023/4682626/R%C3%A9szecsk%C3%A9k-szakk%C3%B6r_HUTP2023.pdf
8. Stonawski Tamás: Az aranymetszés az európai festészetben. In: Juhász András, Tél Tamás (szerk.) A fizika, matematika és művészet találkozása az oktatásban, kutatásban: Nemzetközi konferencia magyarul tanító tanárok számára. 351 p. Marosvásárhely/Târgu Mureş, Románia, 2012.08.15–2012.08.18. Budapest, ELTE TTK, 2013, pp. 89–96. (ISBN:978-963-284-346-9)

KOMPETENCIAFEJLESZTŐ FIZIKATANÍTÁS: VEZETŐKÉPESSÉG-VIZSGÁLAT ARDUINÓVAL – EGY FIZIKAÓRAI PROJEKT

Schnider Dorottya[1,3], Hömöstrei Mihály[2,3]
[1]Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium, Budapest
[2]Deutsche Schule, Budapest; [3]ELTE TTK Fizikai és Csillagászati Intézet, Budapest

1. Bevezetés

1.1. Változó tudáskoncepció, kompetenciafejlesztés a fizikaórán

A 2020-as Nemzeti Alaptanterv [1] és a kerettantervek [2] a fizikaoktatásban kiemelik a hétköznapi ismereteket, azok hasznosítását; megjelölik az alkalmazható, modern tudás megszerzésének igényét. A megváltozott feltételekhez – a Z generációs diákjaink igényeihez [3], az óraszámok évfolyamonkénti megváltozott elosztásához, a tudományos, technológiai és gazdasági fejlődéshez – az oktatásnak is alkalmazkodnia kell annak érdekében, hogy továbbra is biztosíthassuk tanulóink számára a színvonalas és eredményes tanulás, a kompetenciafejlődés és

Schnider Dorottya angol nyelv és kultúra – fizika szakos tanárként végzett az ELTE-n. A Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium fizikatanára, az ELTE Fizikai és Csillagászati Intézetének szakmódszertanos oktatója. 2020-tól doktori kutatásokat végez a Fizika Tanítása Programban, ahol cselekvésközpontú fizikaoktatási módszereket fejleszt és tesztel.

Dr. Hömöstrei Mihály 2006-ban végzett az ELTE matematika- és fizikatanári szakán. 2014 óta a magyar IYPT (Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye) csapat felkészítő csapatának tagja, 2016 óta az ELTE Anyagfizikai Tanszékén tanít szakdidaktikai tantárgyakat, 2018 óta a Budapesti Német Iskola fizikatanára. MOL-Mester-M (2010) és Ericsson-díj (2020) birtokosa.

1. ábra. A projekt felépítése, a kivitelezés folyamata – a hagyományos, frontális jellegű tanulási, tanítási elemektől a hétköznapi alkalmazások megismerésén és az alapozó kísérleteken keresztül a konkrét, tevékenységalapú és kompetenciafejlesztő tanulói mérésekig: adatgyűjtés, adatelemzés stb.

az elmélyült tudás megszerzésének lehetőségét. Változik a tudáskoncepció is, hiszen a fejlődés következtében kialakult hatalmas és egyre bővülő ismerethalmaz – főként az Internet elterjedésével – szinte bárki számára bárhonnan elérhető. Az oktatásban részt vevőknek olyan készségek és kompetenciák fejlesztésére is érdemes hangsúlyt fektetniük, amelyek a saját tudáson felüli, könnyen elérhető ismeretek felhasználását és az ismeretek közötti logikai kapcsolatok meglátását támogatják [4].

Korábbi kutatásaink eredményei azt mutatják, hogy a kompetenciafejlesztés tevékenységalapú fizikaórákon eredményesebb lehet. Ekkor a diákok az előzetesen – például frontális órán, előadáson – megszerzett ismereteiket cselekvésközpontú, csoportmunkában szervezett gyakorlással mélyítik el, amelynek középpontjában esetünkben egy Arduinóval[1] támogatott tanulói mérés, projekt áll. A *kompetenciafejlesztő fizikaoktatási módszerre* épülő, tanulók által elvégzett mérési feladatok lehetőséget adnak arra, hogy a diákok tudását az alapoktól építsük, a megfelelő logikai út bejárását biztosítva vezessük tanulóinkat az egyre összetettebb feladatok és az egyre absztraktabb tudásszintek felé – mindig építve az előzetesen elsajátított tudásra [5]. Módszerünket Bloom taxonómiájára [6] alapoztuk, és megjelöltük azokat a kognitív területeket, amelyek fejlesztését a tevékenységalapú fizikaórákon célként tűztük ki: *ismeretszerzés és reprodukció, értelmezés, alkalmazás, elemzés és értékelés, tervezés.*

A megszerzendő, megtanulandó ismeretek visszaadása az alapvető tudásszint; az alkalmazás során a megtanultak egy, a diák számára új szituációban való felhasználását várjuk, míg az elemző-értékelő gondolatok és tervek megfogalmazásához már elmélyült tudásra, komoly átgondolásra, a témakör pontos átlátására van szükség. A kimeneti követelmények szem előtt tartásával olyan feladatlapokat[2] dolgoztunk ki, amelyek lehetővé teszik az előzetes ismeretek felhasználását, a gyakorlást, a megszerzett ismeretek elmélyítését, valamint olyan természettudományos kompetenciákat fejlesztenek, amelyek a természettudományos és műszaki pályákon való eredményes boldoguláshoz nélkülözhetetlenek, például elemzés, értelmezés, becslés, tervezés.

1.2. Arduinóval támogatott tevékenységalapú fizikaórák

Az Arduino és a hozzá csatlakoztatható különböző – viszonylag olcsó – szenzorok segítségével nagy menynyiségű kísérleti eszközt építhetünk a fizikaszertár számára, amelyekkel az egyszerű kvalitatív kísérletektől kezdve egészen a kutatási szintű mérési problémákig bármit kivitelezhetünk. A lehetőségeknek csak a kreativitásunk szab határt. *A folyadékok vezetőképességének Arduinóval történő vizsgálata* egy izgalmas és hatékony feladat lehet általános tantervű gimnazisták, ugyanakkor az emelt szintű fizikacsoport számára is.

Írásunkban részletesen, módszertani kiegészítésekkel ellátva bemutatunk egy projektet, amelyet a Deutsche Schuléban egy diákcsereprogram keretein belül egy természettudományos projekthéten 9. osztályosok körében, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 11. évfolyamán emelt szintű fizikacsoportban, valamint a 2022. szeptember 8-ától 10-éig Wrocławban megrendezett 25. MPTL (Multimedia in Physics Teaching and Learning) Nemzetközi Workshopon [7] középiskolai és egyetemi fizikatanár és szakmódszertanos kollégákkal kiviteleztünk.

2. A folyadékok vezetőképessége – a projektfeladat bemutatása

A következőkben részletesen bemutatunk egy emelt szintű 11. évfolyamos csoport számára készített tananyagot, amely a diákok projektmunkáját támogatja. A projekt során tanulóink átismételhetik az egyenáramokról a 10. osztály végén tanultakat, elmélyíthetik korábban megszerzett ismereteiket, valamint új fogalmakkal (pl. vezetőképesség) és összefüggésekkel ismerkedhetnek meg, amelyeket tanulói mérések során mélyíthetnek el. A projekt során a fizika iránt igazán érdeklődők számára extra feladatokkal (pl. szakirodalomkutatás, elméleti modell és a mérési eredmények összehasonlítása) készültünk.

2.1. Röviden a projektlapról és a tananyagról

Egy tananyag, egy egyszerű kapcsolás, egy előre megadott programkód, egy témakör. Mindez a 11. osztályban, egy emelt szintű fizikacsoportban megvalósítva. A diákok számára egy projektanyagot készítettünk, amellyel az *egyenáramok* témakörét jártuk körbe. A tanulók a 10. osztály végén már megismerkedtek az egyenáramokkal, azonban ekkor még különböző csoportokban tanultak. Év elején az ismétlést, az áttekintést, valamint a diákok tudásának közös szintre hozását jól támogatta a tananyag. A dokumentum négy részből állt (lásd. *1. ábra*).

1. *Elméleti áttekintés*, amelynek nagy része ismétlés volt a tanulók számára; azonban a beiktatott elméleti fel-

[1] https://www.arduino.cc/ (2023. 01. 14.)
[2] https://schniderdorottya.com/arduino-feladatlapok (2023. 01. 14.)

1. táblázat

Időbeosztás és a mérési feladat lebonyolítása

A mérés előkészítése Kb. 10–12 perc	– A diákok összeállítják a kapcsolást és megépítik a mérési elrendezést. – A diákok felhasználják a megadott programkódot – az Arduinót mint intelligens feszültségmérőt hozzák ezáltal működésbe. *Megjegyzés:* A kódot célszerű előre feltölteni a laptopokra, vagy könnyen elérhetővé tenni a diákok számára, ezzel biztosítva a gyors letöltést és az eszközre való feltöltést.
A mérési feladatok kivitelezése Kb. 10 perc	– A diákok elkezdik a méréseiket: Az 1 kΩ ellenálláson eső feszültséget mérik. – A diákok szisztematikus méréseket végeznek: 0,05 grammonként sót adagolnak a vízhez, és mérik az oldaton eső feszültséget. A diákok kb. 5–6 mérést végeznek.
Kiértékelés Kb. 20 perc	– A diákok mért adataikat Excelben rendszerezik, meghatározzák a csapvíz vezetőképességét, illetve kiszámítják a sóoldat vezetőképességét különböző sótartalom mellett – felhasználva a soros kapcsolásról tanultakat és az Ohm-törvényt. – A diákok az Excel használatával grafikusan is megjelenítik az adataikat. Ábrázolják a konyhasóoldat vezetőképességét a sótömeg függvényében.[1] – A diákok értelmezik a grafikonokat. – A diákok felsorolják a lehetséges hibaforrásokat, értékelik a mérési bizonytalanságokat. [1] *Megjegyzés:* Természetesen a mérési adatokat papíralapú táblázatban is rendszerezhetik a diákok, illetve támogatjuk a milliméterpapíron történő grafikus ábrázolást is.
Bónuszfeladatok	– Emelt szintű fizikacsoportban az érdeklődők számára javasolt bónuszfeladat: szakirodalomkutatás, a mérési eredményeik elméleti modellel való összehasonlítása *(házi feladatként),* valamint a mérési bizonytalanságok értékelése.

adatok, gondolkodtató feladványok, illetve indoklást, levezetést vagy értelmezést igénylő kérdések a korábban megtanultak elmélyítését segítették elő.

2. *Gyakorlófeladatok*, amelyeket korábbi középszintű érettségi feladatsorokból válogattunk (grafikus és számolási feladatok), valamint hétköznapi alkalmazásokra vonatkozó kérdések, amelyek az alkalmazott fizikai ismeretek megszerzését támogatják.
3. *Bemelegítő kísérletek*, amelyekkel célunk az volt, hogy minden diák kivitelezzen egy egyszerű, közismert tanulói kísérletet; a megadott szempontok alapján összeállítson egy kísérleti elrendezést, elvégezze a kísérletet, majd a tapasztalatokat kvalitatívan magyarázza.
4. *Az Arduino-mérés:* adott folyadékok vezetőképességének vizsgálata méréssel, adatgyűjtő és függvényábrázoló eszközök (pl. Excel) segítségével. A mért adatpontok grafikus megjelenítése, valamint a grafikon alapján történő kvalitatív jelenségértelmezés minden diáktól elvárt. Az adatpontokra függvényt illesztve a mennyiségek közötti kapcsolatokra kvantitatívan is következtethetünk. Emelt szinten a függvényillesztés a kiértékelés része. Az igazán érdeklődő diákok rövid kutatómunka eredményeként összehasonlíthatják a szakirodalom által közölt elméleti modellt saját mérési eredményeikkel.

A teljes projektanyag elérhető a honlapunkon.[3] A diákok kidolgozták a teljes projektlapot – előre megfogalmazott mérföldkövek szerint, adott határidőkre elkészítették az aktuális feladatokat. Fontos a folyamatos visszajelzés, valamint az elkészült munka értékelése. A legügyesebb csoport be is mutathatja eredményeit az osztálynak.

A következőkben *csak az Arduino-méréssel* foglalkozunk, a kivitelezést részletesen mutatjuk be, valamint közöljük a diákoktól elvárt megoldást.

2.2. Folyadékok vezetőképességének mérése Arduinóval

2.2.1. Tevékenységek és feladatok

A projekt 4. részegységében kivitelezendő mérési feladatot a nemzetközi szinten sikeres, szakmai és szociális kompetenciafejlesztő hatását tekintve rendkívül hatékony *IYPT*[4] verseny módszertana [8] alapján szerveztük. Diákjaink vizsgálták a csapvíz áramvezetését, valamint szisztematikus méréseket végeztek annak érdekében, hogy értelmezzék a kapcsolatot a folyadék vezetőképessége és sótartalma között. A csapatoktól elvártuk, hogy a mérési adataikat grafikonon ábrázolják, valamint adataikra függvényt illesszenek, a mérési eredményeiket értelmezzék. A projekt során differenciáltunk, így az igazán elhivatott és érdeklődő csapatoknak bónuszfeladatként kutatási lehetőséget biztosítottunk: *végezz szakirodalom-kutatást! Állíts fel egy elméleti modellt, amely leírja a sóoldat sótartalma és vezetőképessége közötti kapcsolatot!* A tanulók magyarázhatták a hasonlóságokat és az esetleges eltéréseket.

[3] https://schniderdorottya.com/arduino-feladatlapok-pdf#3c6b-fd53-ece4- 4e7f-abef-fed71706c4de (2023. 04. 22.)

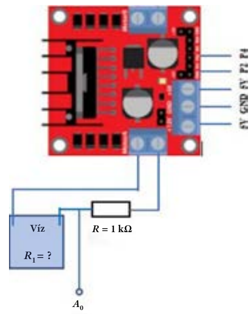
[4] IYPT – Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye

A projekt mérési feladata a megfelelő előkészítést – elméleti alapozást – követően egy 45 perces fizikaórán lebonyolítható *(1. táblázat).*

2.2.2. Eszközök és mérési elrendezés

A mérés első lépéseként a diákok összeállították a mérési elrendezést a megadott eszközök és a mellékelt *2. ábra* alapján. Az összeállítást a *3. ábra* mutatja be.

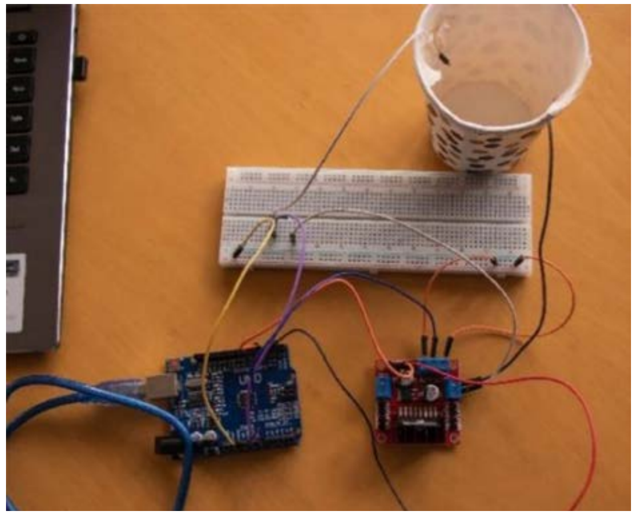
- Arduino
- Kiegészítő panel
- USB-kábel, laptop
- H-híd [9]
- Vezetékek
- Ellenállás (1 kΩ)
- Pohár
- 2 dl csapvíz
- Só és adagoló
- Digitális mérleg



2. ábra. A kísérleti elrendezés. Az 1 kΩ-os ellenállás sorba van kapcsolva a folyadékkal és egy H-híd kapcsolóval. P2 és P4: Arduino-csatlakozók, GND: földelés, 5V: tápfeszültség, A_0: analóg csatlakozó. Mérésünkhöz azonos alumínium elektródákat (az Arduino-kábelek csatlakozóit) használunk

A vizet az ismert ellenállással sorosan kapcsoljuk. R az ismert ellenállás ellenállása, U az ismert ellenálláson eső feszültség (kísérleti elrendezésünkben ezt mérjük az Arduinóval), R_1 a folyadék ellenállása, U_1 a folyadékon eső feszültség (a mért adatokból számítjuk), GND: a földelés biztosítása, A_0: analóg csatlakozó, U_0 = 5 V: a tápegység feszültsége. Mérési elrendezésünkben a vizsgált folyadékba azonos paraméterekkel rendelkező alumínium elektródákat – az Arduino-kábelek végeit – helyezünk. A mérés során egyenárammal dolgozunk, így elektrolízis léphet fel, amely befolyásolja a mérésünk kimenetelét. Egyenáram használata mellett ugyanis kialakul egy elektrolitréteg az elektródák körül, amely sorba kapcsolt kondenzátorként viselkedik, így befolyásolja a folyadékon eső feszültséget, ezáltal a méréseink eredményét.

Egyenáram esetén tehát az elektrolízis miatti anyagkiválás következtében számolnunk kell azzal is, hogy a kezdetben azonos elektródák különbözővé válnak, ezáltal olyan cellapotenciál [10] alakul ki, amely a mérés teljes időtartama alatt hatással van a mért vezetőképességre. Az egyenáram kémiai hatásainak kiküszöbölésére kísérleti elrendezésünkbe beiktattunk egy, a feszültség polaritását folyamatosan váltó H-hidat is. Az áramirány folyamatos változása mellett elektrolízissel nem kell számolnunk. Váltakozó áram mellett, kellően kis frekvencia esetén, ha kialakul is az említett elektrolitréteg, egyből meg is szűnik. A H-híd alkalmazásával az egyenáramból váltakozó irányú áramot állíthatunk elő – a feszültséget oszcilloszkópon négyszögjel jellemzi [11].



3 ábra. Az összeállított kapcsolás: Arduino, panel, H-híd, ellenállás, kábelek, USB-kábel, a vizsgált folyadék

2.2.3. Mérés és eredmények

A következőkben bemutatjuk a tanórai mérés kivitelezésének lépéseit, illetve a középiskolás diákjainktól várható kidolgozást, eredményeket. Hangsúlyozzuk, hogy írásunk célja a módszer középiskolai fizikaoktatásban való alkalmazhatóságának bemutatása – figyelembe véve a fizikatanítás alapkérdéseit [12] *(Mit? Mikor? Kiknek? Hogyan?),* így a diákok életkori sajátosságait, kognitív fejlettségi szintjüket, a tantervi követelményeket, valamint a rendelkezésre álló matematikai és fizikai eszköztárat. A projektre tanárszemmel tekintünk.

A méréshez szükséges kód elérhető honlapunkon az Arduino-kódok menü alatt – *Vezetőképességmérés emelt szintű képzésben címmel.*[5] A feladat kivitelezéséhez előre megadtunk egy programkódot a tanulóknak, amely futtatásával mérhették az ismert ellenálláson eső feszültséget. A soros kapcsolást leíró összefüggések segítségével a mért értékekből a folyadék vezetőképessége könnyen kiszámítható.

Megjegyzés: a projekt célja nem az informatikai és programozási készségek, hanem a tudományos készségek fejlesztése emelt szinten, emiatt a mérés során használt programkódot mint eszközt adjuk a diákok kezébe a kísérlet kivitelezéséhez. Az informatika iránt érdeklődő tanulóink számára azonban érdekes és motiváló bónuszfeladat lehet a programkód fejlesztése.

A vezetőképesség meghatározása

Mérési elrendezésünk alapját sorosan kapcsolt ellenállások alkotják, így az egyes áramköri elemeken átfolyó áram erőssége azonos (I).

A körben mérhető feszültség az ellenállások arányában oszlik meg.

[5] https://schniderdorottya.com/arduino-k%C3%B3dok (2023. 06. 11.)

$$U_0 = U + U_1. \qquad (1)$$

Intelligens voltmérőnkkel, az Arduinóval az ismert R = 1 kΩ ellenálláson eső U feszültséget mérjük. Alkalmazva az Ohm-törvényt, az áramerősség könnyen kiszámítható, valamint megadható az ellenállással sorosan kapcsolt folyadékon eső U_1 feszültség. A mért feszültségértékek és a számított áramerősségek felhasználásával meghatározzuk a folyadék ellenállását, majd annak reciprokaként megadjuk a vezetőképességét.

