

fizikai szemle

*Hajítások
Súlylökés és
kalapácsvetés*

Még egy dimenzió
Mikola-verseny 2024
Lord Kelvin 200

2024/10

nka

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Matematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Matematikai és Fizikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

SZERKESZTŐSÉG:

Felelős szerkesztő: Iglói Ferenc főszerkesztő
Olvasószerkesztő: Bodrog Zoltán
Technikai szerkesztő: Hock Gábor

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG:

Asbóth János, Biró László Péter, Czitrovszky Aladár, Gyürky György, Horváth Dezső, Horváth Gábor, Kiss Ádám, Kopasz Katalin, Neda Zoltán, Ormos Pál, Pálfalvi László, Rábóczi Bence, Simon Ferenc, Simon Péter, Sódor Ádám, Sükösd Csaba, Szabó Gábor, Takács Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

Kiadja és terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat,
1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III.
Telefon/fax: (1) 201-8682
Felelős kiadó: Groma István főtítká

A Társulat és a folyóirat honlapja:

<http://fizikaiszemle.elft.hu>,
e-postacíme: elft@elft.hu

A folyóirat szerkesztőségi e-mail címe:

fiz_szerkesztok@elft.hu. A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük. Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.



Nyomdai előkészítés: Hock Gábor. *Nyomdai*

munkálatok: OOK-PRESS Kft., *felelős vezető:*

Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.

Az egyes számok ára: 1500,- Ft (a dupla számoké 3000,- Ft) + postaköltség.

HU ISSN 0015-3257 (nyomtatott)

HU ISSN 1588-0540 (online)

A lapot az MTA Magyar Tudományos Művek Tára (MTMT) archiválja



A címlapon:

Halász Bence ezüstérmes kalapácsvető
a 2024. évi párizsi olimpián

TARTALOM

HAJÍTÁSOK – TEMATIKUS BLOKK

Horváth Gábor, Hegedűs Dénes Zsolt, Slíz-Balogh Judit: A súlylökés és a kalapácsvetés világcsúcsrangsorainak változása, ha figyelembe vesszük a Föld forgását és az atléták magasságát 329

A súlylökés és a kalapácsvetés dobótávjainak egymást követő világcsúcsai közti különbség tendenciózusan csökken, mivel a sportolók teljesítőképessége közelít egy felső határhoz. Emiatt napjainkban már érdemes lenne figyelembe venni olyan környezeti tényezők dobótávra kifejtett hatásait, mint a szélsősebesség, a tengerszint fölötti magasság, a légnyomás, a léghőmérséklet, a dobópálya ferdesége és földrajzi szélessége, valamint a dobás égtáj szerinti azimutiránya. A cikk célja annak számítógepes modellezéssel való kiderítése, hogy a felsorolt körülmények hogyan befolyásolták a kültéri női és férfi súlylökés és kalapácsvetés világcsúcsrangsor-számait.

Fülöp Péter: A lövésből származó anyagmaradványok törvényszéki vizsgálata 339

A természettudományok a mérés-technika és az egyes tudományterületek robbanásszerű fejlődésével párhuzamosan a törvényszéki alkalmazások terén egyre nagyobb jelentőséggel bírnak. A fizikusok szakértői munkájának egy szeletét öleli fel a lövésből származó mikroanyagmaradványok, az ún. lőmaradványok felkutatása. A cikk célja megismertetni a téma elméleti hátterét és jelentőségét a bizonyítási eljárásban.

Jaloveczki Gábor, Jaloveczki József, Tallér Árpád: Egy kevésbé ismert biliárdjáték, a műlökés 344

A biliárdjátéknál használatos úgynevezett ugratólökést mutatja be a cikk. Elemzi a szükséges eszközök szerepét (dákó, krétázás), és egyszerű módszereket mutat be, melyekkel elemezni lehet a biliárdgolyó mozgását.

Homonnay Zoltán: Lehet egy térbeli dimenzióval több? 348

A cikk olyan, leginkább szimmetriákat érintő nehezen magyarázható jelenségeket tárgyal, melyeknél az anyagot a lehető legkisebb méretskálán vizsgáljuk. Itt az értelmezést egy további dimenzió feltételezése megkönnyítheti.

A FIZIKA TANÍTÁSA

Koncz Károly, Simon Péter: 43. Mikola Sándor Országos Középiskolai Tehetségkutató Fizikaverseny – Beszámoló 352

Az idei évi versenyen szereplő feladatokat és megoldásaikat mutatja be a cikk.

Komáromi Annamária: Magyarországon is létrejött az ESERO iroda 358

A 2024. májusában létrejött magyarországi ESERO iroda célkitűzéseit és a középfiskolás diákokat érinti kezdeményezéseit ismerteti a cikk.

