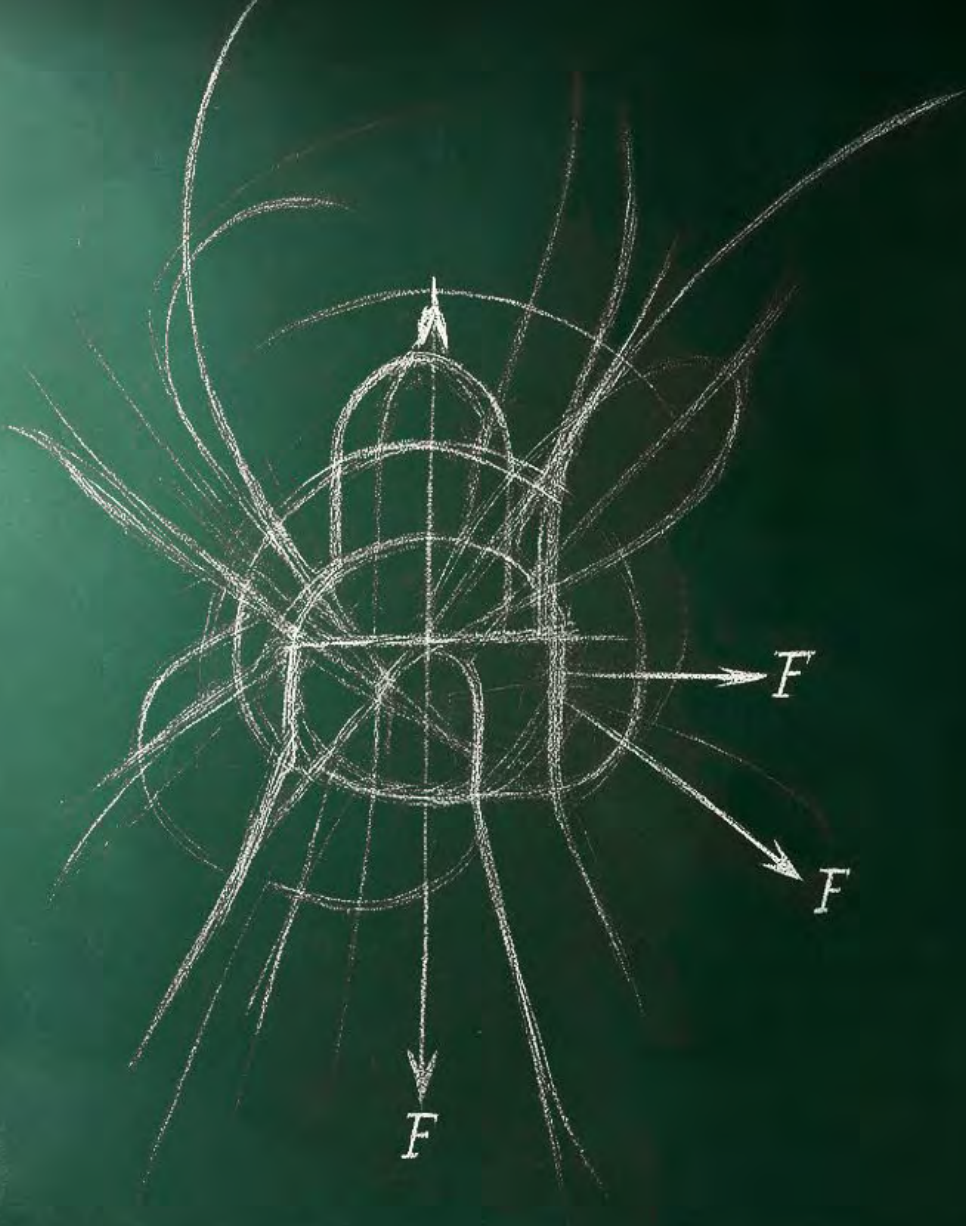


fizikai szemle



A tanítás erőtere

2025/10

nka

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Matematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Matematikai és Fizikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

SZERKESZTŐSÉG

Felelős szerkesztő: Iglói Ferenc főszerkesztő

Olvasószerkesztő: Bodrog Zoltán

Technikai szerkesztő: Hock Gábor

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG

Asbóth János, Bíró László Péter, Csengeri Kamilla, Czitrovszky Aladár, Gyürky György, Horváth Dezső, Horváth Gábor, Járai-Szabó Ferenc, Kiss Ádám, Kopasz Katalin, Neda Zoltán, Ormos Pál, Pálfalvi László, Pásztor Gabriella, Sándor Bulcsú, Simon Ferenc, Simon Péter, Sódor Ádám, Sükösd Csaba, Szabó Gábor, Takács Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

Kiadja és terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat,
1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III.