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{I}{U_0 - U} = \frac{1}{U_0 - U} \cdot \frac{U}{R}. \qquad (2)$$

A vezetőképesség vizsgálata a sótartalom függvényében

Tanulóink a csapvíz vezetőképességének tesztelését követően vizsgálták, hogy hogyan változik a folyadék vezetőképessége a sótartalom függvényében. A *2. táblázat* egy mintamérés eredményeit foglalja össze. A diákok a sót 0,05 grammonként adagolták a vízhez, majd leolvasták a beérkező feszültségértékeket. A kód alapján a leolvasott feszültségérték 70 mért értéknek az átlaga.

2. táblázat

Mért (kék oszlop) és számolt adatok (szürke oszlopok). A tömeg mint változó paraméter (sárga oszlop)

	m (g)	U (V)	U_1 (V)	I (mA)	I_1 (mA)	G_1 (mS)
1.	0,00	0,68	4,32	0,68	0,68	0,16
2.	0,05	0,88	4,12	0,88	0,88	0,21
3.	0,10	1,10	3,90	1,10	1,10	0,28
4.	0,15	1,26	3,74	1,26	1,26	0,34
5.	0,20	1,45	3,55	1,45	1,45	0,41
6.	0,25	1,58	3,42	1,58	1,58	0,46
7.	0,30	1,69	3,31	1,69	1,69	0,51

Az itt bemutatott mérési feladatot az emelt szinten fizikát tanuló – tagozatos – diákoknak terveztük. A mérési adatok kiértékelésekor mind fizikai, mind pedig matematikai ismereteiket igyekeztük fejleszteni. Emellett a gondolkodásukat is fejlesztjük, mégpedig oly módon, hogy a kiértékelésnél erősen hagyatkoztunk a korábban tanultakra – a soros kapcsolás feszültség- és áramerősség-viszonyai, Ohm-törvény, tanult fogalmak, stb. Fontos megjegyezni, hogy mivel a mérési eredmények az összeállítás több paraméterétől is függenek (pl. az elektródák helyzete, a víz mennyisége, a pohár alakja stb.), azok az adott elrendezésre jellemzőek; egy mérési sorozaton belül az elrendezés nem változhat.

A különböző paraméterek vizsgálatával azonban a tehetségesebb diákjaink további megfontolásokkal egyfajta nyílt végű problémát járhatnak körül a fizikaóra keretein belül. Emelt szintű csoportokban a felvett grafikon kvalitatív értelmezése mellett a függvényillesztés és egy empirikus modell megfogalmazása is érdekes, akár kihívást jelentő feladat lehet.

A projektfeladatokban való részvétel és a fizikai ismeretek tevékenységközpontú elmélyítése fontos feladat a nem fizika tagozatos csoportokban is, ahol kiemelt cél a készségek fejlesztése is. Emellett érdemes segíteni a fizika iránti érdeklődés kialakulását. A változatos módszerek alkalmazásával diákjaink a fizikatanulás aktív résztvevőivé válhatnak.

Általános iskolai és nem emelt szinten fizikát tanuló középiskolai osztályok számára kicsit módosítottunk a mérési feladaton, az említett célokra fektettük a hangsúlyt, és egy olyan mérőlapot[6] írtunk, amely kimondottan a mérésre és a kiértékelésre – a kvalitatív leírásra – fókuszál. A mérés során használt programkóddal a diákok egyből a vezetőképességet íratják ki, a vezetőképesség-értékeket ábrázolják a sótömeg függvényében, a felvett grafikont értelmezik. A kód elérhető honlapunkon az Arduino-kódok menü alatt – *Vezetőképességmérés alapozó képzésben címmel* [13].

Grafikus megjelenítés

A mérési adatok grafikus ábrázolásához diákjaink az *Excelt* használták. Az Excel ismerete az általános- és középiskolai képzés egyik kimeneti feltétele, használatával a diákok informatikaórán megismerkednek, így érdemes erre a tudásra építenünk más tantárgyakban – pl. fizikaórán – is. Megjegyezzük ismét, hogy a papíralapon történő adatrendszerezés, illetve a mérési adatok milliméterpapíron történő megjelenítése ugyanúgy hasznos, ráadásul a kézzel való ábrázolás az érettségin is követelmény.

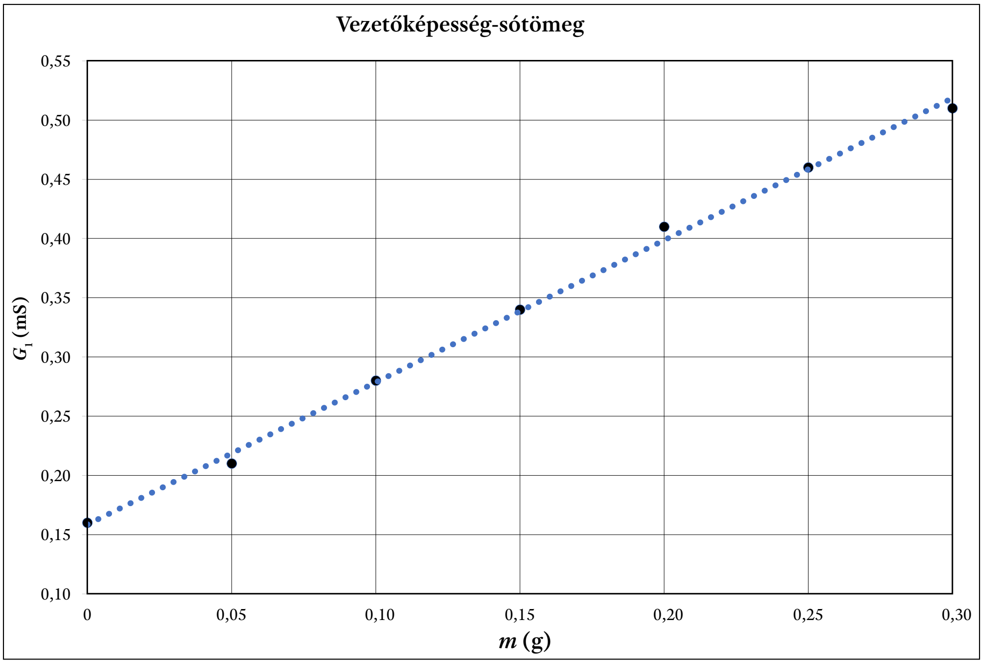
A diákok grafikonon ábrázolják a folyadék vezetőképességét a sótartalom függvényében *(4. ábra)*. Az adatok és a diagram alapján diákjaink magyarázzák a jelenséget – alapozó képzésben kvalitatívan, emelt szinten kvantitatívan is. A vezetőképesség a só koncentrációjával egyenes arányban nő – a mérés elején biztosan. További méréseket végezve azt tapasztaljuk, hogy a vezetőképesség a tömegnek már nem lineáris függvénye, az oldat vezetőképessége telítődni kezd.

Az emelt szinten fizikát tanuló osztályokban a diákok számára izgalmas feladat lehet a szakirodalomkutatás, forráselemzés. A diákok összehasonlíthatják méréseik eredményeit a szakirodalomban található eredményekkel.

A mérést befolyásoló tényezők, mérési bizonytalanságok

A középiskolában a hibaforrások, a mérést befolyásoló tényezők felsorolása elvárt a tanulóktól. A mérés kimenetelét befolyásolja a szenzor (H-híd) működése, a mérés időtartama és a felhasznált só mennyisége (a mérés a só feloldódását követően történjen), a felhasznált folyadék minősége, iontartalma.

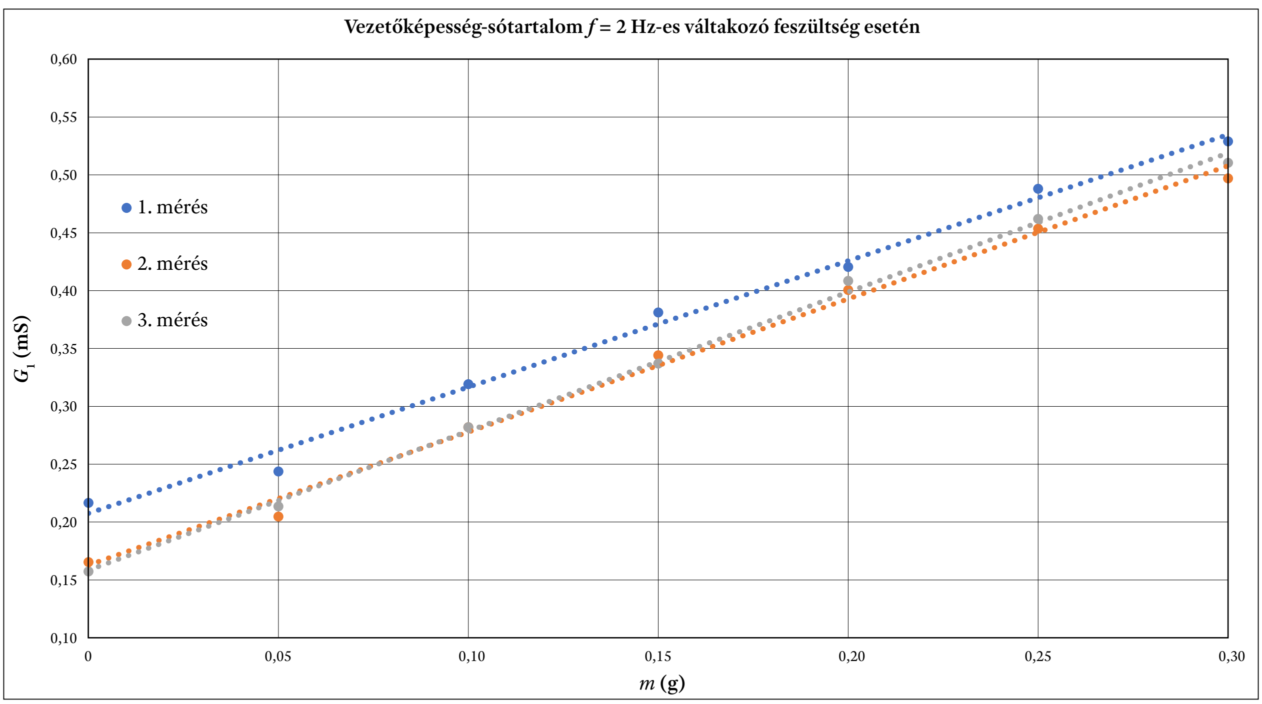
[6] Az alapozó képzésre írt mérőlap itt érhető el: https://schnider-dorottya.com/arduino-feladatlapok-pdf#ca8129f0-f6b9-407d-83c5-18df1649940a (2023. 06. 12.)



4. ábra. Az oldat vezetőképessége a sótartalomtól függően. Az általános osztályokban elegendő az adatpontok grafikus ábrázolása, a görbe illesztését, a függvény egyenletének kiírását, a kvantitatív értelmezést emelt szintű fizikacsoportokban javasoljuk

Az emelt szinten fizikát tanuló diákjaink számára hasznos és érdekes *extrafeladat* lehet a mérési bizonytalanságok értékelése. Adott paraméterek mellett a mérést többször elvégezve vizsgálhatóak ezek a bizonytalanságok – akár a mért adatok szórásának kiszámításával. Az *5. ábrán* bemutatjuk, hogy 2 Hz-es frekvenciájú kapcsolás alkalmazása esetén – amely a kódban a `delay (500)` utasításban, azaz 500 ms-os szünettel jelenik meg – a csapvíz sótartalmának 0,05 g-onként történő növelése mellett három mérést kivitelezve milyen eredményre jutottunk. Diákjaink a mérések során egy állandó geometriájú pohárba töltött 2 dl csapvízzel dolgoztak.

Látható, hogy a sótömeg változtatásával lineárisan változik a folyadék vezetőképessége mindhárom mérés esetében. A változás azonos tendenciát követ, azonban a csapvíz kezdeti – só nélküli állapotban – vezetőképessége az 1. mérés esetén láthatóan nagyobb. A tapasztalatok egy lehetséges magyarázata, hogy mérésünket befolyá-



5. ábra. A mérési bizonytalanságok vizsgálata. Három mérés adatainak összehasonlítása, értékelése

3. táblázat

Diákjaink véleménye az Arduinóval támogatott tanulói feladatok különböző kompetenciák fejlődésére gyakorolt hatásáról[7]

Az Arduinóval támogatott tanulói mérések kompetenciafejlesztő hatása	Átlagos érték
Kísérlettervezés	5*
Adatelemzés, kiértékelés	5*
Modellalkotás	4,76
Grafikus ábrázolás	4,59
Kritikus gondolkodás	4,35
Becslés	4,24
Számolási feladatok megoldása	3,47**
Matematikai kompetenciák	3,12**

* az átlagostól szignifikánsan jobb megítélés
** az átlagos megítéléstől szignifikánsan alacsonyabb eltérés

solja a méréshez használt folyadék minősége, a folyadék és a pohár tisztasága. A mérések közti eltérések legfőbb oka, hogy a megismételt mérések során az elektródák helye és helyzete kissé megváltozott.

Projektünk fő célja a méréssel felvett adatok értelmezése, a bekövetkező változások értelmezése. A változás láthatóan minden mérés esetében azonos jellegű.

További vizsgálati lehetőségek: diákjaink megvizsgálhatják azt is, hogy mutatkozik-e különbség a mérés eredményeiben eltérő frekvenciájú váltakozó feszültség alkalmazásakor.

3. A diákok véleménye a projektről

A projekt zárásaként a diákok egy kérdőív kitöltésével közölhették véleményüket a projekttel és a módszerrel – Arduino-alapú tanulói mérés – kapcsolatban. A kérdőívben tanulási szokásaikra, a számukra eredményes tanulási-tanítási módokra, valamint az Arduino-alapú mérések hasznosságára kérdeztünk rá. A kérdőív részletes elemzését honlapunkon *Emelt szinten is színesen* [13] címmel mutatjuk be. Mindenképpen fontosnak tartjuk, hogy hangsúlyozzuk, 16–17 éves tanulóink egyöntetűen kiemelik az Arduinóval támogatott tanulói tevékenységek kompetenciafejlesztő szerepét. A diákok hatfokú Likert-skálán jelölhették, hogy megítélésük szerint a módszer mennyiben támogatja különböző készségeik fejlődését. A *3. táblázatban* összefoglaltuk, hogy a diákok átlagosan milyen pontszámmal értékelték a módszer adott kompetencia fejlődésére gyakorolt hatását. A módszer egyes kompetenciák fejlesztésében betöltött szerepét a diákok megítélése alapján határoztuk meg.

Vizsgáltuk továbbá, hogy a diákok véleménye alapján az Arduino kompetenciafejlesztésben betöltött átlagos hatásához képest jelentkezik-e bármilyen irányú szignifikáns eltérés az egyes kompetenciaterületeken a diákok véleménye szerint.

4. Összefoglalás

Tanulmányunkban egy tanulói mérőprojektet mutattunk be az egyenáram témakörben szereplő fogalmak és összefüggések elmélyítésére. A projekt célja, hogy a tanulókat aktív fizikaórai részvételre ösztönözze, és bevonja őket saját tanulási folyamataikba. Az Arduino által támogatott osztálytermi mérések lehetőséget adnak a diákoknak olyan készségeik fejlesztésére, amelyek elengedhetetlenek a 21. századi boldoguláshoz. A projekt betekintést nyújt a tudományos kutatásba, továbbá támogatja a modern, alkalmazható ismeretek megszerzését. A tanulmány bemutatta a folyadékok vezetőképessége vizsgálatának egy lehetséges módját. A mérés célja a fizika sajátosságainak bemutatása, a fizikai gondolkodásfejlesztés, valamint a kutatói és mérnöki kompetenciák fejlesztése, ugyanakkor a programozás iránt érdeklődő tanulók a kód továbbfejlesztésébe is bevonhatók. A közölt anyagok differenciáltan felhasználhatók, alapozó és emelt szintű képzésben is hasznos segítséget nyújtanak a gyakorló fizikatanár kollégáknak.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnénk köszönetet mondani *dr. Piláth Károlynak,* aki hasznos tanácsaival hozzájárult a mérési elrendezés fejlesztéséhez.

A cikk az Innovációs és Technológiai Minisztérium Kooperatív Doktori Program Doktori Hallgatói Ösztöndíj Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.

A tananyag elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Közoktatás-fejlesztési Kutatási Programja támogatta (projekt: SZKF-7/2022).A tananyag elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Közoktatás-fejlesztési Kutatási Programja támogatta (projekt: SZKF-7/2022).

[7] A diákok válaszait hatásvizsgálattal elemeztük. Kiszámítottuk az egyes tanulók által a felsorolt kompetenciákra adott értékelések (pontszámok) átlagát, majd teszteltük, hogy a diákok véleménye szerint az átlagos értékhez képest mutatkozik-e szignifikáns eltérés az egyes kompetenciákra gyakorolt hatás diákok általi megítélésében. Diákjaink szignifikánsan pozitívnak értékelik az Arduino-alapú fizikaórák kompetenciafejlesztő szerepét a következő készségekben: Kísérleti összeállítás megtervezése: Páros mintás t-próba [14] p-értéke $p = 0{,}001$, az adatok kiértékelése: Páros mintás t-próba $p = 0{,}004$ és modellalkotás: Páros mintás t-próba p-értéke: $p = 0{,}016$. Általánosságban a diákok megítélése szerint az Arduinóval támogatott tanulói kísérletek nem fejlesztik a matematikai kompetenciákat, valamint a számolási feladatok megoldásához szükséges készségeket. Az átlagos hatáshoz képest szignifikánsan negatív eltérés mutatkozott. A matematikai készségek esetében a Páros mintás t-próba p-értéke: $p < 0{,}001$, míg a számolási feladatok megoldása esetén a Wilcoxon-próba [15] p-értéke: $p = 0{,}002$. Az elemzést a JASP statisztikai elemző szoftverrel végeztük (https://jasp-stats.org/ 2023. 05. 14.)

Irodalom

1. Magyar Nemzeti Alaptanterv (2020). *Magyar Közlöny,* 17. sz. 290–446.
2. Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára. https://www.oktatas.hu/kozneveles/kerettantervek/2020_nat/kerettanterv_gimn_9_12_evf (Letöltés: 2023. 01. 13.)
3. Tari, A. (2014): A Z generáció a közoktatásban. https://www.youtube.com/watch?v=XLolPx4lbOQ (Letöltés: 2023.01.14.)
4. Csapó Benő (2002): A tudáskoncepció változása: nemzetközi tendenciák és a hazai helyzet. *Új Pedagógiai Szemle,* 52/2, 38–45.
5. Schnider Dorottya és Hömöstrei Mihály (2021): Kompetenciafejlesztő fizikatanítás. *Fizikai Szemle,* 71/12, 421–429.
6. Nádasi András: Gépész mérnöktanár szakmaspecifikus módszertani modul (elektronikus tananyag) II. modul, „6.2.1 A pedagógiai taxonómiák, Bloom és követői”. http://okt.ektf.hu/data/forgos/file/tananyag/nadasi/621_a_pedaggiai_taxonmik_bloom_s_kveti.html (Letöltés: 2022. 09. 20.)
7. Az MPTL Workshop honlapja: http://mptl.org/workshops (Letöltés: 2023. 06. 20.)
8. Faletic et. al. (2021): Oktatási segédanyag nyílt végű kísérleti projektfeladatok tervezéséhez és kivitelezéséhez. Budapest: ELTE Fizika Doktori Iskola
9. A H-híd és a kísérleti elrendezésen látható kapcsoló forrása: https://howtomechatronics.com/tutorials/arduino/arduino-dc-motor-control-tutorial-l298n-pwm-h-bridge/ (Letöltés: 2023. 06. 20.)
10. Cellapotenciál: https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Analytical_Chemistry/Supplemental_Modules_(Analytical_Chemistry)/Electrochemistry/Voltaic_Cells/The_Cell_Potential (Letöltés: 2023. 07. 13.)
11. Boros Ruben Rafael (2018): Érintőképernyőn konfigurálható szinuszos váltóirányító hardveres és szoftveres implementálása. [TDK dolgozat]. Miskolci Egyetem.
12. *A fizikatanítás alapkérdései.* Juhász András et al. (2021): *A fizika tanítása középiskolában I.* ELTE Fizika Doktori Iskola, p. 24.
13. https://schniderdorottya.com/tan%C3%A1ri-seg%C3%A9dlet/f/emelt-szinten-is-sz%C3%ADnesen (Letöltés: 2023. 06. 02.)
14. Pollak, M. és Cohen, J. (1981): A comparison of the independent-samples t-test and the paired-samples t-test when the observations are nonnegatively correlated pairs. *Journal of Statistical Planning and Inference,* 5/2, 133–146.
15. Durango, A. M. és N. Refugio, C. (2018): An empirical study on Wilcoxon Signed Rank Test.