MEGEMLÉKEZÉS

Inzelt György: 200 éve született William Thomson, akiből Lord Kelvin lett 360

HÍREK, ESEMÉNYEK

Trócsányi Zoltán: H. David Politzer 75 éves 364

~~~~~

### THROWS IN SPORT

*G. Horváth Gábor, D. Zs. Hegedűs, J. Slíz-Balogh:* Changes in the world rankings of the shot put and hammer throw if the rotation of the Earth and the height of the athletes were taken into account

*P. Fülöp:* Forensic examination of gunshot residue

*G. Jaloveczki, J. Jaloveczki, Á. Tallér:* A little known pool game, the stroke

*Z. Homonnay:* Can there be one more spatial dimension?

### TEACHING PHYSICS

*K. Koncz, P. Simon:* Report on the 43rd Mikola Sándor National Secondary School Talent Search Physics Competition

*A. Komáromi:* The ESERO office was also established in Hungary

### COMMEMORATION

*Gy. Inzelt:* William Thomson, who became Lord Kelvin, was born 200 years ago

### NEWS, EVENTS

*Trócsányi Zoltán:* H. David Politzer is 75 years old

Fizikai Szemle  
MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

megjelenését támogatják:



KULTURÁLIS ÉS  
INNOVÁCIÓS  
MINISZTERIUM



# A SÚLYLÖKÉS ÉS A KALAPÁCSVETÉS VILÁGCSÚCS-RANGSORAINAK VÁLTOZÁSA, HA FIGYELEMBE VENNÉK A FÖLD FORGÁSÁT ÉS AZ ATLÉTÁK MAGASSÁGÁT

Horváth Gábor<sup>@</sup>, Hegedűs Dénes Zsolt, Slíz-Balogh Judit

ELTE Biológiai Fizika Tanszék, Budapest

<sup>@</sup>E-mail: gh@arago.elte.hu

*A súlylökés és a kalapácsvetés dobótávjainak egymást követő világcsúcsai közti különbség tendenciózusan csökken, mivel a sportolók teljesítőképessége közelít egy felső határhoz. Emiatt napjainkban már érdemes lenne figyelembe venni olyan környezeti tényezők dobótávra kifejtett hatásait, mint a szélsébség, a tengerszint fölötti magasság, a légnyomás, a lég hőmérséklet, a dobópálya ferdesége és földrajzi szélessége, valamint a dobás égtáj szerinti azimutiránya. Az utóbbi kettő a Föld forgásából eredő centrifugális és Coriolis-gyorsuláson keresztül fejti ki hatását a dobótávra. Cikkünk célja annak számítógépes modellezéssel való kiderítése, hogy ha a centrifugális és Coriolis-gyorsulást, valamint a sportolók testmagasságát is figyelembe vették volna a kültéri női és férfi súlylökés és kalapácsvetés világcsúcsainak hitelesítésekor, akkor miként változtak volna a világcsúcsrangorszámok [Hegedűs 2022, Horváth és társai 2023]. Számítógépes modellezéssel rekonstruáljuk a súlygolyók és kalapácsok világcsúcsokkori kezdősebességeit, majd meghatározzuk, hogy a súlylökés és kalapácsvetés világcsúcsrangorszámai miként változnának, ha figyelembe vennék a centrifugális és Coriolis-gyorsulás, valamint a testmagasság dobótávra kifejtett hatásait.*

## 1. A Föld gyorsuló koordináta-rendszere és a dobósportok

A négy olimpiai dobósportág – súlylökés, kalapácsvetés, diszkoszvetés, gerelyhajítás [White 2011] – közül cikkünkben csak a súlylökés és a kalapácsvetés fizikájával foglalkozunk. Egy  $\mathbf{a}_{\text{lineáris}}$  lineárisan gyorsuló és a  $t$  időben változó  $\boldsymbol{\omega}(t)$  szögsebességvektorú forgást végző rendszerben – mint például a Föld – eldobott  $m$  tömegű

súlygolyó vagy kalapács Newton II. törvénye szerinti mozgásegyenletében az  $\mathbf{F}$  valódi külső eredő erő által okozott  $\mathbf{F}/m$  gyorsuláson túl még a következő négy lát-szólagos tehetetlenségi gyorsulás lép fel [Landau és Lif-sic 1984]:

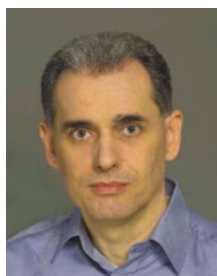
$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m - \mathbf{a}_{\text{lineáris}} + \mathbf{a}_{\text{Euler}} + \mathbf{a}_{\text{Coriolis}} + \mathbf{a}_{\text{centrifugális}},$$

$$\mathbf{a}_{\text{Euler}} = \mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}, \quad \mathbf{a}_{\text{Coriolis}} = 2\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}, \quad (1)$$

$$\mathbf{a}_{\text{centrifugális}} = \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}),$$

ahol  $-\mathbf{a}_{\text{lineáris}}$  az  $\mathbf{a}_{\text{lineáris}}$  lineáris gyorsulással ellentétes irányú tehetetlenségi gyorsulás,  $\mathbf{a}_{\text{Euler}} = (\mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}})$  az  $\dot{\boldsymbol{\omega}}$  szöggyorsulásvektor keltette Euler-gyorsulás,  $\mathbf{a}_{\text{Coriolis}} = 2\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}$  és  $\mathbf{a}_{\text{centrifugális}} = \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega})$  pedig az  $\boldsymbol{\omega}$  szögsebességvektor keltette Coriolis- és centrifugális gyorsulás.

Mizera és Horváth [2000, 2002], Horváth [2001, 2009], valamint Jánosi és Bántay [2002] vizsgálták a centrifugális és Coriolis-gyorsulásnak a súlylökés és a kalapácsvetés dobótávjait csökkentő vagy növelő hatásait a forgó és keringő Földön, a Föld lineáris gyorsulását (azaz a földfelszíni árapályt) és Euler-gyorsulását elhanyagolva a gravitációs, centrifugális és Coriolis-gyorsuláshoz, valamint a légellenállás miatti lassuláshoz képest. Pálfi [2021], valamint Pálfi és társai [2022] a csillagászati és geofizikai szakirodalom [Brosche és Sünder-



Horváth Gábor az ELTE-n végzett fizikus, az MTA doktora, az ELTE Biológiai Fizika Tanszék egyetemi tanára, az ELTE Környezetoptika Laboratórium és a HUN-REN-ELTE Asztropolarimetria Kutatócsoport vezetője. A vizuális környezet optikai sajátásaival, az állatok polarizációérzékelésével foglalkozik, valamint fotobiofizikai, biomechanikai, égi mechanikai és asztropolarimetriai kutatásokat végez. Polarimetriai expedíciókon vett részt az Északi-sarkon, a finn Lappföldön, az Atlanti-óceánon, valamint a tunéziai és namíbiai sivatagokban. Számos szakmai díj és kitüntetés tulajdonosa. Több angol és magyar (szak-, tan-) könyv, valamint számos tudomány népszerűsítő cikk szerzője, rendszeresen tart ismeretterjesztő előadásokat, főleg iskolákban.



Hegedűs Dénes Zsolt az ELTE-n szerzett fizikus-diplomát. „A kültéri felnőtt férfi és női súlylökés és kalapácsvetés világcsúcsrangsorainak változásai a Föld forgása miatti centrifugális gyorsulás és a testmagasság dobótávra kifejtett hatásainak figyelembevételével” című szakdolgozatát Horváth Gábor témavezetésével írta. Jelenleg Budapesten dolgozik, ahol a Ceva-Phylaxia Vakcinagyártó Zrt. Minőség-ellenőrzési Osztályán állatkísérletek lebonyolításával és kiértékelésével foglalkozik.



Slíz-Balogh Judit a BME-n végzett matematikus-mérnökként, majd menedzserként dolgozott a Graphisoft SE szoftverfejlesztő cégnél. Azután az ELTE-n szerzett csillagászdiplomát, majd ott doktorált a Fizika Doktori Iskola Rézszeckszfizika és csillagászat programjában. Fő kutatási területe az égi mechanika, azon belül a Naprendszer Lagrange-pontjainak kaotikus dinamikája és képzőképző polarimetriája. Jelenleg a HUN-REN-ELTE Asztropolarimetria Kutatócsoport tagja.

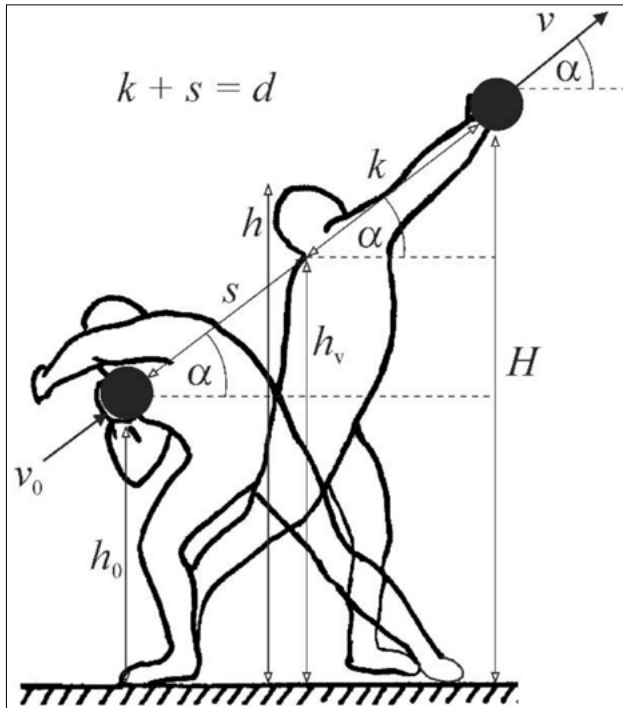
mann 1978, Scrutton 1978, Marik 1989, Horváth 1991, Völgyesi 2013, Varga 2014] áttekintésével a Föld (1)-beli négy tehetetlenségi gyorsulását számszerűen becsülték meg és állították nagyságrendi sorrendbe azért, hogy kiderüljön, melyiküknek érdemes figyelembe venni a forgó és keringő Föld felszínén lezajló dobósportversenyek dobótávjaira gyakorolt hatását, és melyiküké hanyagolható el. Arra jutottak, hogy a Galaxis, a Nap és a Hold keltette árapály, valamint a Föld szögsebességvektorának időbeli változása (általános precesszió, luniszoláris precesszió, planetáris precessziókori nutáció, forgásllassulás) miatti gyorsulások a  $g \approx 9,832 \text{ m/s}^2$  fölfelszíni Newton-féle gravitációs gyorsulásnak nagyságrendileg csak a  $10^{-6}$ – $10^{-25}$ -nyi hányadát teszik ki, miáltal elhanyagolhatók. Ugyanakkor a centrifugális és a Coriolis-gyorsulás nagyságrendben  $10^{-3}$  és  $10^{-4}$ -szerese  $g$ -nek; ezeket már érdemes figyelembe venni a dobósportok dobótávjainak hitelesítésében. A kalapácsvetés és a súlylökés dobótávjait a centrifugális gyorsulás deciméteres, illetve centiméteres nagyságrendben képes változtatni, míg a Coriolis-gyorsulás centiméteres, illetve milliméteres nagyságrendben [Mizera és Horváth 2000, 2002, Horváth 2004, 2009, Jánosi és Bántay 2002].

Habár az ellökött, elvetett súly és kalapács  $H$  kezdőmagassága triviálisan befolyásolja az  $L$  dobótávot ( $L$  nő vagy csökken  $H$  növekedésével vagy csökkenésével adott kezdőszög és kezdősebesség mellett), a jelen vizsgálatunk elsőként bizonyítja, hogy a súlylökés és a kalapácsvetés jónéhány világcúcsának rangsorszáma megváltozna, ha az atléták magasságának, valamint a centrifugális és Coriolis-gyorsulásoknak a hatásait figyelembe vennék. Azt is kiderítjük, hogy e három tényező közül mikor melyik a leginkább felelős egy adott változásért.

## 2. A súlylökés és a kalapácsvetés kezdőmagasságai és kezdőszögei

A felnőtt női és férfi súlylökés és kalapácsvetés 20–20 legjobb kültéri világcúcsát elérő atléták  $h$  testmagasságát nyilvános internetforrásokból gyűjtöttük össze. Egyedül Terence Hillary Albritton észak-amerikai súlylökő magassága nem volt így módon elérhető. Az ő  $h = 1,94 \text{ m}$  magasságát egy vele készült interjúból [Jordan 1977] derítettük ki.

Az 1. ábra szerint a súlylökés  $H$  kezdőmagassága a következőképpen számolható:  $H_{\text{súlylökés}} = h_v + k \cdot \sin \alpha$ , ahol  $h_v$  a sportoló vállmagassága,  $k$  a karhossza,  $\alpha$  pedig a súlygolyó kezdőszöge.  $h_v$  és  $k$  egyéni értékei azonban sajnos nem ismertek, ellentétben a súlylökők  $h$  testmagasságával. Ha elfogadjuk azt a logikus föltételezést, hogy az emberek testrészeinek hossza (esetünkben  $h_v$  és  $k$ ) egyenesen arányos a  $h$  magasságukkal, akkor a súlylökők  $h$  egyéni magasságának és  $h^*$  átlagmagasságának ismeretében  $h_v$  és  $k$  így becsülhető:  $h_v = h_v^* h / h^*$ ,  $k = k^* h / h^*$ , ahol  $h_v^*$  és  $k^*$  az átlagos vállmagasság és átlagos karhossz. Így módon a súlylökés kezdőmagassága:



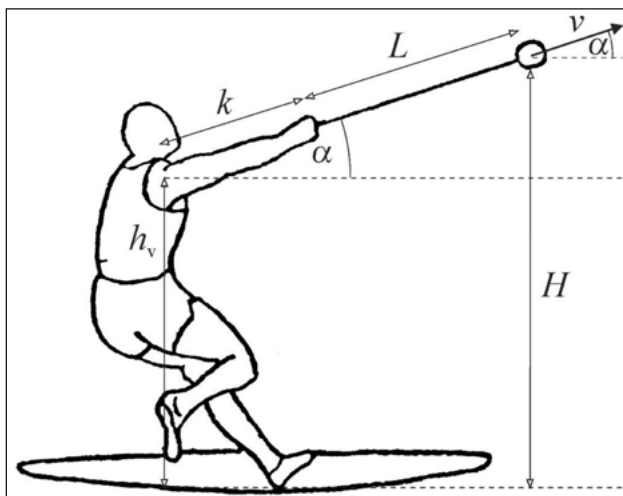
1. ábra. A súlylökés  $H_{\text{súlylökés}}$  kezdőmagasságának és a súlylökő  $W$  munkájának számításához. A súlylökő a súlygolyó végső gyorsításakor jó közelítéssel egy  $d = k + s$  hosszúságú egyenes szakaszon végez  $W$  munkát a gravitáció ellenében, a golyó mozgási energiájának növelése céljából

$$H_{\text{súlylökés}} = h_v + k \cdot \sin \alpha = h_v^* h / h^* + (k^* h / h^*) \sin \alpha = (h_v^* + k^* \sin \alpha) h / h^*$$

A 2. ábra szerint hasonlóan adódik a kalapácsvetés kezdőmagasságára:

$$H_{\text{kalapácsvetés}} = h_v + (k + L) \sin \alpha = h_v^* h / h^* + (k^* h / h^* + L) \sin \alpha,$$

ahol  $L$  a kalapács drótjának és fogantyújának összhossza. A gond csak az, hogy gyakorlatilag kideríthetetlenek a súlylökők és kalapácsvetők vállmagasságának és kar-



2. ábra. A kalapácsvetés  $H_{\text{kalapácsvetés}}$  kezdőmagasságának számításához

hosszának  $h_v^*$  és  $k^*$  átlagai. Ily módon az egyéni  $H$  kezdőmagasságokat más módon kell becsülnünk.

Megede és Hymans [1991] szerint a férfi súlylökés és kalapácsvetés esetén a lökések, vetések a következő átlagos kezdőmagasságokból történnek:

$$H_{\text{férfi súlylökés}}^* = 2,250 \text{ m}, \quad H_{\text{férfi kalapácsvetés}}^* = 1,800 \text{ m}. \quad (2)$$

A súlylökő és kalapácsvető nőknél a súlygolyó és a kalapács  $H_{\text{női súlylökés}}^*$  és  $H_{\text{női kalapácsvetés}}^*$  átlagos kezdőmagasságaira csak ritkán és kis létszámon végzett mérések történtek [Linthorne 2001, Konz és Hunter 2015]. Ezért a férfi és nő súlylökők és kalapácsvetők  $h_{\text{férfi súlylökés}}^*$ ,  $h_{\text{férfi kalapácsvetés}}^*$ ,  $h_{\text{női súlylökés}}^*$ ,  $h_{\text{női kalapácsvetés}}^*$  átlagos testmagasságainak ismeretében a nők sportszerének átlagos  $H_{\text{női súlylökés}}^*$  és  $H_{\text{női kalapácsvetés}}^*$  kezdőmagasságát úgy becsüljük, hogy a férfiakra jellemző  $H_{\text{férfi}}^*$  kezdőmagasságból kivonjuk a férfiak  $h_{\text{férfi}}^*$  átlagos testmagasságának és a nők  $h_{\text{női}}^*$  átlagos testmagasságának a különbségét:

$$H_{\text{női}}^* = H_{\text{férfi}}^* - (h_{\text{férfi}}^* - h_{\text{női}}^*) = H_{\text{férfi}}^* - h_{\text{férfi}}^* + h_{\text{női}}^*. \quad (3)$$

Az ellökött, elvetett súlygolyó és kalapács  $H$  kezdőmagassága nyilván egyenes arányban áll a sportoló  $h$  testmagasságával úgy, hogy  $h$  növekedésével  $H(h)$  is monoton nő.  $H$  egyéni értékei ismeretlenek, valamint csak a (2) és (3) szerinti sportág- és nemfüggő  $H^*$  átlagmagasság ismert (becsült), ezért az egyéni  $H_i$  magasság úgy becsülhető, hogy  $H_i$  annyiival nagyobb vagy kisebb  $H^*$ -nál, amennyivel az egyéni  $h_i$  testmagasság nagyobb vagy kisebb a sportolók sportág- és nemfüggő testmagasságának  $h^*$  átlagánál<sup>1</sup>:

$$H_i(h_i) = H^* + h_i - h^*. \quad (4)$$

(3) és (4) felhasználásával kapjuk a sportszer sportág- és nemfüggő kezdőmagasságát:

$$\begin{aligned} H_{i,\text{férfi}}(h_{i,\text{férfi}}) &= H_{\text{férfi}}^* + h_{i,\text{férfi}} - h_{\text{férfi}}^*, \\ H_{i,\text{női}}(h_{i,\text{női}}) &= (H_{\text{férfi}}^* - h_{\text{férfi}}^* + h_{\text{női}}^*) \\ &+ h_{i,\text{női}} - h_{\text{női}}^* = H_{\text{férfi}}^* + h_{i,\text{női}} - h_{\text{férfi}}^*. \end{aligned} \quad (5)$$

Az 1–4. táblázat alapján és (3) használatával a férfi és női súlylökés 20 legnagyobb világcsúcsára vonatkozó átlagos adatok a következők:

$$\begin{aligned} H_{\text{férfi súlylökés}}^* &= 2,250 \text{ m}, & H_{\text{férfi kalapácsvetés}}^* &= 1,800 \text{ m}, \\ h_{\text{férfi súlylökés}}^* &= 1,941 \text{ m}, & h_{\text{női súlylökés}}^* &= 1,782 \text{ m}, \\ h_{\text{férfi kalapácsvetés}}^* &= 1,872 \text{ m}, & h_{\text{női kalapácsvetés}}^* &= 1,758 \text{ m}, \\ H_{\text{női súlylökés}}^* &= 2,091 \text{ m}, & H_{\text{női kalapácsvetés}}^* &= 1,686 \text{ m}. \end{aligned} \quad (6)$$

Vegyük észre, hogy mivel a sportolók  $k$  egyéni és  $k^*$  átlagos karhossza egyaránt ismeretlen, a  $H$  kezdőmagasság (3), (4) és (5) szerinti becslésekor kénytelenek voltunk azon föltételezéssel élni, hogy  $k$  egy, a  $h$  test-

magasságtól független konstans. Ezzel azonban csak elhanyagolható hibát követünk el, mert a  $k$  csekély (néhány cm-es) egyéni különbségei sokkal kisebb mértékben – súlylökéskor  $ksina$  járulékkal, kalapácsvetéskor pedig  $(k + L)sina$  többlettel – járulnak hozzá a  $H_{\text{súlylökés}}^* = h_v + ksina$  és  $H_{\text{kalapácsvetés}}^* = h_v + (k + L)sina$  kezdőmagassághoz, mint a jóval nagyobb  $h_v$  vállmagasság (1. és 2. ábra), ráadásul a konstans karhosszúság és az egyéni kezdőmagasság testmagasság-különbséggel való korrekciója között is részbeni hibakioltás áll fenn.

A súlylökés és a kalapácsvetés leghosszabb dobótávjait a vízszintestől mért következő ideális kezdőszögek biztosítják [Megede és Hymans 1991, Linthorne 2001, Horváth 2009]:

$$\alpha_{\text{súlygolyó}} = 37^\circ, \quad \alpha_{\text{kalapács}} = 44^\circ. \quad (7)$$

Habár az atléták mindig próbálják tartani ezen ideális  $\alpha$  értékeket, dobáskor gyakran kisebb-nagyobb mértékben eltérnek tőlük. Mivel az általunk vizsgált 80 világcsúcs tényleges  $\alpha$  értékei ismeretlenek, és lehetetlen rekonstruálni őket, a modellünkben szükségszerűen állandónak és ideálisnak vettük azokat.

### 3. A földfelszíni nehézségi gyorsulás Cassini-formulája

A forgó Föld a centrifugális erő miatt a gömbtől kissé eltérő, leginkább forgási ellipszoidra hasonlító, geoid alakot vesz fel. A Föld átlagos felszíne úgy görbül, hogy minden pontjában merőleges a nehézségi gyorsulásra, ami két komponensből áll: a gravitációs és a centrifugális gyorsulásból. Mivel a centrifugális gyorsulás a Föld tengelyétől mért távolsággal egyenes arányban nő, nagysága a földrajzi szélességgel változik. Változik a gravitációs gyorsulás értéke is, hiszen a Föld lapultsága miatt a földfelszín tömegközépponttól mért távolsága a földrajzi szélesség függvénye. A nehézségi gyorsulás  $\varphi$  földrajzi szélességtől való függését a nemzetközi gravitációs formula írja le nagy pontossággal [Hinze és társai 2013]:

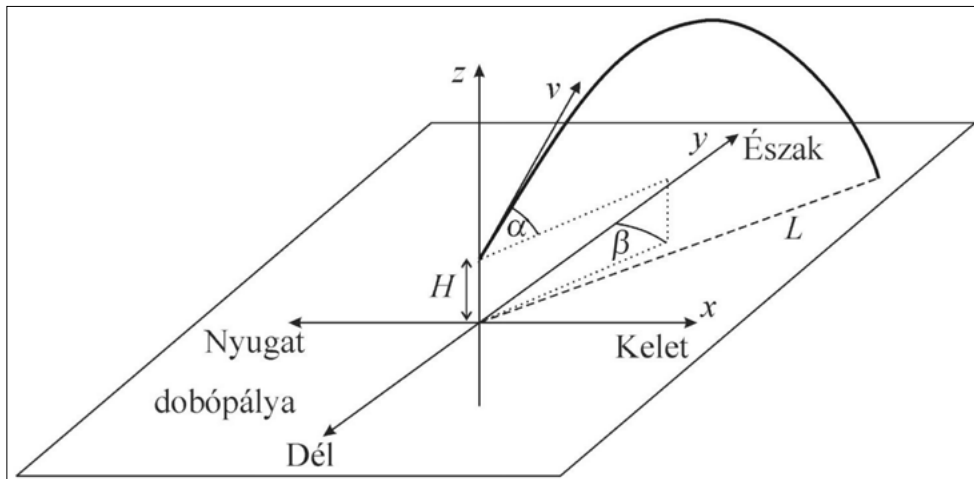
$$\begin{aligned} g(\varphi) &= 9,780327 \cdot [1 + 0,0053024 \cdot \sin^2 \varphi \\ &- 0,0000058 \cdot \sin^2(2\varphi)] \text{ m/s}^2, \end{aligned} \quad (8)$$

ami magában foglalja a forgás miatti centrifugális gyorsulást is.

### 4. A súlygolyó és a kalapács mozgásának számítógépes modellezése

Modellünkben a következő változókat tekintettük állandónak, mert a világcsúcsokkor konkrét értékeik ismeretlenek és utólag kideríthetetlenek:  $T$  léghőmérséklet,  $p$  légnyomás,  $\rho$  légsűrűség,  $\alpha$  kezdőszög, szélsősebesség és dobópályaferdeség. A dobás tengerszint fölötti  $s$  magassága szintén befolyásolja az  $L\{p[T(s), p(s)]\}$  dobótávot a  $T(s)$  hőmérséklettől és  $p(s)$  nyomástól függő  $\rho[T(s), p(s)]$

<sup>1</sup> A kezdőmagasság majdnem 90%-át a testmagasság adja ki, és ez – férfiakat-nőket egyben tekintve – egy nagyjából 25 cm-es tartományban változik, ezért a kezdőmagasság testmagasság-különbséggel való egyszerűsített egyéni korrigálása a számításainkban elhanyagolható hibát jelent.



3. ábra. A számítógépes modellezésben használt koordináta-rendszer

légsűrűség által meghatározott légellenálláson keresztül. Mivel  $T$ ,  $p$  és  $\rho$  dobásokkori értékei ismeretlenek, azok állandó, normál értékeit ( $T = 293 \text{ K}$ ,  $p = 101\,325 \text{ Pa}$ ,  $\rho = 1,21 \text{ kg/m}^3$ ) vettük alapul. Habár súlylökéskor a forgó és csúszó technikák kissé eltérő hatással lehetnek az  $L$  dobótávra, vizsgálatunkban ezt figyelmen kívül hagytuk, mivel utólag többnyire már kideríthetetlen, hogy melyik technikát alkalmazták a súlylökők egy adott világcsúcscsuk elérésekor.

Tekintsük a 3. ábra szerint a földfelszínhez rögzített koordináta-rendszert, amiben az  $x$  tengely a földrajzi keletre, az  $y$  tengely a földrajzi északra mutat, a  $z$  tengely pedig függőlegesen fölfelé! A sportoló  $H$  magasságból dobja el a sportszert, északról az óramutató járásával egyezően mért  $\beta$  azimutszögben és a vízszinteshez képest  $\alpha$  kezdőszög alatt. E koordináta-rendszerben a

$$\mathbf{v} = (v \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta, v \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta, v \cdot \sin \alpha) \quad (9)$$

kezdősebességvektorral eldobott súlygolyó vagy kalapács általános mozgásegyenlete:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = m \cdot \mathbf{g}(\varphi) + 2m \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \boldsymbol{\omega} - \frac{kQ\rho(p,T)}{2} \cdot \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{v}_{\text{szél}} \right)^2 \cdot \mathbf{n}, \quad (10)$$

$$\mathbf{n} = \frac{\frac{d\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{v}_{\text{szél}}}{\left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{v}_{\text{szél}} \right|},$$

ahol az egyes tagok jelentése a következő:

$m$ : A sportszer tömege. A férfiak súlygolyója és kalapácsa  $m_{\text{férfi}} = 7,26 \text{ kg}$  tömegű, míg a nőké  $m_{\text{női}} = 4,00 \text{ kg}$ , továbbá a sűrűségétől függően a férfi súlygolyó  $5,5\text{--}6,5 \text{ cm}$  átmérőjű, míg a női  $4,75\text{--}5,5 \text{ cm}$  [Linthorne 2001, Konz és Hunter 2015]. A kalapács a súlygolyóval egyező fémgolyó, amihez fogantyúban végződő acélkötél van rögzítve.

$\varphi$ : Az Egyenlítőtől mért földrajzi szélesség szöge.

$\beta$ : A dobás égtáj szerinti azimutiránya az óramutató járásával azonos irányban mérve (például  $\beta = 0^\circ$ : észak,  $\beta = +90^\circ$ : kelet,  $\beta = +180^\circ$ : dél).

$p$ : légnyomás

$T$ : léghőmérséklet

$\boldsymbol{\omega}$ : A Föld szögsebességvektora, aminek nagysága  $\omega = 2\pi/86\,400 \text{ s}^{-1} = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , iránya a Föld forgástengelyével párhuzamos és az

Északi-sark felé mutat, komponensei pedig:

$$\omega_x = 0, \quad \omega_y = \omega \cdot \cos \theta, \quad \omega_z = \omega \cdot \sin \theta,$$

$$\theta = \arctg \left( \frac{R_c^2}{R_s^2} \tan \varphi \right), \quad (11)$$

ahol  $\theta$  az  $\boldsymbol{\omega}$  szögsebességvektor földfelszíntől mért szöge a  $\varphi$  földrajzi szélességen,  $R_c = 6\,378\,000 \text{ m}$  a forgási ellipszoiddal közelített Föld sugara az Egyenlítőn,  $R_s = 6\,357\,000 \text{ m}$  a Föld sugara a sarkokon.

$\mathbf{g}(\varphi)$ : a  $\varphi$  földrajzi szélességen a (8) Cassini-formulával leírható  $\mathbf{g}(\varphi) = [g_x = 0, g_y = 0, g_z = -g(\varphi)]$  földfelszíni nehézségi gyorsulásvektor nagysága, ami már magában foglalja a földforgás miatti centrifugális gyorsulást. A dobóversenyek helyszíneinek tengerszint fölötti magassága elhanyagolható a Föld sugarához képest, ezért a  $g$  tengerszint fölötti magasság növekedésével való kis csökkenését a továbbiakban elhanyagoljuk.

$2 \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \boldsymbol{\omega}$ : Coriolis-gyorsulás,

$\mathbf{v}_{\text{szél}}$ : a szél sebességvektora, amit a továbbiakban zérusnak veszünk, mert csak a szélcsendes meteorológiai helyzettel foglalkozunk.

$\frac{k\rho Q}{2} \cdot \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{v}_{\text{szél}} \right)^2$ : a közegellenállási erő nagysága, ahol  $Q$  a súlygolyó ( $Q_{\text{súlygolyó}} = 0,0095 \text{ m}^2$ ,  $r_{\text{súlygolyó}} = 5,5 \text{ cm}$ ), illetve a kalapács ( $Q_{\text{kalapács}} = 0,0138 \text{ m}^2$ ) homlokfelülete,  $k$  a súlygolyó ( $k_{\text{súlygolyó}} = 0,47$ ), illetve a kalapács ( $k_{\text{kalapács}} = 0,7$ ) közegellenállási tényezője (az utóbbiban benne foglaltatik a kalapács fogantyújának és vetődrótjának légellenállása is),  $\rho$  a levegő sűrűsége, ami a  $p$  légnyomástól és  $T$  léghőmérséklettől az ideális gázként kezelt levegő állapotegyenlete szerint függ:

$$\rho = \frac{p}{BT}, \quad B = 287,05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}. \quad (12)$$

A (10) mozgásegyenlet minden fontos környezeti hatást magában foglal. Megoldásához negyedrendű Runge–Kutta-integrátort használtunk.

## 5. A súlygolyó és a kalapács világcsúcs-kori kezdősebességének rekonstrukciója

A (10) mozgásegyenlet numerikus megoldásával a súly vagy a kalapács világcsúcsokkori  $v$  kezdősebességét a következőképpen határoztuk meg. Vettük egy adott világcsúcs  $L$  dobótávértékét. 30 m/s kezdősebesség feltetelezésével (10)-et megoldva a  $g$  helyi gravitációs gyorsulás,  $H$  kezdőmagasság,  $\alpha$  kezdőszög,  $\beta$  azimutuszög és  $\rho$  légsűrűség aktuális értékei mellett, megkaptuk a sportszer mozgáspályáját, ami a vízszintes talajt a kiindulási dobóhelytől  $q$  távolságban érte. Ha  $q$  kisebb vagy nagyobb volt, mint  $L$ , akkor  $v$ -t  $\Delta v = 10^{-6}$  m/s-mal növeltük, illetve csökkentettük. Ezután (10)-et ismét megoldottuk a  $v + \Delta v$  vagy  $v - \Delta v$  új kezdősebességekkel, miáltal  $q$  új értékéhez jutottunk. Ezt az iterációt mindaddig folytattuk, amíg a  $|q - L|$  különbség  $\varepsilon = 10^{-6}$  m-nél kisebb lett. Így végül a sportszer  $L$  világcsúcs-kori  $v$  kezdősebességét  $\Delta v = 10^{-6}$  m/s pontossággal rekonstruáltuk.

Az 1–4. táblázat a felnőtt kültéri férfi és női súlylökés és kalapácsvetés időben monoton növekvő 20 legnagyobb  $L_i$  világcsúcsát, a versenyhelyszínek  $\varphi_i$  földrajzi szélességét és a (8) Cassini-formulából számított helyi  $g_i$

nehézségi gyorsulását, a sportolók nevét, állampolgárságát és  $h_i$  testmagasságát, a sportszer eldobásának egyéni  $H_i$  kezdőmagasságát, a sportszer számítógépes modellezéssel rekonstruált  $v_i$  kezdősebességét tartalmazza  $\alpha_{\text{súlygolyó}} = 37^\circ$ ,  $\alpha_{\text{kalapács}} = 44^\circ$ ,  $d = 2,0$  m és  $\beta_E = 0^\circ$  északi dobásazimutuszög mellett. A  $v_i$  oszlopbeli sorszámok e változó numerikus értékeinek nagyság szerinti sorrendjét tükrözik. A pirossal jelölt adatokat tartalmazó sorokban az  $L$  dobótáv  $i$  rangsorszáma eltér a  $v$  nagyság szerinti  $j$  sorszámától ( $i \neq j$ ).

Számítógépes vizsgálataink elvégzése és e cikk megírása után a 2021 júniusában elért 23,37 m-es világcsúcsot tartó, kétszeres olimpiai bajnok, harmincéves észak-amerikai Ryan Crouser súlylökő egy új világrekordot állított föl 23,56 m-es súlylökésével a 2023. május 27-én Los Angelesben rendezett atlétikai viadalon. E világcsúcsot már nem volt időnk figyelembe venni jelen írásunkban.

## 6. A súlylökés és kalapácsvetés világcsúcs-rangsorainak változása

Az eltérő helyszíneken történő dobóversenyek többé-kevésbé különböző környezeti viszonyainak dobótáv-

1. táblázat

Felnőtt kültéri férfi súlylökés. Az  $i = 12., 13., 19., 20.$  sorokban az  $L$  dobótáv  $i$  rangsorszáma eltér a  $v$  nagyság szerinti  $j$  sorszámától ( $i \neq j$ ). A  $\varphi$  földrajzi szélességet radiánban adjuk meg, mert a számítógépes programunk így használja, de persze bárki átválthatja fokra az  $1 \text{ rad} \approx 57,2958^\circ$  összefüggés alapján

| $i$ | $L_i$ (m) | $\varphi_i$ (rad) | $g_i$ (m/s <sup>2</sup> ) | Sportoló (állampolgárság)   | $h_i$ (m) | $H_i$ (m) | $v_i$ (m/s)       | $j$       |