GEORGE GREEN ÉS A GREEN-FÜGGVÉNY

László István

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Elméleti Fizika Tanszék, Budapest

Hogyan tudta Green kitalálni a Green-függvényt anélkül, hogy ismerte volna a Dirac-deltát? A Green-függvény névadója és első alkalmazója, George Green ugyanis 1793-ban született Sneintonban, Nottingham külvárosában. Paul Dirac pedig 1902-ben látta meg a világot Bristolban. A problémát még rejtélyesebbé teszi az a tény, hogy Green iskolába csak másfél évig járt nyolc-kilenc éves korában. Közben édesapja malmában dolgozott, aki pék volt. Csekély reguláris tanulmányai ellenére Green 35 éves korában írt egy esszét, amiben megfogalmazza a Green-függvény fogalmát, a Green-azonosságokat, és a potenciál nevet adta egy korábbi, nem nevesített mennyiségnek [1]. Ez utóbbit Gauss előtt 12 évvel. A mű címe *Esszé a matematikai analízis alkalmazásáról az elektromosság és a mágnesség elméletére.* Az elektrosztatikát végül az autodidakta Green és a matematikusok fejedelme, Gauss öntötte mai alakjába [2]. A mostani tankönyvek a Green-függvények definíciója során szerves módon felhasználják a Dirac-delta fogalmát.

László István fizikus, címzetes egyetemi tanár a BME Fizikai Intézet Elméletei Fizika Tanszéken, az MTA doktora. Kutatási területe: molekulafizika, fullerének, nanocsövek, kémiai gráfelmélet és szoros kötésű molekuladinamikai számítások.

A potenciál kiszámítása a töltéseloszlásból a Green-függvény segítségével napjainkban

Tegyük fel, hogy adva van a $\rho(\mathbf{r})$ elektronsűrűség egy S tartományon és a $V(\mathbf{r})$ potenciál értéke az S tartomány F határán. Ezt hívják Dirichlet-határfeltételnek. Keressük $V(\mathbf{r})$-t az S belsejében. A

$$\Delta V(\mathbf{r}) = -\frac{\rho(\mathbf{r})}{\varepsilon_0} \tag{1}$$

Poisson-egyenletet kell megoldani az adott határfeltétellel. Ennek megoldására definiálják a $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ Green-függvényt, melynek ki kell elégítenie a

$$\Delta G(\mathbf{r},\mathbf{r}') = -\frac{\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{\varepsilon_0} \tag{2}$$

egyenletet, ahol $\mathbf{r}$ és $\mathbf{r}'$ az S tartományon van. Itt $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ a Dirac-delta, melynek fogalmát Dirac vezette be 1930-ban [3]. Egy dimenzióban $\delta(x - x')$ egy olyan „függvényt” jelöl, amely értéke nulla $x - x' \neq 0$ esetén, és ha $x - x' = 0$, akkor $\delta(x - x')$ „annyira végtelen”, hogy $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x')\,\mathrm{d}x = 1$ és így $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\delta(x - x')\mathrm{d}x = f(x')$. Természetesen ilyen függvény nem létezik, de Laurent Schwartz 1945-ben szigorú matematikai definíciót adott rá, és bebizonyította [4], hogy $\delta(x - x')$ bizonyos értelemben előállítható mint függvények határértéke. Valójában nem is függvénynek nevezzük, hanem általánosított függvénynek vagy disztribúciónak [5]. Könyvének harmadik kiadásában Dirac is megjegyezte, hogy

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-x')\mathrm{d}x = \lim_{\varepsilon\to 0}\int_{x'-\varepsilon/2}^{x'+\varepsilon/2} f(x)\frac{1}{\varepsilon}\mathrm{d}x = f(x').$$

Könnyen belátható, hogy a hasonló disztribúció három dimenzióban

$$\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \delta(x-x')\delta(y-y')\delta(z-z').$$

Most a (2) egyenletet kielégítő Green-függvényt helyettesítsük be a

$$\int_S \mathrm{d}^3 r' \left(f\Delta' g - g\Delta' f\right) = \int_F \mathrm{d}F' \hat{\mathbf{n}}\left(f\nabla' g - g\nabla' f\right) \quad (3)$$

Green-azonosságba, ahol az $\hat{\mathbf{n}}$ normálvektor kifelé mutat az S tartomány F határfelületéből! Legyen $f(\mathbf{r}') = V(\mathbf{r}')$ és $g(\mathbf{r}') = G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$! Felhasználva (1)-et kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) = {} & \int_S \mathrm{d}^3 r' \rho(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}',\mathbf{r}) - \varepsilon_0 \int_F \mathrm{d}F' V(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}',\mathbf{r})}{\partial n'} \\ & + \varepsilon_0 \int_F \mathrm{d}F' G(\mathbf{r}',\mathbf{r}) \frac{\partial V(\mathbf{r}')}{\partial n'}, \end{aligned} \quad (4)$$

ahol $\partial/\partial\mathbf{n}'$ a felületi normális iránya menti derivált. Ha a Green-függvényt úgy határozzuk meg, hogy $G(\mathbf{r}_F, \mathbf{r}') = 0$, amikor $\mathbf{r}_F$ az F határon és $\mathbf{r}'$ az S tartományban van, akkor (4)-ből következik:

$$V(\mathbf{r}) = \int_S \mathrm{d}^3 r' \rho(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}',\mathbf{r}) - \varepsilon_0 \int_F \mathrm{d}F' V(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}',\mathbf{r})}{\partial n'}, \quad (5)$$

azaz V számításakor figyelembe tudjuk venni a Dirichlet-határfeltételt. Hasonló egyenletet kaphatunk Neumann-határfeltétellel, amelynél $V(\mathbf{r})$ deriváltja van megadva a határon, de ekkor a $\partial G(\mathbf{r}_F, \mathbf{r}')/\partial\mathbf{n} = 0$ feltételnek kell teljesülnie.

Green élete és tanulmányai az esszé előtt

Green először apja pékségben dolgozott, majd molnárnak tanult, hogy szülei malmában dolgozzon és később sikeres üzletember legyen. Iskolai tanulmányait nyolcéves korában kezdte meg Robert Goodacre Akadémiáján Nottinghamben, amit 18 hónap után abbahagyott, mert dolgoznia kellett a pékségben. Ez volt az összes iskolai tanulmánya negyvenéves koráig, amikor felvételt nyert a Cambridge-i egyetemre. Robert Goodacre (1777–1835), az Akadémia vezetője eredetileg vándorszabó volt; később képezte magát iskolaigazgatóvá és a tudomány népszerűsítőjévé.

Manapság is rejtély, hogy Green hogyan szerezte meg az esszé megírásához szükséges matematikai és fizikai ismereteket. Az az általános vélemény, hogy ismereteire főleg önképzéssel tett szert. Talán gyermekkorában, mielőtt Goodacre Akadémiájába jelentkezett, szülei házitanítót fogadtak, vagy ők oktatták az elemi olvasási és számolási ismeretekre. Dokumentált, hogy 1823-ban, 30 éves korában beiratkozott a nottinghami könyvtárba, ahol hozzájutott néhány tudományos közleményhez. Például Laplace *Égi Mechanikájának* [6] nottinghami kiadásához, amit John Toplis tiszteletes, a helyi gimnázium igazgatója fordított angolra [7]. Toplis a Cambridge-i egyetemen végzett, és a Queen's College diákja volt, ahová dékánként tért vissza 1819-ben. Fordítása azért is figyelemre méltó, mert Angliában akkor még Newton jelölését használták a differenciál- és integrálszámításban. Green ezzel szemben a szemléletes, Leibniz-féle jelölést tanulta meg és alkalmazta mesteri fokon. Ezzel angol kortársaihoz képest előnyhöz jutott. A könyvtár használatát szigorúan szabályozták. A beiratkozottak száma nem lehetett több mint 200, és mindenki egyenjogú volt. Tagságot átruházással vagy haláleset alkalmával lehetett kapni. A feljegyzések alapján Green átruházással jutott tagsághoz.

Az 1828-ban megjelent esszéjében a következő személyekre hivatkozik: Siméon Denis Poisson (1781–1840), Jean-Baptiste Fourier (1768–1830), Pierre-Simon de Laplace (1749–1827), Sylvestre François Lacrois (1765–1843), Jean Baptiste Biot (1774–1862) és Charles-Augustin de Coulomb (1736–1806), az angolok közül Peter Barlow (1776–1862) és Henry Cavendish (1731–1810). Feltűnő, hogy az idézett szerzők mind kortársak és többségük francia. Megvizsgálták a könyvtár kölcsönzési feljegyzéseit is [8], és megállapították, hogy az angol nyelvű cikkek és Toplis *Égi Mechanika*-fordításának kivételével a többi nem szerepelt a könyvtár állományában. Így valószínű, hogy Green tudott franciául, és könyvtárközi kölcsönzéssel vagy magánlevelezéssel jutott a többi irodalomhoz. Persze ezeket a cikkeket meg is kellett érteni. Bár nincs rá bizonyíték, feltételezik, hogy Toplis, aki Laplace *Égi Mechanikájának* a fordítását a saját költségén adta ki, nagy segítségére volt a szükséges matematikai és fizikai ismeretek megszerzésében.

Az esszé bevezető gondolatai

Green fő műve és első közleménye az esszé [1], amit 1828-ban adtak ki Nottinghamben. Az autodidakta matematikusnak nem volt elég önbizalma ahhoz, hogy egy tudományos folyóiratban publikáljon. A kiadás költségeit előfizetői megrendelésekből fedezte. A fővédnök előfizető Newcastle hercege volt, akinek hű szolgája, George Green köszönetet mondott a lehetőségért, hogy a közvélemény elé tárhatja „első kísérletét a természet legérdekesebb jelenségének a bemutatására". Az 52 előfizető főleg a nottinghami könyvtár olvasói közül került ki. Kevesen voltak, akik megérthették a munkát, egyedül talán Sir Edward French Bromhead matematikus és földesúr. A támogatók között volt még 10 tiszteletes, egy lady és egy alezredes.

Az előszóban a szerző megemlíti, hogy egy ilyen műhöz illő lenne összefoglalni a téma előzményeit, és történeti bemutatást tartani, de az ő korlátozott hozzáférése az irodalomhoz ezt nem teszi lehetővé. Ehelyett ismerteti azokat a munkákat, amelyek az útjába kerültek, és felhasználta őket. Először Cavendisht említi, majd Poisson két cikkéről ír [9, 10], melyek 1812-ben jelentek meg, és azt vizsgálják, hogy mi történik töltött vezető gömbök töltéseloszlásával, ha egymás közelében helyezkednek el. Kiemeli még Laplace *Égi Mechanikáját* és az ebben alkalmazott parciális differenciálegyenleteken alapuló módszert, majd megjegyzi, hogy az ő munkája is ezeken az eljárásokon alapul. Az esszé első részében kidolgoz egy matematikai módszert, amivel tetszőleges, nem csak gömb alakú felületen elhelyezkedő töltés tulajdonságai vizsgálhatók.

Néhány mondatából az is kiderül, hogyan jutott általános módszerének az ötletéhez. Néhány próbálkozás után eszébe jutott, hogy a parciális differenciálegyenletekre vonatkozó korábbi kutatások megmutatták, hogy foglalkoznia kell bizonyos függvények szinguláris értékeivel is. Kombinálva ezen szinguláris függvények tulajdonságait korábbi kutatási eredményekkel olyan módszerhez jutott, ami alkalmas töltéseloszlások általános tanulmányozására. Ezekből a gondolatokból született az a matematikai fogalom, amit ma Green-függvénynek nevezünk.

A második rész elektrosztatikai problémákra vonatkozó alkalmazásokat mutat be, és a harmadik rész tárgyalja az elmélet használatát mágneses rendszerekre. A bevezetés zárómondataiban kijelenti a szerző, hogy ha a munkáját fel tudják használni a fizika szerinte legérdekesebb területén, az elektromosság tanulmányozásában, akkor meg lesz elégedve, és ez kárpótolja minden fáradságáért, amit elszenvedett. Reméli, hogy a téma nehézsége arra készteti majd a matematikusokat, hogy elnézően olvassák ezt a művet, különösen akkor, amikor tudomásukra jut, hogy egy olyan fiatalember írta, aki azt a kevés tudást, amit birtokol, olyan időbeosztásban és olyan módon szerezte meg, amely más nélkülözhetetlen tevékenysége mellett kevés lehetőséget ad a mentális fejlődésre.

A más, nélkülözhetetlen tevékenységeknek egy bizonyítéka az az 1827-ből fennmaradt nyilatkozat, amit Green mint molnár írt alá, kijelentve, hogy a IV. György király uralkodásának nyolcadik évében elfogadott törvénynek megfelelően fogja megfizetni a vásárolt gabona árát. A nyilatkozat évében került nyomdába az esszé is.

Az esszé matematikai része

Green először definiálja a vizsgálandó problémát. Adott egy S tetszőleges test, valamilyen töltéseloszlással. A test egyik részecskéjének derékszögű koordinátái x', y', z', melynek $\mathrm{d}x'\mathrm{d}y'\mathrm{d}z'$ térfogatában $\rho'\mathrm{d}x'\mathrm{d}y'\mathrm{d}z'$ töltés van. Ezután tekint egy p pontot a testen kívül az x, y, z koordinátákkal, majd felírja a

$$V = \int \frac{\rho'\mathrm{d}x'\mathrm{d}y'\mathrm{d}z'}{r'} \tag{6}$$

mennyiséget (a továbbiakban Green mértékegységeit és jelöléseit használjuk), ahol az integrál a teljes testre történik és $r' = [(x'-x)^2 + (y'-y)^2 + (z'-z)^2]^{1/2}$ a p pont távolsága az adott részecskétől. Green az integrálokban még nem jelölte az integrálási tartományt. Bár a fenti V függvényt már sokan mások is felírták, Green volt az első, aki ebben a dolgozatában potenciálnak nevezte. Majd megemlíti, hogy Laplace megmutatta,

$$0 = \frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}x^2} + \frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}y^2} + \frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}z^2}. \tag{7}$$

Megjegyezi azt is, hogy mivel ilyen kifejezés a következőkben gyakran elő fog fordulni, a fenti egyenletet $0 = \delta V$-vel fogja jelölni. (δ itt napjaink Δ Laplace-operátora, és semmi köze sincs a fenti Dirac-deltához.) Green nem jelölte külön a parciális deriváltat, bár szóban annak nevezte. A (7) Laplace-egyenletet Laplace nyomán azzal bizonyítja, hogy mivel $0 = \delta(1/r')$ igaz minden részecskére, azok összegére, integráljára is igaz.

Ezután foglalkozik azzal az esettel, amikor a p pont az S test (tartomány) belsejében van. Legyen $S = S' + S''$, ahol S' egy a sugarú gömb, amely tartalmazza a p pontot b távolságra a gömb középpontjától mint origótól, s közben feltesszük, hogy a és b nagyon kicsi. Külön jelölve a potenciál fenti tartományokra vonatkozó integrálokból eredő részeit p-ben, írhatjuk, hogy $V = V' + V''$. Ezek alapján $\delta V = \delta V' + \delta V'' = \delta V'$, mert $\delta V'' = 0$, ugyanis a p pont az S'' testen kívül van. Green azt állítja, hogy ismert, hogy:

$$V' = 2\pi a^2\rho - 2/3\pi b^2\rho,$$

ahol ρ a töltéssűrűség a p pontban. Egyébként V' fenti értékét integrálással megkaphatjuk, kihasználva, hogy a nagyon kicsi, így a ρ konstansnak tekinthető az S' tartományon.

Ha x_i, y_i, z_i az a sugarú gömb középpontja, akkor

$$b^2 = (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2,$$

és így

$$\delta V' = -4\pi\rho. \tag{8}$$

Ez a Poisson-egyenlet. Poisson eredeti levezetése a fentitől abban különbözik, hogy az infinitezimális sugarú gömb felületén levő p pontban először az egységnyi tömegre ható erőt vezette le, és ennek vette a divergenciáját [11]. Poissonnak ezt a cikkét Green valószínűleg nem ismerte. Ezek után megjegyzi, hogy kísérletekből már régóta ismert módon a töltés (akkor elektromos folyadéknak gondolták) mindig a vezető felületén helyezkedik el, de ezt tudomása szerint még nem vezették le az elektromosság törvényeiből. Ezt a Laplace- és a Poisson-egyenlet segítségével megteszi.

Ezután következik egy bizonyítás, amiben azt a relációt mutatja be, amit ma Green-tételnek nevezünk. Eszerint az S tartományon legyen U és V két folytonos, korlátos függvénye a derékszögű x, y, z koordinátáknak, melyeknek a differenciálhányadosaik sehol sem végtelenek az adott test bármely pontjában! Ekkor

$$\begin{aligned}&\int \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\, U\delta V + \int \mathrm{d}\sigma\, U\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}w}\right)\\ &= \int \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\, V\delta U + \int \mathrm{d}\sigma\, V\left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}w}\right).\end{aligned} \tag{9}$$

A térfogati integrál az adott testre vonatkozik, dσ pedig az annak felületére vett integrál elemi felülete és dw egy infinitezimálisan kicsi vonal, mely merőleges a felületre, és kívülről a test belseje felé mutat. Tehát Green a felület normálisát úgy értelmezte, hogy az a felület belseje felé mutat, ellentétesen a ma szokásossal. δ a Laplace-operátor, és a (9) képletet ma a (3) Green-tétel formájában írjuk fel.

Bizonyításában Green a

$$\int \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\left\{\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}\right)\left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}\right)+\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}y}\right)\left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}y}\right)+\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z}\right)\left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}z}\right)\right\} \quad (10)$$

kifejezésből indul ki, majd parciális integrálással azt kapja, hogy a (10) kifejezés megegyezik a (9) bal oldalával, illetve az U és V függvények felcserélésével ugyanígy adódik, hogy (10) a (9) jobb oldalával is megegyezik. Ezekből következik a (9) azonosság.

Megjegyzi, hogy a tétel bizonyításában nem volt nyilvánvaló, hogy az U és V függvényeknek és deriváltjaiknak a tartományon végesnek kell lennie, bár a parciális integrálás során ez szükséges. Hogy még világosabb legyen ez a feltétel, a formulát úgy módosítja, hogy az egyik függvény, – például az U – végtelen a tartomány p' pontjában. Legyen U ezen pont infinitezimális környezetében $1/r$ alakú, ahol r a ponttól való távolság! Vegyünk fel egy végtelenül kis a sugarú gömböt a p' középponttal! Zárjuk ki ezt a gömböt az S tartományból, és ezen új maradé k tartományt jelölje S'! Az S'-re érvényes a (9) tétel, és felülete megegyezik S felületével, plusz az a sugarú gömb felületével. Feltéve, hogy a normális S' belseje felé mutat, az ezen gömb felületére vonatkozó integrál tehát

$$\begin{aligned}&\int \mathrm{d}\sigma U\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}w}\right)-\int \mathrm{d}\sigma V\left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}w}\right)\\ &=\int \mathrm{d}\sigma \frac{1}{r}\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}w}\right)-\int \mathrm{d}\sigma V\left(\frac{\mathrm{d}(1/r)}{\mathrm{d}r}\right)\\ &=4\pi a^2\frac{1}{a}\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}\right)-4\pi a^2 V\left(-\frac{1}{a^2}\right)\\ &=4\pi a\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}+4\pi V,\end{aligned}$$

ahol az integrálások elvégzése után V és deriváltjai a szinguláris ponttól a távolságban értendőek. Ha most a nullához tart, akkor a fenti kifejezés a $4\pi V(p')$ értékhez tart.

Ezzel a (9) egyenlet U és V megfelelő behelyettesítésével így alakul:

$$\begin{aligned}&\int \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z U\delta V+\int \mathrm{d}\sigma U\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}w}\right)\\ &=\int \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z V\delta U+\int \mathrm{d}\sigma V\left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}w}\right)-4\pi V(p').\end{aligned} \quad (11)$$

Itt végülis a térfogati integrál az S tartományra, a felületi integrál pedig az S felületére vonatkozik, ugyanis a nullához tartott.

A kapott (11) összefüggés segítségével Green azt vizsgálja, hogy milyen kapcsolat van egy zárt S felületen lévő ρ sűrűségű elektromos folyadék (töltés) és az általa létrehozott potenciálfüggvény p pontbeli értéke között. A p pont lehet a felület által határolt tartomány belsejében, ahol V a potenciál, a p' pont pedig a felületen kívüli tartományban, ahol a potenciál jelölése V'. Ekkor

$$V(p)=\int \frac{\rho\mathrm{d}\sigma}{r}, \qquad V'(p')=\int \frac{\rho\mathrm{d}\sigma}{r'}, \qquad (12)$$

ahol r a p pont és r' a p' pont távolsága a dσ felületelemtől.

Megállapítja, hogy világos, ezen függvények kielégítik a Laplace-egyenletet,

$$0=\delta V \qquad \text{és} \qquad 0=\delta' V', \qquad (13)$$

valamint a felületen felvett $\bar{V}$ és $\bar{V}'$ értékeik megegyeznek

$$\bar{V}=\bar{V}', \qquad (14)$$

a felülettől végtelen távol pedig

$$V'=0. \qquad (15)$$

A következőkben bebizonyítja, hogy ha létezik két tetszőleges olyan V és V' függvény, amelyek eleget tesznek a (13), (14), (15) egyenleteknek, akkor létezik egy és csakis egy olyan ρ függvény a felületi töltéssűrűségre, amely a V és V' függvényeket állítja elő potenciálfüggvényként. Ugyanis legyen a p pont a fenti zárt felület által határolt tartomány belsejében, és legyen $U=1/r$, ahol r a p ponttól való távolság! Ekkor U szinguláris a p pontban, azon kívül pedig $\delta(1/r)=0$. Felhasználva, hogy $\delta V=0$, a (11) egyenletből következik, hogy

$$\int \mathrm{d}\sigma \frac{1}{r}\left(\frac{\mathrm{d}\bar{V}}{\mathrm{d}w}\right)=\int \mathrm{d}\sigma \bar{V}\left(\frac{\mathrm{d}(1/r)}{\mathrm{d}w}\right)-4\pi V(p). \qquad (16)$$

Majd a (11) egyenletet a zárt tartományon kívüli tartományra alkalmazva kapta, hogy

$$\int \mathrm{d}\sigma \frac{1}{r}\left(\frac{\mathrm{d}\bar{V}'}{\mathrm{d}w'}\right)=\int \mathrm{d}\sigma \bar{V}'\left(\frac{\mathrm{d}(1/r)}{\mathrm{d}w'}\right). \qquad (17)$$

Tulajdonképpen $U=1/r$ az első Green-függvény, amit Green alkalmazott.

Green jelölésében dw a zárt belső tartomány belseje felé mutat, dw' pedig a külső tartomány belseje felé mutat, ezért

$$\left(\frac{\mathrm{d}(1/r)}{\mathrm{d}w}\right)=-\left(\frac{\mathrm{d}(1/r)}{\mathrm{d}w'}\right).$$

Így a (16) és (17) összeadásával adódik , hogy egy belső pontra

$$\int \frac{\mathrm{d}\sigma}{r}\left\{\left(\overline{\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}w}}\right)+\left(\overline{\frac{\mathrm{d}V'}{\mathrm{d}w'}}\right)\right\}=-4\pi V(p). \qquad (18)$$

Ugyanígy kapta egy külső pontra, hogy

$$\int \frac{\mathrm{d}\sigma}{r}\left\{\left(\overline{\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}w}}\right)+\left(\overline{\frac{\mathrm{d}V'}{\mathrm{d}w'}}\right)\right\}=-4\pi V'(p'). \qquad (19)$$

Ha összehasonlítjuk a (18), (19) egyenleteket a (12) egyenleteivel, a felületi töltéssűrűségre adódik, hogy

$$\rho = \frac{-1}{4\pi}\left\{\left(\frac{\mathrm{d}\overline{V}}{\mathrm{d}w}\right)+\left(\frac{\mathrm{d}\overline{V'}}{\mathrm{d}w'}\right)\right\}. \tag{20}$$

Ezután megállapítja, hogy ha a p pont nagyon közel van a felülethez, akkor az odahelyezett egységnyi töltésre ható erő $-(\mathrm{d}\overline{V}/\mathrm{d}w)$. Hasonlóan, ha a p' pont van nagyon közel a felülethez, akkor a rá ható erő nagysága az egységnyi pozitív töltésre $-(\mathrm{d}\overline{V'}/\mathrm{d}w')$. Mindkét erő merőleges a felületre, és a felülethez képest ellentétes irányba mutat. Majd Green belátja, hogy ha több zárt felület van, és mindegyik felületre érvényesek megfelelően értelmezve a (13)–(15) egyenletek, akkor mindegyik felületre (20) is igaz.

A továbbiakban az U „Green-függvény” újabb tulajdonságait definiálja, miközben bebizonyítja, hogy ha a $\overline{V}$ potenciálfüggvény értéke adott egy zárt felületen, akkor csak egy olyan a V függvény létezik, amelyre $\delta V = 0$, és nincs szinguláris értéke a zárt felülettel határolt tartomány belsejében. Ezt úgy látja be, hogy felvesz egy olyan U függvényt, amely a zárt felület belsejében lévő p' pont környezetében $U = 1/r$ alakú, ahol r a p' ponttól való távolság. Feltette továbbá, hogy máshol $\delta U = 0$, és a zárt felületen pedig nullával egyenlő, vagyis $\overline{U} = 0$. Ekkor a (11) egyenletből adódik, hogy

$$0 = \int \mathrm{d}\sigma \overline{V}\left(\frac{\mathrm{d}\overline{U}}{\mathrm{d}w}\right) - 4\pi V(p'). \tag{21}$$

Így $V(p')$ értéke a p' pontban kiszámolható. A fenti tulajdonságú U létezését azzal látja be, hogy felteszi, a zárt felület tökéletes vezető. Ha ezt leföldeli, akkor a p' pontba helyezett pozitív egységnyi töltés potenciálja éppen az U függvény a kívánt tulajdonságokkal. Megállapítja továbbá, hogy

$$U = U(p, p') = U(x, y, z; x', y', z') = U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$$

és $U = 1/r$, ha p a p' pont közelében van.

Később bebizonyítja, hogy $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = U(\mathbf{r}', \mathbf{r})$.

A potenciál kiszámítása a töltéseloszlásból „Green-függvény” segítségével, ahogy Green csinálta

Tegyük fel ismét, hogy adva van a $\rho(\mathbf{r})$ elektronsűrűség az S tartományon és a $V(\mathbf{r})$ potenciál értéke az S tartomány F határán. Keressük $V(\mathbf{r})$-t az S belsejében! Green jelölését és mértékegységeit használva a megoldandó Poisson-egyenlet (1) alakja most

$$\delta V(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r})\,. \tag{21}$$

A Dirac-deltát tartalmazó (2) egyenlet helyett Green keres egy olyan $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ függvényt, amely az S belsejében lévő $\mathbf{r}$ pont környezetében lévő $\mathbf{r}'$ pontra

$$U(\mathbf{r}',\mathbf{r}) \approx \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}, \tag{22}$$

és

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0, \tag{23}$$

ha $\mathbf{r}'$ az S tartomány F határán van. Mivel Green szerint $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ az S tartomány belső $\mathbf{r}$ pontjába helyezett egységnyi töltés potenciálja az $\mathbf{r}'$ pontban, ha az F felület földelt, igaz, hogy

$$\delta' U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0\,, \tag{24}$$

ha $\mathbf{r} \neq \mathbf{r}'$. Itt δ' az $\mathbf{r}'$ változó szerint képzett Laplace-operátor. Tehát $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ volt Green „Green-függvénye”, és ezt ő megkapta anélkül, hogy definiálta volna a Dirac-deltát.

Behelyettesítve az $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ függvényt a (11) egyenletbe és felhasználva a (21) összefüggést, rendezés után adódik:

$$V(\mathbf{r}') = \int \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\, U(\mathbf{r},\mathbf{r}')\rho(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi}\int \mathrm{d}\sigma V(\mathbf{r})\left(\frac{\mathrm{d}U(\mathbf{r},\mathbf{r}')}{\mathrm{d}w}\right). \tag{25}$$

Ezzel Green gondolatmenetével előállt a Dirac-delta felhasználásával kapott (5) egyenlet. A jobb oldali második tag előjele most azért pozitív, mert Green normálisa a zárt felület belseje felé mutat.

Az esszé hatása

Az esszé megjelenése után Bromhead rögtön megpróbálta felvenni Greennel a kapcsolatot, de első, gratuláló levelére ő csak közel két év múlva válaszolt. Azt hitte Bromhead csak udvariasságból dicsérte. Végül sikerült a kapcsolatfelvétel, és ennek köszönhető, hogy 1835 és 1839 között megjelent cikkeit Green már tudományos folyóiratokban publikálta, és hogy végül 1833 és 1837 között a Gonville and Caius College tagjaként Cambridge-ben kapott diplomát. Először tartott az egyetemi tanulmányoktól. Arra hivatkozott, hogy nagyon gyengén beszél latinul, ógörögül még annyira sem, de évfolyamtársai később úgy emlékeztek az egykori molnárlegényre, mint aki fejjel és vállal is kiemelkedett közülük. A végzősök rangsorában negyedik lett. A nála 21 évvel fiatalabb James Joseph Sylvester, aki a mátrix fogalmát vezette be a matematikában, a második volt. Green a maga 45 évével akkor már idősebb volt a kollégium tanárainál is, de 1839-ben ő is a College tutora lett. Hamarosan azonban megbetegedett, és influenzában meghalt 1841-ben.

Amikor első és legjelentősebb közleménye megjelent, a támogatók közül a többség – talán mivel meg sem értette – a tiszteletpéldányokat szépen eltette biztos helyre. Kevés példány kerülhetett értő matematikus- vagy fizikuskezekbe. A 21 éves William Thomson, a későbbi Lord Kelvin volt az, aki 1845-ben felfedezte Green munkáját. Most azt mondanánk, hogy jegyzetet kívánt írni a hallgatók részére az elektromosságról, amikor a matematikus, fizikus Robert Murphy egyik munkájában lábjegyzetben olvasta, hogy „...amit a nottinghami Mr. Green zseniális esszéjében potenciálfüggvénynek nevezett...” – egyébként Murphy volt az esszé tudományos bírálója; erre Bromhead kérte fel.

Rögtön elkezdte Cambridge könyvtáraiban, könyvesboltjaiban keresni Green cikkét, de sehol sem tudta megszerezni. Végül William Hopkins adott neki három példányt a cikkből, amiket ő még Greentől kapott. Másnap Thomson Párizsba indult, és egész úton az esszét olvasta. Csodálkozva talált meg benne sok olyan eredményt, melyeket más neves matematikus, például Gauss, Liouville és Sturm később újra felfedezett. Nagy sikere volt a munkának Párizsban is. A német August Crelle megjelentette újságjában három részre osztva 1850-ben, 1851-ben és 1853-ban. A Green-függvényeket ettől kezdve elkezdték felhasználni és fejleszteni.

Napjainkban is a parciális differenciálegyenletek megoldásának hatékony eszközei, és a fizika minden területén alkalmazzák és fejlesztik őket [7]. Ha az olvasót arra vezeti a jó szerencse, tiszteleghet George Green emléke előtt a ma tudománynépszerűsítő központként működő egykori szélmalmában, és fejet hajthat emléktáblája előtt a Westminster apátságban is [12].

Irodalom

1. George Green: An Essay on the Application of Mathematical Analysis to the Theories of Electricity and Magnetism. Nottingham. Printed for the Author by T. Wheelhouse, Nottingham, 1828.
2. Simonyi Károly: A fizika kultúrtörténete. Akadémiai Kiadó, Ötödik, javított, bővített kiadás, 2011.
3. P. A. M. Dirac: The Principles of Quantum Mechanics. Oxford at the Clarendon Press, Third Edition, 1947.
4. Laurent Schwartz: Génération de la notion de fonction, de dérivation de transformation de Fourier et applications mathématiques et physiques. *Annales de l'Université de Grenoble,* 21 (1945), 57–74.
5. Gnädig Péter: Bevezetés a disztribúcióelméletbe és fizikai alkalmazásaiba. Budapest, Tankönyvkiadó, 1981.
6. P. S. Laplace: Mécanique céleste. Paris, Duprat (1798–1825).
7. Lawrie Challis, Fred Sheard: The Green of Green function. *Physics Today,* 56 (2003) 41–46.
8. Rachel Harding, Michael Harding: Contraband Mathematics. A Documentary Review of the Resources Available to George Green at the Nottingham Subscription Library 1823-1828. *The Mathematical Intelligencer,* 41 (2019) 44–45.
9. Siméon Denis Poisson: Memoire sur la distribution de l'électricité a la surface des corps conducteurs. *Mem. de l'Institut,* 12 (1812) 1–92.
10. Siméon Denis Poisson: Second memoire sur la distribution de l'électricité a la surface des corps conducteurs. *Mem. de l'Institut,* 12 (1812) 163, 274.
11. Siméon Denis Poisson: Remarques sur une équation qui se présente dans la théorie des attractions des sphéroïdes. *Bull. des Science par la Société Philomatique de Paris,* Tome III. (1812) 388–392.
12. Lásd az interneten https://www.greensmill.org.uk/about/about-george-green/ és https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Green/

MIKROKONTROLLER (NEM CSAK) A FIZIKA TANÍTÁSÁBAN

Csatári László
Kratochvil Károly Honvéd Középiskola és Kollégium, Debrecen

Sokan hallottak már az Arduinóról [1]; vannak, akik már ki is próbálták, és remélem sokan vannak, akik rendszeresen használják az oktatás színesítésére. De olyanok is akadnak, akik bátortalanok, és az időhiány, az informatikai vagy a programozási ismeretek hiányossága és egyéb okok miatt nem merik kipróbálni. Nekik szól ez a cikk.

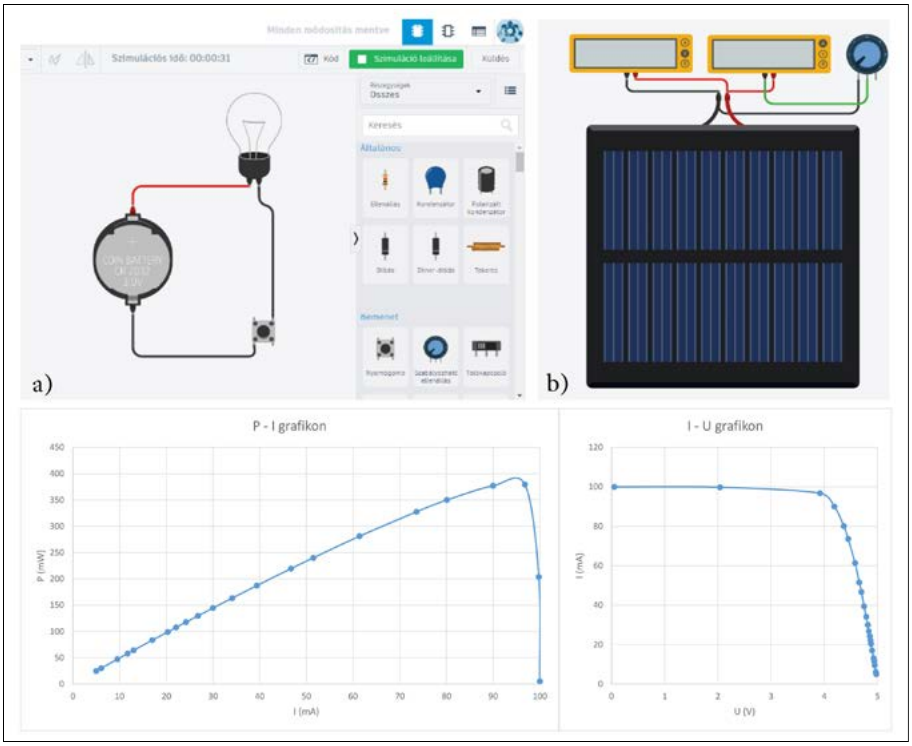
Kezdjük az alapoktól. Mi is az Arduino? Az Arduino egy nyílt forráskódú fejlesztőrendszer, mely a szoftvert és a hardvert is magába foglalja. A szoftver egy magas szintű programozási nyelv (alapértelmezésben C/C++-, de Python-interfész is van) használatát biztosítja, a programozás világában járatlanok kedvéért rengeteg példával. Hardver gyanánt pedig eredeti és klón panelek is megfelelnek, de akár saját építésű áramkör is, melynek alapja egy Atmel mikrovezérlő. Kimenetként és bemenetként analóg és digitális portok állnak rendelkezésünkre. Az eszközt USB-n kapcsolhatjuk a számítógépünkhöz, de akár WiFi-, bluetooth- vagy ip/http-alapú kapcsolattal is elérhetjük.

Mire lesz szükségünk?

A legegyszerűbb válasz, hogy egy internetkapcsolattal rendelkező számítógépre és egy szimulátorprogramra. Nem tévedés, a panel nem maradt ki! Amíg megérkezik a rendelt csomagunk, hardver nélkül szimulálhatjuk a működését. Most a diákok által könnyen megtanulható TinKerCad [2] online szimulátort mutatom be. Regisztráció és bejelentkezés után választhatunk, hogy a Saját tervek és + létrehozás menüpontnál 3D tervezést, vagy áramkörépítést szeretnénk, esetleg kódblokkokban programoznánk.

Áramkörtervezésnél a jobb oldali alkatrészlistából kiválasztott elemekkel építhetjük meg áramkörünket. Bátran fedezzük fel a Részegységek összes pontjában található alkatrészeket, illetve az Indítók menüpontban található kész kapcsolásokat! Miután a kiválasztott kapcsolást a szerkesztőfelületre dobtuk, illetve felépítettük saját áramkörünket, azt a Szimuláció indítása gombbal

Csatári László a debreceni Kratochvil Károly Honvéd Középiskola és Kollégium oktatója, innovatív tanár, mesterpedagógus. 1995-ben fizika – ábrázoló geometria, 1998-ban informatikaszakos tanári diplomát szerzett a Kossuth Lajos Tudományegyetemen. Legjelentősebb kitüntetései: Színpadon a Természettudomány (2014), Öveges József-díj (2014, 2016), Ericsson-díj (2015).



1. ábra. Napelemcellás mérési feladat. a) TinKerCad-szimuláció, b) Napelemcella-szimuláció

kelthetjük életre *(1a. ábra)*. Érdekességként megépítettem az emelt szintű fizikaérettségi napelemcellás mérési feladatát *(1b. ábra)*. A szimulált mérés összhangban van a valóságos napelemcellás méréssel *(1. ábra)*.

Munkánkon a bal felső sarokban található – a rendszer által adott – fantázianév átírható. A mentés automatikus.

Az alkatrészek között megtalálunk több mikrovezérlőt, illetve az Arduino indítót választva kész áramköröket is. Kezdjük a „Hello, World!” mikrokontrolleres megfelelőjével, azaz egy LED villogtatásával. Kikeresve az Indítók / Arduino Villogás példáját és bedobva a szerkesztőfelületre máris egy UNO panelt, egy ellenállást és egy LED-et kapunk vezetékkel összekötve *(2. ábra)*.

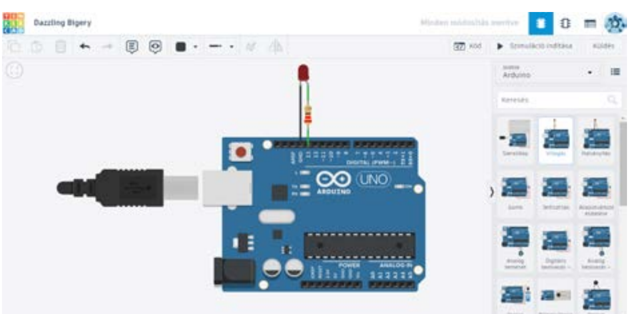
A szimulációt elindítva csatlakozik az USB a panelhez – azaz tápfeszültséget kap –, a LED pedig másodpercenként villog. Na, de mitől? Erre a Kód feliratot megnyomva kapjuk meg a választ. Előtűnik a kontroller blokkprogramja. Választhatunk a blokk és szöveg, vagy csak a sima szöveges programozás mellet. Ez utóbbit mutatom be, hisz majd élesben az ide írt vagy másolt kódsort tudjuk feltölteni a kontrollerünkre.

Mint látható (3. ábra), egy angol nyelvű megjegyzésekkel teletűzdelt C++-kódot kapunk. A programozásban járatlanok kedvéért a `//` után és az `/* */` jelek közzé írt részek a megjegyzések, melyek nem részei a kódnak, hanem a megértést, későbbi hibajavítást szolgálják. A program két fő részből áll: a `void setup()` a környezeti beállításokat tartalmazza: esetünkben a `LED_BUILTIN` – ami gyárilag a 13-as kivezetés az Arduino UNO panelon – kimeneti módba beállítását. A `void loop()` pedig a végrehajtandó rész. Itt egyszerűen a megadott lábat a `digitalWrite` függvénnyel magas szintre állítjuk, majd 1000 ms várakozás után alacsonyra, és újabb 1000 ms várakozás után a program elölről ismételi meg az utasításokat.