|-----|-----------|-------------------|---------------------------|-----------------------------|-----------|-----------|-------------------|-----------|
| 1.  | 23,37     | 0,7686            | 9,805                     | Ryan Crouser (USA)          | 2,01      | 2,320     | $v_1 = 14,559$    | $j = 1.$  |
| 2.  | 23,12     | 0,5945            | 9,797                     | Randy Barnes (USA)          | 1,95      | 2,260     | $v_2 = 14,488$    | $j = 2.$  |
| 3.  | 23,06     | 0,6198            | 9,798                     | Ulf Timmermann (GDR)        | 1,94      | 2,250     | $v_3 = 14,471$    | $j = 3.$  |
| 4.  | 22,91     | 0,7657            | 9,805                     | Alessandro Andrei (ITA)     | 1,91      | 2,220     | $v_4 = 14,435$    | $j = 4.$  |
| 5.  | 22,84     | 0,7657            | 9,805                     | Alessandro Andrei (ITA)     | 1,91      | 2,220     | $v_5 = 14,410$    | $j = 5.$  |
| 6.  | 22,72     | 0,7657            | 9,805                     | Alessandro Andrei (ITA)     | 1,91      | 2,220     | $v_6 = 14,367$    | $j = 6.$  |
| 7.  | 22,64     | 0,9166            | 9,813                     | Udo Beyer (GDR)             | 1,94      | 2,250     | $v_7 = 14,334$    | $j = 7.$  |
| 8.  | 22,62     | 0,9166            | 9,813                     | Ulf Timmermann (GDR)        | 1,94      | 2,250     | $v_8 = 14,327$    | $j = 8.$  |
| 9.  | 22,22     | 0,5943            | 9,797                     | Udo Beyer (GDR)             | 1,94      | 2,250     | $v_9 = 14,172$    | $j = 9.$  |
| 10. | 22,15     | 1,0072            | 9,817                     | Udo Beyer (GDR)             | 1,94      | 2,250     | $v_{10} = 14,162$ | $j = 10.$ |
| 11. | 22,00     | 0,8538            | 9,810                     | Aleksandr Baryshnikov (URS) | 1,98      | 2,290     | $v_{11} = 14,087$ | $j = 11.$ |
| 12. | 21,85     | 0,3721            | 9,787                     | Terence Albritton (USA)     | 1,94      | 2,250     | $v_{12} = 14,032$ | $j = 13.$ |
| 13. | 21,82     | 0,6515            | 9,799                     | Allan Feuerbach (USA)       | 1,86      | 2,170     | $v_{13} = 14,060$ | $j = 12.$ |
| 14. | 21,78     | 0,5341            | 9,794                     | Randel Matson (USA)         | 2,01      | 2,320     | $v_{14} = 13,985$ | $j = 14.$ |
| 15. | 21,52     | 0,5341            | 9,794                     | Randel Matson (USA)         | 2,01      | 2,320     | $v_{15} = 13,891$ | $j = 15.$ |
| 16. | 20,68     | 0,5943            | 9,797                     | Dallas Long (USA)           | 1,93      | 2,240     | $v_{16} = 13,613$ | $j = 16.$ |
| 17. | 20,20     | 0,5943            | 9,797                     | Dallas Long (USA)           | 1,93      | 2,240     | $v_{17} = 13,433$ | $j = 17.$ |
| 18. | 20,10     | 0,5943            | 9,797                     | Dallas Long (USA)           | 1,93      | 2,240     | $v_{18} = 13,396$ | $j = 18.$ |
| 19. | 20,08     | 0,5943            | 9,797                     | Dallas Long (USA)           | 1,93      | 2,240     | $v_{19} = 13,388$ | $j = 20.$ |
| 20. | 20,06     | 0,5938            | 9,797                     | Williem Nieder (USA)        | 1,90      | 2,210     | $v_{20} = 13,392$ | $j = 19.$ |

2. táblázat

Felnőtt kültéri női súlylökés. Az  $i = 3., 4., 11., 12.$  sorokban az  $L$  dobótáv  $i$  rangsorszáma eltér a  $v$  nagyság szerinti  $j$  sorszámtól ( $i \neq j$ )

| $i$ | $L_i$ (m) | $\varphi_i$ (rad) | $g_i$ (m/s <sup>2</sup> ) | Sportoló (állampolgárság) | $h_i$ (m) | $H_i$ (m) | $v_i$ (m/s)       | $j$       |
|-----|-----------|-------------------|---------------------------|---------------------------|-----------|-----------|-------------------|-----------|
| 1.  | 22,63     | 0,9730            | 9,816                     | Natalya Lisovskaya (URS)  | 1,88      | 2,189     | $v_1 = 14,391$    | $j = 1.$  |
| 2.  | 22,60     | 0,9730            | 9,816                     | Natalya Lisovskaya (URS)  | 1,88      | 2,189     | $v_2 = 14,381$    | $j = 2.$  |
| 3.  | 22,53     | 0,7608            | 9,805                     | Natalya Lisovskaya (URS)  | 1,88      | 2,189     | $v_3 = 14,348$    | $j = 4.$  |
| 4.  | 22,45     | 0,9144            | 9,813                     | Ilona Slupianek (GDR)     | 1,79      | 2,099     | $v_4 = 14,359$    | $j = 3.$  |
| 5.  | 22,36     | 0,8070            | 9,807                     | Ilona Slupianek (GDR)     | 1,79      | 2,099     | $v_5 = 14,322$    | $j = 5.$  |
| 6.  | 22,32     | 0,8432            | 9,809                     | Helena Fibingerova (TCH)  | 1,79      | 2,099     | $v_6 = 14,309$    | $j = 6.$  |
| 7.  | 21,99     | 0,8716            | 9,811                     | Helena Fibingerova (TCH)  | 1,79      | 2,099     | $v_7 = 14,191$    | $j = 7.$  |
| 8.  | 21,89     | 0,7360            | 9,804                     | Ivanka Khristova (BUL)    | 1,72      | 2,029     | $v_8 = 14,177$    | $j = 8.$  |
| 9.  | 21,87     | 0,7360            | 9,804                     | Ivanka Khristova (BUL)    | 1,72      | 2,029     | $v_9 = 14,169$    | $j = 9.$  |
| 10. | 21,67     | 0,8872            | 9,812                     | Marianne Adam (GDR)       | 1,83      | 2,139     | $v_{10} = 14,060$ | $j = 10.$ |
| 11. | 21,60     | 0,9166            | 9,813                     | Marianne Adam (GDR)       | 1,83      | 2,139     | $v_{11} = 14,035$ | $j = 12.$ |
| 12. | 21,57     | 0,8592            | 9,810                     | Helena Fibingerova (TCH)  | 1,79      | 2,099     | $v_{12} = 14,038$ | $j = 11.$ |
| 13. | 21,45     | 0,7540            | 9,805                     | Nadezhda Chizhova (URS)   | 1,74      | 2,049     | $v_{13} = 14,009$ | $j = 13.$ |
| 14. | 21,20     | 0,8699            | 9,811                     | Nadezhda Chizhova (URS)   | 1,74      | 2,049     | $v_{14} = 13,921$ | $j = 14.$ |
| 15. | 21,03     | 0,8402            | 9,809                     | Nadezhda Chizhova (URS)   | 1,74      | 2,049     | $v_{15} = 13,857$ | $j = 15.$ |
| 16. | 20,63     | 0,7608            | 9,805                     | Nadezhda Chizhova (URS)   | 1,74      | 2,049     | $v_{16} = 13,705$ | $j = 16.$ |
| 17. | 20,43     | 0,9730            | 9,816                     | Nadezhda Chizhova (URS)   | 1,74      | 2,049     | $v_{17} = 13,638$ | $j = 17.$ |
| 18. | 20,43     | 0,6629            | 9,800                     | Nadezhda Chizhova (URS)   | 1,74      | 2,049     | $v_{18} = 13,627$ | $j = 18.$ |
| 19. | 20,10     | 0,6629            | 9,800                     | Nadezhda Chizhova (URS)   | 1,74      | 2,049     | $v_{19} = 13,502$ | $j = 19.$ |
| 20. | 20,10     | 0,9166            | 9,813                     | Margitta Gummel (GDR)     | 1,77      | 2,079     | $v_{20} = 13,499$ | $j = 20.$ |

3. táblázat

Felnőtt kültéri férfi kalapácsvetés. Az  $i = 11., 12., 16., 17., 18.$  sorokban az  $L$  dobótáv  $i$  rangsorszáma eltér a  $v$  nagyság szerinti  $j$  sorszámtól ( $i \neq j$ )

| $i$ | $L_i$ (m) | $\varphi_i$ (rad) | $g_i$ (m/s <sup>2</sup> ) | Sportoló (állampolgárság) | $h_i$ (m) | $H_i$ (m) | $v_i$ (m/s)       | $j$       |
|-----|-----------|-------------------|---------------------------|---------------------------|-----------|-----------|-------------------|-----------|
| 1.  | 86,74     | 0,8514            | 9,810                     | Yuriy Sedykh (URS)        | 1,85      | 1,778     | $v_1 = 29,680$    | $j = 1.$  |
| 2.  | 86,66     | 1,0374            | 9,819                     | Yuriy Sedykh (URS)        | 1,85      | 1,778     | $v_2 = 29,679$    | $j = 2.$  |
| 3.  | 86,34     | 0,9058            | 9,812                     | Yuriy Sedykh (URS)        | 1,85      | 1,778     | $v_3 = 29,609$    | $j = 3.$  |
| 4.  | 84,14     | 0,9730            | 9,816                     | Sergey Litvinov (URS)     | 1,80      | 1,728     | $v_4 = 29,216$    | $j = 4.$  |
| 5.  | 83,98     | 0,9730            | 9,816                     | Sergey Litvinov (URS)     | 1,80      | 1,728     | $v_5 = 29,186$    | $j = 5.$  |
| 6.  | 81,80     | 0,9730            | 9,816                     | Yuriy Sedykh (URS)        | 1,85      | 1,778     | $v_6 = 28,767$    | $j = 6.$  |
| 7.  | 81,66     | 0,7608            | 9,805                     | Sergey Litvinov (URS)     | 1,80      | 1,728     | $v_7 = 28,734$    | $j = 7.$  |
| 8.  | 80,64     | 0,7573            | 9,805                     | Yuriy Sedykh (URS)        | 1,85      | 1,778     | $v_8 = 28,531$    | $j = 8.$  |
| 9.  | 80,46     | 0,7573            | 9,805                     | Jüri Tamm (URS)           | 1,91      | 1,838     | $v_9 = 28,486$    | $j = 9.$  |
| 10. | 80,38     | 0,7573            | 9,805                     | Yuriy Sedykh (URS)        | 1,85      | 1,778     | $v_{10} = 28,482$ | $j = 10.$ |
| 11. | 80,32     | 0,8496            | 9,810                     | Karl-Hans Riehm (FRG)     | 1,95      | 1,878     | $v_{11} = 28,460$ | $j = 12.$ |
| 12. | 80,14     | 0,9730            | 9,816                     | Boris Zaychuk (URS)       | 1,80      | 1,728     | $v_{12} = 28,461$ | $j = 11.$ |

3. táblázat (folyt.)

Felnőtt kültéri férfi kalapácsvetés. Az  $i = 11., 12., 16., 17., 18.$  sorokban az  $L$  dobótáv  $i$  rangsorszáma eltér a  $v$  nagyság szerinti  $j$  sorszámától ( $i \neq j$ )

| $i$ | $L_i$ (m) | $\varphi_i$ (rad) | $g_i$ (m/s <sup>2</sup> ) | Sportoló (állampolgárság) | $h_i$ (m) | $H_i$ (m) | $v_i$ (m/s)       | $j$       |
|-----|-----------|-------------------|---------------------------|---------------------------|-----------|-----------|-------------------|-----------|
| 13. | 79,30     | 0,8746            | 9,811                     | Walter Schmidt (FRG)      | 1,92      | 1,848     | $v_{13} = 28,272$ | $j = 13.$ |
| 14. | 78,50     | 0,8617            | 9,810                     | Karl-Hans Riehm (FRG)     | 1,95      | 1,878     | $v_{14} = 28,111$ | $j = 14.$ |
| 15. | 77,56     | 0,8617            | 9,810                     | Karl-Hans Riehm (FRG)     | 1,95      | 1,878     | $v_{15} = 27,930$ | $j = 15.$ |
| 16. | 76,70     | 0,8617            | 9,810                     | Karl-Hans Riehm (FRG)     | 1,95      | 1,878     | $v_{16} = 27,763$ | $j = 17.$ |
| 17. | 76,66     | 0,8402            | 9,809                     | Aleksey Spiridonov (URS)  | 1,92      | 1,848     | $v_{17} = 27,759$ | $j = 18.$ |
| 18. | 76,60     | 0,8961            | 9,812                     | Reinhard Theimer (GDR)    | 1,84      | 1,768     | $v_{18} = 27,767$ | $j = 16.$ |
| 19. | 76,40     | 0,8437            | 9,809                     | Walter Schmidt (FRG)      | 1,92      | 1,848     | $v_{19} = 27,709$ | $j = 19.$ |
| 20. | 75,48     | 0,8835            | 9,811                     | Anatoliy Bondarchuk (URS) | 1,83      | 1,758     | $v_{20} = 27,549$ | $j = 20.$ |

4. táblázat

Felnőtt kültéri női kalapácsvetés. Az  $L$  dobótáv  $i$  rangsorszáma minden sorban egyezik a  $v$  nagyság szerinti  $j$  sorszámával ( $i = j$ )

| $i$ | $L_i$ (m) | $\varphi_i$ (rad) | $g_i$ (m/s <sup>2</sup> ) | Sportoló (állampolgárság) | $h_i$ (m) | $H_i$ (m) | $v_i$ (m/s)       | $j$       |
|-----|-----------|-------------------|---------------------------|---------------------------|-----------|-----------|-------------------|-----------|
| 1.  | 82,98     | 0,9116            | 9,813                     | Anita Wlodarczyk (POL)    | 1,78      | 1,708     | $v_1 = 29,642$    | $j = 1.$  |
| 2.  | 82,29     | -0,3999           | 9,788                     | Anita Wlodarczyk (POL)    | 1,78      | 1,708     | $v_2 = 29,467$    | $j = 2.$  |
| 3.  | 81,08     | 0,9563            | 9,815                     | Anita Wlodarczyk (POL)    | 1,78      | 1,708     | $v_3 = 29,264$    | $j = 3.$  |
| 4.  | 79,58     | 0,9166            | 9,813                     | Anita Wlodarczyk (POL)    | 1,78      | 1,708     | $v_4 = 28,957$    | $j = 4.$  |
| 5.  | 79,42     | 0,8985            | 9,812                     | Betty Heidler (GER)       | 1,75      | 1,678     | $v_5 = 28,929$    | $j = 5.$  |
| 6.  | 78,30     | 0,9271            | 9,814                     | Anita Wlodarczyk (POL)    | 1,78      | 1,708     | $v_6 = 28,698$    | $j = 6.$  |
| 7.  | 77,96     | 0,9166            | 9,813                     | Anita Wlodarczyk (POL)    | 1,78      | 1,708     | $v_7 = 28,627$    | $j = 7.$  |
| 8.  | 77,80     | 1,0374            | 9,819                     | Tatyana Lysenko (RUS)     | 1,86      | 1,788     | $v_8 = 28,588$    | $j = 8.$  |
| 9.  | 77,41     | 0,9704            | 9,816                     | Tatyana Lysenko (RUS)     | 1,86      | 1,788     | $v_9 = 28,504$    | $j = 9.$  |
| 10. | 77,26     | 0,9460            | 9,814                     | Gulfiya Khanafeyeva (RUS) | 1,73      | 1,658     | $v_{10} = 28,494$ | $j = 10.$ |
| 11. | 77,06     | 0,9730            | 9,816                     | Tatyana Lysenko (RUS)     | 1,86      | 1,788     | $v_{11} = 28,432$ | $j = 11.$ |
| 12. | 76,07     | 0,8306            | 9,809                     | Mihaela Melinte (ROU)     | 1,70      | 1,628     | $v_{12} = 28,248$ | $j = 12.$ |
| 13. | 76,05     | 0,8306            | 9,809                     | Mihaela Melinte (ROU)     | 1,70      | 1,628     | $v_{13} = 28,243$ | $j = 13.$ |
| 14. | 75,97     | 0,7990            | 9,807                     | Mihaela Melinte (ROU)     | 1,70      | 1,628     | $v_{14} = 28,224$ | $j = 14.$ |
| 15. | 75,29     | 0,7990            | 9,807                     | Mihaela Melinte (ROU)     | 1,70      | 1,628     | $v_{15} = 28,083$ | $j = 15.$ |
| 16. | 73,14     | 0,7959            | 9,807                     | Mihaela Melinte (ROU)     | 1,70      | 1,628     | $v_{16} = 27,635$ | $j = 16.$ |
| 17. | 73,10     | 0,8402            | 9,809                     | Olga Kuzenkova (RUS)      | 1,76      | 1,688     | $v_{17} = 27,618$ | $j = 17.$ |
| 18. | 71,22     | 0,8402            | 9,809                     | Olga Kuzenkova (RUS)      | 1,76      | 1,688     | $v_{18} = 27,222$ | $j = 18.$ |
| 19. | 69,58     | 0,7754            | 9,806                     | Mihaela Melinte (ROU)     | 1,70      | 1,628     | $v_{19} = 26,880$ | $j = 19.$ |
| 20. | 69,42     | 0,8163            | 9,808                     | Mihaela Melinte (ROU)     | 1,70      | 1,628     | $v_{20} = 26,849$ | $j = 20.$ |

ra kifejtett hatásait csak úgy lehetne kiküszöbölni, ha a sportolók azonos környezetben dobának. Például ugyanazon  $g$  nehézségi gyorsulás mellett, azonos  $\beta$  azimutirányban és egyforma meteorológiai viszonyok között történnének a dobások. Tekintsük azt a képzelt hely-

zetet, hogy a világcsúcstartók a világcsúcsukkor elért  $v$  kezdősebességgel nem különböző földrajzi szélességek eltérő  $g$  nehézségi gyorsulásai mellett és eltérő  $\beta$  azimutirányba dobnak, hanem ugyanazon  $g$  és  $\beta$  mellett. Az 5. és 6. táblázatok így hasonlítják össze az  $L$  dobótávokat.

5. táblázat

A felnőtt kültéri női súlylökés számítógépes modellezéssel kapott  $L_{i,j}$  (sor:  $i = 19, 20$ ; oszlop:  $j = 1, 2, \dots, 6$ ) (m) dobótávjai az ellökött súlygolyók 2. táblázatbeli, számítógépes modellezéssel rekonstruált  $v_i$  (m/s) kezdősebességei és a sportversenyek  $\varphi_j$  földrajzi szélességen lévő helyszíneinek  $g_j$  (m/s<sup>2</sup>) nehézségi gyorsulásai esetén,  $\alpha = 37^\circ$ , valamint  $\beta_E = 0^\circ$  (északi dobásazimut),  $\beta_K = 90^\circ$  (kelet) és  $\beta_N = 270^\circ$  (nyugat) azimutszögek mellett. A mátrix kövér  $L_{19}, L_{20}$  elemei és kövér  $i = 19., 20.$  sorszámai a 2. táblázatbeli  $i = 19., 20.$  világcsúccsal azonosak. Egy adott  $j$  oszlopbeli  $L_i$  távolságok és  $k = 19., 20.$  sorszárok a  $g_j$  nehézségi gyorsulás mellett fiktíven lefolytatott versenyen elérhető dobótávokat és azok rangsorrendjét tükrözik, mintha mindkettő súlylökőnő ugyanazon  $g_j$  mellett lőkött volna a világcsúcsa felállításakor  $v_i$  kezdősebességgel és  $\alpha$  kezdőszöggel északra (E:  $\beta_E = 0^\circ$ ), keletre (K:  $\beta_K = 90^\circ$ ) vagy nyugatra (N:  $\beta_N = 270^\circ$ ). A  $g_j$  nehézségi gyorsulás zárójelbeli indexei a 2. táblázatbeli, gyakorlatilag ( $\Delta g_{\max} = 0,002$  m/s<sup>2</sup>) azonos nagyságú gyorsulások indexeivel egyeznek meg. A pirossal jelzett adatok esetén  $i$  eltér  $k$ -tól ( $i \neq k$ )

| $H_i$<br>(m)                     | $v_i$<br>(m/s)                    | $g_{1(1,2,17)} = 9,816$<br>$\varphi_1 = 0,9730$  | $g_{2(3,8,9,13,16)} = 9,805$<br>$\varphi_2 = 0,7608$ | $g_{3(4,10,11,20)} = 9,813$<br>$\varphi_3 = 0,9144$                           | $g_{4(5)} = 9,807$<br>$\varphi_4 = 0,8070$       | $g_{5(6,7,12,14,15)} = 9,809$<br>$\varphi_5 = 0,8432$ | $g_{6(18,19)} = 9,800$<br>$\varphi_6 = 0,6629$                                |
|----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| $i = 19.$<br>$H_{19} =$<br>2,049 | $i = 19.$<br>$v_{19} =$<br>13,502 | $k = 20.$<br>E: 20,070<br>K: 20,072<br>N: 20,069 | $k = 20.$<br>E: 20,090<br>K: 20,092<br>N: 20,089     | $k = 20.$<br>E: 20,076<br>K: 20,077<br>N: 20,075                              | $k = 20.$<br>E: 20,087<br>K: 20,088<br>N: 20,085 | $k = 20.$<br>E: 20,083<br>K: 20,085<br>N: 20,082      | $i = 19., L_{19} = 20,10$<br>$k = 20.$<br>E: 20,100<br>K: 20,101<br>N: 20,098 |
| $i = 20.$<br>$H_{20} =$<br>2,079 | $i = 20.$<br>$v_{20} =$<br>13,499 | $k = 19.$<br>E: 20,094<br>K: 20,095<br>N: 20,092 | $k = 19.$<br>E: 20,114<br>K: 20,115<br>N: 20,112     | $i = 20., L_{20} = 20,10$<br>$k = 19.$<br>E: 20,099<br>K: 20,100<br>N: 20,098 | $k = 19.$<br>E: 20,110<br>K: 20,112<br>N: 20,108 | $k = 19.$<br>E: 20,106<br>K: 20,108<br>N: 20,105      | $k = 19.$<br>E: 20,123<br>K: 20,124<br>N: 20,121                              |

6. táblázat

A felnőtt kültéri férfi kalapácsvetés számítógépes modellezéssel kapott  $L_{i,j}$  (sor:  $i = 1, 2, 10, 11$ ; oszlop:  $j = 1, 2, \dots, 5$ ) (m) dobótávjai az elvetett kalapácsok 3. táblázatbeli, számítógépes modellezéssel rekonstruált  $v_i$  (m/s) kezdősebességei és a sportversenyek  $\varphi_j$  földrajzi szélességen lévő helyszíneinek  $g_j$  (m/s<sup>2</sup>) nehézségi gyorsulásai esetén,  $\alpha = 44^\circ$ , valamint  $\beta_E = 0^\circ$  (északi dobásazimut),  $\beta_K = 90^\circ$  (kelet) és  $\beta_N = 270^\circ$  (nyugat) azimutszögek mellett. A mátrix kövér  $L_1, L_2, L_{10}, L_{11}$  elemei és kövér  $i = 1., 2., 10., 11.$  sorszámai a 3. táblázatbeli  $i = 1., 2., 10., 11.$  világcsúccsal azonosak. Egy adott  $j$  oszlopbeli  $L_i$  távolságok és  $k = 1., 2., 10., 11.$  sorszárok a  $g_j$  nehézségi gyorsulás mellett fiktíven lefolytatott versenyen elérhető dobótávokat és azok rangsorát tükrözik, mintha mind a 4 kalapácsvető ugyanazon  $g_j$  mellett vetett volna a világcsúcsakor  $v_i$  kezdősebességgel és  $\alpha$  kezdőszöggel északra (E:  $\beta_E = 0^\circ$ ), keletre (K:  $\beta_K = 90^\circ$ ) vagy nyugatra (N:  $\beta_N = 270^\circ$ ). A  $g_j$  nehézségi gyorsulás zárójelbeli indexei a 3. táblázatbeli, gyakorlatilag ( $\Delta g_{\max} = 0,002$  m/s<sup>2</sup>) azonos nagyságú gyorsulások indexeivel egyeznek meg. A pirossal jelzett adatok esetén  $i$  nem mindig azonos  $k$ -val

| $H_i$<br>(m)                     | $v_i$<br>(m/s)                    | $g_{1(1,11,14,15,16,17,19)} = 9,810$<br>$\varphi_1 = 0,8514$                                    | $g_{2(2)} = 9,819$<br>$\varphi_2 = 1,0374$                                                      | $g_{3(3,13,18,20)} = 9,812$<br>$\varphi_3 = 0,9058$                    | $g_{4(4,5,6,12)} = 9,816$<br>$\varphi_4 = 0,9730$                      | $g_{5(7,8,9,10)} = 9,805$<br>$\varphi_5 = 0,7608$                                                   |
|----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $i = 1.$<br>$H_1 =$<br>1,778     | $i = 1.$<br>$v_1 =$<br>29,680     | $i = 1., L_1 = 86,74$<br>$k = 1.(2.)$ E: 86,741<br>$k = 1.$ K: 86,752<br>$k = 1.(2.)$ N: 86,730 | $k = 1.(2.)$ E: 86,667<br>$k = 1.$ K: 86,676<br>$k = 1.(2.)$ N: 86,659                          | $k = 1.(2.)$ E: 86,725<br>$k = 1.$ K: 86,735<br>$k = 1.(2.)$ N: 86,714 | $k = 1.(2.)$ E: 86,692<br>$k = 1.$ K: 86,701<br>$k = 1.(2.)$ N: 86,682 | $k = 1.(2.)$ E: 86,782<br>$k = 1.$ K: 86,795<br>$k = 1.(2.)$ N: 86,770                              |
| $i = 2.$<br>$H_2 =$<br>1,778     | $i = 2.$<br>$v_2 =$<br>29,679     | $k = 2.(1.)$ E: 86,736<br>$k = 2.(1.)$ K: 86,747<br>$k = 2.$ N: 86,725                          | $i = 2., L_2 = 86,66$<br>$k = 2.(1.)$ E: 86,662<br>$k = 2.(1.)$ K: 86,670<br>$k = 2.$ N: 86,653 | $k = 2.(1.)$ E: 86,719<br>$k = 2.(1.)$ K: 86,730<br>$k = 2.$ N: 86,709 | $k = 2.(1.)$ E: 86,687<br>$k = 2.(1.)$ K: 86,696<br>$k = 2.$ N: 86,677 | $k = 2.(1.)$ E: 86,777<br>$k = 2.(1.)$ K: 86,789<br>$k = 2.$ N: 86,765                              |
| $i = 10.$<br>$H_{10} =$<br>1,778 | $i = 10.$<br>$v_{10} =$<br>28,482 | $k = 10.$<br>E: 80,343<br>K: 80,353<br>N: 80,333                                                | $k = 10.$<br>E: 80,274<br>K: 80,282<br>N: 80,267                                                | $k = 10.$<br>E: 80,327<br>K: 80,337<br>N: 80,318                       | $k = 10.$<br>E: 80,297<br>K: 80,306<br>N: 80,289                       | $i = 10., L_{10} = 80,38$<br>$k = 10.$ E: 80,381<br>$k = 10.$ K: 80,392<br>$k = 10.(11.)$ N: 80,370 |
| $i = 11.$<br>$H_{11} =$<br>1,878 | $i = 11.$<br>$v_{11} =$<br>28,460 | $i = 11., L_{11} = 80,32$<br>$k = 11.$<br>E: 80,322<br>K: 80,332<br>N: 80,312                   | $k = 11.$<br>E: 80,253<br>K: 80,261<br>N: 80,246                                                | $k = 11.$<br>E: 80,306<br>K: 80,316<br>N: 80,297                       | $k = 11.$<br>E: 80,276<br>K: 80,284<br>N: 80,268                       | $k = 11.$ E: 80,360<br>$k = 11.(10.)$ K: 80,371<br>$k = 11.$ N: 80,349                              |

Az 5. táblázat szerint, ha a 19. (Nadezhda Chizhova<sup>2</sup>) és a 20. (Margitta Gummel) súlylökőnő ugyanazon  $g$  nehézségi gyorsulás mellett lőkött volna a világcsúcsuk elérésekori  $v_{19} = 13,502$  m/s, illetve  $v_{20} = 13,499$  m/s kezdősebességgel, akkor függetlenül a dobásuk  $\beta$  azimutirányától és az aktuális  $g$  nehézségi gyorsulástól az eredetileg egyforma  $L_{19} = L_{20} = 20,10$  m dobótávjuk úgy változott volna, hogy Nadezhda Chizhova  $L_{19,E,K,N}$  dobótávja kisebb lett volna Margitta Gummel  $L_{20,E,K,N}$  dobótávjánál ( $L_{19,E,K,N} < L_{20,E,K,N}$ ), vagyis a rangsorszámuk fölcserélődött volna egymással: 19.  $\leftrightarrow$  20.

A 2. táblázat szerint Nadezhda Chizhova ( $h_{19} = 1,74$  m) Margitta Gummelhez ( $h_{20} = 1,77$  m) képest 3 cm-es testmagassághátrányban ( $h_{19} < h_{20}$ ) volt, ami csökkentette az előbbi dobótávját. Ugyanakkor Nadezhda Chizhova ( $g_{19} = 9,800$  m/s<sup>2</sup>) előnyben volt Margitta Gummelhez ( $g_{20} = 9,813$  m/s<sup>2</sup>) képest a kisebb helyi  $g$  nehézségi gyorsulás miatt ( $g_{19} < g_{20}$ ), ami növelte az előbbi dobótávját. Az azonos  $g$  melletti súlylökéskor bekövetkező 19.  $\leftrightarrow$  20. rangsorszámcsere oka a  $g$  és  $h$  együttes hatása a dobótávra. Mindezen még a dobás  $\beta$  azimutirányának esetleges különbözőségéből eredő Coriolis-gyorsulás okozta dobótávváltozás sem lett volna képes változtatni.

Ugyanakkor, ha a súlygolyó  $v$  kezdősebességén alapulna a világcsúcsrangsor, akkor Nadezhda Chizhova ( $v_{19} = 13,502$  m/s) maradna a 19. helyezett és Margitta Gummel ( $v_{20} = 13,499$  m/s) is megtartaná a 20. helyezését, mert  $v_{19} > v_{20}$ , ám ekkor a  $v_4 = 14,359$  m/s  $>$   $v_3 = 14,348$  m/s és  $v_{12} = 14,038$  m/s  $>$   $v_{11} = 14,035$  m/s kezdősebességviszonyok miatt bekövetkezne a 3.  $\leftrightarrow$  4. és 11.  $\leftrightarrow$  12. rangsorszámcsere (2. táblázat).

A 6. táblázat szerint az 1. (Yuriy Sedykh) és a 2. (Yuriy Sedykh) kalapácsvetővilágcsúcs esetén 1.  $\leftrightarrow$  2. rangsorszámcsere lépett volna föl, amennyiben azonos  $g$  mellett történt volna mindkét vetés a világcsúcs elérésekori  $v$  kezdősebességgel, ha az 1. vetés észak (E) felé történt volna, a 2. pedig kelet (K) felé, amikor is  $L_{1,E} < L_{2,K}$  lett volna a dobótávviszony. i) Ekkor a Coriolis-gyorsulás az 1. vetés északi ( $\beta_E = 0^\circ$ ) dobótávját nem változtatta volna, míg a 2. vetés keleti ( $\beta_K = 90^\circ$ ) dobótávját kicsivel növelte volna. ii) Másodrészt, az 1. vetés kalapácsának nagyobb kezdősebessége ( $v_1 = 29,680$  m/s) növelte a dobótávot a 2. vetéséhez képest, ami kisebb kezdősebességgel ( $v_2 = 29,679$  m/s) történt. iii) Mivel mindkét világcsúcsot ugyanaz a kalapácsvető, Yuriy Sedykh érte el, a  $h$  testmagasság nem játszott szerepet a rangsorszámcsereben. Itt tehát a  $\beta$  azimutirány és a  $v$  kezdősebesség együttes hatásai (az előbbi dominanciája az utóbbi felett) okozták volna az  $L_{1,E} < L_{2,K}$  dobótávviszony miatti 1.  $\leftrightarrow$  2. rangsorszámcserét.