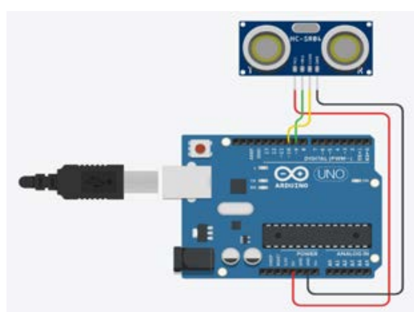
A szimulátorban kipróbálhatjuk az ultrahangos távolságérzékelő, talajnedvesség-érzékelő, hőmérséklet-érzékelő használatát is.

Lássunk egy példát az ultrahangos távolságmérés szimulálására! Az anyag kapcsolási rajzzal együtt megtalálható az Arduino oldalán [3]. Helyezzük el a konfigurációban egy ultrahangos távolságérzékelőt (HC-SR04) és egy UNO panelt! Ha teljes egészében az oldalon található kapcsolást akarjuk megvalósítani, még

3. ábra. A villogás kódja



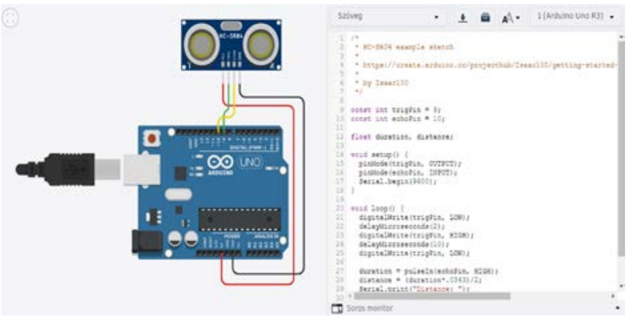
2. ábra. Az első áramkör



4. ábra. A távolságérzékelő bekötése

egy szerelőlapra is szükségünk lesz, de közvetlenül az Arduinóba is beköthetjük a lábakat. A leírás szerint össze kell kötnünk a VCC, a –5 V (áramellátás), GNG, GND (földelés), Trig (eseményindító), 9 (D9), echo, 10 (D10) kivezetéseket (egy-egy kivezetésre mozgatva az egeret a szoftver kiírja annak nevét, ezeket zárójelbe írtam). A kivezetésre kattintva onnan vezetéket húz – akár tört vonalban – a következő lábra való kattintásig. A vezeték színét utólag állíthatjuk, elhelyezkedését módosíthatjuk *(4. ábra)*.

Hardverünk kész, jöhet a szoftver megírása, illetve a példaprogram bemásolása. Az Arduino oldalán található leírás végén ott a `Code` rész. Jelöljük ki és („crtl+c”, „ctrl+v” kombinációval) másoljuk bele a szimulátor kódszerkesztőjébe (a `Kód` gombra kattintva, szöveg módot választva, az ott található rész felülírásával) *(5. ábra)!*

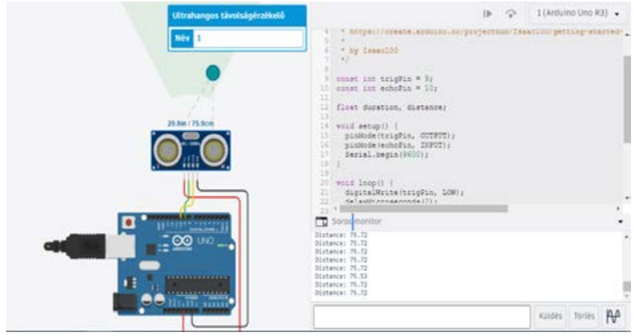


5. ábra. A példaprogram

Programunk most három jól elkülönülő részből áll: a megjegyzések után a változók deklarálásából (a konstansok mint elnevezések használatával megkönnyíthetjük később a ki és bemenetekre való hivatkozást); majd a **`void setup()`** – paraméterező; és a **`void loop()`** – utasításokat tartalmazó részből. A program a soros monitoron keresztül távolságadatokat szolgáltat. A kódmező alján tegyük láthatóvá a Soros monitort (kattintsunk a feliratra) és indítsuk el a szimulációt. A szenzorra kattintva egy labdát mozgathatunk előtte, melynek távolságát láthatjuk magán a szenzoron és a soros monitoron (a soros bemenet adatforgalmát megjelenítő mezőben) is *(6. ábra)*.

Mikrokontroller a gyakorlatban

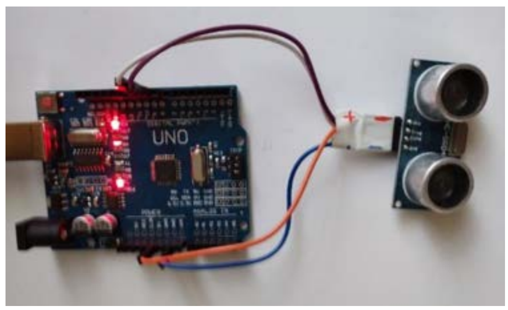
Ideje a szimuláció után a valóságban is megépíteni áramkörünket. Szükségünk lesz egy Arduino UNO panelre (lehet gyári, de bármelyik klón is ugyanúgy fog működni, feltéve, ha a megfelelő drivert telepítettük), ultrahangos távolságérzékelőre, vezetékekre, az Arduinónak megfelelő USB-kábelre és természetesen az Arduino IDE fejlesztőkörnyezetre. Ez utóbbit több változatban tölthetjük le [1]. Cikkemben az Arduino IDE 1.8.19 verziót mutatom be. Mint az a termék oldalán látható, ez több operációs rendszeren is telepíthető. A Software menüpontban *csak töltsük le* (Just download) a számunkra megfelelőt, és indítsuk el a telepítőt. Miután lefutott, indítsuk el a fejlesztői környezetet, melynek menüpontjai az operációs



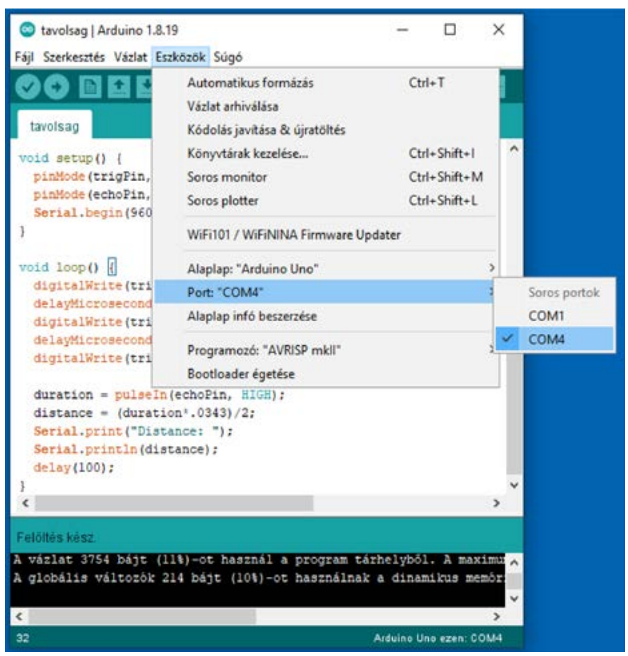
6. ábra. A futó szimuláció

rendszerünk nyelvén fognak megjelenni, és akárcsak a szimulátorban, másoljuk be a példaprogramot.

Alaphelyzetben a programunkat az aktuális dátummal mint névvel fogja menteni a rendszer, de természetesen az angol ABC betűit felhasználva saját nevet is adhatunk neki. A program szintaktikai helyességét a pipa ikonra kattintva ellenőrizhetjük. Építsük meg az áramkörünket *(7. ábra)*, csatlakoztassuk az Arduino panelt az USB-kábellel számítógépünkhöz! A programban állítsuk be a használt alaplapot (Eszközök / Alaplap) és a portot (Eszközök / Port) *(8. ábra)*, majd töltsük fel a programot (a második, jobbra mutató nyíl ikon).



7. ábra. Az áramkör



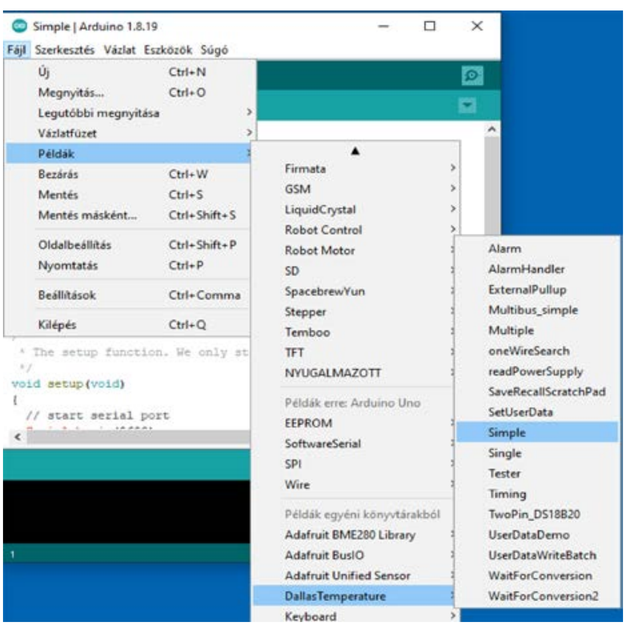
8. ábra. Eszközbeállítás

9. ábra. A program futás közben

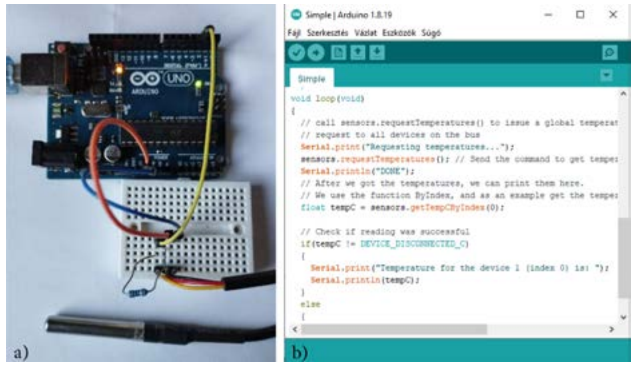
Miután ez sikeresen megtörtént, a jobb oldalon található nagyítós ikonnal hozhatjuk elő külön ablakban a soros monitort. Ha „zagyvaságot” látunk vagy épp semmit, azt jelenti, nem a megfelelő sebességen kommunikál az eszközünk. Programunkban a `Serial.begin(9600);` sor adja meg az átviteli sebességet. Soros monitorunk jobb alsó részében válasszuk ki ugyan ezt a baudrátát *(9. ábra)*. Kész is vagyunk!

Sok szenzor esetén a fejlesztők gondoskodtak arról, hogy függvénykönyvtárakat hozzanak létre. Ezek rövidebbé teszik a programot, viszont a könyvtárat telepíteni kell.

Példaként lássunk egy hőmérsékletmérő szenzort, a DS18B20-at [4]. Ez az egyvezetékes szenzor többféle kialakításban kapható. Használatához tápfeszültségre, egy 4,7 kΩ-os ellenállásra és egy adatvezetékre van szükség, valamint a OneWire és a DallasTemperature könyvtárakat kell telepíteni. A Vázlat / Könyvtár tartalmazása / Könyvtár kezelése… menüpont segítségével a leírás [4] „Installing Libraries” része alapján tehetjük meg. (Programunk elején a szükséges könyvtárak neve az `#include` direktíva után szerepel. A gyakorlatban a könyvtárakat is frissítik – ezt jelölheti a verziószám –, és előfordulhat, hogy pár függvény a frissebb verziókban más névvel, paraméterezéssel szerepel a könyvtárban.) Telepítés után még egy dolgot vehetünk észre. A Fájl / Példák menüben a telepített könyvtárakhoz példaprogramok kerülnek fel *(10. ábra)*. A legtöbb esetben ezeket is nyugodtan használhatjuk mérési célra (*11a.* és *11b. ábra*), bár a szenzorok bekötését a programszövegből kell kihámoznunk.



10. ábra. Példaprogramok



11. ábra. a) Hőmérő hardver. b) A hőmérő program részlete

Bármely más szenzor esetén hasonló lépéssorozatot kell végrehajtanunk. Keressük meg az interneten a szenzor bekötését és a példaprogramot, esetleg telepítsük fel a szükséges könyvtárat. Építsük meg az áramkört, másoljuk ki a weboldalról a programot vagy a példák között válogassunk. Szükség esetén módosítsuk a programot, majd töltsük fel a konrollerre, és élvezzük munkánk gyümölcsét.

Zárszó

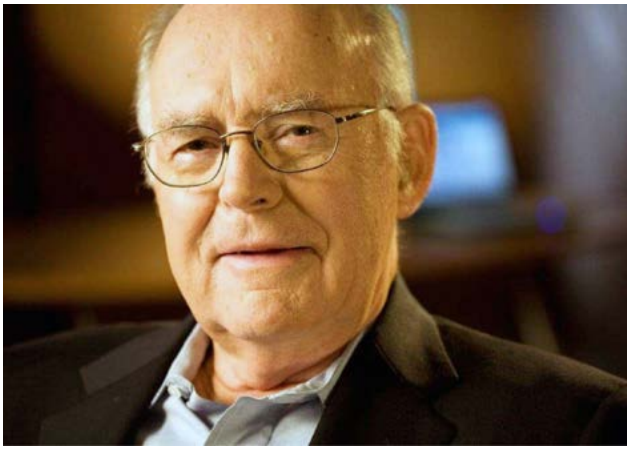
A teljesség igénye nélkül visszalapozva a *Fizikai Szemle* számait [5–8] más szemmel nézhetünk az Arduinót felhasználó alkalmazásokra. Bátorságot merítve, kis gyakorlattal és minimális számítógéphasználati jártassággal máris professzionális eszközöket kapunk a kezünkbe. Ha nem vagyunk jártasok a programozásban, magyar nyelven is rengeteg segédletet [9, 10] és példaprogramot találhatunk, melyeket megismerve saját igényeink szerint tudjuk módosítani azokat. Remélem, egyre többen kapnak kedvet ezeknek az olcsó és könnyen használható mikrokontrollereknek és szenzoroknak a használatához a tanórákon.

Irodalom

1. https://www.arduino.cc/
2. https://www.tinkercad.com/
3. https://projecthub.arduino.cc/Isaac100/getting-started-with-the-hc-sr04-ultrasonic-sensor-7cabe1
4. https://randomnerdtutorials.com/guide-for-ds18b20-temperature-sensor-with-arduino/
5. Komáromi Annamária, Nagy Dániel: Akusztikus lebegtetés és más kísérletek Arduino felhasználásával. *Fizikai Szemle,* 2018/10, 356–360.
6. Vitkóczi Fanni, Piláth Károly, Kopasz Katalin: Ultrahang hullámok interferenciájának demonstrálása Arduinoval. *Fizikai Szemle,* 2021/7–8, 284–288.
7. Beszeda Imre, Stonawsky Tamás: Ingamozgás módosított pályákon. *Fizikai Szemle,* 2022/4, 111–117.
8. Csatári László: Hangsebesség meghatározása ultrahangos távolságérzékelőkkel. *Fizikai Szemle,* 2023/4, 132–137.
9. https://www.inf.u-szeged.hu/miszak/utmutatok/arduino/arduino-kezdo-lepesek/
10. https://www.inf.u-szeged.hu/miszak/arduino-alkalmazasa-a-fizika-es-az-informatika-oktatasaban/

GORDON MOORE ÖRÖKSÉGE

Fürjes Péter[1], Simon Ferenc[2,3], Volk János[4]
[1] HUN-REN Energiatudományi Kutatóközpont, Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Intézet; furjes.peter@ek.hun-ren.hu
[2] Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Természettudományi Kar; simon.ferenc@ttk.bme.hu
[3] HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont
[4] HUN-REN Energiatudományi Kutatóközpont, Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Intézet; volk.janos@ek.hun-ren.hu



Gordon E. Moore
(1929, San Francisco, California – 2023, Waimea, Hawaii)

Gordon Earle Moore amerikai kutató mérnök és üzletember. Tanulmányait kémia szakon végezte a Kaliforniai Egyetemen, Berkeley-ben, majd fizikát tanult és kémiából doktorált a Kaliforniai Műszaki Egyetemen (Caltech), Pasadénában. Dolgozott a Nobel-díjas William Shockley félvezető-laboratóriumában, majd az „áruló nyolcakkal" megalapította a Fairchild Semiconductor vállalatot. 1965-ben Moore és Robert Noyce létrehozta az Intel Corporationt (eredetileg NM Electronics), majd csatlakozott hozzájuk a magyar származású Andrew Grove is. Az Intel mutatta be és dobta piacra az első DRAM (dynamic random-access memory), EPROM (erasable programmable read-only memory) memória, majd CPU (central processing unit) mikroprocesszor (Intel 4004) chipeket. A cég technológiai dominanciáját mutatja, hogy a 21. század elején a nagy teljesítményű szervergépek kivételével gyakorlatilag minden személyi számítógép Intel – vagy azzal kompatibilis – mikroprocesszorral működött.

Gordon Moore neve mára az általa kimondott Moore-törvény miatt vált közismertté – amellett, hogy a chipgyártó óriás, az Intel Corporation egyik társalapítója volt. A Moore-törvényt többféle alakban szokták emlegetni; például, hogy a számítógépek alapvető eszközei, a tranzisztorok mérete exponenciálisan csökken, vagy hogy a számítógépek számítási kapacitása exponenciálisan nő. Maga Moore jegyezte meg egyszer, hogy „mindenki azt gondolja, hogy én találtam ki az exponenciális függvényt" [1]. 1965-ös eredeti cikkében egy megfigyelést vetett papírra, nevezetesen, hogy az alkatrészek száma évente duplázódik a mikroprocesszorokban [2]. Később, 1975-ben ezt a megfigyelést korrigálta és kétévente történő duplázásra módosította [3].

Moore eredeti megfigyelése önbeteljesítő jóslattá vált a félvezetőipar számára: a résztvevők az alapján hozták a fejlesztési döntéseiket, hogy kövessék az empirikus trendet – feltételezve, hogy a vetélytársaik is ennek mentén dolgoznak. Ha egy cég elmaradni látszott a fejlesztési eredményekben Moore megfigyelésének extrapolációjától, akkor igyekezett felgyorsítani kutató-fejlesztői tevékenységét, míg ha a fejlesztésbe sokat invesztálva „túllőtt" Moore jóslatán, akkor adott esetben késleltette eredményeinek piacra vitelét. Mivel az eredeti megfigyelés így hosszú időn át érvényes

Fürjes Péter a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem mérnök-fizikus, és MBA szakán végzett, majd fizika tudományterületen szerzett PhD fokozatot. Fő kutatási területe komplex mikrorendszerek – BioMEMS, Lab-on-a-Chip, Organ-on-Chip eszközök – fejlesztése analitikai, orvosdiagnosztikai, terápiamonitorozási alkalmazásokhoz. A HUN-REN Energiatudományi Kutatóközpont (HUN-REN EK-MFA) Mikrorendszerek Laboratóriumának vezetője, a BME címzetes egyetemi docense, meghívott előadója. Eurosensors Fellow, a Eurosensors konferenciák irányítótestületének tagja, az Európai Nanoelektronikai Társaság (AENEAS) tudományos bizottságának tagja.

Simon Ferenc egyetemi tanár, a BME TTK dékánhelyettese. Érdeklődési területei: szilárdtest-spektroszkópia, spintronika, félvezetőfizika és a fizika népszerűsítése. Legfontosabb eredményei: az itineráns elektronok mágnesesrezonancia-jelének felfedezése új fémekben, a spinrelaxáció egyesített elméletének kidolgozása, spinnel nyomjelzett szén-nanocsövek előállítása és triplett optikai állapotok felfedezése nanocsövekben.

Volk János, PhD, 2001-ben végzett mérnök-fizikus, a HUN-REN Energiatudományi Kutatóközpont Nanoérzékelők Laboratóriumának vezetője. Dolgozott Japánban a Nemzeti Anyagtudományi Intézet Nanoelektronikai Anyagok Kutatócsoportjában, illetve az Egyesült Államokban a szélessávú félvezetők témájában. Számos hazai és nemzetközi projektnek volt vezetője vagy hazai koordinátora. Az MTA Elektronikus Eszközök és Technológiák Tudományos Bizottságának titkára. Fő kutatási területei a nanoelektromechanikai rendszerek, a fázisváltó, illetve piezoelektromos vékonyrétegek, autonóm szenzorok.

maradt, mint Moore-törvényre kezdtek rá hivatkozni. A „törvény” érvényességén alapulva megszületett az ITRS (International Technology Roadmap for Semiconductors – A félvezetők nemzetközi technológiai útiterve) – rávilágítva az annak fenntartásához szükséges technológiai kihívásokra.

Így a korai hetvenes évek óta a félvezetőipar törekvése a Moore-törvény követésére egy soha nem látott – és számos területet érintő – gazdasági robbanás motorjává vált. A kialakuló fejlődési spirál mentén a tranzisztorok méretcsökkenése folyamatosan javítani tudta az eszközök teljesítmény–költség-viszonyát, ami viszont a félvezetőpiac exponenciális bővüléséhez vezetett. Ez újabb és újabb befektetési hullámot indukált, ami ismét az innovációs potenciál javulását segítette elő.

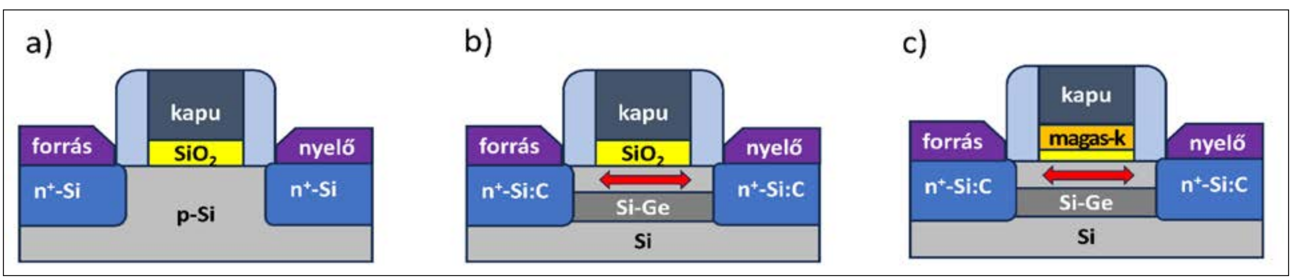
Folyamatosan felmerült, hogy a Moore-törvény által megjósolt fejlődés nem tartható fenn, mégis az ipar újabb és újabb innovációkkal cáfolt rá az aggodalmakra, és a méretcsökkentés töretlenül folytatódott 4 nagyságrenden keresztül – a tranzisztorok számát tekintve 9 nagyságrenden át –, ami egészen bámulatos technológiai fejlődés. Míg a 70-es évek elején az Intel 4004-es chipje 2300 tranzisztorból épült fel, ma a 13. generációs Intel i9 chipjének 24 magja, vagy az Apple M2 chipjének 8 magja már több mint 20 milliárd tranzisztort tartalmaz. A 90-es években, e cikk szerzőinek fiatalkorában, amikor először találkoztak a Moore-törvénnyel, Daniel Reed (University Iowa) még nyugodtan jelentette ki: „Fogadni mernék, hogy előbb futunk ki a pénzből, mint a fizikából” [4, 5].

Jelenleg, amikor már látszik a méretkorlátok esetleges elérésének lehetősége, még mindig érvényesnek tekintjük a Moore-törvényt bizonyos közelítésekkel – bár az ezt lehetővé tevő technológiai megoldások már messze nem tisztán a méretcsökkentésen alapulnak. Az elektronikus eszközök teljesítményének növekedése a fizikailag kezelhető és jósolható méretkorlátok megközelítésével sem lassul, vagy áll meg, habár ezt a fejlődést már a teljesítménydisszipációval skálázva, ahhoz arányosítva kell értelmeznünk. Ez a fejlődési útvonal azonban már eddig nem alkalmazott anyagok és merőben új tranzisztorarchitektúrák megjelenését használja ki – így ezt a klasszikusnak tekinthető miniatürizáción túli érát már a „More Moore” trend kezdetének aposztrofálhatjuk.

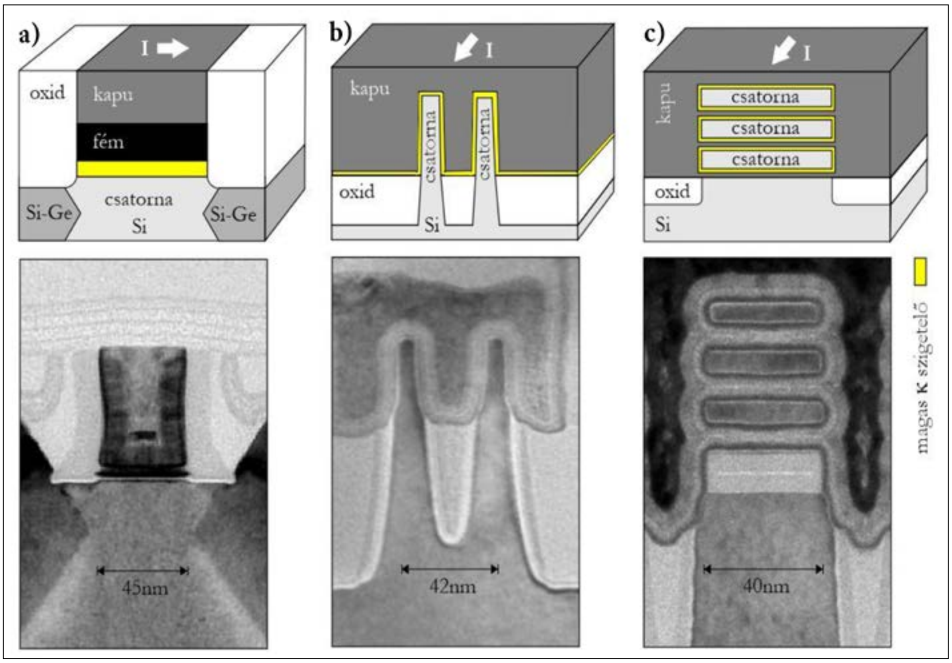
More Moore – az extrém miniatürizáció korszaka és megoldásai

Az integrált elektronika legfontosabb komponensének tekinthető fém-oxid–félvezető térvezérlésű tranzisztor (*1a. ábra,* MOSFET – metal-oxide-semiconductor field-effect transistor) folyamatos miniatürizálásának két fő hajtóereje volt: az egy tranzisztorra eső költségek csökkentése és a működési teljesítmény folyamatos javítása. Ez a fejlődés a korai évtizedekben a szilícium (Si) kristályon kialakított planáris MOSFET eszköz méretének folyamatos csökkentésével volt megoldható. Az ezredforduló körül a tranzisztorok elérték azt a méretet, melynél a korábbi skálázás már nem volt elégséges, többek között a tranzisztor több pontján is jelentkező szivárgási áram, az elméleti határig csökkentett kapcsolási feszültség és a megnövekedett hődisszipáció-sűrűség miatt. A Moore-törvény érvényessége ezért a karakterisztikus méretek csökkentése mellett több anyagtudományi innováció segítségével volt csak fenntartható.

Míg a tranzisztor csatornájában vezetett töltéshordozók mozgékonyságát a kristályban ötvözéssel előidézett mechanikai feszültséggel sikerült növelni *(1b. ábra),* addig a tranzisztor kapuelektródája és csatornája közötti szilícium-dioxid rétegen keresztül jelentkező alagútáramot nagyobb dielektromos állandójú, így vastagabb formában alkalmazható fém-oxidok bevezetésével sikerült kiküszöbölni *(1c. ábra)*. Emellett egy sokrétegű, planarizált, rézalapú fémezési technológia kidolgozására is szükség volt az exponenciálisan növekvő számú tranzisztor közös chipen való szinkronizált működéséhez. Szintén forradalmi újítás volt, hogy az eredetileg felületi technológiákkal kialakított tranzisztorcsatornát *(2a. ábra)* sikerült a síkból kiemelve kapuelektródákkal három oldalról (fin-FET – a fin az angol uszony szóra utal az elektróda speciális alakja miatt, *2b. ábra*), majd – a legkorszerűbbnek számító eszközökben – minden oldalról körülvéve vezérelni (*2c. ábra,* GAA – gate-all-around). A 13,5 nm hullámhosszúságú extrém ultraibolya (EUV) sugárzást alkalmazó litográfiai módszer kidolgozásának és az egyre inkább a síkból kilépő, 3D architektúráknak köszönhetően ez a trend még egy ideig fenntartható. Azonban egyre jobban közelítjük a méretből adódó fizikai korlátokat, amelyek elérése után a ha-



1. ábra. Új anyagok alkalmazásának hatása az *n*-csatornás MOSFET fejlődésére: hagyományos (a), kristályráccsal feszített csatornás (b) és magas dielektromos állandójú (magas-k) kapu-oxiddal ellátott változat (c)



2. ábra. A MOSFET-architektúra fejlődése: planáris egycsatornás szerkezet – Intel 45 nm fémkapus p-csatornás MOSFET (a), három oldalról kapuelektródával ellátott duplacsatornás fin-FET – Intel 14 nm (b) és minden oldalról vezérelt háromcsatornás GAA-FET – IBM 2 nm (c) [4–7] (sematikus szerkezet és transzmissziós elektronmikroszkópos kép). Az ábrán vegyük észre, hogy az áram iránya (nyíllal jelezve) más az eszközökben

gyományos – két ellentétes vezetési csatornát magában foglaló – komplementer tranzisztor (CMOS – complementary metal oxide semiconductor) helyett merőben új működési mechanizmusra lesz szükség, ami elvezet minket a CMOS-on túli (beyond CMOS) korszakba. Egy ilyen forradalmi megoldást jelenthet, ha a logikai áramkörökben az információt nem az elektron töltése, hanem annak spinje hordozza.

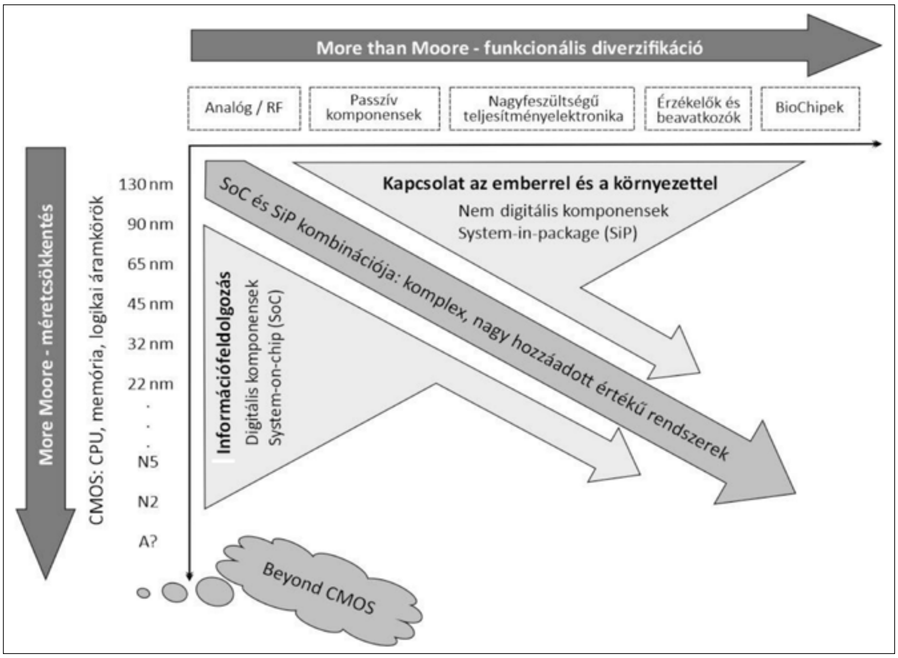
Bár a Si – mint aktív félvezető és chiphordozó alapanyag – továbbra is domináns marad, a közeljövőben egyre nagyobb jelentősége lesz a kedvezőbb fizikai tulajdonságokkal bíró, ún. széles tilossávú félvezető anyagoknak, mint például a SiC, a GaN, illetve a gyémánt. A belőlük készített félvezetőeszközök lényegesen gyorsabb működést és nagyobb elektromos teljesítmény vezérlését teszik lehetővé. Előbbi tulajdonságuknak köszönhető, hogy a szélessávú félvezetők nélkül nem jöhetett volna létre a legújabb telekommunikációs technológia, az 5G sem. A nagy teljesítmény-tűrőképességnek és magas letörési feszültségnek köszönhetően pedig szintén nagy szerepük lesz az elektromos járműiparban, illetve a megújuló energiát hasznosító erőművekben. A szilíciumhoz hasonlóan, ezekben a félvezetőeszközökben is értelmezhető a Moore-törvény, ráadásul itt lényegesen messzebb állunk a méret okozta fizikai határoktól, nagyobb teret adva ezzel a világ vezető félvezetőgyárain (ún. „fab") kívül dolgozó kutatóknak és technológiai mérnököknek. Ezt a trendet időben felismerve több európai vállalatnak, például a német Infineon Technologies-nak is sikerült a területen vezető pozíciót kialakítania.

More than Moore megközelítés – a funkcionális diverzifikáció

Az egyre nagyobb teljesítményű félvezetőeszközök a számítástechnika és informatika (világháló) mellett olyan társadalmi-technológiai területek forradalmasításához járultak hozzá, mint az egészségügy (Humán Genom Projekt, robotsebészet, molekuláris analitika), az űrkutatás és kommunikáció (optikai és mobil távközlés, okostelefonok), az autóipar (motorvezérlés és diagnosztika, elektromos és önvezető autók), a média (digitális képfeldolgozás, kijelzőpanelek), energiaszektor (napelemek) vagy a repülés és a haditechnika.

Ennek megfelelően, az elektronikai rendszerekkel szemben támasztott elvárások között – a növekvő számítási kapacitás (digitális funkciók) mellett – megjelent a bővülő analóg funkciók (érzékelés, beavatkozás) integrálhatóságának – vagyis a környezetükkel való fejlett interakció biztosításának – igénye. Az egyre szélesebb körű funkcionális elvárásokkal szembesülő elektronikai ipar az új, egyre fontosabbnak tűnő, diverzifikációra épülő trendet „More than Moore" megközelítésként aposztrofálta, amit sematikusan a *3. ábra* összegez. Ez a filozófia az eszközök teljesítményének és kereskedelmi potenciáljának növekedését már nem a „Moore-törvény" szerinti méretcsökkentésben, hanem a kiegészítő funkciók fejlesztésében és integrálásában látja. Ilyen funkciók: a kommunikáció (rádiófrekvenciás modulok – RF), a jelfeldolgozás (passzív alkatrészek), energiaellátás (tárolás és energiatermelés), érzékelés, beavatkozás, biológiai funkciók (biochip – Lab-on-a-Chip, mikrofluidika, implantálható és viselhető eszközök).

Az elektronikai eszközök és rendszerek (ECS – electronic components and systems) funkcionális diverzifikációjára épülő „More than Moore" trend a nem digitális funkciók digitális elektronikai alkatrészekkel történő kapcsolódását, integrációját helyezi előtérbe. Mivel az analóg eszközök méretcsökkentésének sebessége nem kell, hogy megfeleljen a Moore-törvénynek, ebben az esetben az integrációs technológiák fejlesztése kerül a teljesítménynövelést jelentő célok középpontjába, lehetővé téve, hogy az elektronika analóg funkciói beépüljenek a tokok (System-in-Package, SiP)



3. ábra. Az elektronikus eszközök és rendszerek fejlődési trendjei a Moore-törvényen túl [7]

vagy akár a chipek (System-on-Chip, SoC) szintjén is. A merőben eltérő anyagcsaládokból változatos gyártástechnológiával előállított komponensekből mint építőkockákból felépülő komplex rendszerek létrehozását a heterogén integrációs megoldások gyorsuló fejlődése teszi lehetővé.

Kimondhatjuk, hogy ettől kezdve az ITRS mikro- és nanotechnológiai fejlesztésekre vonatkozó iránymutató szerepét átveszik a komplex elektronikai rendszerekre vonatkozó tanulmányok: IRDS (International Roadmap for Devices and Systems – Az eszközök és rendszerek nemzetközi útiterve), ECS-SRA (Strategic Research Agenda for Electronic Components and Systems – Az elektronikai komponensek és rendszerek stratégiai kutatási terve).

* * *

Gordon Moore öröksége mind a mai napig meghatározó: olyan különleges technológiai fejlesztések katalizátora és hajtóereje, mint az EUV-litográfia, a 3D/2D/1D tranzisztor-architektúrák (fin-FET, nanosheet – nanoréteg, nanoribbon – nanoszalag, nanowire – nanoszál), vagy a komplex érzékelő rendszerek és integrációs technológiáik. Az ikonikus jóslat aktualizált formái tehát újra és újra iránymutatást adnak az elektronikus eszközök és rendszerek fejlesztői számára.

Moore a feleségével közösen a 2000-ben létrehozott alapítványa (Gordon and Betty Moore Foundation) révén aktív filantróp tevékenységet is folytatott – többek között környezetvédelmi, egészségügyi és egyéb tudományos területen dolgozó fiatal feltalálókat támogatva – egészen a 2023. március 24-én bekövetkezett haláláig.

Köszönetnyilvánítás

A cikk elkészültét a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Hivatal támogatta a K137852, TKP2021-EGA-02, TKP2021-NVA-03 és TKP2021-EGA-04, valamint a V4-Japán programok (2019-2.1.7-ERA-NET-2021-00028) által, illetve a Kulturális és Innovációs Minisztérium a Kvantuminformatika Nemzeti Laboratórium projekt (2022-2.1.1-NL-2022-00004) keretében.

Irodalom

1. G. E. Moore: Cramming more components onto integrated circuits. *Electronics,* 38 (8) április 19, 1965
2. D. J. Yang: On Moore's Law and fishing: Gordon Moore speaks out. *U.S. News Online,* 2000 (7/10/2000).
3. G. E. Moore: Progress in Digital Integrated Electronics, Technical Digest 1975. In: International Electron Devices Meeting, *IEEE,* 1975, 11–13.
4. K. Mistry, et al.: A 45 nm logic technology with high-k+metal gate transistors, strained silicon, 9 Cu interconnect layers, 193 nm dry patterning, and 100% Pb-free packaging. In: 2007 IEEE International Electron Devices Meeting, Washington, DC, USA, 2007, 247–250. https://doi.org/10.1109/IEDM.2007.4418914
5. S. Natarajan, et al.: A 14 nm logic technology featuring 2nd-generation FinFET transistors, air-gapped interconnects, self-aligned double patterning and a 0.0588 μm^2 SRAM cell size. In: 2014 IEDM, *Tech. Dig.,* 71–73.
6. N. Broekhuijsen: Prototypes first ever 3 nm GAAFET semiconductor. 2020, *Tom's Hardware News,* https://www.tomshardware.com/news/samsung-prototypes-first-ever-3nm-gaafet-semiconductor
7. https://research.ibm.com/blog/2-nm-chip [utolsó megtekintés 2023. 11. 04.]
8. M. Waldrop: The chips are down for Moore's law. *Nature,* 530 (2016) 144–147.
9. D. Burg, J. H. Ausubel: Moore's Law revisited through Intel chip density. *PLoS One,* 16 (8) (2021) e0256245.
10. W. Arden, M. Brillouët, P. Cogez, M. Graef, B. Huizing, R. Mahnkopf: More than Moore – White Paper. *ITRS – International Technology Roadmap for Semiconductors.* http://www.itrs2.net/uploads/4/9/7/7/49775221/irc-itrs-mtm-v2_3.pdf

GYÖRGYI GÉZÁTÓL BÚCSÚZUNK

Györgyi Géza
(1957 – 2024)

Február 21-én délután kaptuk a szomorú hírt, hogy hosszan tartó betegség után, életének 67. évében elhunyt Györgyi Géza, az ELTE Fizikai Intézetének nyugalmazott egyetemi docense.

Géza szinte egész életét az ELTE Fizikai Intézetében töltötte. 1981-ben került Elméleti Fizika Tanszék akadémiai kutatócsoportjába, majd az utóbbi 12 évben az Anyagfizikai Tanszéken dolgozott. Az ELTE-re kerülésekor Ladányi Károly, az Elméleti Fizika Tanszék egyik tekintélyes kutatója mondta: ez az ifjú generáció a tudományos elegancia megtestesítője. Az elegancia szeretete Géza esetében széles körű műveltségéből következett. Ez részben családi örökség. Ősei között egyaránt voltak jelentős természettudósok, festők, építészek és jogászok. Édesapja, aki fiatalon távozott közülünk, a magyar fizikatörténet egyik kiemelkedő alakja volt.