A 6. táblázat szerint ugyancsak 1.  $\leftrightarrow$  2. rangsorszámcsere lépett volna föl, amennyiben azonos  $g$  mellett történt volna mindkét vetés a világcsúcs elérésekori  $v$  kezdősebességgel, ha az 1. vetés nyugat (N) felé történt volna, a 2. pedig észak (E) vagy kelet (K) felé, amikor is  $L_{1,N} < L_{2,E} < L_{2,K}$  lett volna a dobótávviszony. i) Ekkor a Coriolis-gyorsulás az 1. vetés nyugati ( $\beta_N = 270^\circ$ ) dobótávját

csökkentette volna, míg a 2. északi ( $\beta_E = 0^\circ$ ) dobótávját nem változtatta volna, és a keleti ( $\beta_K = 90^\circ$ ) dobótávját kicsivel növelte volna. ii) Másodrészt, az 1. vetés kalapácsának nagyobb kezdősebessége ( $v_1 = 29,680$  m/s) növelte a dobótávot a kisebb kezdősebességű ( $v_2 = 29,679$  m/s) 2. vetéséhez képest. iii) A  $h$  testmagasság nyilván itt sem játszott szerepet a rangsorszámcsereben. Itt megint a  $\beta$  azimutirány és a  $v$  kezdősebesség együttes hatásai (illetve az előbbi dominanciája) okozták volna az  $L_{1,N} < L_{2,E} < L_{2,K}$  dobótávviszony miatti 1.  $\leftrightarrow$  2. rangsorszámcserét. Ha viszont azonos északi, keleti vagy nyugati azimutirányba történtek volna a kalapácsvetések egy adott sportpályán (azonos  $g$ ) ugyanazon dobóköréből (azonos  $\beta$ ), akkor maradt volna a kezdősebesség által meghatározott  $L_{1,E,K,N} > L_{2,E,K,N}$  dobótávfölény, azaz nem változtak volna az 1. és 2. rangsorszámok (6. táblázat). Itt is a Coriolis-gyorsulás hatása lett volna a felelős az említett rangsorszámcsereért.

A 6. táblázat szerint a 10. (Yuriy Sedykh) és a 11. (Karl-Hans Riehm) kalapácsvetővilágcsúcs esetén rangsorszámcsere történt volna, amennyiben mindkét kalapácsvető a  $\varphi_5 = 43,59^\circ$  földrajzi szélesség  $g_{5(7,8,9,10)} = 9,805$  m/s<sup>2</sup> nehézségi gyorsulása mellett vetett volna a világcsúcsa elérésekori  $v$  kezdősebességgel, ha a 10. helyezett nyugat (N) felé vetett volna, a 11. pedig kelet (K) felé, amikor is  $L_{10,N} = 80,370$  m  $<$   $L_{11,K} = 80,371$  m lett volna a dobótávviszony. i) Ekkor a Coriolis-gyorsulás a 11. helyezett keleti ( $\beta_K = 90^\circ$ ) irányú dobótávját kissé megnövelte volna, míg a 10. helyezett nyugati ( $\beta_N = 270^\circ$ ) irányú dobótávját kicsivel csökkentette volna. ii) Másodrészt, a 11. helyezett kalapácsának kisebb kezdősebessége ( $v_{11} = 27,744$  m/s) csökkentette a dobótávot a 10. helyezettéhez képest, aki nagyobb kezdősebességgel ( $v_{10} = 27,766$  m/s) vetette el a kalapácsot. iii) Harmadrészt, a 10. helyezett ( $h_{10} = 1,85$  m) 10 cm-es testmagassághátránya csökkentette a dobótávot a magasabb 11. helyezettéhez ( $h_{11} = 1,95$  m) viszonyítva (3. táblázat). iv) Negyedrész, a 10. helyezett eredetileg kisebb nehézségi gyorsulás ( $g_{10} = 9,805$  m/s<sup>2</sup>) mellett vetett, ami növelte a dobótávot a 11. helyezettéhez képest, aki nagyobb nehézségi gyorsulás mellett ( $g_{11} = 9,810$  m/s<sup>2</sup>) vetett, ami csökkentette a dobótávját (3. táblázat). Itt a  $\beta$  azimutirány,  $v$  kezdősebesség,  $h$  testmagasság és  $g$  nehézségi gyorsulás együttes hatásai okozták volna az  $L_{10,N} < L_{11,K}$  dobótávviszony miatti 10.  $\leftrightarrow$  11. rangsorszámcserét. Ha viszont e két kalapácsvető azonos északi, keleti vagy nyugati azimutirányba vetette volna a kalapácsot egy adott sportpályán (azonos  $g$ ) ugyanazon dobóköréből (azonos  $\beta$ ), akkor maradt volna az  $L_{10,E,K,N} > L_{11,E,K,N}$  dobótávfölény, azaz nem változott volna az eredeti 10. és 11. rangsorszám (6. táblázat). Ezért itt is főleg a Coriolis-gyorsulás hatása lett volna felelős az említett rangsorszámcsereért.

Ugyanakkor, ha a kalapács  $v$  kezdősebességére alapulna a világcsúcsrangsor, akkor a 3. táblázat szerint a  $v_{12} = 28,461$  m/s  $>$   $v_{11} = 28,460$  m/s kezdősebességviszony miatt bekövetkezne a 11.  $\leftrightarrow$  12. rangsorszámcsere, továbbá a  $v_{18} = 27,767$  m/s  $>$   $v_{16} = 27,763$  m/s  $>$   $v_{17} = 27,759$  m/s viszony okán az eredeti 18. lenne az új 16., az eredeti 16. lenne az új 17., és az eredeti 17. lenne az új 18.

<sup>2</sup> Ebben a cikkben az orosz neveket a magyar átírás helyett az orosz nemzetközi latinbetűs átírása szerint írjuk.

Mint korábban említettük, az eltérő helyszíneken történő dobóversenyek eltérő környezeti viszonyainak dobótávra kifejtett hatásait csak úgy lehetne kiküszöbölni, ha a sportolók azonos környezetben dobának. Mivel ez gyakorlatilag kivitelezhetetlen, érdemes lenne a súlygolyó  $v$  kezdősebességét tekinteni rangadó mértéknek.

A Föld északi (déli) féltekéjén a Coriolis-gyorsulás az óramutató járásával egyezően (ellentétesen) téríti el egy repülő test pályáját. Természetesen e jelenséget is figyelembe vettük a számítógépes modellünkben, aminek (10) mozgásegyenletében a Coriolis-gyorsulás vektoriális formában szerepel. A súlylökés 40 és a kalapácsvetés 40 vizsgált világcsúcsa közül egyedül a lengyel Anita Włodarczyk kalapácsvetése történt a déli féltekén lévő brazil Rio de Janeiro  $\varphi = -22,91^\circ$  földrajzi szélességén, míg a többi 79 másik világcsúcsot az északi féltekén érték el (1–4. táblázat).

## 7. Következtetések

- 1) A súlygolyó és a kalapács  $v$  kezdősebességének nagysága sokkal jobban tükrözi a sportoló saját fizikai teljesítményét, mint az  $L$  dobótáv, mert utóbbit a földrajzi szélességtől függő helyi  $g$  nehézségi gyorsulás mellett leginkább a sportoló  $h$  testmagassága és több más környezeti hatás is befolyásolja, elsősorban a légsűrűségtől és szélességtől függő légellenállás. Ezért az egyforma esély és a *fair play* (tisza eszközökkel játszott mérkőzés és az ellenféllel szemben tanúsított sportszerű magatartás) eszméje értelmében helyénvalóbb lenne a sportszer  $v$  kezdősebességét tekinteni a sportoló környezeti hatásoktól mentes saját, igazi, rangadó teljesítményének és ez alapján megállapítani a rangsorrendet – ahelyett, hogy szokás szerint az  $L$  dobótávokat mérnék össze. A sportszer  $v$  kezdősebességét ultrahangos vagy lézer-doppler elven működő berendezéssel lehet mérni a helyszínen.
- 2) Ha a súlygolyó  $v$  kezdősebességét tekintenék rangadónak, akkor a kültéri női és férfi súlylökés világcsúcsrangsoraiiban több rangsorszámcsere és rangsorszámazonosság lépne föl. Ha viszont azonos azimutirányokba történtek volna a súlylökések azonos helyi  $g$  mellett, akkor nem változtak volna a rangsorszámok.
- 3) Ha a kalapács  $v$  kezdősebességét tekintenék rangadónak, akkor a kültéri férfi kalapácsvetés világcsúcsrangsorában rangsorszámcsere és rangsorszámváltozások történnének.
- 4) A valóságot jól modellező, a légellenállást és a Coriolis-erőt is figyelembe vevő számítógépes vizsgálatokkal kapott eredmények nagy része egyezik a légellenállást és Coriolis-erőt elhanyagoló analitikus becslésekeivel. Ennek oka, hogy a súlygolyó és kalapács súlyához képest igen kicsik a légellenállási és Coriolis-erők, amelyek ezért csak kis mértékben befolyásolják a dobótávot.
- 5) A súlylökők és kalapácsvetők  $h$  testmagasság-különbségeiből eredő  $L$  dobótávbeli előnyök és hátrányok

kiküszöbölése céljából a versenyzőknek egy emelhető-süllyeszthető dobókörből állandó  $H$  kezdőmagasság mellett kellene eldobniuk a sportszerüket.

## Irodalom

- Brosche P., Sündermann J. (1978): Tidal Friction and the Earth's Rotation. Springer: Heidelberg, Berlin, New York
- Hinze W. J., Frese von R. R. B., Saad A. H. (2013): Gravity and Magnetic Exploration: Principles, Practices, and Applications. Cambridge University Press (ISBN 978-1-107-32819-8)
- Hegedűs D. (2022): A kültéri felnőtt férfi és női súlylökés és kalapácsvetés világcsúcsrangsorainak változásai a Föld forgása miatti centrifugális gyorsulás és a testmagasság dobótávra kifejtett hatásainak figyelembevételével. BSC-szakdolgozat, ELTE TTK, Biológiai Fizika Tanszék, Budapest, 54 o. (témavezető: Horváth Gábor)
- Horváth G. (1991): A holdak kötött keringése, az árapály-effektus és az árapályfűtés. Fizikai Szemle 41: 79–88.
- Horváth G. (2001): (2004: 2. változatlan kiadás) A mechanika biológiai alkalmazása: Biomechanika. Egyetemi tankönyv, 262 o., ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, ISBN 963-463-379-X
- Horváth G. (2009): Biomechanika: A mechanika biológiai alkalmazásai. Egyetemi tankönyv, 3. átdolgozott, bővített kiadás, 368 o., ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, ISBN 978-963-284-052-9
- Horváth G., Hegedűs D., Slíz-Balogh J. (2023): Change of world-record rankings of shot put and hammer throw due to the effects of Earth rotation and athlete's height. Scientific Reports 13: 10409 (DOI: 10.1038/s41598-023-36665-5)
- Jánosi I., Bántay P. (2002): Statistical test of throwing events on the rotating Earth: lack of correlations between range and geographic location. European Physical Journal B 30: 411–415.
- Jordan T. (1977): Terry Albritton – T & FN interview. Track & Field News 1977 March: pp. 11–12.
- Konz S. M., Hunter I. (2015): Technique comparison of male and female hammer throwers. pp. 1038–1041. In: Coaching and Sports Activities. edited by Colloud F, Domalain M, Monnet T. 33. International Conference on Biomechanics in Sports. Poitiers, France, 29 June – 3 July 2015
- Landau L. D., Lifshic E. M. (1984): Elméleti fizika I.: Mechanika. Tankönyvkiadó, Budapest
- Linthorne N. P. (2001): Optimum release angle in the shot put. Journal of Sports Sciences 19(5): 359–372 (DOI: 10.1080/02640410120006135)
- Marik M. (szerk.) (1989): Csillagászat. Akadémiai Kiadó, Budapest
- Mege E., Hymans R. (eds) (1991): Progression of World Best Performances and IAAF Approved World Records. International Athletic Foundation
- Mizera F., Horváth G. (2000): Dobósportok a forgó Földön. Hogyan befolyásolja a dobótávot a centrifugális és a Coriolis-erő? I. + II. rész Természet Világa 131: 402–405. + 457–461.
- Mizera F., Horváth G. (2002): Influence of environmental factors on shot put and hammer throw range. Journal of Biomechanics 35 (6): 785–796 (DOI: 10.1016/S0021-9290(02)00029-5)
- Pálfi K. (2021): A forgó és keringő Föld tehetetlenségi gyorsulásai a dobósportok biomechanikája háttérül. BSC-szakdolgozat, ELTE TTK, Biológiai Fizika Tanszék, Budapest, 38 o. (témavezető: Horváth Gábor, konzulens: Slíz-Balogh Judit)
- Pálfi K., Horváth G., Slíz-Balogh J. (2022): A Föld felszínén fellépő gyorsulások a dobósportok biomechanikája háttérül. 1. rész: Árapály és forgáslassulás. 2. rész: Precesszió, nutáció, Coriolis- és centrifugális gyorsulás. Fizikai Szemle 72 (4): 99–103., 72 (5): 131–134.
- Scrutton C. T. (1978): Periodic growth features in fossil organisms and the length of the day and month. In: Brosche P., Sündermann J. (eds) Tidal Friction and the Earth's Rotation. Springer: Heidelberg, Berlin, New York
- Varga P. (2014): A naphosszúság változása – Hatásai a Föld és az élet fejlődésére. Természet Világa 145: 546–548.
- Völgyesi L. (2013): A Föld precessziós mozgása. Fizikai Szemle 63: 152–156.
- White C. (2011): Projectile Dynamics in Sport: Principles and Applications. Routledge, Abingdon, Oxon, UK

# A LÖVÉSBŐL SZÁRMAZÓ ANYAGMARADVÁNYOK TÖRVÉNYSZÉKI VIZSGÁLATA

Fülöp Péter

Nemzeti Szakértői és Kutató Központ, Bűnügyi Igazságügyi Szakértői Igazgatóság,  
Fizikai és Kémiai Szakértői Intézet, Fizikai és Szervetlen Analitikai Osztály, Budapest  
E-mail: fulopp@nszkk.gov.hu

## Bevezetés

A 2000-es években az amerikai bűnügyi helyszínelők munkáját bemutató, népszerű sorozatokon – mint a CSI és az NCIS – generációk nőttek fel. A magyar bűnügyi igazságügyi szakértők munkája, ami a módszereket illeti, sok tekintetben hasonló a filmsorozatokban látottakhoz, de a tengerentúli igazságszolgáltatási rendszer egészen eltérő a miénktől. Az angolszász büntetőbírói eljárás sokkal közelebb áll a vádelvű eljáráshoz, ahol a vádló és a vádlott lényegében egyenrangú, a bíró pedig „csak” a büntetést szabja ki. Ebben az eljárásban mindenki tanú, akit a bíró előtt a vád és a védelem jogászai egymás után kikérdeznek. Az angolszász rendszerben a szakértő is a tanúk egyike; a nagy különbség, hogy a szakértő kifejteti (kompetenciakörén belül) a levont következtetéseit is, azonban egy közönséges szemtanú számára ez tilos [1].

A természettudományok a mérés technika és az egyes tudományterületek robbanásszerű fejlődésével párhuzamosan a törvényszéki alkalmazások terén egyre nagyobb jelentőséggel bírnak. Az ún. forenzikus tudományok inter- és multidiszciplináris jellegűek. A bűnüldözésben vagy a kriminalisztikában többek között a fizika, a kémia, a biológia, valamint a műszaki tudományok eredményeit használják fel, hogy a szakértők az adott bűncselekménynél összegyűjtött anyagokat, nyomokat, tárgyakat megvizsgálják. A bűnjelek később bizonyítékokká válhatnak; végső soron a szakértői vélemény a függetlenség és a pártatlanság követelményének betartása mellett a bíróságnak a tényállás megállapításában segíthet [1].

Az ilyen jellegű szakértői munka kézzel fogható gyakorlati jelentősége aligha megkérdőjelezhető, társadalmi haszna azonnal tetten érhető bárki számára. A kriminalisztikai jelentőségű mikroanyagok közül izgalmas részterület, de a fizikusok szakértői munkájának csak kis szeletét öleli fel a lövésből származó mikroanyagmarad-

ványok, az ún. lőmaradványok felkutatása [2, 3]. A céloom megismertetni a téma elméleti hátterét és jelentőségét a bizonyítási eljárásban, mely köthető akár középiskolában már elsajátított mechanikai, hőtani ismeretekhez, de szakköri foglalkozáson a vizsgálati módszer vagy tágabb értelemben a ballisztika fizikai és kémiai alapjait is be lehet mutatni [4].

## Mit kell tudni a lőszerről, és mi a lőmaradvány?

Magyarországon a büntetőügyekben a különleges szakértelmet igénylő szakkérdések esetén – az igazságügyi szakértőkről és a büntetőeljárásról szóló törvény alapján – igazságügyi szakértőt kell kirendelnie az eljáró hatóságnak (mely lehet a rendőrség, az ügyészség vagy a bíróság) [5]. Ilyen speciális kérdés lehet, hogy lőfegyver elsütéséhez köthető anyagmaradványok kimutathatók-e a gyanúsított kezein, ruházatán – ennek az 1970-es évek óta gazdag szakirodalma van [6, 7]. A tűz- vagy gáz-riasztó fegyverekkel elkövetett bűncselekmények bizonyítékaul szolgáló anyagmaradványok, az ún. lőmaradványok vizsgálata kizárólag *forenzikus* (törvényszéki vagy bűnügyi) *fizika* szakterületen bejegyzett igazságügyi szakértők feladata.

Mindenekelőtt nézzük meg, hogy az 1. ábrán – hajtástalanítás és szétszerelés után – látható 9 mm kaliberű, Luger típusú lőszer milyen részekből áll. A vizsgálat szempontjából a lőszerek legfontosabb alkatrésze a *csappantyúcsésze*. A tűz- vagy gáz-riasztó fegyverekben a fekete vagy füst nélküli lőpor begyűjtését, vagy felrobbantását a *lőszerhüvely alsó, zárt végén elhelyezett csappantyúcsészebe* (vagy a hüvely peremére) felhordott, mintegy 0,02 gramm tömegű speciális anyag, a *gyúelegy* biztosítja.

A gyúelegy mechanikai ütésre robbanó anyagokat, robbantószerkeket (különböző instabil vegyületeket) tartalmaz. A robbanóanyag olyan vegyület vagy keverék, amelyet meggyújtva vagy felrobbantva egy rendkívül gyors, nagy energiafelszabadulással, valamint nagy mennyiségű gáz- és hőképződéssel járó kémiai reakció játszódik le általában erős fény- és hanghatás kíséretében.

## Hogyan keletkeznek a lőmaradványok, avagy mi is az a GSR?

A tűz- vagy gáz-riasztó fegyver elsütésekor bekövetkező robbanás során a keletkező anyagok hirtelen kitágulnak,



Fülöp Péter igazságügyi szakértő forenzikus fizika szakterületen. Munkahelye a Nemzeti Szakértői és Kutató Központ (NSZKK) Bűnügyi Igazságügyi Szakértői Igazgatóság Fizikai és Kémiai Szakértői Intézet Fizikai és Szervetlen Analitikai osztálya. Korábban két éven keresztül az érdi Vörösmarty Mihály fizika szakos tanára volt. Jelenleg a bűnügyekben előforduló szervetlen eredetű anyagmaradványok kriminalisztikai szemléletű, összehasonlító mikroanalitikai vizsgálatával és az erőszakos bűncselekmények, tényesemények lehetséges mozgásfolyamatainak rekonstrukciójával, biomechanikai megközelítésével, valamint 3D-s megjelenítésével foglalkozik.



1. ábra. Az NSZKK (Nemzeti Szakértői és Kutató Központ) fegyverszakértői laboratóriumában hatástalanított (elműködött) és szétszerelt 9 mm kaliberű lőszer részei balról jobbra. A. a rézköpenyes, ólommagos lövedék; B. a lőszerhüvely; C. a lőszerhüvelyben található löportöltet, D. a lőszerhüvely alsó részéből eltávolított és a gyúalegyet tartalmazó csappantyúcsésze, E. a csappantyúcsésze lőszerhüvely felőli, fotomakroszkóppal készült képe a belső felületére felhordott gyúalegy (Forrás: Ujvári Zsolt fényképfelvétele)

és ez a reakció többek között igen kis méretű *lőmaradvány-szemcsék* (az angol elnevezés szerint *gunshot residue*, röviden *GSR*) képződésével jár. A vizsgált részecskék keletkezésének folyamata a következő:

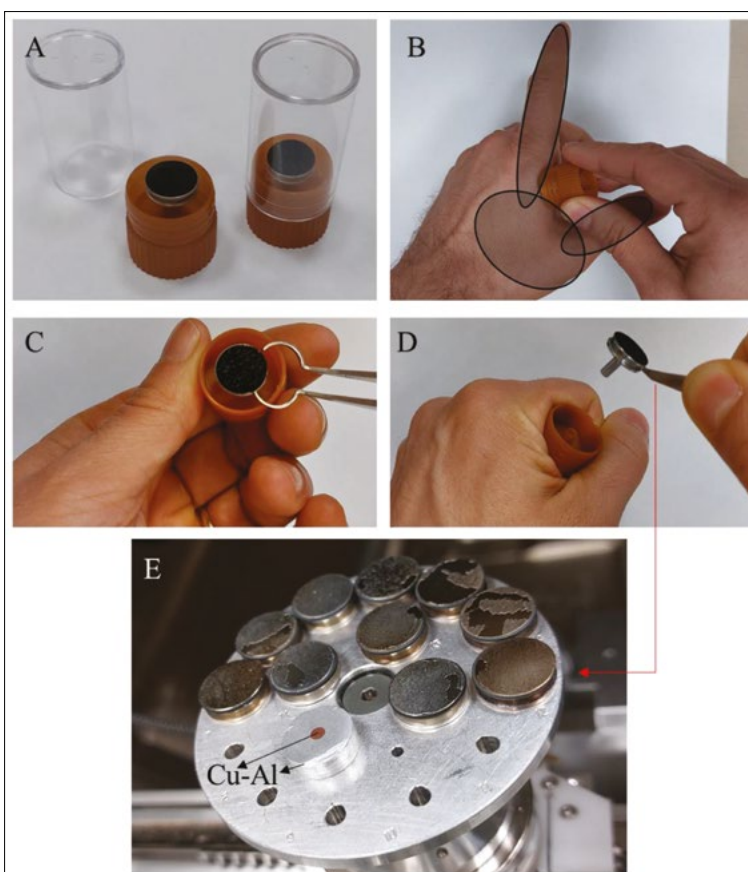
1. az ütőszeg ráüt a csappantyúra, a *gyúalegy berobban*; ez inicializálja, vagyis begyűjtja a további, lövedékben lévő robbantószerkezetet,
2. a *hőmérséklet* a lőszerben kevesebb mint egy ezred másodperc alatt *több ezer °C-ra emelkedik*,
3. a *nyomás* ezzel párhuzamosan a légköri nyomásnak megfelelő érték *több ezerszeresére nő*, amely kilövi a lövedéket,
4. eközben a fegyver minden lehetséges nyílásából füst formájában részecskék távoznak a környezetbe,
5. a környezetbe kijutó részecskék az *extrém hőmérsékletéről hirtelen lehűlnék*,
6. a gyúalegyből keletkezett, szilárd halmazállapotú égésmaradványok (kb. 1–30  $\mu\text{m}$  nagyságú részecskék) lerakódnak a környezetben lévő felületekre, melyeknek többsége aggregátum, azaz több kisebb szemcse összetapadásával keletkezett *szemcsehalmaz*.

A szemcsék többsége a fegyver csőtorkolatából és egyéb nyílásaiból füst formájában *nagy sebességgel repül ki*, majd erősen lelassulva néhány méter távolságra juthat. A lőmaradvány-részecskék egy kis része a levegő turbulenciája miatt a fegyvert elsütő, illetve az esetlegesen a csőtorkolat közelében (1–1,5 méterre) tartózkodó személy *kezeire, ruházatára*, valamint a *környező tárgyak felületére visszaszóródik*. A visszaszóródó részecskék átlagosan kisebbek, mint az előre haladó társaik, ugyanis a *nagyobbak tehetetlenségüknek fogva nem tudnak hátra vagy oldalirányba szóródni*, azok a lövés irányába repülnek. Ezt a folyamatot azonban pl. egy nagy sebességgel haladó járműből leadott lövés esetében döntően befolyásolhatja a menetszél, ekkor

csak kis valószínűséggel lehet a környező felületeken a gyúalegy anyagára jellemző szemcséket találni.

## A lőmaradvány-szemcsék felkutatásának módszere

A vizsgálat elsősorban a gyúalegy robbanása és égése során keletkező szervesetlen alkotóelemekre koncentrál, nem pedig az el nem égett lőpor maradványaira. Természetesen a lőpor és a lőszer egyéb szerves komponensei



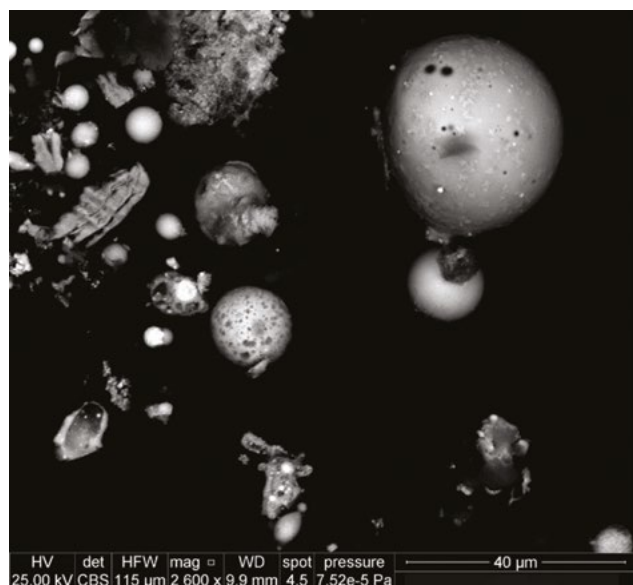
2. ábra. A. a felületek letapogatására használt szabványos mintahordozó; B. a mintavétel ajánlott módja és helye; C. a ragacsos felületű „gomba” eltávolítása; D. az elektronmikroszkóp mintatartóba helyezzük a „gombát”; E. az előkészített „gombák” az elektronmikroszkóp mintatartójában a kalibrációhoz szükséges réz-alumínium standarddal

nek kimutatására is számos módszer létezik, azonban a legmegbízhatóbbnak és a leghatékonyabbnak a *szervetlen eredetű GSR felkutatása* bizonyult, melyek alább részletezett vizsgálatahoz nemzetközi ajánlások és a tudományos közösség által elfogadott szabványok állnak rendelkezésünkre [8, 9]. Az elsődleges lőmaradványok standardok alapján végzett vizsgálatára jellemző, hogy megismételhető, ellenőrizhető, és ami nagyon fontos kritérium a bűnügyi vizsgálatok esetében, roncsolásmentes. Ezek tették lehetővé a laboratóriumi munka akkreditációját is.

A bűncselekmény elkövetése utáni elfogáskor a gyanúsított(ak) kezzeit a 2. ábrán látható *ragacos felületű mintahordozóval* több ponton letapogatják, majd hitelesítve lezárják, és beküldik a laboratóriumunkba. Itt előkészítjük a mintahordozó felületét a pásztázó elektronmikroszkópi és az analitikai vizsgálathoz. A mintahordozó szélét szénpasztával peremezzük, és az elektromos töltődés, valamint a szervetlen komponensek jeleit zavaró hatások kiküszöbölése végett a felületre egy elektromosan vezető, néhány nanométer vastagságú szénréteget párologtatunk, ugyanis a lőmaradvány-szemcsék felkutatása és kimutatása *pásztázó elektronmikroszkóppal*, ehhez csatolt *energiadisziperzív röntgendetektorral*, illetve az erre a célra fejlesztett *szoftver segítségével automatikusan* történik [10].

A mintahordozók felületét az elektronmikroszkóp – a 2E. ábrán látható mintatartóra helyezve – vizsgálja, és előre meghatározott szempontok szerint a felületre tapadt (pl. kezekről, ruházatról összegyűjtött), mikrométerű anyagmaradványokról adatokat gyűjt. Ezen adatok a megtalált részecskék ezredmilliméter pontosságú *helyére, méretére, fényességére, valamint elemösszetételére* vonatkozó információk.

A mintahordozó felületéről az elektronmikroszkóp visszaszórt elektrondetektorába érkező jeleket a célszoftver méret és fényesség alapján dolgozza fel. Az



3. ábra. A visszaszórt elektronképen jellegzetes, gömb alakú lőmaradvány-szemcsék láthatók, melyek átmérője 1 és 30  $\mu\text{m}$  közé esik

elektronmikroszkópos képen minél fényesebbnek látunk egy szemcsét, annál nagyobb rendszámú eleme(ke)t tartalmaz. Egy ilyen fényes szemcse detektálásával párhuzamosan a nagy sebességű elektronokkal gerjesztett atomokból kilépő és a röntgendetektorba érkező röntgenfotonok energiájának mérésével az anyag elemösszetételére is lehet következtetni.

## A gyúelegek égéséből származó lőmaradvány-szemcsék alakja

Elméletileg a lőmaradvány-szemcsék a keletkezés pillanatában *karakterisztikus gömbi alakkal* bírnak, azonban a nem egyenletes körülmények között, kondenzáció útján keletkező lőmaradvány-szemcsék *jelentős mértékű inhomogenitással* is rendelkeznek. A gyakorlatban a robbanás egyenletlensége miatt, illetve az egymással való ütközések következtében két vagy több kisebb szemcse igen változatos alakú összenövéseket képezve egyesülhet, valamint a lehűlést követően akár szét is töredezhetnek a robbanás mechanikai hatásának következtében. A szemcsék átmérője egy emberi sejt méretével összemérhető nagyságú. Ahogy a 3. ábrán is látható, ez tipikusan 1 és 30  $\mu\text{m}$  között mozog; a lövő kézre visszaszóródó szemcséké pedig általában 5  $\mu\text{m}$  alatti.

## A lőfegyver elsütéséhez köthető fő és másodlagos elemek forrásai

### A lőmaradványok legfontosabb komponensei

A legáltalánosabban használt (Sinoxid® típusú) gyúelegek égéséből származó lőmaradványok *elemi összetevőinek* összegképlete, funkciója az alábbi:

- ólom-sztfínát ( $\text{PbC}_6\text{H}_5\text{N}_3\text{O}_8$ )<sup>1</sup> és ólom-azid ( $\text{Pb}(\text{N}_3)_2$ ): mindkettő mechanikai ütés hatására robbanó vegyület, ezek indítják be a robbanási folyamatot,
- bárium-nitrát ( $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$ ): oxidálószerként alkalmazták, a folyamat során leadja oxigéntartalmát,
- antimon-szulfid ( $\text{Sb}_2\text{S}_3$ ): szabályozza (rendszerint megnyújtja) a robbanásidejét.

A karakterisztikus (klasszikus) lőmaradvány-szemcsék egyedi összetételét a csappantyú gyúelegéből származó anyagok okozzák, melyeknek három elemi összetevője játszik fontos szerepet a lőmaradvány-részecskék azonosításában; az ólom (Pb), a bárium (Ba) és az antimon (Sb). A régebbi típusú, katonai célú felhasználásra gyártott lőszerknél iniciálószerként az ólomvegyületek helyett higany-fulminátot (durranóhiganyt,  $\text{Hg}(\text{CNO})_2$ ) alkalmaztak, így ezeknek a lőmaradványaiban az antimon mellett higany jelenléte is kimutatható.

A Sinoxid® típusú gyúelegekkel szerelt lőszereket környezetvédelmi és egyéb szempontok miatt egyre

<sup>1</sup> A sztfínátok a rezorcin, azaz a benzol-1,3-diol háromszorosan nitrált származékai. A vegyület a benzolgyűrű és az -NO<sub>2</sub> csoportok jelenléte miatt instabilitásában a TNT-hez hasonló.

inkább felváltják a 80-as, 90-es évektől fejlesztett, nehézfémmentes, speciális gyúelegekkel (Sintox® típusú) szerelt, valamint a különféle nyomjelzőkkel ellátott lőszer. Az új gyúelegek fő komponensei ennek megfelelően eltérnek a hagyományos gyúelegek komponenseitől. A robbanási folyamat beindítására az ólom-sztifnát és az ólom-azid helyett nehézfémeket nem tartalmazó vegyületeket, dinolt (2,4-dinitrofenol) vagy diazolt (2-diazo-4,6-dinitrofenol) alkalmaznak. Az így keletkező lőmaradvány-szemcsék nem annyira jellegzetesek, a Sintox® típusú gyúeleggyel szerelt lőszer. Az egyedi összetételét a gyúelegybe kevert jelzőanyagokkal külön biztosítják. A Sintox® típusú, jellegzetes gyúelegeknek két, fémekkel (gadoliniummal vagy galliummal) megjelölt fajtáját ismerjük.

## A lőmaradványok járulékos komponensei

Az eddig felsorolt összetevőkön kívül még számos más, különböző célokat szolgáló szerves és szervetlen anyagot keverhetnek a gyúelegybe, melyek mesterséges úton, az ember általi tevékenység pl.: autószerelés, fémkohászati és fémipari folyamatok során keletkező, hasonló elemi összetételű anyagmaradványoktól történő elkülönítést is segítik. Az egyéb, *másodlagos alkotóelemek* forrásai többek között az alábbiak lehetnek:

- Az ólom-azidhoz (Sinoxid®) és a dinolhoz vagy a diazolhoz (Sintox®) leggyakrabban tetrazent ( $C_2H_6N_{10} \cdot H_2O$ ) adnak, mely ütésérzékenysége révén robbanékonyra teszi az elegyet.
- A gyúelegyhez adott trinitro-toluol (TNT,  $C_7H_5N_3O_6$ ) a reakcióhoz hőt és energiát biztosít.
- Az összetevők közötti súrlódás, ezen keresztül a reakció hatásfokának növelése érdekében a hagyományos (Sinoxid® típusú) gyúelegyhez gyakran adnak porított üveget, melynek szervetlen komponenseihez tartozó

kémiai elemek (Si, Fe, Na, K, Al, Ca, Mg, Zn stb.) is megjelennek a röntgenspektrumban.

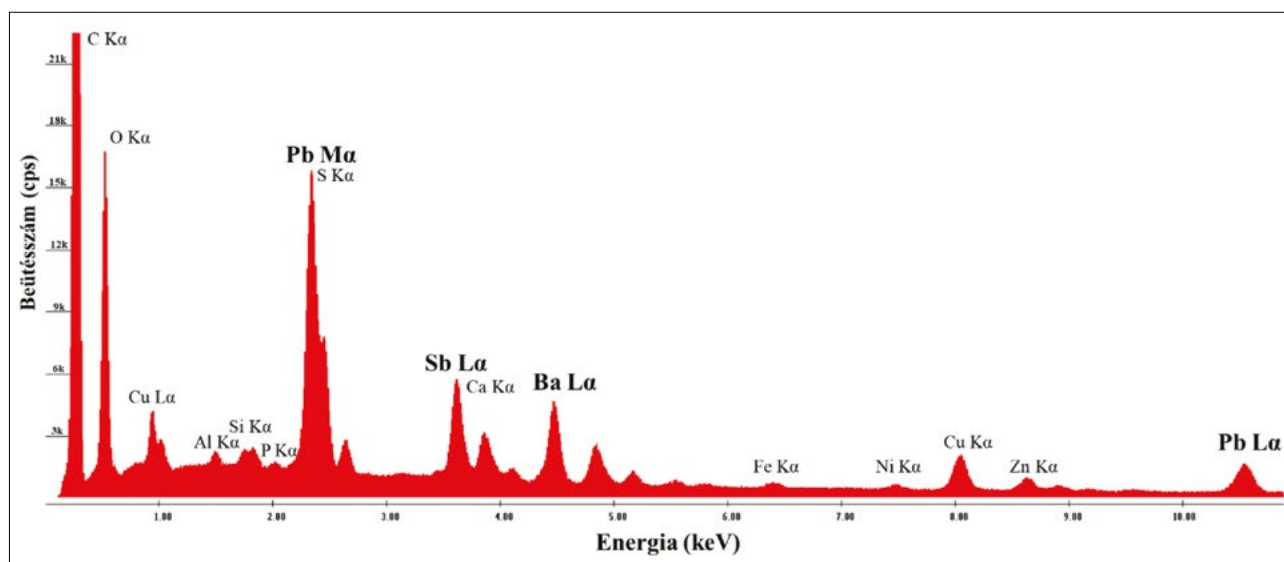
- A nehézfémmentes (Sintox® típusú) gyúelegyhez nagy mennyiségben az ólom-, az antimon- és a báriumvegyületeket helyettesítő, nem mérgező titánport (Ti), titánkloridot ( $TiCl_2$ ), valamint cinkperoxidot ( $ZnO_2$ ) adalékolnak.

A fegyver elsütésével összefüggésben lévő *robbanási folyamatok sohasem teljesen tökéletesek*, ezért némi *fel nem robbant gyúelegy*, illetve *lőporrészeszkék* ( $KNO_3$ , C, S), valamint a környezetbarát, nehézfémmentes, Sintox® típusú gyúelegek esetében pedig fajtától függően a *nyomjelző gadolinium* (Gd) vagy *gallium* (Ga) mindig távoznak a fegyver csőtorkolatából, ilyen módon az ezeknek megfelelő kémiai elemek is detektálhatók a röntgenspektrumban.

Továbbá a röntgenspektrumban előfordulnak a *lővedékköpenyből*, a *lőszerhüvelyből* és a *fegyver csőtorkolatából származó fémes*, szervetlen komponensek is, melyekre az alábbi kémiai elemek jelenléte utal: vas (Fe), volfrám (W), továbbá réz (Cu), nikkel (Ni), cink (Zn) és ón (Sn). Utóbbiak lehetséges forrása a kupronikkel (Cu-Ni) ötvözet, valamint a sárgaréz (Cu és Zn 3:1 arányú ötvöze), mely készülhet pl. ón hozzáadásával.

## A kiértékelés folyamata és az adatok kriminalisztikai értelmezése

Az automatikusan kielemezett anyagmaradványokat a rendelkezésre álló szoftver erre a feladatra fejlesztett moduljának segítségével – az elemösszetétel alapján – különböző, általunk előre definiált részecskeosztályokba sorolja. Az ilyen módon felkutatott lehetséges lőmaradvány-szemcséket a kiértékelés során – a mikromorfoló-



4. ábra. Egy karakterisztikus, ún. három komponensű lőmaradvány-szemcse tipikus röntgenspektruma, melyen jól láthatók az ólom, az antimon és a bárium, továbbá a másodlagos kémiai elemeknek megfelelő csúcsok. A görbe alatti terület – a módszer félkvantitatív jellegéből adódóan – az adott kémiai elem relatív koncentrációjáról ad információt

| 1. táblázat                                                                                                                                                                        |                                                   |                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|------------------------|
| Valószínűség szerint különböző osztályba sorolható szemcsék röntgenspektrumában detektált jellegzetes kémiai elemek vegyjele az előfordulás szerint másodlagos alkotóelemek nélkül |                                                   |                        |
| A szemcsék osztálya                                                                                                                                                                | Sinoxid típusú gyúelegg                           | Sintox típusú gyúelegg |
| Karakterisztikus                                                                                                                                                                   | Pb/Sb/Ba                                          | Gd/Ti/Zn/Ga/Cu/Sn      |
| Lehetséges                                                                                                                                                                         | Pb/Ba/Si/Ca, Ba/Si/Ca, Ba/Sb, Pb/Sb, Pb/Ba, Ba/Al | Ti/Zn/Sr               |
| Nem zárható ki                                                                                                                                                                     | Pb, Ba, Sb                                        | –                      |

giájuk és az elemösszetételük szerint – manuálisan ellenőrizzük, és az automatikus mérések eredményét a fent részletezett szempontok szerint vagy jóváhagyjuk, vagy elutasítjuk.

A hagyományos (Sinoxid® típusú) gyúelegggyel szerelt lőszerből származó, *karakterisztikus lőmaradvány-szemcsék* – az energiadiszipatív röntgenspektrumaik alapján – egyes tanulmányok alapján *egyedinek tekinthető elemösszetétellel* rendelkeznek. Amennyiben egy szemcsén belül egyszerre mutatható ki az ólom (Pb), a bárium (Ba) és az antimon (Sb), valamint a másodlagos alkotóelemeknek megfelelő kémiai elemek (elsősorban a szilícium, a kalcium, az alumínium, a réz és az ón) is megjelennek a röntgenspektrumban, akkor ezek jelenlétének és a szemcsék mikromorfológiájának együttes értékelése alapján kijelenthető, hogy a tudomány mai állása szerint a szemcsék tűz- vagy gáz-riasztó fegyver elsütésekor keletkeztek. Egy ilyen szemcse elemi összetétele látható a 4. ábrán.

Természetesen a robbanás mechanikai hatásai és a keveredési folyamatok véletlenszerűsége, valamint a különféle gyártók által előállított gyúelegek változatosága miatt ezen szemcsék töredékei és számos változata, ún. *frakciók* is megjelennek az anyagmaradványok között, melyek önmagukban csak valószínűsítik a tűz- vagy gáz-riasztó fegyver elsütéséhez köthető eseményekkel való kapcsolatot.

A szervetlen eredetű, mikroméretű szemcsék forrás-szintű osztályozását a gyúelegg elemi összetevőinek előfordulása alapján az 1. táblázat mutatja be:

## Összegzés

A nemzeti szakértői és kutató központban kb. évi 40–50 alkalommal adunk szakértői véleményt tűz- vagy gáz-riasztó fegyver elsütéséhez köthető büntetőügyekben, mely csak egy kisebb részét adja az intézményben folyó fizikus szakértői munkának. Az ezen ügyekben elkészített szakértői vélemények a vizsgálati módszer részletezése mellett a vizsgálatok eredményét objektíven közlik, és az abból levonható kriminalisztikai következtetést – a kirendelő kérdésére válaszolva, a formai és tartalmi követelményeknek eleget téve – a szakértői vélemény záró része tartalmazza. Tehát az eljárás során a rendőrség választ kaphat a valószínűség különböző szintjén, hogy a gyanúsított kezein, ruházatán kimutathatók-e lövésből származó égésmaradványok, és azok jelenléte-

ből, ha az ügy szempontjából releváns, lehet-e következtetni – főleg több gyanúsított esetén – a fegyverhasználatra és korlátozottan akár a lőtávolságra is. Amennyiben a cselekmény elkövetésekor használt fegyver, illetve az elműködtetett lőszer vagy töltény rendelkezésre áll, akkor a fegyver csőtorkolatából vagy a töltényürből, valamint a lőszerből, töltényhüvelyből biztosított, lövésből származó égésmaradványok és a kezek, a ruházati tárgyak, illetve a lövedék bemeneti nyílásának letapogatására alkalmazott mintahordozók felületén található anyagmaradványok elemösszetétele összehasonlítható. Ez alapján arra is választ lehet kapni, hogy a felkutatott, lövésből származó égésmaradványok (lőmaradványok) származhatnak-e a beküldött fegyverrel és lőszerrel, ténnyel utoljára leadott lövésből.

Ezekkel a vizsgálatokkal például az öngyilkosság tényét lehet megerősíteni, illetve cáfolni, továbbá vadászbalesetek és orrvadászat bizonyításánál válhat szükségessé igazságügyi fizikus szakértő kirendelése.

## Irodalom

- Petrétei D.: A bünfelderítés előzményei. Magyar Rendészet, 2021/4, 133–153. <https://doi.org/10.32577/mr.2021.4.7>
- Anti Cs., Gárdonyi G. (szerk.): Kriminaltechnikai kézikönyv: módszertani útmutató bűnügyi technikuskoknak 2., Mikro- és makroméretű anyagmaradványok. pp. 43–100. Semmelweis Kiadó, Budapest, 2022.
- Tóth E.: Lőmaradványok alternatív vizsgálatának tapasztalatai. Belügyi Szemle, 63(3), 2015, 25–42. <https://doi.org/10.38146/BSZ.2015.3.2>
- Angyal M., Volarics J.: Kriminalisztikai ballisztika, I. rész. Rendőrségi Tanulmányok, IV. évf. 2. szám, 2021. 111–152. <https://doi.org/10.53304/rt.2021.2.6>
2016. évi XXIX. törvény az igazságügyi szakértőkről. <https://net.jogtar.hu/jogszabaly?docid=a1600029.tv> (Letöltés: 2023. 11. 16.)
- Wolten G. M., Nesbitt R. S., Caloway A. R., Loper G. L., Jones P. F.: Final report on Analysis for Gunshot Residue Detection. Aerospace Corporation, Washington, DC., United States, 1977.
- Gunshot Residue Literature, Compiled Bibliography, January, 2017. [https://www.nist.gov/system/files/documents/2017/04/03/gunshot\\_residue\\_compiled\\_bibliography\\_-\\_january\\_2017.pdf](https://www.nist.gov/system/files/documents/2017/04/03/gunshot_residue_compiled_bibliography_-_january_2017.pdf) (Letöltés 2023. 11. 16.)
- Scientific Working Group for Gunshot Residue (SWGSR): Guide for Primer Gunshot Residue Analysis by Scanning Electron Microscopy/Energy Dispersive X-ray Spectrometry, 2011. <http://www.swggsr.org>
- The European Network of Forensic Science Institutes (ENFSI): Best practice manual for the forensic examination of inorganic gunshot residue by SEM/EDS, 2022. [https://enfsi.eu/wp-content/uploads/2022/05/ENFSI-GSR-BPM-02-finally-approval-by-the-Board\\_25-05-2022.pdf](https://enfsi.eu/wp-content/uploads/2022/05/ENFSI-GSR-BPM-02-finally-approval-by-the-Board_25-05-2022.pdf)
- <https://www.nanoscience.com/applications/gsr-analysis/> (Letöltés: 2024. 01. 18.)

# EGY KEVÉSSÉ ISMERT BILIÁRDJÁTÉK, A MŰLÖKÉS

## 2. RÉSZ: AZ UGRATÓ LÖKÉS BEMUTATÁSA ÉS ANNAK FIZIKAI ALAPJAI

Jaloveczki Gábor<sup>1</sup>, Jaloveczki József<sup>2,®</sup>, Tallér Árpád<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ELMS Informatikai Zrt., Budapest

<sup>2</sup>Szent László ÁMK, Baja

®E-mail: jalo@sztlaszlo.hu

„A bajnok olyan fokra jutott már munkája, a biliárd ismerete révén, hogy csökkenteni képes, ki tudja kerülni, meg tudja szüntetni játékában mindazt, ami bonyodalmakat, nehézségeket, csapdákat okozhat, és látszólag egyszerűen játszik. Ez annál inkább így van, minél jobb játékosról van szó. Az elragadtatott nézőnek pedig az a határozott benyomása, hogy mindent ért, mindent tud. Ez a nagy illúzió.”

„A biliárd, e nagy ismeretlen”  
Roger Conti (1964)

Cikkünk első részében [1] ígértük, hogy röviden ismertetjük a dákótípusokat és a kréta szerepét a lökéseknél. Ott bemutattunk egy lökéstípust, mely az asztallal párhuzamos síkban kerüli meg az akadályt (masszé). Most a lökéstípusok egy másik csoportja, az asztalra merőleges síkban történő lökések közül mutatjuk be az ugrató lökést.

Jelenlegi fő témánk az *ugrató lökés* jelensége, mely során a többi nem párhuzamos síkú lökéstípushoz hasonlóan a golyó egyfajta kényszerpályán mozog, vagyis mozgását nem kizárólag a dákóval történő érintkezés, hanem a biliárdasztal lapjával történő kölcsönhatás is jelentősen meghatározza. Ezek alkalmával a dákó képzeletbeli, meghosszabbított egyenesével a golyó felé mutató erőhatás a golyót – mondjuk úgy – a hagyományos lökéstípustól eltérő szögben, erősségben és találati eltéréssel a posztóba (posztóval borított palatáblába) nyomja. Találati eltérés alatt a golyó középpontjához képesti találati különbséget értjük a golyó felületén, amely perdületet idéz elő.

### Az ugrató lökés

Az egyes biliárdfajták eltérően viszonyulnak hozzá, de a műlökésnek szerves része. Az azonban az ugratást engedélyezett akcióként kezelő játékokban is közös, hogy a „mutatvány” nemcsak az átlagosnál nehezebb, de kockázatosabb is; a golyó felett bizonyos mértékben elveszíti irányítását a játékos, az asztalról kiugró golyó pedig min-

den esetben hibának számít. A szabályos ugratáshoz való felkészülés része az állás elemzése, a távolságok függvényében az ugratási távolság és magasság megválasztása, valamint a játészó dákó cserélése ugrató dákóra (jump cue).

### Dákófajták

Számos biliárdfajta játékmenete közben más és más fizikai adottságú dákó használata válik indokolttá. A dákó alsó részének a teljes dákó súlyozásában, vagyis összszúlyának és súlyponthelyének változtatásában van szerepe, míg az ezekhez használt spicc kellő merevséget biztosít. A kezdőlökésnél a kezdő állítás golyócsoportjának szétbontásához egy erős lökésre van szükség, míg az ugratásnál – ahogy már fentebb említettük –, nemcsak a dákó-golyó-dákó közötti, hanem a dákó-golyó-asztallap-golyó-dákó közötti hatást-ellenhatást kell „felvennie” a dákónak.



Jaloveczki József 1983-ban végzett az ELTE TTK fizika-kémia tanári szakán. 2015-ben az ELTE Fizika Tanítása Doktori Iskolájában Summa cum laude minősítéssel védte meg doktori értekezését „Nemlineáris jelenségek vizsgálata a diákköri-szakköri munkában” címmel. Jelenleg fizikát és kémiát tanít a bajai Szent László ÁMK középiskolájában.



Jaloveczki Gábor korábban játékosként érdeklődési köre a műlökés, magyar és nemzetközi viszonylatban biliárdversenyek fő koordinátora, valamint az első magyar állampolgárságú játékvezető műlökés-világbajnokságon. Legnagyobb eredményének a 2011-es világbajnoki elődöntőn betöltött másodjátékvezetői szerepét tekinti. Jelenleg az ELMS Informatikai Zrt.-nél projektmenedzserként dolgozik.



Tallér Árpád 10. évfolyamos tanuló a bajai Szent László ÁMK középiskolájában. A fizikaszakkörök állandó résztvevőjeként kísérletek filmzésében és videoelemzésben kiváló eredményei vannak. A Károly Iréneusz Országos fizikaversenyen 2021-ben és 2022-ben első díjat kapott.

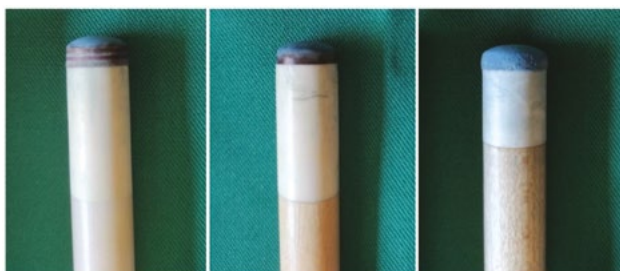
## Az ugratódákó

Ehhez egyértelműen egy merevebb kialakítású, keményebb spiccű (felső részű) dákóra van szükség, melyet ráadásul ellenállóbb csonttal (avagy vaspánt, ferrule) és magasabb keménységű bőrrel szerelnek. A dákó hossza és súlypontja teljesen eltérő a hagyományos dákókétól (1. ábra).



1. ábra. Felül a normál méretű játékdákó, alul az ugratódákó látható (Forrás: saját kép)

Az ugratást végre lehet hajtani normál dákóval is, de sokkal könnyebb ezzel a speciális bottal. Egy ugratódákó rövidebb az átlagosnál. Sokkal könnyebb, a fa kicsit keményebb, a csúcs nagyon kemény, úgynevezett fenol csúcs. Ez kicsit eltér a normál bőrcsúcsától. A dákók spicce eltérő lehet hosszra, geometriára, keménységre, illetve bevonatra. A hosszt a játékos életkora, a játék típusa, esetleg a lökés típusa befolyásolhatja.



2. ábra. Rétegelt, megfelelő kopottságú bőr – erősen kopott bőr – enyhén gomba alakúra préselt bőr (Forrás: saját kép)

## A kréta szerepe, a dákóbőr előkészítése lökéshez

A kréta használata természetesen nem a közhiedelem szerinti okból, erőfitogtatásból fontos, hanem a dákó bőrben végződő vége és a lökőgolyó közötti helyes érintkezés körülményeinek megteremtése szempontjából elengedhetetlen. Számos körülménytől függően, nagyságrendileg 10 lökés után lehetetlenné válik az egyszerű, centrikus gurításon kívül bármiféle lökés, bármilyen forgás megjátszása anélkül, hogy hibás legyen az érintkezés. A tudatos játékosok ezen kockázat minimalizálásához minden lökés előtt krétáznak.

## Az ugrató lökés fizikájáról a középiskolában

Az ugrató lökés folyamatát mutatja az 3. ábra, ami az egyik szerző (Jaloveczki G.) lökéséről készült.

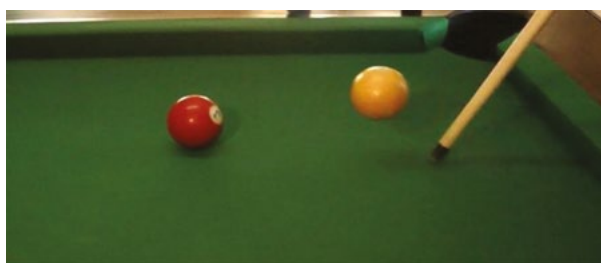
A lökés fizikájának leírásához Newton II. törvényét, valamint a ferde hajítás kinematikáját használjuk. Lökés előtt a golyó az asztalon nyugalomban van; a golyóra ható nehézségi erőt az asztal tartó ereje kiegyenlíti. Amikor felülről ferdén igen rövid,  $\Delta t$  ideig tartó erőhatás éri a golyót, annak függőleges összetevője további kis rugalmas deformációt hoz létre a posztón illetve a golyón. Az erőhatás megszűntével a deformáció megszűnik, ami a golyóra felfelé irányuló erőlkést fejt ki és ezzel lendületváltozást okoz (4. ábra). A lökés erejét összetevőkre bontva ( $\alpha$  az  $F$  erőnek a vízszintessel bezárt szöge):

$$F_x = F \cdot \cos \alpha, \quad F_y = F \cdot \sin \alpha.$$

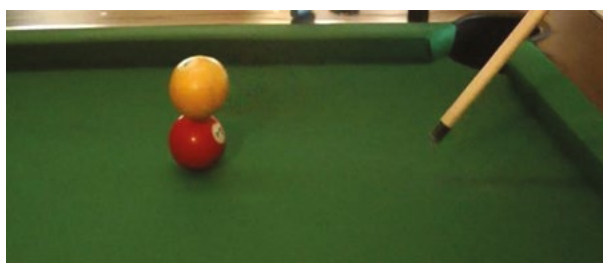
Esetünkben a sikeres lökéseknél a célgolyó távolságának ( $x_1$ ) függvényében a dákó szöge (vízszinteshez



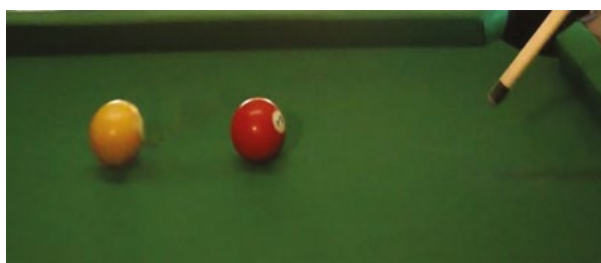
3a. ábra. A dákó fentről ferdén meglöki a golyót



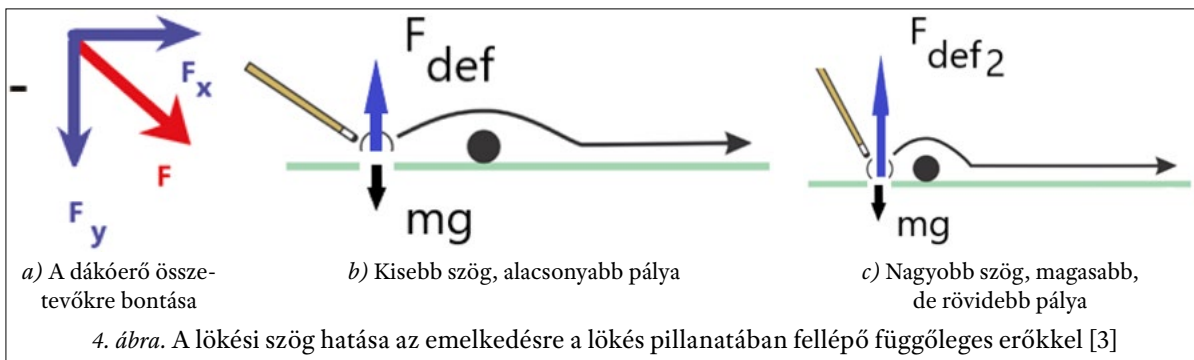
3b. ábra. A golyó ferde hajítással indul



3c. ábra. A pálya egy pontján a célgolyó felett repül



3d. ábra. A pálya végén először érinti az asztalt



képest) 30 és 50 fok között változott. A függőleges összetevő ( $F_y$ ) az asztalhoz nyomja a golyót. Ez rövid időre megnöveli a posztó és a golyó rugalmas deformációját. A deformáció megszűnéskor egy  $F_{\text{def}}$  erő fölfelé hat a golyóra (4b. ábra), függőleges kezdősebességet adva neki a lendülettétel alapján:

$$(F_{\text{def}} - m \cdot g) \Delta t = m \cdot \Delta v_y.$$

Vízszintes irányban az erőlöket:

$$(F_x - F_{\text{tap}}) \Delta t = m \cdot \Delta v_x,$$

ahol  $F_{\text{tap}}$  a tapadási erő.

Ha nő az  $\alpha$  szög, növekszik a deformáció megszűnéséből származó  $F_{\text{def}}$  erő (vele együtt a függőleges irányú kezdősebesség) egy bizonyos határig, mert egy kritikus szögnél a dákó gyakorlatilag visszarúg, ha a dákó még az induló golyó útjában van. A lökési szög növekedésével csökken a vízszintes kezdősebesség, így a golyó pályája rövidebb és magasabb lesz. Ha a lökés szögén nem változtatunk, akkor a lökés  $F$  erejét változtatva érhetünk el különböző pályákat. Nagyobb erő, magasabb pálya (4c. ábra).

## Szimuláció (a mozgásegyenletek numerikus megoldása)

Newton II. törvényét alkalmazzuk a vízszintes és függőleges mozgásra, a közegellenállást a sebességgel ellentétesnek, ugyanakkor egyenesen arányosnak véve, az (1), (2) mozgásegyenletek:

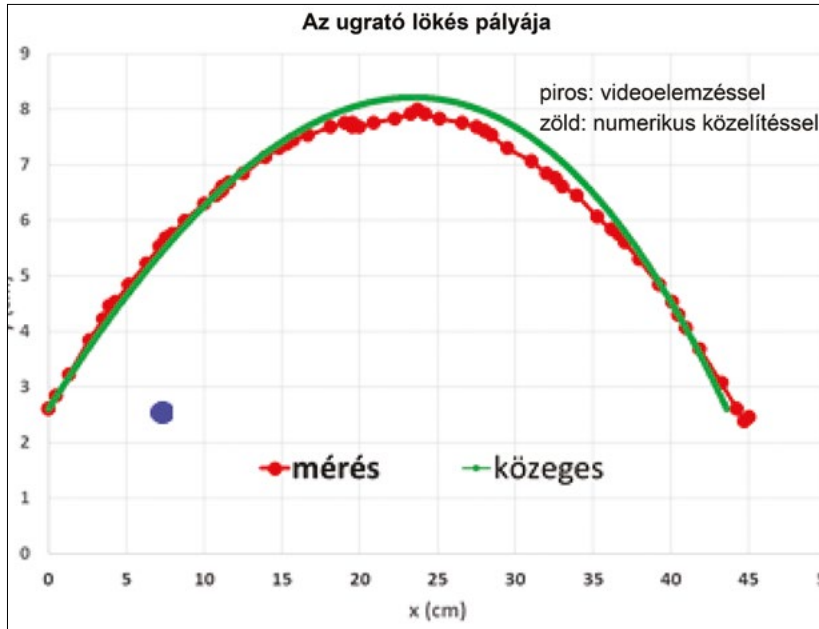
$$a_x = -\frac{k}{m} \cdot v_x, \quad (1)$$

$$a_y = -g - \frac{k}{m} \cdot v_y. \quad (2)$$

A mozgásegyenleteket numerikusan oldjuk meg. A középiskolai gyakorlatban ehhez legegyszerűbb az Excel táblázatkezelő használata. A golyó tömege  $m = 0,21$  kg, a nehézségi gyorsulás  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>, a közegellenállásra jellemző tényező  $k$ , amit a mérési görbéhez igazodvaadtunk meg. A kezdeti feltételek a golyó tömegközéppontjára vonatkoznak a időpillanatban. A helyre:  $x_{01} = 0$ ,  $y_{01} = 2,6$  cm, a sebességre:  $v_{0x1} = v_0 \cdot \cos \varphi$ ,  $v_{0y1} = v_0 \cdot \sin \varphi$ . A golyó kezdeti sebességének a vízszintessel bezárt szöge  $\varphi$ . Itt adjuk meg a szimulációkor alkalmazott  $dt$  időlépést is. A golyó vízszintessel bezárt indulási szögét képen végzett mérésekből határoztuk meg. Ennek értékét 24 foknak



5. ábra. A képen lévő távolságok méretezésére a [2] online programot használtuk. A kalibráláshoz a piros golyó átmérőjét (6 cm), 1-nek választottuk. Így a két golyó tömegközéppontja ( $x_1$ ) 35,34 cm távolságra van. A dákón jelölt átfogó 26,1 cm, a jelölt vízszintes befogó 19,92 cm. Ezek alapján a a dákó vízszintessel bezárt szöge: kb. 40 fok



6. ábra. A piros görbe a mozgás videoelemzésével kapott görbe, ami az ugratott golyó tömegközéppontját mutatja, a zöld a szimulációval nyert  $x$ - $y$  görbe a közegellenállás figyelembe vételével (1), (2). A golyó indulási szöge a vízszinteshez képest kb.  $24^\circ$ . A kék kör az álló célgolyó tömegközéppontját mutatja. A mozgásegyenletekben szereplő  $k$  (közegellenállási) paraméter értéke 0,3. A szimuláció  $\Delta t$  időlépése 0,0003 s

találtuk. A  $v_0$  kezdősebességet a pályaequation alapján, adott  $x_1$ ,  $y_1$  mért értékpárból 2,6 m/s-nak számoltuk (5. ábra, (3) egyenlet).

A pálya egyenlete (a közegellenállást elhanyagolva):

$$y = x \cdot \tan \varphi - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \varphi} \cdot x^2. \quad (3)$$

A (3) egyenlet ismerhető a hajtásokból (pl. négyjegyű függvénytáblázat), illetve levezethető az  $x$  és  $y$  időfüggést leíró egyenletekből az idő kiküszöbölésével. A (3) pályaequationt a kezdeti sebesség  $v_0$  meghatározásánál használtuk. A numerikus számolás kezdő lépése, hogy az első sorba beírjuk a kezdeti feltételeket ( $x_{01}$ ,  $y_{01}$ ,  $v_{0x1}$ ,  $v_{0y1}$ ), és az (1), (2) mozgásegyenletek alapján kiszámoltatjuk a ( $a_{x0}$ ,  $a_{y0}$ ) kezdeti gyorsulásokat.

A második lépésben kiszámoltatjuk a következő lépésbeli (4) sebességeket és (5) helykoordinátákat, illetve az  $y$  irányra hasonlóan elvégezzük ugyanezt:

$$v_{x2} = v_{x1} + a_{x0} \cdot \Delta t, \quad (4)$$

$$x_2 = x_{01} + v_{0x1} \cdot \Delta t. \quad (5)$$

A kapott értékekből kiszámoltatjuk az új gyorsulásokat (1), (2). A többi lépésben a  $\Delta t$  időintervallum közepén vett (6), (7) értékekkel számolunk (az  $y$  irányra megint ugyanígy):

$$v_{xn} = v_{x,n-1} + \frac{a_{x,n-1} + a_{x,n}}{2} \cdot \Delta t, \quad (6)$$

$$x_n = x_{n-1} + \frac{v_{x,n-1} + v_{x,n}}{2} \cdot \Delta t. \quad (7)$$

Ezek után ábrázoljuk az  $y$ - $x$  grafikont, ugyanolyan kezdőfeltételekkel, mint a tényleges lökésnél voltak (6. ábra). A légellenállást meghatározó  $k$  paraméter értékét empirikusan határoztuk meg; változatlan kezdeti

feltételek mellett optimalizáltuk a megfigyelt pályára. Azt tapasztaltuk, hogy a szimuláció legkisebb maximális relatív hibája a  $k = 0,3$  paraméterértéknél volt (az  $x = 29$  cm helyen, 6%). Ez jóval kevesebb, mint az általunk elfogadhatónak vélt 10%-os hiba:

$$\frac{y_{\text{num}} - y_{\text{vid}}}{y_{\text{vid}}} = \frac{7,742 - 7,296}{7,296} \approx 6\%.$$

A képről való leolvasás ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $v_{x0}$ ,  $v_{y0}$ ) pontatlansága, valamint a numerikus módszer hibája ( $\Delta t^2$ -nel arányos) miatt a közegellenállásos mozgásequation görbéje (zöld) a repülés második felén jobban eltér a mérési pontoktól, mint a mozgás első szakaszában.

## Összefoglalás

A két cikkünkben rövid ízelítőt adtunk a biliárd egy kevesek által ismert ágáról, a műlökésről. Bemutattunk két nevezetes lökést (az asztal síkjával párhuzamosan, valamint a síkra merőlegesen íveltet), amit műlökésben gyakran alkalmaznak. Kitértünk néhány dákófajtára és a krétázás szerepére. Megmutattuk, hogy egyszerű módszerekkel lehet elemezni a biliárdgolyó mozgását. Mutattunk példát a mozgásequationek közelítő megoldására is, melyet más játékok és sportok elemzésénél is alkalmazhatunk pl. fizikaszakköri munkában vagy iskolai projektfeladatként.

## Irodalom

1. Jaloveczki G., Jaloveczki J., Renkus T.: 1. rész: a masszé (ívelt) lökés bemutatása és annak fizikai alapjai. *Fizikai Szemle*, 2021/7–8, 254–257.
2. [https://eleif.net/photo\\_measure.html](https://eleif.net/photo_measure.html)
3. [https://billiards.colostate.edu/resource\\_files/jump\\_shot.pdf](https://billiards.colostate.edu/resource_files/jump_shot.pdf)

# LEHET EGY TÉRBELI DIMENZIÓVAL TÖBB?

Homonnay Zoltán

ELTE Kémiai Intézet Analitikai Kémiai Tanszék, Budapest

E-mail: homonnay.zoltan@ttk.elte.hu

A 20. század eleje úgy indult a fizika és általában a természettudományok fejlődése szempontjából, hogy ahhoz mérhető kulturális forradalom azóta se történt. Hiszen oda köthető a relativitáselmélet és a kvantummechanika megszületése – ép ésszel mindkettő szinte felfoghatatlan (volt akkoriban). Ha az ember ezeken sokat gondolkodik, akkor előbb-utóbb még ma is szinte ott tart, hogy a megértés mint filozófiai terminus jelentésén kell tipródnia, és néha úgy érzi, hogy na, jó, inkább főzök magamnak egy kávé...

Ráadásul e fejlődéshez nekünk, magyaroknak is sok közünk volt – és ezt nem mi mondjuk magunkról, hanem Václav Smil állítja „Genius Loci” című *Nature*-cikkében [1], hogy „The twentieth century was made in Budapest”. De nem erről akarok írni.

Az akkori felfedezések már olyan területeket érintettek a fizikában, amelyek elképzelése, mindennapi tapasztalatainkhoz való illesztése máig nyitott kérdéseket hagyott hátra. Jó pár dolgot elfogadtunk, „lenyeltük a békát”, hogy mégiscsak így van, de például vannak olyan dolgok, amelyek a közfelfogásba is tévesen mentek át – bár nem nagyon vetünk erre ügyet. Például, amikor elhangzik, hogy egy tőlünk 100 millió fényévre elhelyezkedő galaxis fénye révén a 100 millió évvel ezelőtti múltat látjuk, az formálisan igaz, de semmit nem jelent, mert nem tudván a féynél gyorsabban odamenni, és megnézni, hogy akkor ott most mi van, az a múlt nekünk a mi jelenünk, és kész; amibe persze nehéz beletörődni. De erről se akarok írni.

A csillagászati méretek helyett foglalkozunk a parányokkal, az anyag legkisebb mérettartományával! Talán ezen a téren születtek a legjelentősebb felfedezések az elmúlt évszázad során. Nagyon érdekes, hogy a megválaszolatlan kérdések ellenére a felfedezések egy része elképesztő sebességgel ment át a gyakorlati felhasználásba. Erre a legbizarrabb példa a neutronnal kapcsolatos. Mindössze 1911 óta tudjuk, hogy létezik atommag (Rutherford), és 21 évre rá fedezi fel Chadwick a neutron, annak egyik alkotóját. Az ezt követő mindössze 13 év alatt megismerjük a maghasadást, a neutronokkal kiváltott maghasadást, majd hogy ezáltal láncreakció lehetséges, és mindezen tudás felhasználásával percek alatt sikerül

rül elpusztítani százezres embertömegeket Hirosimában és Nagaszakiban a II. világháború végén.

A talán legfontosabb nyugtalanító fizikai tulajdonság az atomi, de különösen a szubatomi részecskék világában a spin. A név valamiféle forgásra utal, és eredete természetesen klasszikus fizikai: az impulzusmomentum (perdület), egy körmozgást végző tömegponthoz rendelhető, és nagyon fontos, hogy rá megmaradási törvény vonatkozik (ahogy az energiára és az impulzusra is). Ha van egy véges kiterjedésű test valamilyen tömeggel, akkor természetesen annak valamiféle forgása is eredményez impulzusmomentumot. Ily módon a körmozgás és a forgás szinte szinonimmá válik.

A probléma történetileg az atomoknál jött elő markánsan. A Bohr-féle atommodell lényegében beletörődés volt abba, hogy egy körpályán mozgó elektronnak, ha a körpálya sugara állandó, akkor ugyan röntgensugárzást kellene kibocsátania; de hát, mégsem teszi, nyeljük ezt le. A lenyelést ma nagyon megkönnyíti, hogy már tudjuk, hogy e minőségében (értsd: egy atommag erőterében kötött állapotban) az elektron egy hullám, és nem részecske. Bizonyos kölcsönhatásokban itt is viselkedhet részecskéként (Compton-szórás), de ez inkább a kivétel. Hullám ide, hullám oda, ha mégis valamiféle zárt pálya menti mozgást feltételezünk, akkor a pálya-impulzusmomentum léte mégiscsak igazolható. Az egy főkvantumszámhoz tartozó szuborbitálok (pl. a 3s, 3p és 3d pálya) alapvetően ebben különböznek egymástól.

Csak hogy hamar kiderült, hogy az atomi spektrumok finomszerkezetének az értelmezéséhez nem elegendő a pálya-impulzusmomentum. Úgy tűnik, az elektronnak van saját impulzusmomentuma is, ezt nevezzük spinnek. Csak ezzel magyarázhatók meg bizonyos spektrális vonalfelhasadások. Mondhatnánk, hogy rendben, az elektron forog... – ezzel viszont az a probléma, hogy az elektront kiterjedés nélküli részecskének képzeljük el (vannak bizonyos *felső* becslések a maximális méretére, de egyetlen fizikai jelenség leírásában se szerepeltetünk elektronméretet), azaz pontszerű. Márpedig pontszerű objektum forgásáról értelmetlen beszélni. Itt tehát megint baj van.

Az impulzusmomentumok mérését nagyon megkönnyíti, hogy mivel általában elektromosan töltött részecskékről van szó, ez egyben mágneses momentumot is jelent. Így ha fel akarjuk írni egy atommag mágneses momentumát ( $\mu$ ), az a következőképp néz ki:

$$\mu = g_I \mu_N I,$$

ahol  $I$  a magspin, azaz az atommag teljes impulzusmomentuma,  $\mu_N$  a magmagneton, ami – az ezt definiáló tudós elődeink szándéka szerint – az egységnyi impul-



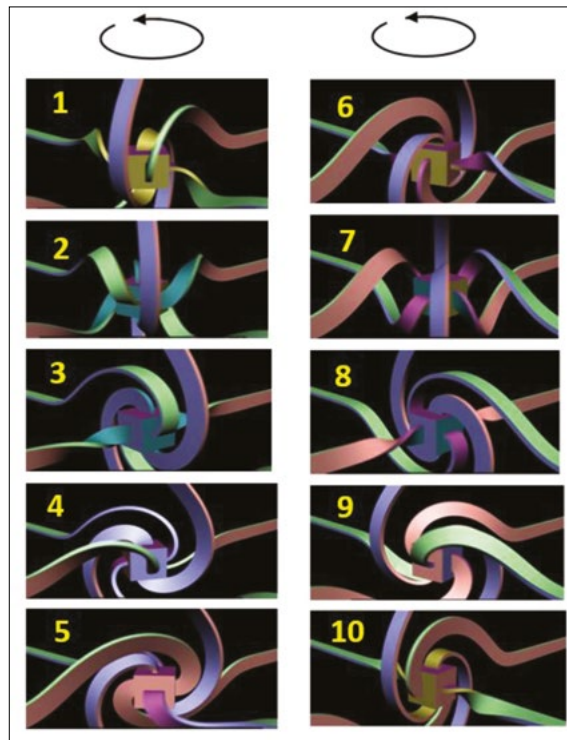
Homonnay Zoltán egyetemi tanár az ELTE Kémiai Intézetében, a Magkémiai Laboratórium vezetője. Évtizedek óta oktat nukleáris tudományokkal összefüggő tárgyakat, elsősorban magkémiai és nukleáris környezetvédelmet. Fő kutatási területe a Mössbauer-spektroszkópia és annak kémiai alkalmazásai.

zuszmomentumhoz tartozó mágneses momentum atommagok esetére, és van még egy tényező  $g_I$ , az ún. giromágneses faktor, ami egy empirikusan meghatározandó tényező.

A magmagnetont tudománytörténetileg megelőzi a Bohr-magneton. Az atomszerkezet leírása során a klasszikus fizika ismert törvényszerűségeit Bohr egy kvantumfeltétellel egészítette ki, mely szerint az elektron pálya-impulzusmomentuma nem lehet tetszőleges érték, csak a redukált Planck-állandó  $(h/2\pi)$  egész számú többszöröse, ugyanakkor – elektromosan töltött részecskéről lévén szó – ahhoz mágneses momentum is rendelkezhető, így lett az elektron pályamágnességének az egysége a Bohr-magneton. Itt nincs különösebb gond a klasszikus fizikával. De a tapasztalatok szerint az elektron spinjéhez rendelhető mágneses momentum ugyanúgy 1 Bohr-magneton, s mivel az elektron spinje más megfontolásokból  $1/2$ , a giromágneses faktorra kb. 2 adódik. A „kb.” az anyagi minőségtől való függést jelenti, amit például az elektronspin-rezonancia mint anyagszerkezet-vizsgálati módszer használ ki.

Atommagok esetében, mivel az atommagra igazán nem mondható, hogy pontszerű – ahogy az azt felépítő protonra és neutronra sem – akár működhetne is a klasszikus fizika, de mégsem azt tapasztaljuk. Ráadásul az atommag nem úgy áll össze protonokból és neutronokból, mint az atom atommagból és elektronokból, hiszen, ha így lenne, akkor a neutron ugyanúgy elbomlana kb. 10 perces felezési idővel, mint szabad állapotban. Azaz az atommagban lévő protonok és neutronok egyfajta igen intim kapcsolatban elvesztik individualitásukat. Ugyanakkor a megmaradási törvények által felhatalmazva tekinthetjük úgy, hogy a magspin a neutronok és protonok pálya-impulzusmomentumainak és saját spinjeiknek a vektoriális összegzéséből „jön ki”. De a spinek járuléka miatt vadul változó giromágneses faktorokat kapunk; minden egyes gerjesztett magállapothoz mást és mást. A klasszikus fizika itt is működne a pályamomentumok esetében: ezt bizonyítják a protonra és a neutronra vonatkozó mágnesesmomentum-mérések, melyekből az derül ki, hogy a protonra és a neutronra vonatkozó, a pályamágnességhez tartozó giromágneses faktor rendre 1 és 0 (utóbbi a neutron elektromos semlegessége miatt), míg a spinjeikre vonatkozó  $+5,59$  és  $-3,83$  [2]! Tehát a spin sok fejfájást okoz.

A legmodernebb fizikai kép szerint a spin egyszerűen egy kvantummechanikai paraméter, aminek nem sok köze van bármiféle forgáshoz, de úgy viselkedik, mintha impulzusmomentum lenne. Ez a paraméter ugyanakkor a részecskefizikában olyan fundamentális jellemző, ami két csoportra osztja a részecskéket: feles spinű fermionokra és egész spinű bozonokra. Ennek a jelentőségét nem lehet eléggé hangsúlyozni, de most bennünket más érdekel. Ha nem forog a részecske (azaz a fermion, amibe beletartozik az elektron, a proton és a neutron is), akkor mit mondhatunk mégis róla? Stephen Hawking is úgy igyekszik értelmezni Az idő rövid története c. nép-



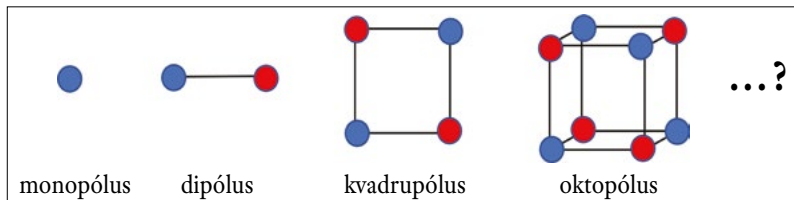
1. ábra. A spinor ábrázolása. A jelzett forgásirányban és sorrendben kell szemlélni a képeket (Forrás: <https://www.youtube.com/@pbsspacetime>)

szerűsítő művében a nehezen értelmezhető, hogy Dirac gondolatához visszanyúlva azt mondja: az elektron egy olyan részecske, amit kétszer 360 fokban kell elforgatni, hogy önmagába visszatérjen. Persze ez egy három dimenziós üres térben létező szabad elektronról (vagy bármilyen fermionról) teljesen elképzelhetetlen. Dirac se gondolta így, és ő a spinorelméletében  $4 \times 4$ -es mátrixokkal operál. Ez egy relativisztikus kvantummechanikai leírás, és úgy is interpretálható, mintha az elektronok egy négydimenziós Dirac-féle kvantumtérbe lennének kötve, és ebben a 720 fokban elforgatás a részecske és a háromdimenziós tér együttesének a helyreállítását jelenti. Ezt próbálja szimbolizálni az 1. ábra, ahol a központi kocka alakú objektum rugalmas szalagokkal van kötve a környező falakhoz, és valóban két forgatás állítja helyre az eredeti állapotot (egy forgatásra a szalagok megtekerednek, a következőre visszaállnak).

Mi tagadás, egy ilyen elmélet felállítására nem akármilyen teljesítmény, de a megérthetőségen sokat nem javít. (És az embernek eszébe jut az éterelmélet. Mégsem üres a tér?)

Az eddigiekből azt tartom kiemelendőnek, hogy megértési gondok akkor keletkeztek, amikor egy nagyon parányi objektum, az elektron tulajdonságait próbáltuk megérteni. És úgy tűnik, hogy valamiféle dimenzionalitás lehet a megoldás útja. A fizikában gyakorta mondják – inkább tréfásan –, hogy ha nem tudsz megoldani egy problémát, akkor vezess be egy újabb dimenziót...

További példa az atommagok és az elektronok kölcsönhatásának leírására az a módszer, amikor a kölcsönhatás energiájának kiszámítására az atommag töltését és az elektronok potenciálját vesszük alapul, az utóbbit



2. ábra. Az inhomogén töltéeloszlás lehetséges közelítései atommagokra. A piros és kék körök ellentétes töltések parciális szeparálódását jelképezik

Taylor-sorba fejtvé. Az első három tag így néz ki:

$$E_C \approx V_0 \int \rho(\mathbf{r}) d\tau + \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial V}{\partial x_i} \right) \int \rho(\mathbf{r}) x_i d\tau + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x_i \partial x_j} \right) \int \rho(\mathbf{r}) x_i x_j d\tau,$$

ahol  $\rho$  a töltéssűrűség a magban,  $V$  az elektronoktól származó potenciál. A lényege e formulának, hogy jól mérhető fizikai mennyiségeket definiál, amik közül bennünket a mag töltéeloszlására vonatkozóak érdekelnek. Az első tagban lévő integrál a magtöltés, a második tagban a dipólusmomentum, a harmadik tagban a kvadrupólusmomentum szerepel mint a töltéeloszlás adott szintű közelítése. Ezeket fel is lehet rajzolni a magasabb momentumokkal együtt, ahogy a 2. ábra mutatja.

Az ábrából látható, hogy az oktopólusmomentum az utolsó, ami még lerajzolható, a magasabb momentumok már nem – nem elég a 3 dimenzió. Szerencsére többnyire már az oktopólusmomentum-közelítésre sincs szükség a gyakorlatban, így ez különösebb problémát nem okoz – talán azért mert az atommag mérete végül is nem szélsőségesen kicsi.

A 20. század elejétől látjuk tehát, hogy a hullámjelenségek a mikrovilágban megkerülhetetlenek, mi több, ezek dominálnak! És itt menjünk vissza egy kicsit még az időben!

A 16. században Cardano nevéhez fűződik a komplex számok első megjelenése, de valószínűleg sokkal többeknek ismert az Euler-formula, ami szerint minden valós  $x$  számra igaz:

$$e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x),$$

ahol  $e$  az Euler-féle szám, a természetes logaritmus alapja ( $\approx 2,71828 \dots$ ) és  $i = \sqrt{-1}$ .

Hogy ki mennyire érti meg, hogy mit jelent az, hogy egy szám négyzete negatív szám, nem tudom, de feltételezem, hogy inkább megszokás, beletörődés abba, hogy ez egy matematikai absztrakció, amely nagyon hasznos bizonyos dolgok leírásában. Számunkra most az a fontos, hogy mi az a hasznos dolog, ahol ez lépten-nyomon előjön: a rezgések és hullámok leírása. Érdekes abba belegondolni, hogy bár hullámok a klasszikus fizikában, a makroszkopikus világban is léteznek, ha elkezdünk egyre közelebből szemlélni egy egyenesen haladó fénysugarat, akkor azt fogjuk „láttni”, hogy az inkább egy szinuszhullám, azaz a

magasabb dimenziós természet számára elemi szinten egy rezgést leíró szinuszhullám sokkal természetesebb geometriai konstrukció, mint a háromdimenziós valós térbeli egyenes!

Amikor komplex számokról beszélünk, akkor a számegyenesről hirtelen a komplex számsíkra váltunk, azaz eggyel nagyobb dimenzióban gondolkodunk.

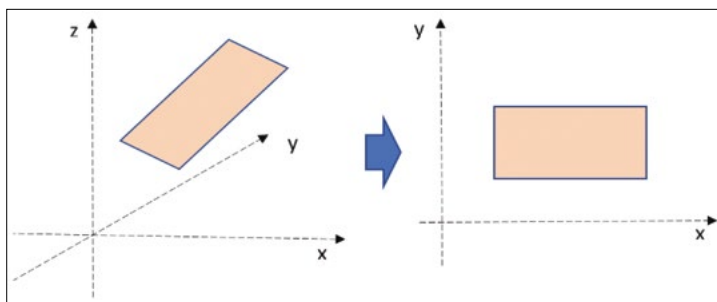
Euler korában persze ennek az egésznek későbbi óriási jelentőségéről senkinek se lehetett fogalma.

Viszont a Schrödinger-egyenlet óta ezt másképp látjuk. Ha azt megoldjuk azt a hidrogénatomra, akkor megkapjuk a megfelelő elektron-hullámfüggvényeket; mint például:

$$\Psi_{2,1,\pm 1} = \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left( \frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \rho e^{\rho/2} \sin(\Theta) e^{\pm i\phi}.$$

Ebben a konkrét megoldásban a főkvantumszám 2, a mellékvantumszám 1, és a mágneses kvantumszám +1 vagy -1. Nem törődve a formula további részleteivel, a lényeg az, hogy ez a direkt megoldás egy komplex hullámfüggvény, ami már a tér „szokásos” kétdimenziós metszei felett is ábrázolhatatlan, mert a három térbeli dimenzió mellett további kettőt jelent a komplex hullámfüggvény. Szerencsére kihasználható, hogy az azonos energiájú állapotokat leíró komplex függvények lineáris kombinációja is megoldása a Schrödinger-egyenletnek, így megfelelő kombinációval az imaginárius részek kiejthetők, és valós, háromdimenziós, metszetekben lerajzolható hullámfüggvényeket kapunk, amelyeket a kémiában szeretünk használni. Ebben nincs semmiféle trükk, hiszen ez egyenértékű a négydimenziós (kétdimenziós metszet + komplex függvényérték) koordináta-rendszerünk olyan elforgatásával, hogy a teljes hullámfüggvény három dimenzióban leírható legyen. Analógiaként könnyű elképzelni pl. egy téglalapot mint síkidomot, amit ha tetszőlegesen elhelyezünk a térben, akkor a háromdimenziós koordináta-rendszerben leírni sok felesleges koordinátageometriai fejfájással jár, sokkal célszerűbb a koordináta-rendszert úgy elforgatni, hogy mondjuk a téglalap az  $x$ - $y$  síkba essen, és az oldalai párhuzamosak legyenek az  $x$  és az  $y$  tengellyel (3. ábra).

És most, ha már a koordináta-rendszer forgatásánál tartunk, térjünk vissza Dirac spinorjaira. Azt mondjuk, hogy kétszer kell 360 fokban forgatni pl. az elektront, hogy



3. ábra. A háromdimenziós koordináta-rendszer célszerű elforgatása egy téglalap lehetséges legegyszerűbb leírása érdekében

az önmagába visszatérjen, de ezt Dirac már nem egy üres térben képzei el.

Most tekintsük a 4. ábrán lévő négyzetes oszlopot piros és kék csúcsokkal tetragiroid<sup>1</sup> szimmetriával. Könnyű belátni, hogy ha mi esetleg ezt az objektumot csak egy olyan kétdimenziós világból látjuk, ami a fő szimmetriatengelyre merőleges síkot jelent, akkor az egy négyzetként tűnik fel lila csúcsokkal, és mint ilyen, 90 fokkal elforgatva önmagába visszatérő objektumnak fog tűnni (tetragír<sup>2</sup>). Holott a valóságban 180 fokkal kellene elforgatni, de mi semmit se tudunk a 3. dimenzió létezéséről. Ezzel analóg módon, akár milyen vadnak tűnő elképzelés, egy negyedik térbeli dimenzió készségesen magyarázhatja a fermionok viselkedését (a fermionok és az időtükrözés viszonyából akár arra is következtethetünk, hogy ez a dimenzió maga az idő, tehát itt extra irányra sincs szükség).

Az utolsó példaként – ami e dimenzionalitási gyanú irányába terelhet bennünket – hadd említsem a gyenge kölcsönhatás esetét, aminek egyik különlegessége, hogy ott sérül a paritásmegmaradás törvénye. A paritás lényegében a hullámfüggvény szimmetriájára vonatkozó kvantummechanikai jellemző. Pozitív a paritás, ha a koordináták negálásával a hullámfüggvény amplitúdója változatlan:

$$\Psi(x, y, z) = \Psi(-x, -y, -z),$$

és negatív a paritás, ha az amplitúdó ilyenkor előjelet vált:

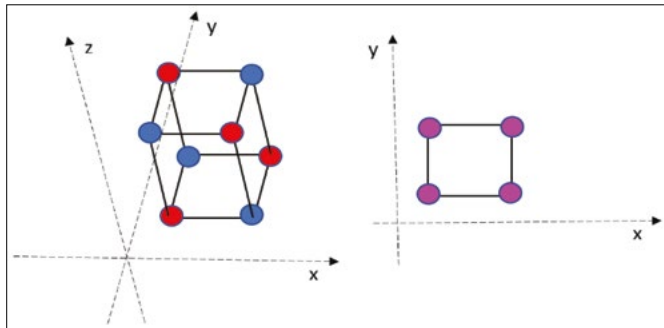
$$\Psi(x, y, z) = -\Psi(-x, -y, -z).$$

A paritás megmaradása érvényesül az elektromágneses és az erős kölcsönhatás eseményeinél. Ugyanakkor egy pozitív pi-mezon bomlásakor, amiért a gyenge kölcsönhatás felelős, a következő folyamat játszódik le:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu,$$

azaz egy pozitív mü-mezon és egy müonneutrínó keletkezik. A folyamat érdekessége – és ebben nyilvánul meg a paritásmegmaradás sértése –, hogy mindig bal perdületű neutrínók keletkeznek, csak ilyenek léteznek a természetben (a neutrínó haladási irányába tekintve az óramutató járásával ellenkező irányban „forog”, azaz az impulzusvektor és a spin mindig ellentétesen áll). Persze ugyanez a helyzet a müonnal is. Tehát valamiféle szimmetriavesztést tapasztalunk, valahol el kellene számolni az ellenkező paritású részecskékkal (négydimenziós forgasatokkal ez sikerülhet is...).

Tovább nem boncolgatva ezt a kérdést, inkább csak arra hívnám fel a figyelmet, hogy a gyenge kölcsönhatás a jelenleg ismert legkisebb hatótávolságú kölcsönhatás, mindössze 0,001 fm (femtóméter) távolságban hat, ami az erős kölcsönhatás hatótávolságának (és egyben a nukleonok méretének) mindössze ezred része. Tehát a lehető legközelebb vagyunk a pontszerűhöz.



4. ábra. A háromdimenziós koordináta-rendszer célszerű elforgatása egy téglalap lehetséges legegyszerűbb leírása érdekében

A leírtakat összefoglalva arra juthatunk, hogy a furcsa és leginkább szimmetriákat érintő nehezen magyarázható jelenségek akkor kerülnek elő, ha az anyagot a lehető legkisebb méretskálán vizsgáljuk – nem ellentmondva annak az elméleti fizikai hipotézisnek, hogy az alapvető fizikai erőhatások (kivéve a gravitációt) a téridőre merőleges kompakt, mikroszkopikus méretű dimenziókon élnek. Hogy ez nem is annyira lehet meglepő, hadd szemléltessem egy nagyon is földi példán.

Tételezzük fel, hogy meg kell becsülnünk egyes országok éves búzatermését összehasonlítás céljából. A természetlag mindenképpen sok paramétertől függ, triviálisan a vetési területtől, a talaj minőségétől és vastagságától, az időjárástól, stb. Ha nagyon nagy országokról van szó, és azonosak az éghajlati viszonyok, akkor a nagy méret miatt a talaj vastagsága és minősége is kiátlagolódik, és a termés csak az ország területétől fog függeni, azaz kétdimenziós a probléma. Ha azonban lemegyünk kis méretekre, akkor hirtelen fontossá válik, hogy milyen vastag a talajréteg, mert nyilván nem mindegy hogy 3 cm homok egy sziklaháton, vagy 2 m vastag csernozjom. Tehát hirtelen fontossá válik a 3. térbeli dimenzió, amit addig észre se kellett, hogy vegyünk.

Azt hiszem, az analógia világos. Ha a természeti jelenségek megértését tűzzük ki célul, könnyen elképzelhető, hogy egy esetlegesen hiányzó és szükséges negyedik térbeli dimenzióra akkor szorulunk rá, ha a háromdimenziós térben nagyon kicsiny tartományokat vizsgálunk.

Ma persze a kozmológiában beszélnek már nem hogy négy, de nagyon sok dimenzióról, vagy éppen akár a dimenzionalitáson is túl multiverzumról az univerzum helyett, amit bizonyítani, egyáltalán megérteni, nagyon nehéz, szinte kilátástalan. Így konklúzióink csak egy gondolatébresztés, ki-ki eldöntheti, hogy mennyire veszi komolyan.

\*\*\*

A szerző köszönetét fejezi ki dr. Szeidemann Ákosnak és dr. Bodrog Zoltánnak a kéziratral kapcsolatos hasznos megjegyzéseikért és szövegszerű korrekciós javaslataikért.

## Irodalom

1. Smil V. (2001): Genius loci. Nature 409, 21. <https://doi.org/10.1038/35051162>
2. Schatz G., Weidinger A., Gardner J. A. (1996): Nuclear Condensed Matter Physics, Nuclear Methods and Applications, John Wiley and Sons Ltd., Chichester, England

<sup>1</sup> Tetragiroid szimmetriát mutat az a test, amely egy tengely körüli 90 fokos elforgatással és a tengelyre merőleges síkra való tükrözéssel tér vissza önmagába.

<sup>2</sup> Tetragír szimmetriát mutat az a test, amely egy tengely körüli 90 fokos elforgatással tér vissza önmagába.

## 43. MIKOLA SÁNDOR ORSZÁGOS KÖZÉPISKOLAI TEHETSÉGGKUTATÓ FIZIKÁVERSENY – BESZÁMOLÓ

Koncz Károly<sup>1</sup>, Simon Péter<sup>2,3,@</sup>

<sup>1</sup>PTE Babits Gyakorló Gimnázium, Pécs

<sup>2</sup>PTE Fizikai Intézet, <sup>3</sup>Pécsi Leőwey Klára Gimnázium, Pécs

@E-mail: sipet68@gmail.com

A járvány utáni években állandósulni látszik a versenyre való jelentkezések száma. Nagy öröm, hogy ez a trend idén is folytatódott. 2024-ben 159 középiskola 2771 diákja próbálta megoldani a Mikola-verseny első fordulójának feladatlapját. (Tavalyi adatok: 158 iskola, 2796 diák. Tavalyelőtti adatok: 157 középiskola, 2572 diák.)

A verseny szakmai megvalósulásának háttérében a kb. húsztagú versenybizottság munkája áll. Az anyagi feltételek legfőbb biztosítói: Belügyminisztérium Köznevelési Helyettes Államtitkárság, Nemzeti Tehetségprogram, Eötvös Loránd Fizikai Társulat, Pécsi Tudományegyetem, Paksi Atomerőmű Zrt., Paks II. Zrt., Radioaktív Hulladékokat Kezelő Közhasznú Nonprofit Kft., Samsung, Baranya Megyei Önkormányzat, Pécs Város Önkormányzata, Gyöngyös Város Önkormányzata, valamint sok-sok magánadományozó. A döntő két helyszíne idén is a Gyöngyösi Berze Nagy János Gimnázium, illetve a Pécsi Leőwey Klára Gimnázium volt.

### Első forduló

A 2024. február 13-án megrendezett első fordulóban a diákoknak 3 óra alatt kellett megoldaniuk 5 számításos feladatot. A négy kategóriában megjelent 20 feladat közül ismertetjük azt a kettőt, melyet a versenybizottság a legizgalmasabbnak tart.

A II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam) 3. feladata Szkladányi András (Baja) javaslata:

Egy este a curlingpályán két, ott felejtett, 30 cm átmérőjű és 19,1 kg tömegű curlingkő nyugszik szorosan



egyemés mellett. Az egyikén egy feleakkora tömegű kutya áll. A kutya hirtelen átugrik a másik kőre, és a kővel együtt mozog tovább. A meginduló curlingkövek pere-mének távolsága 4 s múlva 5 m lesz.

- Mekkora sebességgel távolodnak a kövek?
- A jéghez viszonyítva mekkora sebességgel ugrott át a kutya?
- Legalább mennyi munkát végzett a kutya az elrugaszkodás közben?
- A súrlódás, a közegellenállás és az ugrás időtartama elhanyagolható.

(A *curling* a téli sportok egyike, amelyben ún. köveket csúsztatnak jégpályán egy kijelölt kör alakú mezőbe.)

### Megoldás:

Adatok:  $M = 19,1 \text{ kg}$ ,  $m = 9,55 \text{ kg}$ ,  $s = 5 \text{ m}$ ,  $t = 4 \text{ s}$ .

- A lendületmegmaradás törvényét az első kőtől való elrugaszkodásra és a másodikra történő érkezésre alkalmazva (előjelezés nélkül):

$$mv = Mu_1 \quad \text{és} \quad mv = (m + M)u_2,$$

ahol  $v$  a kutya,  $u_1$  és  $u_2$  a kövek sebességét jelöli (a talajhoz képest).

Behelyettesítve:

$$Mu_1 = (m + M)u_2 \rightarrow u_1 = \frac{m + M}{M}u_2.$$

A két kő egymáshoz viszonyított sebessége:

$$u_1 + u_2 = \frac{s}{t} = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$u_1$  kiküszöbölésével a következőt kapjuk:



Koncz Károly 1982-től a pécsi Babits Gyakorló Gimnázium fizika szakos tanára. Szakvizsgázott, mesterpedagógus, vezetőtanár. 2002 óta a Mikola Sándor Tehetségkutató Fizikaverseny feladatkitűző bizottságának tagja. Feladatokat tűz ki, javítja a második forduló dolgozatait, részt vesz a második forduló feladatsorának összeállításában, a 10. évfolyamos döntő zsűrijének tagja.



Simon Péter 1992-ben végzett az ELTE matematika-fizika tanári szakán. 1997 óta a Pécsi Leőwey Klára Gimnáziumban tanít. 2005-től a PTE TTK Fizikai Intézetében tanárszakos hallgatókat oktat. A Fizika OKTV bizottságának a tagja, vezeti a Mikola Versenybizottságot. Több tankönyv, példatár társszerzője. 2018-ban Rátz Tanár Úr Életműdíjat kapott.

$$\frac{m+M}{M}u_2 + u_2 = \frac{s}{t}, \quad u_2 = \frac{M}{m+2M} \cdot \frac{s}{t} = 0,5 \frac{m}{s}.$$

Visszahelyettesítve:

$$u_1 = \frac{m+M}{m+2M} \cdot \frac{s}{t} = 0,75 \frac{m}{s}.$$

- b) A kutya jéghez viszonyított sebessége az ugrás közben:

$$v = \frac{M}{m} u_1 = 1,5 \frac{m}{s}.$$

- c) A kutya munkája legalább akkora, mint az elrugaszkodást követően (de még a második köre érkezés előtt) a rendszer mozgási energiája:

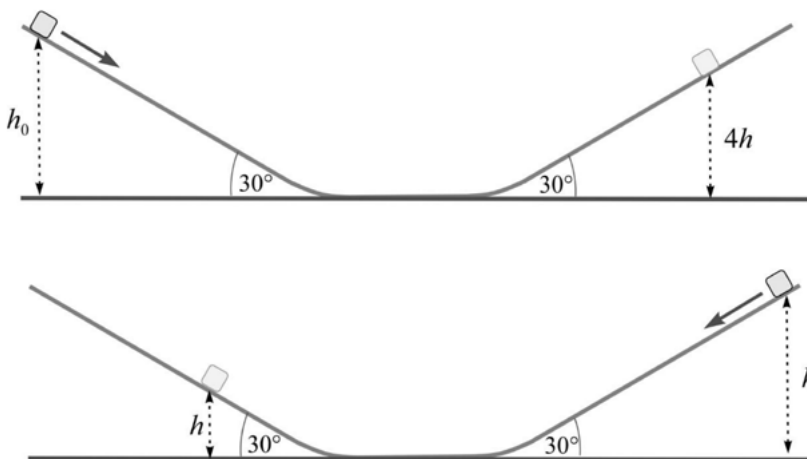
$$W = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mu_1^2 = 16,1 \text{ J}.$$

A II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam) 4. feladata *Honyek Gyula* (Veresegyház) javaslata:

Két  $30^\circ$ -os lejtő áll egymással szemben, tükörszimmetrikusan. A hosszú lejtőket rövid, súrlódásmentes szakasz köti össze törésmentesen. Az egyik lejtő sima, a másik érdes. Ha a bal oldali lejtő tetejéről egy kisméretű testet indítunk el lökésmentesen, akkor a jobb oldali lejtőn négyszer olyan magasra jut, mint ha a jobb oldali lejtő tetejéről indítottuk volna a testet.

- a) Melyik a sima lejtő, a jobb vagy a bal oldali?  
b) Mennyi a súrlódási együttható az érdes lejtőn?

A sima lejtőn a súrlódás elhanyagolható.



#### Megoldás:

- a) A bal oldali a sima, a jobb oldali pedig az érdes lejtő. Ha összehasonlítjuk a kiindulási és a megérkezési helyzetet, akkor mindkét esetben helyzetienergia-csökkenést láthatunk, a kettő különbsége a felszabaduló hő. Ha az érdes lejtő tetejéről indul a test, akkor nagyobb a hőfejlődés, tehát a másik oldalon kevésbé tud felkaszzkodni a test.

- b) *Dinamikai tárgyalás:* Kezdjük a bal oldali indítással! A test  $2h_0$  úton  $g \sin 30^\circ = g/2$  gyorsulással mozog, tehát az érdes lejtőt  $\sqrt{2gh_0}$  sebességgel éri el. Az érdes lejtőn megtett útja  $8h$ , gyorsulása  $g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ) = (g/2)(1 + \sqrt{3}\mu)$ . Az út, a sebesség és a gyorsulás között a következő összefüggést írhatjuk fel:

$$2gh_0 = 8hg(1 + \sqrt{3}\mu).$$

A jobb oldali indítás esetén lényegében ugyanígy járhatunk el.  $2h_0$  úton  $(g/2)(1 - \sqrt{3}\mu)$  gyorsulással  $[2gh_0(1 - \sqrt{3}\mu)]^{1/2}$  sebességet ér el a test a lejtő aljára érve, majd  $2h$  úton  $g/2$  lassulással veszti el ezt a sebességét:

$$2gh_0(1 - \sqrt{3}\mu) = 2hg.$$

Ha a fenti két kiemelt egyenletből kifejezzük a  $h_0/h$  arányt, akkor a következő összefüggésre jutunk:

$$4(1 + \sqrt{3}\mu) = \frac{1}{1 - \sqrt{3}\mu}.$$

Az egyenlet megoldása  $\mu = 0,5$ .

*Energetikai tárgyalás:* Az első esetben keletkező hő  $Q_1 = mg(h_0 - 4h)$ . A második esetben a keletkező hő  $Q_2 = mg(h_0 - h)$ . A két hő aránya a súrlódó részekben megtett utak arányával egyezik meg:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2h_0}{8h} = \frac{mg(h_0 - h)}{mg(h_0 - 4h)} = \frac{(h_0 - h)}{(h_0 - 4h)}.$$

Ebből az egyenletből kifejezhetjük a  $h$  magasságot:  $h = (1 - \sqrt{3}/2)h_0$ . Ezek után külön-külön kifejezhetjük  $Q_1$ -et és  $Q_2$ -t (bár az egyik is elég lenne a súrlódási együttható meghatározásához):

$$\begin{aligned} Q_1 &= mg \left[ h_0 - 4 \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) h_0 \right] \\ &= (\mu mg \cos 30^\circ) 8h \\ &= \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8 \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) h_0, \end{aligned}$$