Géza családja legalább 1723-ra vezeti vissza a történetét. A magyar építészethez és művészetekhez való hozzájárulásuknak a várbeli Budapesti Történeti Múzeum egy egész kiállítást szentelt 2006-ban. A családtörténet egyik gerince az volt, hogy 1851 óta a család mindegyik generációjában volt egy Györgyi Géza, legtöbbször az elsőszülött. Ez a 170 éven átívelő, generációkat összekötő családtörténeti gerinc törik most meg Géza eltávozásával. Ez megrendítő. Misztikus tény, hogy az a kórházi épület, amelyben Géza szeme lezárult, szomszédos azzal a kórházzal, ahol Györgyi Géza, Géza nagyapja távozott el közülünk. Mintha időben elszakított generációk fonódtak volna össze legalább térben.

Györgyi Tünde, Horváth Tünde és a két Géza

Így aztán az sem meglepő, hogy Géza érdeklődése igen szerteágazó volt, minden érdekelte, de az érdeklődésen túl hatalmas tudásvágy volt benne; mindent meg is akart érteni. Emellett nagyon emlékezetes és magával ragadó társalkodó volt. Rendkívül jó humora volt. Roppant gyors és éles ésszel mindig elsőként látta meg mások mondandójában az értékeset, a gondolatébresztőt – meg a kiigazítandót. Páratlan memóriájából ömlöttek a főtémához kapcsolódó történelmi példák, anekdoták és a téma kulturális, tudományos vetületei. Egyszer unokatestvéreivel síelt a Tátrában, és mint szegény diákok tán tízen zsúfolódtak össze egy szobában. Az egész beszélgetés olyan volt, mintha Géza mind a tízünkkel párhuzamosan játszott volna sakkszimultánt. És mindegyikben nyerésre állt.

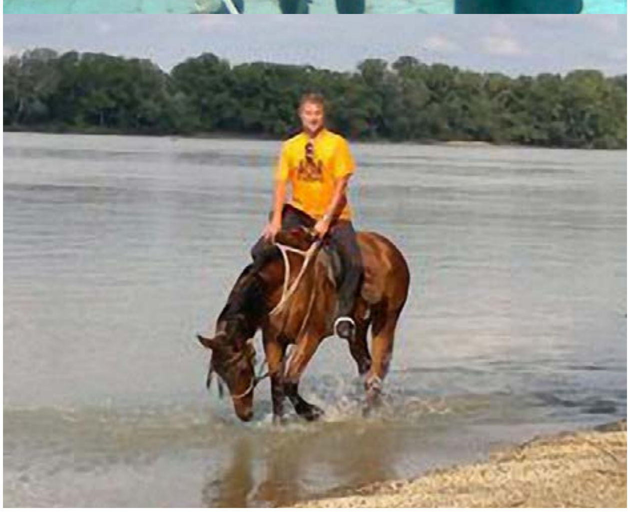
Tudományos munkájában ötletei mindig különlegesek voltak. Ha egyszer szembesült valamilyen problémával, nem nyugodott addig, amíg nem értette azt a legapróbb részletekig. Ilyenkor gyakran kiderült, hogy sokszor átsiklunk valamilyen kérdésen, ami messze nem nyilvánvaló. Az ilyen részletek tisztázása nagyon gyakran az új felfedezések kiindulópontja. Mindent megérteni nehéz, de Géza tehetsége, tudásvágya és kitartása sok izgalmas és értékes eredményre vezetett itthoni, amerikai és svájci munkái során. Ezek között a Szépfalusy Péterrel megkezdett káosz- és zajkutatásai elvezettek a zajos neuron modelljének megalkotásához. Az időjárási extrémek mindennapi ismétlései arra késztették Gézát, hogy megértse az extrémérték-statisztikák mélyebb szintjeit, s ehhez kidolgozza a renormalizációs csoport egy elegáns alkalmazását. De az anyagfizikai és gyakorlati szempontból is fontos diszlokációk statisztikus térelméletének megalkotásában való közreműködése is Géza értékes és időtálló eredményei közé tartozik. Eredményeiért az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Novobátzky-díját, valamint az MTA Fizikai Díját nyerte el.

Van még egy díj, amit említeni kell. A fizikában is van közösségi munka, aminek egy nem túl népszerű változata a tudományos cikkek bírálata. Gézáról tudni kell, hogy ő elfogadott referálásra olyan cikkeket is, amelyek szakmájához nem közeli témákban íródtak. Úgy érezte, hogy mindent meg lehet tanulni azon a szinten, hogy értékelni lehessen egy cikket. Ezzel kapcsolatos az a mondása is, hogy nincs olyan *Physical Review Letters*-cikk, amelyben ne lenne észrevehető hiányosság. Referálási munkájáért 2013-ban megkapta az Amerikai Fizikai Társulat „Outstanding Referee”, azaz Kiváló Bíráló kitüntetését.

Az oktatásba is igen sok energiát fektetett. Kiváló egyetemi oktató volt. Csakúgy, mint édesapja, nagyon tisztán szerkesztette meg az előadott anyagot, és nagyon világosan, logikusan adta elő. Diákok egész generációi agyában ő teremtette meg és alapozta meg a statisztikus fizika gyönyörű világát. Az utóbbi időkben elméleti

Géza családi körben

mechanikát tanított. Megírt egy fantasztikusan jó és letisztult, egyszerű, de ugyanakkor a mélységekbe is menő jegyzetet. Ahogy egy diák jellemezte őt, „Györgyi Gézát én nagyon nagy tudású, a diákokat tudásuk szintjétől függetlenül motiváló és messzemenőkig partnerként kezelő oktatónak ismertem meg”. Jellemző rá, hogy, amikor az Anyagfizikai Tanszéken kiderült, hogy nincs oktató az egyik laborban a Meissner-effektus mérésének levezénylésére, igazi elméleti fizikus létére azt mondta, hogy ő megcsinálja. Ezt követően részletekbe menően átgondolta és továbbfejlesztette a mérést, de még abban is aktívan közreműködött, hogy felújítsuk a berendezés mérőfejét és vezérlőelektronikáját.



Géza kedvenc hobbija

Egy másik hobbi

Oktatási sikereinek egy része abból ered, hogy Géza rendkívül jól értette a fiatalabbak, sőt a gyerekek nyelvét. Néha elment Rácz Zoliékhoz, amire három gyerekük úgy emlékszik, hogy itt volt a Vicces Géza. Ilyenkor Géza rendszerint elkezdett mulatságos történeteket mesélni, amit a gyerekek tátott szájjal hallgattak – pedig egy idő után világos volt, hogy igazából fizikai jelenségekről mesélt, és fizikát tanított nekik.

Géza kivételes tulajdonsága volt, hogy mindenben meglátta az érdekességet. Lehetett ez a kávépörkölés finomságainak rejtélye, amit az Elméleti Fizika Tanszék kávézójában hónapokon keresztül tárgyaltunk, vagy a Civilizáció IV játékban a szerzetesek jelentősége a stratégiában, amit éjjeleken átívelő játékokban lehetett tesztelni. A lényeg az volt, hogy érdekes jelenségeket és összefüggéseket lehetett kutatni és felfedezni, s ez a felfedező munka adta az életörömet és vidámságot Gézának.

Egy nagyon egyszerű jelenség, amiben vannak mélységek, és Gézát nagyon izgatta, a véletlen döntés egy érme feldobásával. Bár az érmén a fej és az írás nem szimmetrikus, sokszor úgy döntünk, hogy feldobjuk az érmét, az repül, pörög, aztán vagy elkapjuk, vagy leesik a földre és gurul, pattog, aztán eldől. A kérdés az, hogy a kettő közül melyik az igazságosabb módszer a véletlen döntésre. A megoldást, ahogy Géza tenné egy titokzatos mosollyal, az emlékezőkre hagyjuk.

Akiknek szerencséjük volt vele közelebbről is megismerkedni és dolgozni, azoknak nagyon hiányzik Géza humora, lényeglátása, hihetetlen kulturális és történelmi tudása. Kollégái számára fizikai intuíciója és elképesztő matematikai képességei. Diákjainak a különlegesen letisztult magyarázatai és előadásai. Ahogy körülnézünk magunk között, szemünk keresi Gézát, hiszen annyira közénk tartozik. De már nem találjuk. Viszont ha ma éjjel felnézünk az éjszakai égboltra, látni fogjuk, hogy eggyel több csillag van az égen. És mintha a Sarkcsillaghoz volna közel…

Géza, búcsúzunk, örökre emlékezetünkben maradsz!

Groma István, Rácz Zoltán és Zimányi Gergely

PAVLICS FERENC ÉS TANÁRA, VARGA ÁRPÁD
KETTŐS ÉLETÚT – HÁRMAS EMLÉKEZET

Szabó Róbert, Radnai Gyula, Radnai Márton[1]

Előszó[2]

Radnai Gyula számára a fizika minden volt: nemcsak munka, hanem a legfőbb szórakozás is, ami a szabadidejét is teljesen kitöltötte. A fiának lenni emiatt egyszerre volt élvezetes és nagyon nehéz. Az élvezetes pillanatok közé tartozott, hogy gyerekként sok nagyszerű embert megismerhettünk: például Vermes Muki bácsit, aki látogatáskor mindig elhozta a számológépét, vagy Csepelen a szertárban kísérleteket mutatott be külön nekünk, szódáspatron-meghajtású repülőgéppel szétlőve egy-két fénycsövet. Vagy Benoit Mandelbrotot, akivel 1986-ban együtt reggeliztünk Balatonalmádiban egy konferencián. A nehezebb az volt, hogy akkor is fizikáról volt szó, amikor nem feltétlenül kellett volna: szombat délelőttönként az élet nagy dolgai helyett fizikáról beszélgettünk, külföldi utazáskor fizikusok sírjait kerestük a temetőben, iskolai szünetekben fizikatanári ankétokra jártunk.

Jó lett volna, ha minket is annyira érdekel a fizika, mint őt, de sajnos ez nem így volt, és ezt nehezen emésztette meg. Volt azonban néhány olyan téma, ami minket is érdekelt, ilyen volt a repülés és az űrhajózás. Maketteket építettünk együtt, és sokszor kibicikliztünk az épülő Ferihegy II. repülőtérre, ahová egy ideig a kifutópályához is be lehetett sétálni, és együtt néztük a fel- és leszálló gépeket. Együtt örültünk Farkas Bertalan utazásának, és szörnyülködtünk a Challenger katasztrófáján.

Az űrhajózásról beszélgetve édesapám egyszer elmondta, hogy meghatározó élmény volt számára az 1969-es holdraszállás, amit a TV-n keresztül nézett, majd felnézett az égre, és azt gondolta, hihetetlen, hogy ez megtörtént. A holdraszállás tényleg hihetetlen, idejét jóval megelőző eredmény volt, és nemcsak a fizika, hanem a számítástechnika, vagy a napelem technológia számára is.

Ennek a különleges tudományos és műszaki teljesítménynek volt néhány évvel később egy magyar résztvevője is, akit Pavlics Ferencnek hívtak. Édesapám utolsó kutatásában az ő életével foglalkozott, és rá jellemzően természetesen fizikatanáráéval is, akit Varga Árpádnak hívtak. 2021. március–áprilisában többekkel is levelezést folytatott a témában, amikor húsvétkor, a koronavírus-járvány harmadik hullámában megbetegedett, majd egy hónappal később elhunyt.

Kórházba szállítása után laptopja hozzám került, így én tartottam a kapcsolatot e-mailen előbb aggódó, majd részvétet nyilvánító barátaival, ismerőseivel. Egyikük, Kovács László hívta fel a figyelmemet a folyamatban lévő kutatásra, amin ő és Feiszt György is sokat dolgozott. Bíztatására készült el ez az írásunk, ezzel tisztelegve a nemrég elhunyt Pavlics Ferenc, egykori tanára, Varga Árpád, illetve Radnai Gyula előtt is, aki idén, április 15-én ünnepelte volna 85. születésnapját.

Varga Árpád, a tanár

Pavlics Ferenc számára meghatározó élményt jelentett, hogy Varga Árpád természettan-mennyiségtan szakos tanár taníthatta.

Varga Árpád Lajos (1913–1971) 1913. szeptember 17-én született Szombathelyen. Édesapja Varga István nyomdai tördelő, édesanyja Horváth Mária volt [1]. Az értesítőkből kiderül, hogy Varga középiskolai tanulmányait 1924 és 1928 között a Szombathelyi Faludi Ferenc Állami Főgimnáziumban, 1929-től 1932-ig a Budapesti Eötvös József reáliskolában végezte. Itt versenyszerűen sakkozott, és szorgalmasan küldte be matematikából megoldásait a KÖMAL-ba, egy ízben még fotója is bekerült *(1. ábra).* Tanári diplomáját a Budapesti Királyi Magyar Pázmány Péter Tudományegyetem Bölcsészettudományi Karán szerezte meg 1937-ben [2]. Az 1936–1937-es tanévben a Budapesti VI. kerületi Állami Főreáliskolában folytatott tanári gyakorlatot [3], majd a Várpalotai Magán Polgári Iskolában működött. Az 1941–1942-es tanévben került a Muraszombati Állami Főgimnáziumba, mint helyettes tanár, illetve a természettani és ének- és hangszertani szertár őre. Ezen kívül a 8.A osztály osztályfőnökségével is megbízták. Varga

1. ábra. Varga Árpád fényképe a KÖMAL folyóiratban [7]

[1] *Szabó Róbert:* doktorjelölt, ELTE Történettudományi Doktori Iskolája; *Radnai Gyula* (1939–2021): nyugalmazott docens, ELTE Anyagfizikai Tanszék; *Radnai Márton:* vezérigazgató, Ramasoft Adatszolgáltató és Informatikai Zrt.

[2] Az előszó elsősorban *Radnai Márton* írása, Varga Árpád és Pavlics Ferenc életrajza elsősorban *Szabó Róbert* munkája – Radnai Gyula kutatása alapján.

2. ábra. Varga Árpád fényképe egy érettségi tablón [11]

iskolai tevékenysége mellett az Országos Középiskolai Tanár Egyesület és Muraszombati Kaszinó tagja volt [4]. Az 1944–1945-ös tanévtől kezdve tanított matematikát és fizikát a Szombathelyi Faludi Ferenc Állami Főgimnáziumban [5]. Ekkor ismerkedett meg Pavlics Ferenccel, a gimnázium diákjával, aki – bár Varga nevét nem konkretizálta, de feltehetően rá (is) gondolt – 2008-as interjújában úgy fogalmazott, hogy „tanárainkra szeretettel emlékszem, főleg a matematika- és fizikatanáraimra” [6].

Tanári tevékenységéért a Közoktatásügyi Minisztérium 1946-ban jutalomban részesítette [8]. Ezen év december 23-án kötött házasságot Szombathelyen Novák Ivonne Máriával (1912–1998), aki szintén tanár volt [9]: szóbeli közlés alapján tudjuk, hogy a Savaria Gimnáziumban tanított német és francia nyelvet 1954 és 1966 között. Egy lányuk született, Gabriella.

1949-ben a Faludi Ferenc Gimnáziumot megszüntették, és beolvasztották a korábbi Premontrei Gimnázium helyén létrejött állami Nagy Lajos Gimnáziumba. Vargát még ebben az évben átvezényelték a Szombathelyi Ságvári Endre Szakérettségis Tanfolyamra, ahol matematikát tanított [10]. Elismerésre méltó tanári tevékenységét jelzi, hogy Oktatásügyi Minisztérium a legeredményesebb három tanár közé sorolta. Mint a tanfolyam tanára, 1954-ben „Kiváló tanár” kitüntetést kapott [8]. A tanfolyam 1955-ig működött: ezt követően Varga visszakerült a Nagy Lajos Gimnáziumba. Ő volt egy 1959-ben érettségiző osztály osztályfőnöke *(2. ábra)*. Korábbi tanítványai arról számoltak be, hogy élete végén majdnem teljesen megvakult, „Árpád bácsi” óráit mégis nagy tisztelettel, csendben hallgatták tanulói.

Varga három évtizedes tanári működésének egy hangsúlyos elemét aktív publikációs tevékenysége jelentette. Matematika szakos tanárként tankönyvet írt, feladatgyűjtemény szerkesztésében vett részt [12]. Munkái közül kiemelésre méltók az 1947-től ugyancsak Szombathelyen tanító Czapáry Endre (1922–2018) matematikatanárral közösen írt példatárak. 1958-ben született meg az általános négyosztályos gimnáziumi levelező oktatás matematikatanításához az a feladatgyűjtemény, amely 1964-től a dolgozók gimnáziumának példatára lett. A mintegy tizenhárom kiadást megélt kötetekből 1971-től a korábbi négy helyett már csak kettő, egy rövidebb és egy hosszabb feladatgyűjteményt adtak ki újra. 1973-tól ezek közül is már csak a rövidebb került forgalomba 1975-ig, a tizennyolcadik kiadásig bezárólag. Ezzel párhuzamosan, 1974-ben látott napvilágot a Varga által szerkesztett *Útmutató az algebra és számelmélethez* című munkája, amely azután négy részben, 1976–1977-ben újra megjelent oktatói segédanyagként matematika szakos levelező hallgatók számára. Ezzel párhuzamosan Varga önálló példatárat is szerkesztett *Absztrakt algebrai feladatgyűjtemény* címmel. A feladatgyűjtemény a tanárképző főiskolák első- és másodéves hallgatói számára készült, ami az elméleti összefoglalás mellett kidolgozott mintafeladatok bemutatásával segítette a tanárszakosokat az algebrai feladatok helyes megoldásának követése céljából. Az említetteken kívül, számos tanulmánya jelent meg a Vasi Nevelőben a matematikatanítás aktuális kérdéseiről, módszertani problémáiról.

Oktatói és publikációs tevékenysége mellett a Bolyai Társulat szombathelyi tagozatának elnökeként a tagozat munkáját szakmódszertani előadásaival, megyei versenybizottsági tagságával színesítette. 1956 augusztusában olyan megyei munkaközösséget szervezett, amely minden második hónapban matematikai felkészítőt tartott az első osztályos gimnazisták számára [8]. Ezt követően kétszer (1956-ban és 1963-ban) is elnyerte a Beke Manó-emlékdíjat a matematika oktatásáért és népszerűsítésért [13]. 1971-ben, 58 éves korában halt meg [12].

Pavlics Ferenc, a diák

Pavlics Ferenc 1928. február 3-án, a Vas vármegyei Bolozsameggyesen (mai nevén Meggyeskovácsi) született, a család negyedik gyermekeként. Kilencen voltak testvérek (3. ábra). Apja Pavlics Károly (1896–1976) tanító volt, az első világháborúban katonaként szolgált. 1922-ben

3. ábra. Pavlics Ferenc testvérei és szülei 1956 nyarán [14]

4. ábra. Pavlics Ferenc az 1950-es évek ballonkabátjában [17]

vette feleségül Perusich Rosinát (1897–1993), aki szintén tanár volt.

A fiatal Pavlics szülőfalujában végezte elemi iskolai tanulmányait, így szülei tanították. Ezt követően beiratkozott a Szombathelyi Faludi Ferenc Állami Főgimnáziumba, ahol elvégezte az első öt osztályt. Az 1943–1944-es tanévben a Szentgotthárdi Állami Főgimnázium diákja volt, majd az 1944–1945-ös tanévtől ismét a szombathelyi gimnázium lépcsőit koptatta [6]. Itt is tett érettségi vizsgát az 1945–1946-os tanévben „jól érett" eredménnyel [15]. 2008-ban vele készített interjúban kiemelte, hogy a második világháború, s azzal összefüggésben a kedvezőtlen közlekedési lehetőségek miatt csak nagy nehézségek árán tudott eljutni a gimnáziumba. Pavlics ezzel magyarázta, hogy nagyszüleihez költözve, egy tanévig Szentgotthárdra járt Szombathely helyett.

Állítása szerint a kémia felé orientálódott, de amikor egy otthoni kísérlete felrobbant – ami egyik húga ruháját is beterítette – felhagyott érdeklődésével [16]. Ezért középiskolai tanulmányai befejezése után a Budapesti József Nádor Műegyetem gépészmérnöki szakára iratkozott be. Itt olyan, Pavlics által patinásként jellemzett tanárok oktatták, mint Pattantyús-Ábrahám Géza, Muttnyánszky Ádám és Zigány Ferenc. A *Magyar Közlöny* beszámolt róla, hogy több ízben is elnyerte a szociális ösztöndíjat az egyetemen.