amiből  $\mu = 0,5$ , illetve

$$\begin{aligned} Q_2 &= mg \left[ h_0 - \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) h_0 \right] \\ &= (\mu mg \cos 30^\circ) 2h \\ &= \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2h_0, \end{aligned}$$

amiből sokkal egyszerűbben, de nagyon megnyugtató módon következik, hogy  $\mu = 0,5$ .

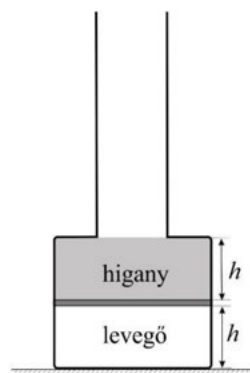
*Megjegyzés:*  $\tan 30^\circ = \sqrt{3}/3 > \mu = 1/2$ , így a kisméretű test az érdes oldal tetejéről elengedve is gyorsulva mozog lefelé.

#### Második forduló

Az első fordulóban legalább 50%-os teljesítményt elérő diákok jutottak a 2. fordulóba. Idén ez 103 iskola 605 di-

ájának sikerült. Az újabb megmértetésre március 12-én került sor. A második fordulóban megjelent 16 feladat közül a bizottság döntése alapján a következő kettőt ismertettük.

Az II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam) 3. feladata *Kotek László* (Pécs) javaslata:



Egy vízszintes felületen lévő, alul zárt, különböző keresztmetszetű (közös forgástengelyű és belső térfogatú) kettős henger alsó részében lévő, súrlódásmentesen mozgó, elhanyagolható tömegű dugattyú  $h = 38$  cm hosszúságú levegőoszlopot zár el. A dugattyú felett szintén  $h$  magasságú higanyoszlop tölti ki a nagyobb keresztmetszetű henger felső részét. A külső légnyomás  $76$  cm

magas higanyoszlop hidrosztatikai nyomásával egyenlő. A hengerek keresztmetszeti felületének aránya  $2$ .

- Hányszorosára kell emelni a levegő Kelvin-skálán mért hőmérsékletét, hogy az összes higany éppen átfolyjon a felső hengerbe?
- Határozzuk meg a dugattyú elmozdulását abban a pillanatban, amikor a levegő Kelvin-skálán mért hőmérsékletét éppen  $2$ -szeresére növeltük!

### Megoldás:

*Adatok:* a légnyomás  $p_0 = 76$  Hgcm,  $h = 38$  cm.

- Mérjük a nyomásokat Hgcm-ben, a távolságokat cm-ben! A külső légnyomás  $p_0 = 76$  Hgcm, a bezárt levegő nyomása  $p_1 = 1,5p_0$ . Legyen a gáz kezdeti térfogata  $V_1$ , kezdeti hőmérséklete  $T_1$ ! A higany átfolyása után a levegő nyomása  $p_2 = 2p_0$  lesz, térfogata pedig  $V_2 = 2V_1$ . Legyen ekkor a levegő hőmérséklete  $T_2$ ! Az egyesített gáztörvényből:

$$\frac{1,5p_0V_1}{T_1} = \frac{2p_0 \cdot 2V_1}{T_2}.$$

A hőmérsékletek aránya:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{8}{3}.$$

- Legyen a kérdéses helyzetben a dugattyú elmozdulása  $x$ ! Legyen a dugattyú keresztmetszete  $A$ , a vékonyabb, felső hengerben legyen az átfolyt higanyoszlop magassága  $y$ ! A higany összenyomhatatlansága miatt:

$$x \cdot A = y \cdot \frac{A}{2}, \quad y = 2x.$$

A levegő állapotjelzői ebben az állapotban:

$$p_x = p_0 + (h - x) + y = (3h + x) \text{ Hgcm},$$

$$V_x = (h + x) A \text{ cm}^3,$$

$$T_x = 2T_1.$$

Az egyesített gáztörvényből:

$$\frac{\frac{3}{2} \cdot 2h \cdot hA}{T_1} = \frac{(3h + x) \cdot (h + x) A}{2T_1}.$$

Ebből:

$$x^2 + 4hx - 3h^2 = 0.$$

A dugattyú elmozdulása:

$$x = (\sqrt{7} - 2)h \text{ cm} \approx 24,5 \text{ cm}.$$

Az II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam) 4. feladata *Koncz Károly* (Szigetvár) javaslata:

Vízszintes, elég hosszú, egyik végén rögzített, merev szigetelő pálcán egy  $m = 9 \cdot 10^{-4}$  kg tömegű,  $Q = 9 \cdot 10^{-7}$  C töltésű, kisméretű, elmozdulásra képes gyöngyöt nyugalmi állapotban tartunk. A teret minden időpillanatban homogén, a pálcával párhuzamos térerősségű elektromos mező tölti ki. A mező térerőssége az idő függvényében az  $E(t) = E_0 - ct$  függvény szerint változik, ahol  $E_0 = 4 \cdot 10^2$  N/C és  $c = 10^2$  (N/Cs). A gyöngyöt  $t = 0$ -kor elengedjük. A pálcá és a gyöngy között a súrlódási együtthatók mind-egyike  $0,02$ . A mágneses hatások és a közegellenállás elhanyagolható.

- Határozd meg a gyöngy indulási gyorsulását, és ábrázold a gyorsulását az idő függvényében az első  $6$  másodpercben!
- Az előző időintervallum melyik időpillanatában maximális a sebesség, és mekkora az értéke?
- Készítsd el vázlatosan a gyöngy sebesség-idő grafikonját az első  $6$  másodpercben!

### Megoldás:

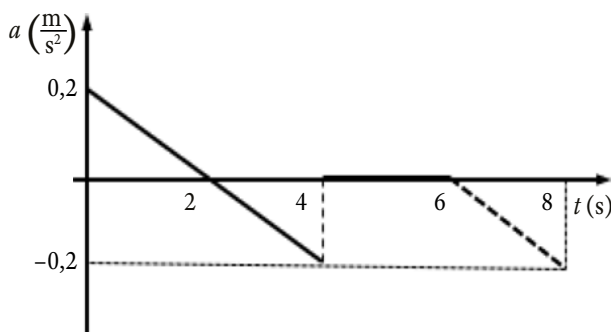
- A dinamika alapegyenlete a pálcával párhuzamosan:

$$(E_0 - ct) \cdot Q - \mu mg = ma.$$

A behelyettesítést elvégezve:

$$0,2 - 0,1 \cdot t = a.$$

Az előző kapcsolat a  $[0, 4\text{s}]$  időintervallumban érvényes. A  $4$ . másodperc végén megáll a test, és nyugalomban marad mindaddig, amíg az elektromos erő egyenlővé válik a tapadási erő maximális értékével, ami a  $6$ . másodperc végén következik be.



### Indoklás:

A  $t = 2\text{ s}$  időpillanatban a gyorsulás előjelet vált, tehát a test a továbbiakban lassul. A nyert sebességet a grafikon alatti területek alapján ugyanannyi idő alatt veszti el, mint amennyi idő alatt nyerte, tehát a megállás időpillanata a 4. másodperc vége. A továbbiakban az elektromos erő egy darabig kisebb, mint a tapadási súrlódási erő maximumális értéke, így a test nem tud elmozdulni, ennek az időtartama  $\Delta t$ . Mivel éppen most vált a térerősség zérusá,  $\Delta t$  a lent látható módon is számolható.

Az indulás pillanata (visszafelé):

$$(E_0 - c \cdot \Delta t)Q = \mu_0 mg,$$

$$\Delta t = \frac{E_0 Q - \mu_0 mg}{cQ},$$

$$\Delta t = 2\text{ s},$$

$$t = 4\text{ s} + 2\text{ s} = 6\text{ s}.$$

- b) A sebesség maximumális, amikor az erők eredője (a gyorsulás) először zérus értékre csökken (azaz előjelet vált):

$$(E_0 - ct)Q = \mu mg,$$

$$t = \frac{E_0 Q - \mu mg}{cQ},$$

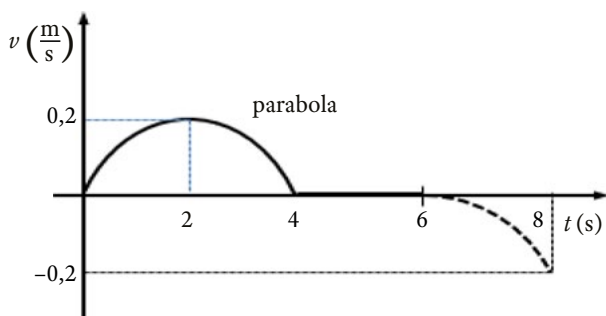
$$t = 2\text{ s}.$$

A maximumális sebesség az  $a(t)$  grafikon alatti területből határozható meg:

$$v_{\max} = \frac{\left(0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0\right)}{2} \cdot 2\text{ s},$$

$$v_{\max} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- c) A grafikon első részének három pontja ismert, és az alakra a mozgás jellegéből következtethetünk. Először a gyorsulás nagy, így a  $v(t)$  grafikon gyorsan emelkedik, majd a gyorsulás kicsi, tehát a  $v(t)$  grafikon egyre lassabban emelkedik, és így tovább. Az első rész megnevezése, pontos felismerése nem elvárás. Az alak analógia alapján is kitalálható (egyenletesen változó mozgásnál  $v(t)$ ,  $s(t)$  grafikonokat felidézve). A következő 2 másodpercben a test áll, mivel az elektromos erő kisebb, mint a tapadási erő maximuma.



## Harmadik forduló

A döntőbe jutáshoz az elérhető 40-ből 18 pontra volt szükség az I. kategóriában, 26-ra a II.-ban, 25-re a III.-ban, 23-ra a IV.-ben. A gimnazisták közül 46-46 diák jutott a döntőbe, a technikumban tanulók közül csak 4-4 fő. Sok éve probléma, hogy a technikumban tanulók teljesítménye nagyon elmarad a gimnazisták eredménye mögött.

Hagyományosan a kilencedikesek Gyöngyösön, a tizedikesek Pécsen vetélkedtek a fináléban május 5-étől 7-éig.

Gyöngyösön tehát az I. és III. kategória döntője volt. A gyöngyösi elméleti feladatlapot Vigh Máté szerkesztette, a zsűri elnöke Szász Krisztián volt. A zsűri további tagjai: Baranyai Klára, Kis Tamás, Pántyáné Kuzder Mária. A szervezési feladatokat második éve Horváthné Zörög Anikó és Csordás Ágnes végzi.

Pécsen a II. és IV. kategória döntője volt. A feladatlapot a zsűri elnöke, Pálfalvi László szerkesztette. A zsűri további tagjai: Honyek Gyula, Koncz Károly, Kotek László, Szkladányi András. A harmadik fordulóban megjelent 16 feladat közül a bizottság döntése alapján a következő kettőt ismertettük.

A II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam) 4. feladata, Pálfalvi László (Pécs) javaslata:

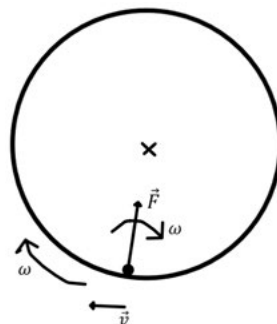
Vízszintes, súrlódásmentes felületen  $m$  tömegű, pontszerű test nyugszik. A testre adott ( $t = 0$ ) időpillanatban olyan, a síkkal párhuzamos erő kezd hatni, melynek nagysága állandó, de  $T$  idő alatt az asztal síkjában egyenletesen körbefordul. Az erő nagyságának értéke  $F$ . A test mozgását a  $[0, T]$  időintervallumban vizsgáljuk.

a) Határozzuk meg a test maximumális sebességét!

b) Határozzuk meg a test elmozdulását  $T$  idő alatt!

### Megoldás:

Induljunk ki az egyenletes körmozgásból, mivel ebben az esetben az állandó nagyságú erővektor állandó ( $\omega$ ) szögsebességgel körbe forog. A mozgás történeten az ábra szerint az óramutató járásának irányában,  $F$  forgása szintén.



Ismert, hogy

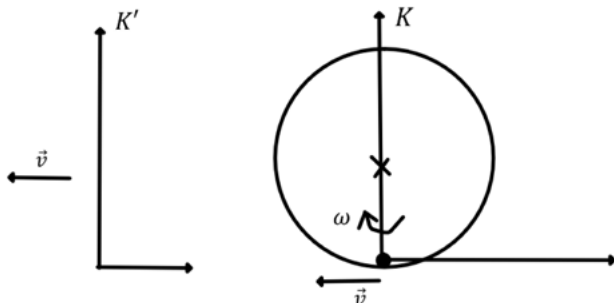
$$F = m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r,$$

ahonnan

$$r = \frac{FT^2}{4\pi^2 m}.$$

A kerületi sebesség:

$$v = \omega r = \frac{2\pi}{T} r = \frac{FT}{2\pi m}.$$



E körmozgás történjék a  $K$  laboratóriumi rendszerben. A feladat szövege szerint  $t = 0$ -ban a test áll, ami a  $K$ -ban egyenletesen körmozgó test esetén nem teljesül. Ezért tekintsünk egy a fenti ábra szerinti,  $K$ -ban  $v$  sebességgel jobbról balra mozgó  $K'$  inerciarendszert, melyben  $t = 0$ -ban igaz az, hogy a test sebessége zérus.  $K'$ -ben (lévén, hogy inerciarendszer) az erő változatlan: állandó  $\omega$  szögsebességgel forog körbe.

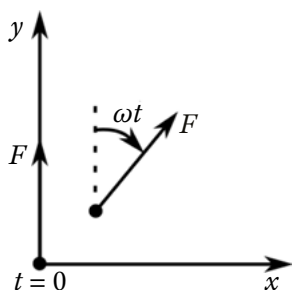
$K'$ -ből szemlélve a mozgás egy  $r$  sugarú tisztán gördülő kerék ( $t = 0$ -ban a talajjal érintkező) kerületi pontjának a mozgása. E pont a  $T/2$  időpillanatban éri el a (tőponthoz tartozó) maximális  $v_{\max} = 2v$  sebességét, ahol

$$v_{\max} = \frac{FT}{\pi m}.$$

A tömegpont elmozdulása  $T$  idő alatt:

$$\Delta r = vT = 2r\pi = \frac{FT^2}{2\pi m}.$$

*Megjegyzés:* a feladat integrálszámítással is megoldható.



$$ma_x = F \cdot \sin(\omega t),$$

$$ma_y = F \cdot \cos(\omega t),$$

$$a = \frac{F}{m}.$$

$$v_x = \int_0^t a_x dt' = \int_0^t a \cdot \sin(\omega t') dt' = \frac{a}{\omega} (1 - \cos(\omega t)),$$

$$v_y = \int_0^t a_y dt' = \int_0^t a \cdot \cos(\omega t') dt' = \frac{a}{\omega} \sin(\omega t),$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = \frac{a^2}{\omega^2} \left[ (1 - \cos(\omega t))^2 + \sin^2(\omega t) \right] = \frac{2a^2}{\omega^2} (1 - \cos(\omega t)).$$

A sebesség (-négyzet) maximális, ha

$$\cos(\omega t) = -1, \quad \omega t = \pi, \quad t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{T}{2}.$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{4a^2}{\omega^2}} = \frac{2a}{\omega} = \frac{2F}{m \frac{2\pi}{T}} = \frac{FT}{\pi m},$$

$$x = \int_0^t v_x dt' = \int_0^t \frac{a}{\omega} (1 - \cos(\omega t')) dt' = \frac{a}{\omega} t - \frac{a}{\omega^2} \sin(\omega t),$$

$$y = \int_0^t v_y dt' = \int_0^t \frac{a}{\omega} \sin(\omega t') dt' = -\frac{a}{\omega^2} \cos(\omega t),$$

$$\Delta x = x(T) = \frac{a}{\omega} T = \frac{F}{m} \cdot \frac{T^2}{2\pi},$$

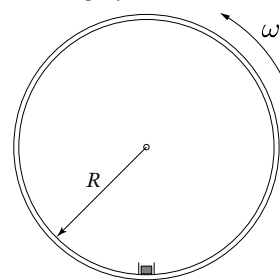
$$\Delta y = y(T) = 0,$$

$$x(0) = 0, \quad y(0) = 0,$$

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2)} = \Delta x = \frac{FT^2}{2\pi m}.$$

Az I. kategória 2. feladata Szkladányi András (Baja) javaslata:

Egy centrifuga egy vízszintes tengelyű,  $R = 40$  cm belső sugarú hengeres dob-ból áll, amelyet egy motor állandó fordulatszámmal képes forgatni. A dobba egy kis testet helyezünk, amit a dob belső felületéhez rögzített kis, súrlódásmentes falakkal oldalról megtámasztunk (lásd az ábrát, itt jobbra).



- Legalább mekkora  $\omega_0$  szögsebességgel kell forognia a centrifugának, hogy a kis test ne váljon el a dob falától?
- Vektoros ábra segítségével szerkesszük meg a dob által a kis testre kifejtett eredő erő irányát egy általános helyzetben, ha  $\omega > \omega_0$ !
- Legalább mekkora a tapadási súrlódási együttható a dob fala és a kis test között, ha a test  $\omega > \sqrt{2g/R}$  szögsebességeknél a támaszfalak eltávolítása esetén sem csúszik meg a dob belsejében?

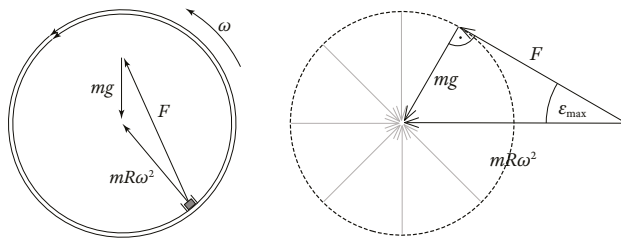
**Megoldás:**

- Határesetben a legfelső helyzetben éppen nem válik el a dob falától, azaz itt a nyomóerő nullává válik. Ez azt jelenti, hogy az  $mg$  nehézségi erő tartja a testet körpályán:

$$mg = mR\omega_0^2, \quad \text{ahonnan} \quad \omega_0 = \sqrt{g/R} = 5 \text{ s}^{-1}.$$

- A kis testre a függőlegesen lefelé mutató  $mg$  nehézségi erő és a dob által kifejtett  $F$  eredő erő hat. Ezek hatására a test mindvégig a forgástengely irányába gyorsul  $R\omega^2$  gyorsulással. A dinamika alapegyenletének se-

gítségével az  $F$  erő iránya a bal oldali ábra szerint megszerkeszthető.



Rögzítsük most gondolatban a testre ható,  $mR\omega^2$  nagyságú eredő erő irányát, és vizsgáljuk meg, milyen irányokba mutathat  $F$ , miközben az  $mg$  nehézségi erő a dob egy fordulata alatt az eredő erő irányához képest körbeforog (lásd a fenti *jobb oldali ábrát*). Látható, hogy az  $\varepsilon$  szög akkor maximális, amikor  $F$  hatásvonalára érinti a nehézségi erő talppontja által kirajzolt kört. Mivel az érintő és az érintési pontba húzott sugár egymásra merőleges, továbbá a megcsúszás határán  $mR\omega^2 = 2mg$ , a jobb oldali ábrán egy olyan derékszögű háromszög keletkezik, melynek átfogója kétszerese a rövidebb befogónak. Ebből következik, hogy az  $\varepsilon$  szög maximális nagysága egy körülfordulás során  $30^\circ$ . Számítsuk ki ebben a megcsúszáshoz közeli helyzetben az  $S$  tapadási súrlódási erőt és az  $N$  nyomóerőt! Az  $\varepsilon_{\max} = 30^\circ$  szögeérték miatt  $F$  sugár- és érintőirányú komponensei így számolhatók:

$$S = \frac{F}{2}, \quad N = \frac{\sqrt{3}}{2}F,$$

amiből a tapadási súrlódási együtthatóra vonatkozó feltétel:

$$\mu \geq \frac{S}{N} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577.$$

**Megjegyzés.** Könnyen abba a hibába eshetünk, hogy feltételezzük, a megcsúszás határa abban a helyzetben következik be, amikor a test a tengellyel azonos magasságba kerül, hiszen ilyenkor a mozgás fenntartásához szükséges  $S$  súrlódási erő maximális, nagyságát tekintve éppen  $mg$ . Ez azért nem igaz, mert nem  $S$ , hanem az  $S/N$  hányados maximális értékét kell vizsgálni. A fenti megoldásból kiderül, hogy a test akkor kerül legközelebb a megcsúszáshoz, amikor a hozzá húzott sugár a függőlegessel  $60^\circ$ -os szöget zár be.

c) Amint az a b) rész vektoros ábrájáról leolvasható, a test különböző helyzeteiben a dob által kifejtett  $F$  eredő erő más-más nagyságú  $\varepsilon$  szöget zár be a felület adott pontbeli normálisával (azaz a sugáriránnyal). A megcsúszás akkor kerülhető el, ha még az előforduló legnagyobb  $\varepsilon$  szög esetén is teljesül a tapadás  $S/N \leq \mu$  feltétele, ahol  $S$  és  $N$  rendre az  $F$  erő tangenciális és sugárirányú komponensei.

Kis Tamás volt felelős Gyöngyösön a mérési feladat kidolgozásáért és megvalósításáért. A diákoknak gumiszálak rugalmas megnyúlását kellett tanulmányozniuk.

Az első feladatban a gumiszál hosszának megváltozását kellett mérni 10 és 15 dkg tömegű testek által okozott terhelés mellett, egyre csökkenő nyújtatlan hosszak esetén. A mérési adatok felhasználásával minden esetben ki kellett számolni a gumírozott zsinór rugalmassági állandóját, valamint meg kellett határozni a zsinór nyújtatlan hossza és a rugalmassági állandó közötti függvénykapcsolatot. A második feladatban egy 12 dkg tömegű test által okozott megnyúlást kellett megmérni, valamint azt vizsgálni, hogy lineáris kapcsolatot feltételezve a hosszváltozás és a feszítő erő között a 10–15 dkg tartományban, mekkora relatív hiba adódik a gyűrű tömegére a mérés alapján. Végül egy műanyag csőbe rejtett, egy-egy végénél egymáshoz erősített, különböző minőségű zsinórpár megnyúlását kellett vizsgálni. Ismert volt a két zsinór együttes nyújtatlan hossza, valamint egy grafikon a két zsinór rugalmassági állandójáról a nyújtatlan hossz függvényében. Meg kellett határozni a két gumiszál nyulalmi hosszát az őket eltakaró cső megbontása nélkül.

*Simon Péter* volt felelős Pécsen a helyi szervezésért, valamint a mérési feladat kidolgozásáért. Idén a tapadási súrlódást kellett vizsgálni egy fecskendő segítségével. A feladat két részből állt. Az első mérés során a fecskendő csőrét ujjbegyünkkel zárni kellett, majd a dugattyú által elzárt levegőt nagyon lassan összenyomtuk a felére, aztán elengedtük a dugattyút. A dugattyú hamarosan megállt a kiindulásánál kisebb térfogatértéknél! A folyamatot izotermikusnak tekintve megfogalmazhatjuk a Boyle–Mariotte-törvényt, valamint azt, hogy a dugattyúra ható erők összege nulla a végállapotban. A mért adatokat a fenti törvényekbe helyettesítve megkaptuk a dugattyúra ható tapadási súrlódási erő értékét. A feladat második részében a tapadási erő maximumértékét kellett meghatározni. Most is befogtuk a fecskendő csőrét, majd a dugattyút nagyon lassan toltuk kicsit, elengedtük, majd megint toltuk egy kicsit, majd elengedtük, és így tovább. Így eljuthattunk egy olyan pozícióba, hogy a dugattyút elengedve az nem mozog tovább. A dugattyú ilyen módon létrehozott egyensúlyi helyzetében a tapadási erő maximumértéke jelenik meg, melyet az első részben megismert törvényekkel határozhattunk meg.

2024-ban a következő diákok érték el a legjobb helyezéseket:

#### I. kategória (gimnázium, 9. évfolyam):

- helyezett: *Eleki János* (Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium, tanára: *Vincze István*)
- helyezett: *Vödrös Dániel* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium, tanára: *Schramek Anikó*)
- helyezett: *Sánta Gergely* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium, tanára: *Schramek Anikó*)

#### II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam):

- helyezett: *Tóth Kolos Barnabás* (Budapesti Eötvös József Gimnázium, tanárai: *Gulyás Erzsébet, Sas Tamás*)
- helyezett: *Gyenes Károly* (Kecskeméti Bányai Júlia Gimnázium, tanárai: *Szittyai István, Sarlós Ferenc, Csányi Sándor*)

3. helyezett: *Muraközi Péter* (Czuczor Gergely Bencés Gimnázium, tanára: *Csonka László*)

### III. kategória (akik első évben tanulnak technikumban):

1. helyezett: *Szöllősi Dániel* (Energetikai Technikum és Kollégium, Paks, tanára: *Damjanovitsné Eke Violetta*)

### IV. kategória (akik második évben tanulnak technikumban):

1. helyezett: *Balogh Barnabás Áron* (BMSzC Trefort Ágoston Két Tanítási Nyelvű Technikum, tanára: *Fülöp László*)

A döntőn minden versenyző kapott oklevelet, ajándékkönyvet, pendrive-ot, valamint egyéb ajándékot (toll, hátizsák, Samsung-termék, ...) is. Mind a négy kategória győztese Mikola-éremmel tért haza. Gyöngyösön és Pécsen is minden felkészítő tanár kapott emléklapot. A visszajelzések alapján a résztvevők (diákok, felkészítő tanárok, zsűri, szülők) elégedetten, pozitív élményekkel, ismeretekkel gazdagodva tértek haza a verseny döntőjéről. A Mikola-verseny Magyarország egyik legnépszerűbb fizikaversenye. A sikerért sok ember munkálkodott együtt. Az egyes fordulók feladatlapjai, megoldásai, eredménylistái olvashatóak a verseny honlapján, ezzel is gazdagítva a hazai fizikaoktatás kultúráját.

## MAGYARORSZÁGON IS LÉTREJÖTT AZ ESERO IRODA

Komáromi Annamária

Budapest XVII. Kerületi Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium, Budapest  
E-mail: annamarcsi1015@gmail.com

2024 májusában hazánkban is hivatalosan megkezdte működését az ESERO (Office, Európai Oktatási Erőforrás) Iroda. Korábbi években is lehetett már olvasni a szóbanforgó intézményről, de megnyitására Magyarország űrstratégiai programja részeként került sor. Ennek a programnak keretében valósul meg többek között a Magyar kutatóűrhajós misszió is. A jelentkezők közül végül Kapu Tibor gépészmérnököt választották ki a feladatra, azaz hazánk második űrhajósaként kísérletek elvégzésére a Nemzetközi Űrállomáson.

Mi is a célja az ESA (European Space Agency) által immár 22 országban létrehozott ESERO irodáknak? Köztudott, hogy manapság egyre kevesebben választják a STEM körbe tartozó (tudományos, technológiai, mérnöki és matematikai) tanulmányokat és az ilyen irányú életpályát. Az ESA egy oktatási programmal próbálja elősegíteni ennek a negatív tendenciának a megfordítását, ezért már az általános iskola első osztálytól különböző lehetőségeket kínál az iskolák számára.

Az oktatók számára továbbképzéseket indít, mely továbbképzéseknek az a célja, hogy megismertesse a tanárokkal, milyen módon lehet bevonni az űrtudományokat a legkülönbözőbb tantárgyak mindennapi tanításába. A 2020-as évek tanárainak és diákjainak már természetes, hogy az űrkutatás, az űrtudományok az életünk

részévé váltak – gondoljunk itt az időjárás-előrejelzésre, a navigációs rendszerekre, a távközlésre. Bár ezek használata már mindennapos, az iskolai oktatásban való említésük még csak most kezd megjelenni. A magyarországi ESERO iroda már el is kezdte a tanártovábbképzéseket. Az ESA e továbbképzések során nemcsak a közvetlen közoktatásban részt vevő tanárokat célozza meg, hanem szélesebb körben nyújt képzési lehetőségeket, például a különböző tudományos központokban dolgozó oktatóknak is.

De mit kínál a diákok részére az ESERO program? Az ESA már több éve hirdet különböző versenyzési lehetőségeket általános iskolás és középiskolás diákok számára. A versenyek jellegüktől függően megjelennek országos szinten, majd az országos forduló győztes csapata vehet részt a nemzetközi megmérettetésben. Ezek közül elsőként a CanSat versenyt említem. A CanSat elnevezés arra utal, hogy ezen a versenyen egy űdítő doboznyi méretű „műholdba” kell elhelyezni a tápegység és a kommunikációs rendszer mellett a kötelező mérőműszereket, valamint egy szabadon választott, saját tervezésű méréshez szükséges eszközöket. Az ESA ESERO versenyek közül ez az, amelyiknek nemzeti fordulóját már az ESERO Iroda megnyitását megelőzően immár harmadik éve sikeresen szervezi a MANT (Magyar Asztronautikai Társaság).

Az idei tanévben volt alkalmam mentorként közvetlen tapasztalatokat szerezni a szervezésről. (Sajnos a csapatom nem jutott be a legjobb 10 közé, és így nem volt lehetőségük ténylegesen felküldeniük a kis „műholdjukat”, de majd jövőre újra megpróbálkozunk, hiszen a diákjaim még csak kilencedikesek voltak, és a verseny 14–19 éveseknek van meghirdetve.)

Miben állt ez a jól szervezettség? A verseny magyarországi honlapján [3] utána lehet nézni, hogy október elejétől januárig mennyi alkalmuk volt a diákoknak részt

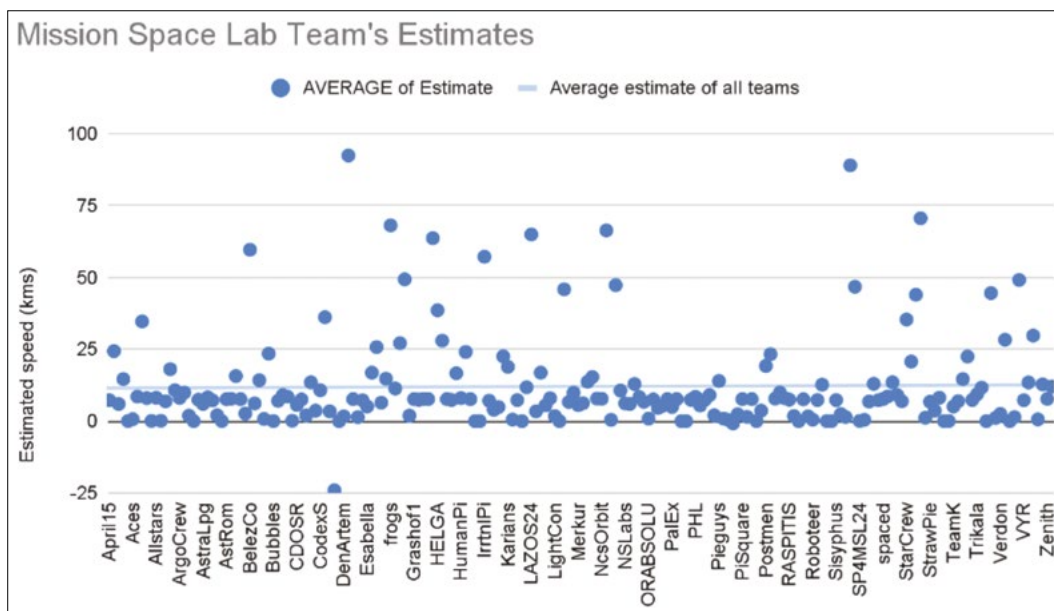


Komáromi Annamária a Budapest XVII. Kerületi Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium matematika-fizika szakos tanára és az ESA ESERO program magyarországi menedzsere. Az MTA-ELTE Fizikatanítás Digitális Támogatással Kutatócsoport tagja. 2019-ben szerezte meg a PhD-fokozatát az ELTE Fizika Doktori Iskola Fizika Tanítása programjában.

venni a különböző képzéseken: első online találkozó a csapatoknak, majd kickoff képzés, soft skills, hardveres képzés műhelygyakorlattal egybe kötve, rádiós képzés, ejtőernyők készítését segítő alkalom, szoftveres képzés, 3D nyomtatáshoz szükséges ismeretek stb. A diákoknak első lépésben be kellett nyújtaniuk az ún. PDR-t, (Preliminary Design Review, azaz előzetes tervezési beszámolót), majd február végén a CDR-t, (Critical Design Review, azaz végső tervezési ismertetést). A benyújtott CDR alapján választották ki azt a 10 csapatot, akiknek lehetőségük volt a startra, amely egy erre kijelölt katonai területen történt meg áprilisban. A döntő nyertes csapata a nyár folyamán részt vett az Európai Űrügynökség (ESA) Space Engineer for a Day című programján, az ESA technológiai központjában, a hollandiai Noordwijken.

Egy másik megmérettetés lehet a fizikát szerető és Pythonban jól programozó diákok számára az ESERO Iroda által kínált AstroPi verseny [4]. A 2023/24-es

tanévben két lehetőség közül választhattak a diákok: az egyik a Mission Zero, melynek során a diákok a természet ihlette pixelművészi alkotást hozhattak létre, a másikban a Mission Space Lab csapatok tagjai a Nemzetközi Űrállomás (ISS) sebességét vizsgálták. Ez utóbbi versenyen a diákoknak Pythonban kellett programot írniuk, mely segítségével az ISS-en elhelyezett AstroPi számítógép kamerája által készített felvételek felhasználásával meg tudták határozni az űrállomás sebességét. Itt közvetlenül az ESA-hoz lehetett beküldeni az elkészült számítógépes programokat, és azok a csapatok, melyeknek elfogadták a programját, áprilisban megkapták az űrből azokat az adatokat és képeket, amelyeket saját Python-programjaikkal rögzítettek. Az alábbi ábrán lehet látni, hogy a számítógéppel megtámogatott – tulajdonképpen fizikai – kísérlet eredménye mennyire összhangban van a más módokon történt számításokkal.



Még egy kimondottan STEM területre vonatkozó versenyt említek meg: az ESERO Iroda kínálatából a klímadetektívek versenyét [7]. Hasonlóan a CanSat versenyhez, a hazai fordulót követően a győztes csapat itt is részt vehet a nemzetközi eseményen, amelyet a 2023/24-es tanévben Olaszországban rendeztek meg. A verseny témáját a címe jól megadja, a honlapon pedig lehet tájékozódni a verseny részleteiről. Remélhetőleg a következő tanévben már lesz annyi jelentkező, hogy Magyarországon is lehessen rendezni fordulót.

Az eddigi bemutatott versenyzési lehetőségek mind közvetlenül kapcsolódtak a STEM irányhoz. Az ESA ESERO programjában szerepel még egy nem egyértelműen STEM-jellegű verseny is, a Mission X. Ez a verseny arra ösztönzi a tanulókat, hogy úgy eddzenek, mint az űrhajósok. A különböző elvégzendő tevékenységeket tudományos alapon szakemberek dolgozták ki, az egészségre