Pavlics 1950 őszén diplomázott, ezt követően a Gépipari Tervező Intézetben helyezkedett el fiatal mérnökként *(4. ábra)*. Feladatai közé új gyárak tervezése, a már működő gyárak kibővítésére vonatkozó fejlesztések megtervezése volt. 1953-ban meghívták a műszaki egyetemre tanársegédnek, ahol 1956-ig működött. Kazinczy László professzorral közösen több tankönyvet is írtak ekkoriban. Az 1956-os forradalom és szabadságharcban való részvételével kapcsolatosan némileg ellentmondásosak a nyilatkozatai: a Természet Világának adott egyik interjújában ([6]) úgy nyilatkozott, hogy csak „követte az eseményeket", a Questnek adott interjúból ([16]) azonban kiderül, hogy részt vett a helyi Forradalmi Bizottság megalakításában, megszerezte saját titkosszolgálati aktáját és segített azok mások számára történő szétosztásában. Egyik testvére röplapok terjesztéséért börtönbe is került. A felkelés leverésének idején a következményektől tartva Ausztriába emigrált [6]. Innen Bremerhavenbe utazott, ahol már állásajánlattal várták, és a nyelvet is jól beszélte. Barátnője azonban nem akart Európában maradni, és a kis, zsúfolt iparvárost meglátva ő is az utazás mellett döntött [16], ezért 1957 tavaszán az Amerikai Egyesült Államokba emigrált [6]. Amikor a Camp Kilmerben lévő menekülttábort munkaerő-toborzás céljából felkereste a többek között a terepjáró járművek mobilitásvizsgálatával foglalkozó General Motors (GM) [16], Pavlics a szerencsések közé kerülhetett: annak ellenére, hogy ekkor még egy szót sem értett angolul, a felfutóban lévő autóiparban, a GM hadászati kutatólaboratóriumában tudott elhelyezkedni mérnökként, s terepjárók, lánctalpasok fejlesztésében, tervezésében vett részt. 1957-ben, Detroitban vette feleségül Klárát (?–1992) [6], három és fél éves itt tartózkodása során született meg két fia, Ferenc és Péter is.

Pavlics későbbi élete közismert lehet nemcsak az emlékezők, hanem a tevékenysége iránt érdeklődők számára is: miután 1960-ban Santa Barbarába (Kalifornia) költözött át a Pavlicsnak is munkát adó kutatólaboratórium [16], Pavlics a NASA-val együttműködve, az 1960-as évek elején kapcsolódott be a holdjáró autó (Lunar Roving Vehicle) megtervezésének, tesztelésének és elkészítésének folyamatába. Az is ismert, hogy az Apollo-program keretében, tizenhét hónap megfeszített munkájának eredménye révbe ért: a végeredmény egy egyedülálló mérnöki konstrukciónak bizonyult. Pavlics e programban kifejtett tevékenységét főként a Lunar Rover speciális kerekének megalkotásával hozta összefüggésbe az utókor: ennek az az oka, hogy a kerék Pavlics saját szabadalma volt [6]. A találmány jelentőségét az adta, hogy általa a holdjáró kerekei megfelelő rugalmassággal rendelkeztek lengéscsillapítás céljából, miközben – a korábbi elképzelésekhez képest egyszerűbb konstrukciójuk és kisebb tömegük ellenére – megfelelő tapadást biztosítottak a Hold felszínén [18].

Az űrversenyben aratott győzelem után Pavlics viszszakerült Európába: előbb a GM-nél, majd az Opelnél tevékenykedett műszaki felügyelőként. 1988-as nyugdíjba vonulása után egy mérnöki szaktanácsadói vállalatot alapított. Ennek keretén belül elektromos meghajtású járműveket tervezett közúti forgalomra. Már nyugdíjasként kapcsolódott be a NASA Marsra szállással kapcsolatos munkálataiba, amelynek keretén belül a Marsra szánt automata jármű kifejlesztésén dolgozott [19]. Mivel Pavlics hasznosítani tudta az USA által a Marsra küldeni tervezett Sojourner projektben a holdjáró autó megtervezése során szerzett tapasztalatait, kidolgozta a Marsjáró kereke felfüggesztésének koncepcióját. A korábbi projekthez képest előny volt, hogy viszonylag kicsi mérete, illetve hat kereke nagyobb stabilitást és mozgékonyságot kölcsönzött a Sojournernek [20].

A rendszerváltást követően több elismerésben is részesült Magyarországon. 2008-ban megkapta a Magyar Köztársasági Érdemrend középkeresztjét. 2010-ben a Magyar Mérnöki Kamara Gépészeti Tagozata a Botka-díjat adományozta számára, s ezzel együtt tiszteletbeli tagjává választotta [21]. Ugyancsak ebben az évben kapta meg a Magyar Örökség-díjat, illetve diplomázásának 60. évfordulójára a gyémántdiplomáját is [19]. 2024. február 15-én, 96 éves korában hunyt el.

Összegzés

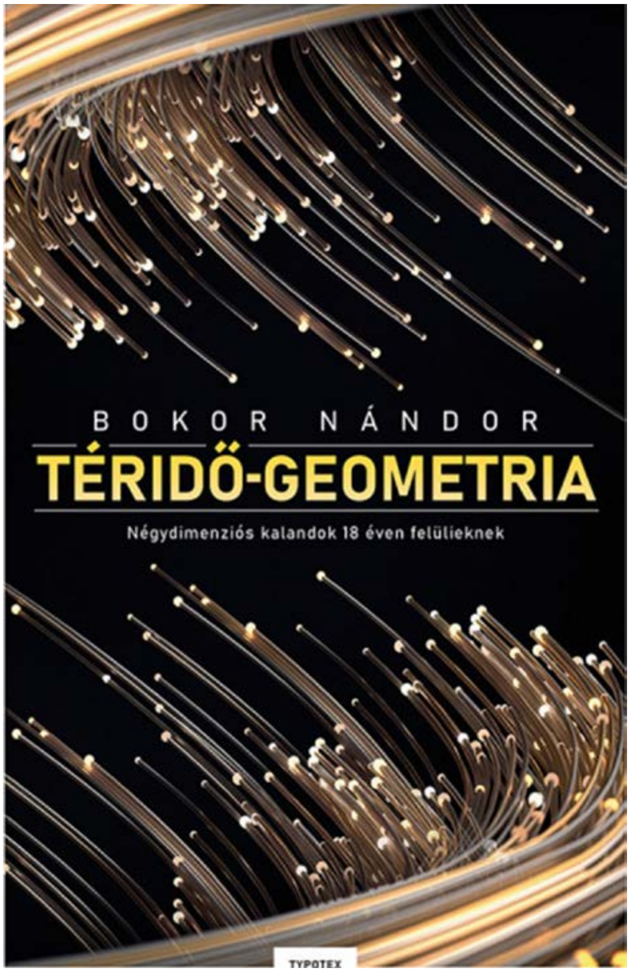
Visszautalva megemlékezésünk címére, írásunkban Varga Árpád és Pavlics Ferenc életútjának bemutatására törekedtünk. Kettőjük életútja azáltal került összefüggésbe, hogy Pavlics Ferenc Varga Árpád tanítványa volt. Írásunk második, poszthumusz szerzője Radnai Gyula (1939–2021), aki Pavlics Ferenc életútjából kiindulva kísérletet tett arra, hogy feltárja „mentorának” életútját. Visszaemlékezésünkkel e célt beteljesítve, a szerzők szeretnék elérni Radnai Gyulának azt a célját is, hogy Varga Árpád bekerüljön a „KFKI História – Tudósnaptár”-ába. Ezzel Varga Árpád tevékenységét nemcsak elismerésre méltónak találjuk, hanem egyben „tudós tanárként” is jellemezzük [22].

Irodalom

1. MNL VaML XXXIII.1.a. 928. kötet, 761/1913. Magyar Nemzeti Levéltár Vas Vármegyei Levéltára. Külön intézkedéssel levéltárba utalt iratok, Vas Vármegye állami anyakönyvek, Vas Vármegye állami anyakönyvi másodpéldányok. Szombathely Születési anyakönyv (1913–1914)
2. A Budapesti Királyi Magyar Pázmány Péter Tudományegyetem almanachja fennállásának 301. tanévében az MCMXXXV–MCMXXXVI. tanévre. Királyi Magyar Egyetemi Nyomda. Budapest, 1936, 151.
3. Pongrácz Alajos: A Budapesti VI. kerületi Magyar Királyi Állami Báró Kemény Zsigmond Gimnázium 1936–37. tanévi Értesítője az iskola fennállásának 46. évében. Iskola igazgatósága. Budapest, 1937. 21.
4. Törnár Ede: A Muraszombati M. Kir. Állami Gimnázium első évkönyve az 1941–42. iskolai évről. Martineum Könyvnyomda Rt. Szombathely, 1942. 14–41.
5. A Szombathelyi Állami Faludi Ferenc Gimnázium 35. évi Évkönyve az 1946–47. iskolai évről. Szabad Vasmegye Nyomda. Szombathely, 1946. 10.
6. Both Előd (2008): „Az életben ritkán adódik ilyen alkalom egy embernek!” – Beszélgetés Pavlics Ferenccel, a holdautó főkonstruktőrével. *Természet Világa,* 139(8): 338–342.
7. Középiskolai és Matematikai Lapok (1932) VIII. évfolyam 9–10. szám, 1932. május–június, VI. oldal. https://www.komal.hu/tablok/kepek/ev1932/t1932-1.jpg [Utolsó letöltés dátuma: 2024. április 8.]
8. Matematikai Lapok VII. évfolyam. 3–4. szám. Bolyai János Matematikai Társulat. Budapest, 1956, 298.
9. MNL VaML 989. kötet, 377/1946. Szombathely Házassági anyakönyv (1945–1948)
10. Horváth Sándor (1986): A Szombathelyi Ságvári Endre Szakérettségis Fiúkollégium és Tanfolyam története. *Vasi Szemle,* 40(1): 38.
11. A Szombathelyi Nagy Lajos Gimnázium 1959-ben érettségizett IV. B. osztályának tablója, Bogáth József magángyűjteménye
12. Egy számtantanár halálára. *Vas Népe*, 1971. június 10. 5.
13. A Beke Manó emlékdíjasok névsora, Bolyai János Matematikai Társulat. https://www.bolyai.hu/files/Dijak_BekeManoEmlekdij_osszes_2022-ig.pdf [Utolsó letöltés dátuma: 2024. március 31.]
14. A család 1956 nyarán. https://dokutar.omikk.bme.hu/archivum/pavlics/kepek/pavlicsk0069-01.htm [Utolsó letöltés dátuma: 2024. április 26.]
15. Az 1946. év június havában érettségi vizsgálatot tett tanulók anyakönyve. Szombathelyi Nagy Lajos Gimnázium Könyvtára.
16. David Clow (2011): The Law of the Stronger: Ferenc Pavlics and the Apollo Lunar Rover. *Quest, the History of Spaceflight Quarterly* 18(1): 7–19.
17. Pavlics Ferenc az ötvenes évek ballonkabátjában. https://dokutar.omikk.bme.hu/archivum/pavlics/kepek/pavlicsk0280-01.htm [Utolsó letöltés dátuma: 2024. április 26.]
18. John N Calandro – Norman J James – Ferenc Pavlics (1969) Resilient wheel. United States Patent (US3568748A). https://patents.google.com/patent/US3568748A/en Utolsó letöltés dátuma: 2024. március 20.
19. Both Előd (2008): „Más szemmel nézek a Holdra, mint azelőtt” – Beszélgetés Pavlics Ferenccel, a holdautó főkonstruktőrével. *Természet Világa,* 139(9): 391–393.
20. Both Előd (2010): „Véglegesen nyugdíjba vonultam” – Budapesti beszélgetés Pavlics Ferenccel, a holdautó tervezőjével. *Természet Világa,* 141(9): 411–412.
21. Elhunyt Pavlics Ferenc. https://space.kormany.hu/elhunyt-pavlics-ferenc [Utolsó letöltés dátuma: 2024. február 19.]
22. Szabó Róbert, Tóth Kristóf (2021): „Tudós tanár – tanár tudós”: egy védés margójára. *Magyar Tudomány,* 182(3): 413–419.

BOKOR NÁNDOR: TÉRIDŐ-GEOMETRIA

Négydimenziós kalandok 18 éven felülieknek. Typotex Elektronikus Kiadó Kft., Budapest, 2023., 331 oldal, ISBN 9789634932475



Ez a könyv kicsit olyan élményt nyújt, mint zöldfülűként részt venni egy szervezett hegyi túrán. A szigorú túravezető (mármint a szerző) ránk szól, hogy ne maradozzunk le, ne beszélgessünk, ne a turistajelzést kövessük, hanem arra menjünk, amerre ő mondja. Nehéz a kaptató, fáj a lábunk, szomjasak vagyunk, morgolódunk. De a vezető hol itt, hol ott mutat egy virágot, egy állatot, egy sziklát, amit magunktól nem vettünk volna észre. Aztán (úgy a századik oldal táján) felérünk a csúcsra. És amit onnan látunk, az csodálatos! Tovább se könnyű az utunk, de már azzal az érzéssel megyünk tovább, hogy megéri a fáradságot.

Bokor Nándor arra vállalkozott, hogy minimális matematikai apparátussal, szinte kizárólag téridődiagramokra támaszkodva, egyszerű geometriai érveléssel mutassa be Einstein speciális relativitáselméletét. A szellemes alcím, „Négydimenziós kalandok 18 éven felülieknek” kifejező, de nem úgy, ahogy elsőre gondolnánk. Kemény szellemi munka vár az olvasóra, ami bizony igényli a felnőttek értelmét és fegyelmét. A könyv érezhetően fiatalok számára íródott, az ő világukból vett példák szerepelnek benne. Vannak itt manók, űrrakéták, képregényhősök, japán népmese, de megismerjük a GPS működési elvét is. A könnyed, néha kissé szertelen stílus időnként a szigorú egyetemi oktató hangjába vált át, aki pallérozza gondolkodásunkat, és kontroll alatt tartja a hallgatóságot.

A könyv egymásra épülő rövid fejezetek sorozata, mintha csak egyetemi előadások volnának. A szerző néhol érezhetően igyekszik (nem is sikertelenül) szabadulni a könyv és a statikus ábrák jelentette kötöttségektől, és megkéri az olvasót, hogy az ábrának egyelőre csak egyik vagy másik részét vegye figyelembe, majd ahogy a gondolatmenetet tovább építi, újabb részletekre is felhívja a figyelmet. Az is érdekes jellegzetesség, hogy a fejezetek végén röviden összefoglalja, hogy mit tudtunk meg abban a fejezetben. Ez a szerkezet határozottan megkönnyíti az olvasó dolgát, miközben a valóban nem könnyű témával ismerkedik.

Az eredeti, fiatalos stílus és a népszerűsítő, néha tréfás példák ellenére a könyvben sehol nem találni szakmai hibát (*lektor:* Szabados László). Érdekes, elsőre kissé meghökkentő megoldás, hogy a szerző egyes fontosabb állítások bizonyítását rábízza az olvasóra. Ezek többnyire elemi geometriai megfontolásokat igénylő bizonyítások, amelyek kifejtése nemcsak megnövelte volna a könyv terjedelmét, de meg is törte volna a gondolatmenetet. Be kell látnom, hogy ez a módszer bizony hatékony és követendő.

Vannak persze a könyvben vitára ingerlő megállapítások is. A hullám-részecske kettősséget pl. a Michelson–Morley-kísérlettel kapcsolatban fejtegeti. Kétségkívül igaza van, de a fizikában kevésbé járatos olvasó számára a hullám-részecske kettősség nem a valódi tudománytörténeti összefüggésében fog így megjelenni.

Nem igazán szerencsés megoldás az sem, ahogyan a szerző a megfigyelő fogalmát bevezeti. Az tulajdonképpen a koordináta-rendszer szinonimája nála, hozzátéve, hogy minden térbeli pontban van egy „manó” (ezt lenne észszerűbb megfigyelőnek nevezni), aki az óráját figyelve naplózza az adott pontban történt eseményeket.

A könyvben a szerző visszatérően írja, saját kifejezésével élve „sulykolja”, hogy a koordináta-rendszerek „nem részei a fizikai valóságnak, csak a fejünkben élnek”. Ez félrevezető, mert a koordináta-rendszerek (ha nem is mindig, de a könyv inerciarendszerei esetében feltétlenül) valódi fizikai testekkel közelítőleg megvalósíthatók, valójában ezek idealizációi.

Az utolsó három fejezetben az általános relativitáselmélet alapjairól (ekvivalenciaelv, görbült téridő) van szó. Ezeket talán jobb lett volna elhagyni. Különösen problematikusnak érzem a 27. fejezetet („A gravitációs erő nem létezik”). A fejezetcím állítása helytálló ugyan, de nem azért, amit a szerző ír (tudniillik, hogy ha valaki semmilyen húzást-nyomást nem érez, akkor nem hat rá erő). Ha úgy volna, ahogy írja, akkor a newtoni gravitációs elméletet már a XVIII. században megcáfolták volna. Itt a túlzott egyszerűsítés megbosszulta magát.

Ezzel szemben telitalálat az idődilatáció, a Lorentz-kontrakció, a relativisztikus sebesség-összeadás és a Lorentz-transzformáció levezetése. Szép és izgalmas alkalmazás (kalandokat ígért a szerző, hát tessék!) a 17. fejezetben leírt „Akhilleusz és a teknősbéka a világűrben”: relativisztikusan bizony előfordulhat, hogy Akhilleusz tényleg nem tudja utolérni a teknősbékát – és nem Zénón látszatérve miatt. Nagyon szép a 14. fejezetben kifejtett „maximális öregedés elve” is.

A 18–24. fejezetek az energia-impulzus négyesvektorról, tágabb értelemben a relativisztikus dinamikáról szólnak; ezek is kitűnően vannak megírva. A tömeget mindenütt a „nyugalmi tömeg” értelemben használja – ez persze ízlés dolga. A 275. oldalon azonban meghökkentő állítást tesz, amivel nem tudok egyetérteni: „a foton nem anyagi részecske”. Nagyon szépen levezeti viszont a híres $E = mc^2$ összefüggést, aztán megmutatja, hogy rugalmatlan ütközéskor, illetve a testek melegítésekor a nyugalmi tömeg megnövekszik.

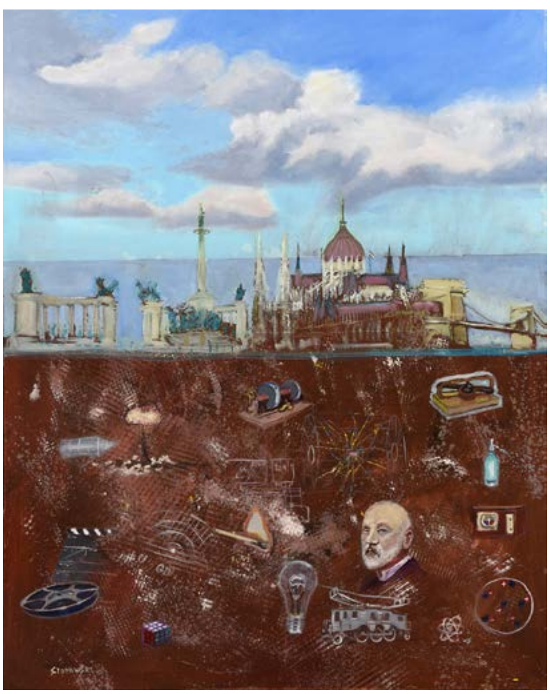
A könyv rengeteg (éppen 100) ábrája a gondolatmenetekben fontos szerepet tölt be (sajnos, néhol a skálabeosztás alig-alig látható). Meglepetésre a könyv vége felé két videolinkje is megtalálható QR-kódok formájában.

***

Összefoglalva: Bokor Nándor könyve a legjobb értelemben vett igényes ismeretterjesztő munka, amelyben még a szakember is talál értékes gondolatokat. Ajánlom mindenkinek, aki a fizika iránt érdeklődik; idősnek és fiatalnak, mindazoknak, akik szeretnének mélyebben megismerkedni a speciális relativitáselmélettel.

Bene Gyula
egy. docens, ELTE TTK,
Fizikai és Csillagászati Intézet
E-mail: bene.gyula@ttk.elte.hu

Képek Stonawski Tamás festménysorozatából



Képek Stonawski Tamás festménysorozatából

IYPT 2024 HUNGARY

where the research begins

Az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye idén Budapesten!

Időpont: 2024. július **10–17**.

Résztvevők: 39 ország csapata, kb. 200 versenyző

Helyszín: Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapesti Műszaki Egyetem és Bosch Innovációs Kampusz

További információk a verseny honlapján: http://iypt2024.elte.hu

IYPT 2025 Svédországban

Angolul jól beszélő, fizika iránt elkötelezett diákok 2024 szeptemberétől jelentkezhetnek a hypt.elte.hu oldalon, hogy a 2025-ös magyar csapat tagjai legyenek.

Kulturális és Innovációs Minisztérium

ELTE Eötvös Loránd Tudományegyetem

Műegyetem 1782

xFLOWER the workflow company