és a táplálkozásra helyezve a hangsúlyt. A Mission X versenyen is érdemes elindítani a diákokat, hiszen így lehetőség van arra, hogy a mozgás szeretete által csalogassuk el a diákokat a STEM-vonatkozású életpályákra [8].

## Irodalom

1. [https://www.esa.int/Education/Teachers\\_Corner/ESERO\\_Hungary\\_launches\\_STEM\\_education\\_into\\_space](https://www.esa.int/Education/Teachers_Corner/ESERO_Hungary_launches_STEM_education_into_space)
2. <https://www.urvilag.hu/>
3. <https://www.cansatverseny.hu/>
4. <https://www.esa.int/Education/AstroPI>
5. [https://www.esa.int/Education/AstroPI/Astro\\_Pi\\_Teams\\_receive\\_their\\_data\\_and\\_certificates](https://www.esa.int/Education/AstroPI/Astro_Pi_Teams_receive_their_data_and_certificates)
6. <https://space.kormany.hu/magyar-siker-az-esa-moon-camp-challenge-versenyen>
7. <https://climatedetectives.esa.int/>
8. [https://www.esa.int/Science\\_Exploration/Human\\_and\\_Robotic\\_Exploration/Education/Mission\\_X\\_-\\_Train\\_like\\_an\\_astro-naut](https://www.esa.int/Science_Exploration/Human_and_Robotic_Exploration/Education/Mission_X_-_Train_like_an_astro-naut)

## 200 ÉVE SZÜLETETT WILLIAM THOMSON, AKIBŐL LORD KELVIN LETT

Inzelt György

ELTE Kémiai Intézet, Budapest

E-mail: gyorgy.inzelt@ttk.elte.hu

2024-ben ünnepli a világ Lord Kelvin születésének 200. évfordulóját. Nevét már az iskolában megismerjük, mert róla nevezték el a termodinamikai hőmérséklet mértékegységét, a kelvint (jele: K) 1954-ben [1]. Helyénvaló, hogy mi is megemlékezzünk példamutató életéről és munkásságáról.

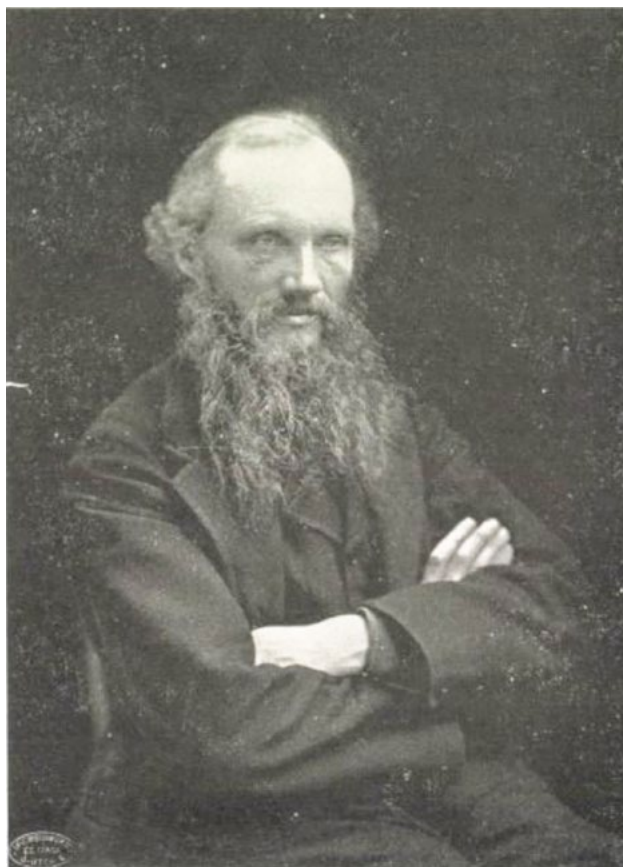
### William Thomson ifjúkora és tudóssá válása

William Thomson (Belfast, 1824. június 26. – Netherhall, Skócia, 1907. december 17.) apja, *James Thomson* (1786–1849) egy gazdálkodó fia volt, majd a Royal Belfast Academical Institution matematikatanára lett [2–7]. Édesanyja, egy glasgow-i kereskedő lánya, *Margaret Gardner* (1794–1830) 1817-ben ment férjhez James Thomsonhoz. Négy fiúk és három lányuk született. William (a második fiú) még csak hatéves volt, amikor anyja meghalt. Az idősebb fiút, akit szintén Jamesnek hívtak, és Williamet apjuk tanította otthon. 1832-ben idősebb James Thomson matematikaprofesszornak nevezték ki Glasgow-ba. Bár az apa és a gyerekek is Írországból születtek, a család skót volt.

Csak 1833-ban költöztek Glasgow-ba, mert az apa a kinevezés évében elkapta a kolerát, amelynek első világméretű járványa ekkor ért brit földre. Az apa komoly szerepet játszott az oktatás korszerűsítésében a glasgow-i egyetemen, különösen a természettudományos és mérnöki oktatás bevezetésében. A két rendkívüli matematikai tehetséget mutató fia, James és William pedig már 12, illetve 10 éves korában megkezdte a tanulást a glasgow-i egyetemen, mert az egyetem a kiváló diákoknak felvételi lehetőséget adott már ilyen ifjú korban. Itt is megállták a helyüket, amit különböző területeken kapott díjak is bizonyítanak a görög fordításoktól a csillagászatig. 1839-től kezdve londoni, majd németországi és hollandiai tanulmányutakra mentek a fiúk, ahol a nyelvtanulás volt az elsődleges cél.

William nagyra tartotta *Jean-Baptiste Joseph Fourier* (1768–1830) munkásságát. Ezzel kapcsolatban jelent meg első két cikke; 17 éves volt akkor. William útja ezután a cambridge-i egyetemre vezetett. Kiváló tanulmányi és kutatási eredményeit az egyetem legrangosabb díjaival ismerték el. 1845-ben matematikai leírását adta

az elektromos indukciónak, és felhívta *Michael Faraday* (1791–1867) figyelmét a fény, valamint a mágneses és elektromos jelenségek közötti lehetséges kapcsolatra is. 1845-ben ösztöndíjjal Párizsba ment *Henri Victor Regnault* (1810–1878) laboratóriumába. 1846-ban megbízták a glasgow-i Egyetem Természetfilozófiai Tanszékének vezetésével. Bár hívták más egyetemekre, itt oktatott és kutatott egész pályafutása alatt. Hírnevét először a matematikában alapozta meg azzal a módszerrel, amit ma Kelvin-transzformációnak hívunk.



1. ábra. Sir William Thomson 1877-ben [0]

### Termodinamikai munkássága

1847-től kezdett mélyebben foglalkozni a termodinamikával, amihez *James Prescott Joule* (1818–1889) előadása a British Association for the Advancement of Science

éves konferencián adott ösztönzést (Róla az energia, a munka és a hő származtatott SI egységét, a joule-t – jele: J – nevezték el). Ekkor kezdődött kettőjük rendkívül gyümölcsöző együttműködése is, aminek eredménye azután számos nagy fontosságú jelenség felfedezésében és jelentős gyakorlati alkalmazásokban nyilvánult meg. Thomson sok emberrel folytatott levelezést, csak Joule-lal száznál több levelet váltott. Joule győzte meg, hogy a kalorikus elmélet nem jó: a hő, az elektromos energia és a munka átalakíthatók egymásba. Termodinamikai munkássága megalapozta Thomson tudományos tekintélyét az Egyesült Királyságban, majd szerte a világon.

Ebben az időben a hőerőgépek működésének, energetikájának, hatásfokának vizsgálata azok gyakorlati jelentősége miatt a tudósok érdeklődésének homlokterébe került; de ami még fontosabb volt, meg akarták érteni a hő természetét. *Nicolas Léonard Sadi Carnot* (1796–1832), *Joule*, *William John Macquorn Rankine* (1820–1872), *William Thomson*, *Regnault*, *Benoît Paul Émile Clapeyron* (1799–1864), *Rudolf Julius Emanuel Clausius* (1822–1888) munkássága nyomán az 1840-es évek végére már megérett a helyzet, hogy az addigi ismeretekből egy egységes rendszert, magyarázatot dolgozzanak ki. Míg a tudósok egy része további kísérleteket javasolt – így 1849-ben Thomson is –, *Clausius* úgy gondolta, hogy elég kísérleti anyag van ahhoz, hogy a termodinamika elmélete megfogalmazható legyen. 1850-ben megírta első nagy művét, amely az „Ueber die bewegende Kraft der Wärme, und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst ableiten lassen” címet viselte. E művében található a termodinamika második főtételének első megfogalmazása is. *Clausius* könyve azonnal nagy sikert aratott. *James Clerk Maxwell* (1831–1879) ezt írta: „*Clausius* először tárgyalta úgy *Carnot* elvét, amely iga-

zán konzisztens a hő igazi elméletével.” Azt, hogy a hőmérséklet mértékegységét Kelvinről nevezzék el, különösen az indokolta, hogy *William Thomson* javasolta az abszolút hőmérsékleti skála bevezetését 1848-ban [8] (2. ábra). Kiemelkedő szerepet játszott a termodinamika tudományának létrejöttében, a „thermo-dynamics” (termodinamika) szót is neki köszönhetjük, mert ő használta először 1849-ben [9].

Saját és mások mérései alapján állapította meg az anyag természetétől független abszolút nulla pontot és a skála tulajdonságait. Különösen *Regnault* adatait használta fel. *Regnault* kiváló kémikus és fizikus volt, a termodinamika egyik úttörője, aki főleg a gázokkal kapcsolatos méréseivel vált a legismertebb tudósok egyikévé. Az ő tiszteletére lett a gázállandó jele *R*.

Egyedülálló, hogy egy mértékegységet tulajdonképpen egy folyóról nevezzenek el. A nemesi előnév általában a birtok (-ok), neve; s a Kelvin a Clyde folyó egyik mellékfolyója, amely elfolyik a University of Glasgow mellett. Ezért kapta Thomson a Lord Kelvin nevet. A Lord Kelvin of Largs teljesebb névben egy közeli város neve is benne van. Itt volt *William Thomson* *Netherhall* nevű lakhelye.

## A tenger alatti távírókábelek és más munkák az 1850-es évek közepétől

*Clausius* munkája sikerének jelentős része volt abban, hogy az 1850-es évektől Thomson fokozatosan más témák, illetve gyakorlati feladatok felé fordult. Magánéletében is változás állt be. 1852. szeptemberében feleségül vette gyermekkori szerelmét, *Margaret Crumot*, aki sokat betegeskedett, és fiatalon elhunyt. Másodszor 1874-ben nősült, ekkor *Frances Blandyt* vette el. Thomson kiváló elméje hatalmas munkabírással párosult. Összesen 650 tudományos cikket publikált, és 70 szabadalmat nyújtott be. Oroszlánrészt vállalt olyan feladatok megoldásában, mint a tengeralatti távírókábel kialakítása. Ezekből a munkáiból gazdagodott meg, és a nemesi rangjait is inkább ezen munkáinak köszönhette, mint az alap kutatásban elért kiemelkedő eredményeinek. Ugyanis a Birodalomnak tett szolgálatai tekintetében az Atlanti-óceánt átszelő távírókábel – amellyel hetek helyett órák alatt elértek az óriási gyarmatbirodalom legtávolabbi szegletét is – nagyobb súllyal esett a latba. Ő lett az első tudós, aki a Lordok Házának tagja lett: *Viktória királynő* 1866-ban lovaggá (Sir W. Thomson) üttette, majd 1892-ben bárói rangra emelte (Lord Kelvin).

A távírókábel története ott kezdődött, hogy 1854. októberében Thomson levelet kapott *George Gabriel Stokes*tól (1819–1903), amelyben *Stokes* felkérte, hogy mondjon véleményt *Michael Faraday* kísérleteiről az Atlanti-óceánt átszelő távírókábelrel kapcsolatban. *Faraday* ugyanis kimutatta, hogy a kábel felépítése befolyásolja az üzenetek továbbításának sebességét (a sávészélesség problémája). Thomson egy éven belül ki-

On an Absolute Thermometric Scale founded on Carnot's Theory of the Motive Power of Heat\*, and calculated from Regnault's observations†. By Prof. W. Thomson, Fellow of St. Peter's College.

The determination of temperature has long been recognized as a problem of the greatest importance in physical science. It has accordingly been made a subject of most careful attention, and, especially in late years, of very elaborate and refined experimental researches‡; and we are thus at present in possession of as complete a practical solution of the problem as can be desired, even for the most accurate investigations. The theory of thermometry is however as yet far from being in so satisfactory a state. The principle to be followed in constructing a thermometric scale might at first sight seem to be obvious, as it might appear that a perfect thermometer would indicate equal additions of heat, as corresponding to equal elevations of temperature, estimated by the numbered divisions of its scale. It is however now recognized (from the variations in the specific heats of bodies) as an experimentally demonstrated fact that

\* Published in 1824 in a work entitled *Réflexions sur la Puissance Motrice du Feu*, by M. S. Carnot. Having never met with the original work, it is only through a paper by M. Clapeyron, on the same subject, published in the *Journal de l'Ecole Polytechnique*, vol. xiv. 1834, and translated in the first volume of Taylor's Scientific Memoirs, that the author has become acquainted with Carnot's theory.—W. T.

† An account of the first part of a series of researches undertaken by M. Regnault by order of the French Government, for ascertaining the various physical data of importance in the Theory of the Steam-Engine, is just published in the *Mémoires de l'Institut*, of which it constitutes the twenty-first volume (1847). The second part of the researches has not yet been published.

‡ A very important section of Regnault's work is devoted to this object. *Phil. Mag.* S. 3. Vol. 33. No. 222. Oct. 1848.

2. ábra. W. Thomson abszolút hőmérsékletről írt cikkének első oldala [8]

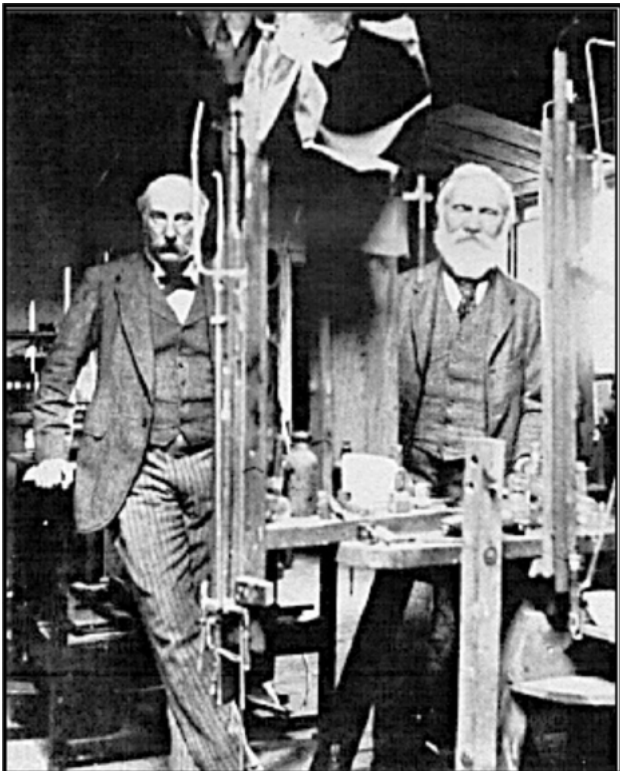
dolgozta azt az elméletét, amely sokat javított a kábel működésén és gazdaságosságán. Számításokkal határozta meg a kábel felépítését, a vezető és a szigetelő ideális méreteit. Hosszú viták után elfogadták a javaslatait, és bevásárolták az Atlantic Telegraph Company igazgatótanácsába. A következő években Thomson ezen az ügyön dolgozott, részt vett a kábeleket fektető hajóutakon is. 1858-ban már sikerült üzeneteket közvetíteni Írország és Új-Fundland között, de ez a kábel három hét után tönkrement, mert túl nagy feszültséget adtak rá. 1866-ben sikerült a nagy terv, amiben Thomsonnak rengeteg munkája volt – ez magában foglalta az elméleti számításokat éppúgy, mint műszerek és eszközök tervezését. Ezután két tapasztalt távírószakértővel, *Cromwell Fleetwood Varley* (1828–1883) mérnökkel és *Fleeming Jenkin* (1833–1885) professzorral társaságot alapított, amely társaság sorba fektette le tengeralatti kábeleit. Más országoknak is dolgoztak, ezzel óriási jövedelemre téve szert; Thomson saját hajót is vásárolt. Második feleségét is innen kérte meg távírókapcsolat útján.

Kelvin nagyon sok más témával is foglalkozott. Például a légköri elektromossággal, az atomelmélettel (örvényelmélet), a tengeri iránytű és mélységmérő fejlesztésével, a Niagara-vízeséshez tervezett elektromos erőművel, az elektromosság egységeinek szabványosításával, a Föld korával, a Naprendszer kialakulásával. Ez utóbbi tevékenységét idős korában a legfontosabb munkájaként emlegette. William Thomson 1862-ben kapcsolódott be a 19. század egyik legnagyobb vitájába,

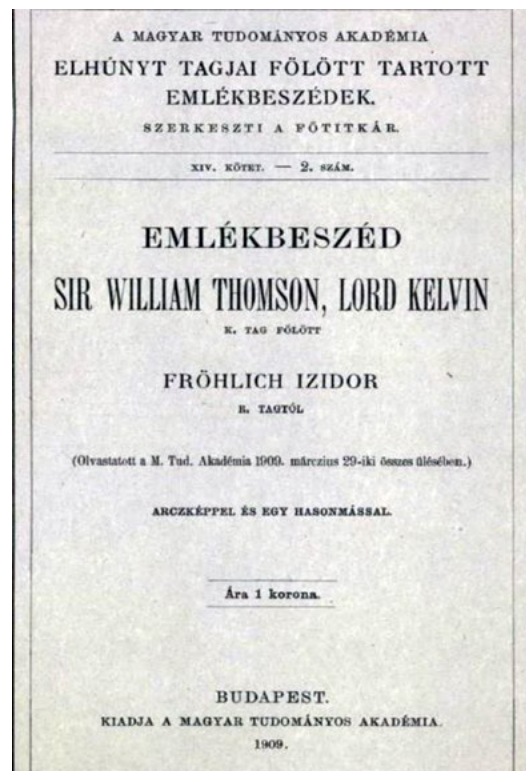
ami a Föld korának meghatározására irányult. Egyre több fossziliát találtak különböző kőzetrétegekben, és egyre nyilvánvalóbbá vált, hogy a Bibliai forrásokon alapuló négyezer év tarthatatlan. A becslések néhány százezer évtől fokozatosan növekedtek; egyre többen jutottak el arra a következtetésre, hogy bolygónk akár millió, sőt több tízmillió éves is lehet. A bomba igazán akkor robbant, amikor 1859-ben *Charles Darwin* (1809–1882) több, mint 300 millió évre emelte a határt. Thomsonnak több becslése volt, 1897-ben végül 24 millió évnél állapodott meg. Alulbecslésével – nagy tekintélye miatt – elég rosszat tett az ügynek. Ezt Kelvin nyilvánvalóan nem akarta, de fizikusként nem talált magyarázatot arra, hogy a Nap ennél hosszabb ideig tudna égni anélkül, hogy a fűtőanyaga elfogyna. A Nap energiájának forrását, azt, hogy termionukleáris reakciók játszódnak le, amelyben hidrogén alakul át héliummá, csak negyven évvel később értették meg.

Thomson kiváló tudósként a tudóstársadalom már korábban elismerte, de ekkorra már gyakorlatilag mindenki ismerte a nevét az újságokból. A 19. század embematikus személyisége lett, aki egy személyben megtestesítette a kor ideálját mint tudós, feltaláló és gazdag vállalkozó. 1899-ben visszavonult a tanítástól, de kutatásait élete végéig folytatta.

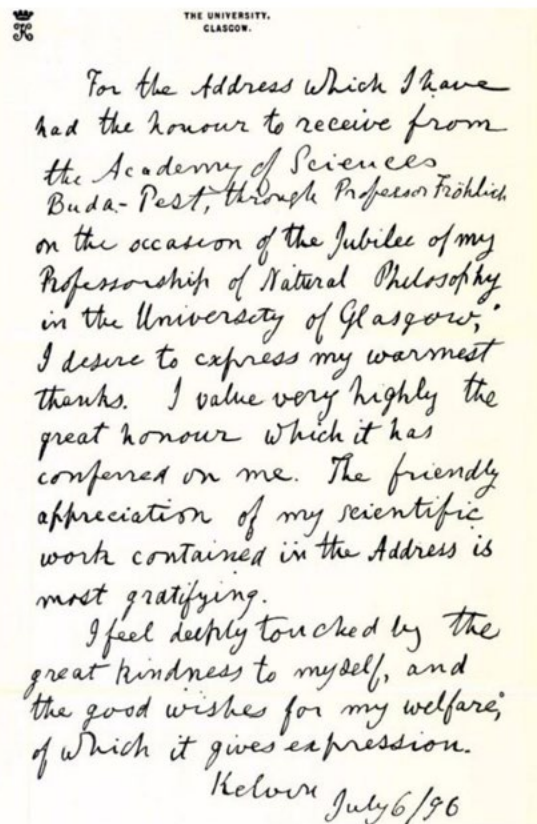
Még kaphatott volna Nobel-díjat is, de végül nem kapott – bár ajánlásokat már az első évtől kezdve kapott, még halála évében, 1907-ben is kettőt. Legnevesebb tanítványa, *John William Strutt, 3<sup>rd</sup> Baron Rayleigh* (1842–1919, 3. ábra) viszont elnyerte az 1904-es fizikai Nobel-díjat.



3. ábra. Lord Kelvin (jobbra) látogatása Lord Rayleigh Terling Place-i laboratóriumában 1900. júliusában (A. G. Webster felvétele. Science Photo Library)



4. ábra. Fröhlich Izidor emlékbeszéde Sir William Thomson, Lord Kelvin fölött a Magyar Tudományos Akadémián 1909-ben



5. ábra. Kelvin 1896. július 6-ai köszönőlevele az MTA-tól kapott gratuláló levélre, amelyet Fröhlich Izidor juttatott el hozzá a glasgow-i egyetem természettani tanszékére történt kinevezése ötvenedik évfordulója alkalmával. (A levél eredetije a Magyar Tudományos Akadémia Könyvtárában található.)

Fröhlich Izidor (1853–1931) így írt az emlékezésében (4. ábra): „Szabadjon e szerint ily állásontról megemlékezni hírneves néhai külső tagtársunkról, az elmúlt évszázad egyik legjelentékenyebb természet-tudósáról, Sir William Thomsonról, vagy miként később, Nagybritannia peer-jei közé emelése után nevezték, Lord Kelvinről, kit az angol nyelvű nemzetek fél századon át első physikusuknak vallottak s kit az elmúlt két évtizedben méltán az egész világ első physikusának tartott.”

Fröhlich Izidor tolmácsolta a Magyar Tudományos Akadémia (külső tag, 1873) és a Budapesti Tudományegyetem (díszdoktor, 1895) üdvözlétét azon az ünnepségen, amelyen William Thomson egyetemi tanári kinevezésének 50. évfordulóját ünnepelték 1896-ban. Kelvin ezt levélben köszönte meg (5. ábra).

## Kelvin vagy Thomson?

Lord Kelvin William Thomson néven született, és ezen a néven vált nagy tudóssá is. A róla elnevezett elméletek, egyenletek, eszközök: Joule–Thomson-effektus, Thomson–Planck-tétel, Thomson-tétel, Thomson-képlet (a rezgőkör periódusideje), Thomson-jelenség (hőelektromos hatás), Thomson-híd, Thomson-féle tükrös galva-

nométer, Kelvin–Helmholtz-instabilitás (felhők) stb. is eredetileg a Thomson nevet viselték, bár ma már gyakran Kelvin néven emlegetjük ezeket is. Csak néhány kivétel van, amikor jogosan használhatjuk a Kelvin nevet, mert azok akkor születettek, amikor már lord volt; ilyen a Kelvin-szonda. Mindazonáltal a Kelvin elnevezést az is indokolhatja, hogy több jeles Thomson nevű fizikus volt, például névrokona Joseph John Thomson (1856–1940) az elektron felfedezője (Nobel-díj 1906), vagy az ő fia, George Paget Thomson (1892–1975, Nobel-díj 1937); így egyértelműbb, hogy kiről is van szó.

## Az abszolút hőmérsékleti skála és küzdelem a 0 K eléréséért

A Kelvinről elnevezett hőmérsékleti skálát abszolút skálának hívjuk; a 0 kelvin ( $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) az abszolút nulla hőmérséklet, aminél kisebbet nem tudunk elérni. 1 kelvin a hőenergia ( $kT$ )  $1,380649 \cdot 10^{-23}$  J értékkel való megváltozásának felel meg. 2019-ben ugyanis újradefiniálták az SI-alapegységeket; a Boltzmann-állandó értékét rögzítették,  $k = 1,380649 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  ( $\text{m}^2 \text{kg s}^{-2} \text{K}^{-1}$ ), és a kelvin meghatározása a Boltzmann-állandó alapján történik. A korábbi definíció szerint a kelvin a víz hármaspontja termodinamikai hőmérsékletének  $273,16$ -ad része.

Heike Kamerlingh Onnes (1853–1926) holland fizikus, a kis hőmérsékletű technikák kutatója, a hélium cseppfolyósítója, a szupravezetés felfedezője a Joule–Thomson-hatást kihasználva 1923-ban már  $-272,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ot ért el. E nemes versenyben hosszú ideig Kürti Miklós (Nicolas) (Budapest, 1908 – Oxford, 1998) volt a rekorder, aki 1956-ban már mikrokelvinnig jutott [10]. Jelenleg piko-kelvinnél tartanak a tudósok.

## Irodalom

0. MTA Emlékbeszédek, 14 (2) 1909.
1. <https://www.nist.gov/si-redefinition/kelvin-introduction>
2. A. Gray: Lord Kelvin: an account of his scientific life and work. J. M. Dent & Co., London, E. P. Dutton & Co., New York 1908.
3. S. P. Thompson: The Life of William Thomson, Baron Kelvin of Largs. 1. és 2. kötet, MacMillan and Co., London, 1910.
4. A. Russell: Lord Kelvin: His life and work. T. C. & E. C. Jack, London, Dodge Publishing Co., New York 1912.
5. C. Smith, M. N. Wise: Energy and Empire: A Biographical Study of Lord Kelvin. Cambridge University Press, 1989.
6. D. Saxon: Physics World 2007. december 17. <https://physicsworld.com/a/in-praise-of-lord-kelvin/>
7. J. J. O'Connor, E. F. Robertson: James Thomson. MacTutor archive 2005. [http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Thomson\\_James.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Thomson_James.html)
8. W. Thomson: On an Absolute Thermometric Scale Founded on Carnot's Theory of the Motive Power of Heat, and Calculated from Regnault's Observations. Philosophical Magazine, 33 (1848) 313–317.
9. W. Thomson: An Account of Carnot's Theory of the Motive Power of Heat; with Numerical Results deduced from Regnault's Experiments on Steam. Mathematical and Physical Papers, (1849) Cambridge University Press. pp. 113–164.
10. N. Kürti: Towards the Microdegree Absolute Temperature Range. Science Progress, 179/45 (1957) 401–417.

## H. DAVID POLITZER 75 ÉVES

Trócsányi Zoltán

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Elméleti Fizikai Tanszék, Budapest

E-mail: zoltan.trocsanyi@cern.ch



Hugh David Politzer

*Hugh David Politzer* 1949. augusztus 31-én született New Yorkban, tehát az idén lett 75 éves. A Fizikai Nobel-díj 1/3 részét – megosztva *David J. Gross* és *Frank Wilczek* szintén amerikai elméleti fizikusokkal – éppen 20 éve,

2004-ben kapta „az aszimptotikus szabadság felfedezéséért az erős kölcsönhatás elméletében”. Tavaly volt 50 éve, hogy felfedezésükről szakcikkekkel közöltek a kutatók a *Physical Review Letters* folyóirat hasábjain [1], tehát Politzer 24 évesen írta Nobel-díjat érő munkáját. Később más területen kezdett dolgozni. A Nobel-díj átvételekor tartott előadása meglehetősen érdekes, eltér a szokásostól [2]. Ebből idézünk:

„Szeretnék rávilágítani az ilyen díjak egy sajátos vonatkozására. A díjak jelentős mértékben valamely tudományos mérföldkő elérését ismerik el. Az ilyen díjak fontossága annak az igényességnek és bölcsességnek az elismerése, amellyel a díj odaítélésekor eljárnak. A nagyközönség körében szikrát gyújtanak a tudomány legfontosabb eredményei iránti érdeklődés fenntartásához. Sőt, ehhez hasonlóan, a díjak még a tudományos szakértők körében is jelzik a fontos eredmények elérését. A történelem használata a tudományos nevelésben hozzájárul ahhoz, hogy mindez működik, és ahhoz hogy ez hogyan működik. A jövő tudományos nemzedékeinek nevelőiként igyekszünk a korábban elért fejleményeket egyszerűsíteni, sűríteni. A lehető leggyorsabban próbáljuk fiataljainkat a tudomány élvonalába repíteni. Ebből a szemszögből csak hátráltató tényező a valódi történelem, amely sok-sok változatot és félreértéseket követ el. Az a szép, egyenes út, amelyet a Nobel-díjak által elismert csillogó ékkövek vázolnak fel, csupán hasznos mese. Igen, mese. Az igazság gyakran sokkal összetettebb. Természetesen a gyakran elmesélt elsőbbségi kérdések léteznek, amelyek azzal foglalkoznak, kitől jön egy lényeges ötlet. De ezek a kérdések többnyire értelmetlenek, és nincs rájuk válasz. A teljesen független felfedezés nemcsak, hogy lehetséges, de gyakran meg is történik. Néha ennél is nehezebb feladat a díj odaítélésekor annak a meghatározása, hogy mi az a felfedezés, amely valamilyen átfogó értelemben a legfontosabb ötlet. Tehát nem az a lényeges, hogy kié, hogy ki végezte a munkát, hanem

hogy *mi* az. *Mi* az a kiemelkedő eredmény, amely a leginkább előre vitte a tudományt.”

Az előadás folytatásában a szakmabeliek között viszonylag közismert tényekkel fejti ki részletesen ezt a gondolatot. Azt azonban magam sem tudtam, amíg *Bazsa György* fel nem hívta rá figyelmemet, hogy David Politzer magyar származású szülők gyermekeként látta meg a napvilágot [3]. Édesapja a Pozsonyban született Politzer Aladár (Amerikában Alan Politzer) volt, édesanyja pedig a szintén magyar Gyémánt Tamara (Amerikában Valerie Politzer). A zsidó származású orvos szülők 1939-ben menekültek a zsidótörvények elől. Előbb Angliába, onnan pedig New Yorkba vándoroltak, ahol a papának orvosi rendelője volt. Ugyanott dolgozott az édesanyja is, amikor David napvilágra jött. Felmenőik között Géza, Olga, Jenő, Aranka, Manyi nevű személyek voltak.

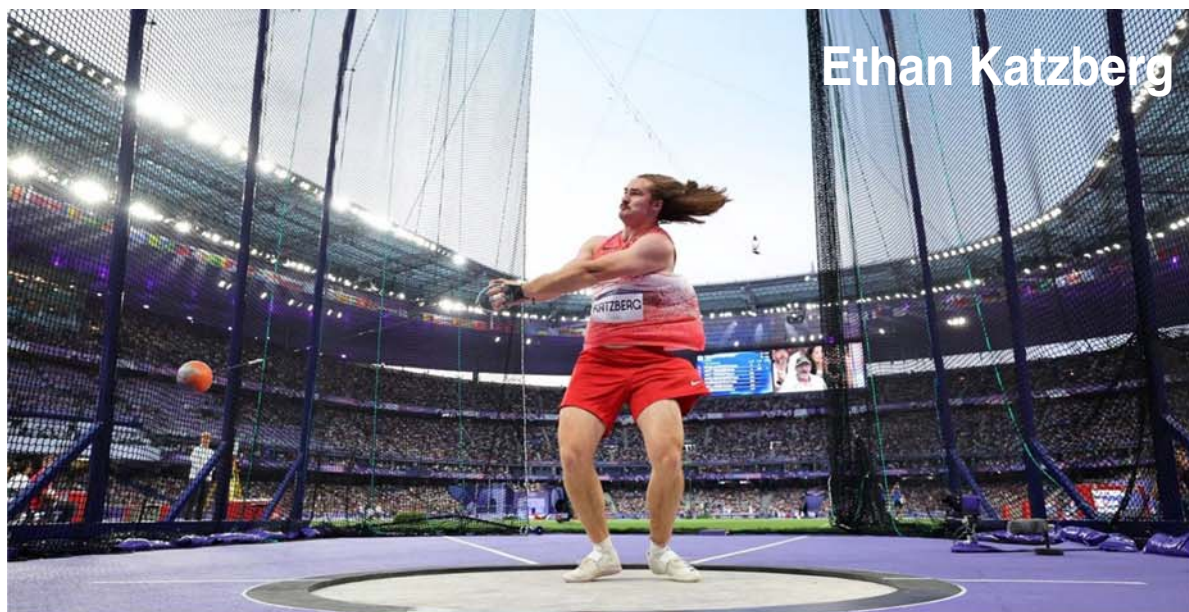
New Yorkból azonban nem tartottak kapcsolatot az óhazával, aminek keserű oka az volt, hogy az otthon maradtak mind a holokauszt áldozatai lettek. Csak a papa egyik külföldre menekült testvére, Politzer nagybátyja élte túl a gyalázatot. Sok évvel később, amikor David és édesapja családi képeket nézegettek, elidőztek a nagybácsi képe felett. A papa szerint a nagybácsinak az a „tév-képzete” volt, hogy ő magyar. [4] David Politzer tehát olyan második generációs magyar származású Nobel-díjas kutató, mint például az 1976. évi orvosi díjas *Daniel Carleton Gajdusek* – ami úgy tűnik eddig nem volt hazánkban köztudott.

Ezen a ponton ismét beleütközünk abba a furcsa ketősségbe, hogy bár valóban sok tehetség születik Magyarországon, szinte majdnem mindet sikerül elüldözni hazánkából, mielőtt igazán kibontakoztathatnák tehetségüket. Magyarnak kisajátítani már csak akkor próbáljuk őket, amikor szakterületük csúcsára érnek. A tudományban Szentgyörgyi Albert kivétel volt, mert őt már Nobel-díjasként sikerült elüldözni. Ideje lenne megváltoztatnunk, és a különleges (más?) irányában őszinte nyitottsággal sokkal befogadóbbá válnunk.

## Irodalom

1. H. David Politzer: Reliable perturbative results for strong interactions? *Phys. Rev. Lett.*, 30 (1973) 1346–1349.
2. H. David Politzer: The Dilemma of Attribution. Nobel-előadás, <https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/politzer-lecture.pdf>
3. [https://en.wikipedia.org/wiki/Hugh\\_David\\_Politzer](https://en.wikipedia.org/wiki/Hugh_David_Politzer)
4. David H. Politzer személyes közlése

# A párizsi olimpia bajnokai



**Ethan Katzberg**



**Ryan Crouser**

## és magyar versenyzők



**Halász Bence**



**Nemes Rita**



# HA XBRL, AKKOR A RAMASOFTRA SZÁMÍTHAT

Az új követelmények időnként ijesztőnek tűnnek. Nincs ez másként a szoftverek bevezetésénél sem, főleg ha olyan bonyolult a feladat, mint az XBRL\*-ben történő jelentéskészítés. Mi segítünk, hogy határidőre minden simán menjen.



\*eXtensible Business Reporting Language, a pénzügyi jelentéskészítés új szabványa.  
2020. január 1-től minden nyilvános európai vállalatnak XBRL-ben is közzé kell tenni éves beszámolóját.

Ramasoft Adatszolgáltató és Informatikai Zrt.  
1074 Budapest, Dohány u. 12-14. | +361-269-3209 | [ramasoft.hu](http://ramasoft.hu)