Telefon/fax: (1) 201-8682

Felelős kiadó: Újfalussy Balázs főtítkár

A Társulat és a folyóirat honlapja:

<http://fizikaiszemle.elft.hu>,

e-postacíme: elft@elft.hu

A folyóirat szerkesztőségi e-mail címe:

fsz_szerkesztok@elft.hu. A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük. Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.



Nyomdai előkészítés: Hock Gábor. *Nyomdai munkálatok:* OOK-PRESS Kft., felelős vezető:

Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Előfizethető a Társulathoz vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszerűsített

Az egyes számok ára: 1800,- Ft (a dupla számoké 3600,- Ft) + postaköltség.

HU ISSN 0015-3257 (nyomtatott)

HU ISSN 1588-0540 (online)

A lapot az MTA Magyar Tudományos Művek Tára (MTMT) archiválja



A címlapon:

„A tanítás erőtere”

A kép szerzője: Stonawski Tamás

TARTALOM

A FIZIKA TANÍTÁSA

Kovács Zoltán: A fizikai ismeretek és feladatok nehézségi fokának becslése 329
Simon Alpár, Tunyagi Arthúr Róbert, Bodó Kinga: Állandó mágnesek elrendezéseinek kísérleti tanulmányozása 335

Szenkovits Ervin, Popa Márta, Járai-Szabó Ferenc: Diákprojekt a homokdomb kritikus viselkedésének tanulmányozására 340

Stonawski Tamás, Beszedá Imre, Gombosné Kovács Kinga: Feszült pillanatok – kísérletek befőttesgumival 345

Koncz Károly, Simon Péter: 44. Mikola Sándor Országos Középiskolai Tehetségkutató Fizikaverseny – Beszámoló 351

Sükösd Csaba: A XXVIII. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny 358

HÍREK, ESEMÉNYEK

Szász Krisztián: Sikeres szereplés fizikai diákolimpiákon B3

~~~~~

*A Szemle októberi száma a fizika tanítása témakörben készült írásokat tartalmazza. Erre utal a Stonawski Tamás által készített címlapkép is, amely egy iskolai táblára rajzolt erőket és erőtereket jeleníti meg művészi ábrázolásban. Az alkotás közepén kivehetőek egy épület körvonalai is, amellyel a művész Kolozsvár építészeti örökségére reflektál. Kollégáink a saját emlékeikre hagyatkozva a Farkas utcai templomot vélik benne felfedezni, de olvasóinkat képzeletük szárnyalására bízhatjuk. Ezen megjelenítés természetesen nem véletlen, mivel az első három írás Kolozsvárról származik, szorosan kapcsolódva a szeptemberi számban közölt tudományos cikkekhez.*

*Kovács Zoltán* írása az oktatási folyamat iskolai megtervezése szempontjából nyújt segítséget, rávilágítva arra, hogy a tanárnak fontos ismernie a feldolgozott anyag nehézségét, illetve tanít-hatósági fokát.

*Simon Alpár és munkatársai* néhány olyan egyszerű kísérleti tér- és erőmérést mutatnak be, amelyet neodímium mágnesek soros és párhuzamos tengelyszimmetrikus elrendezésének szimmetriatengelyén végeztek el.

*Szenkovits Ervin* 2025-ben érettségizett diák és *mentorai* egy egyszerű homokdomb-kísérlet középiskolai megvalósítását mutatják be, amely révén a tanulók közvetlenül észlelhetik a lavina-jelenségeket.

*Stonawski Tamás és munkatársai* a gumi nemlineáris rugalmasságát és csillapító hatásait tárgyalják, melyek izgalmas lehetőségeket kínálnak a mélyebb vizsgálódásra – akár középiskolások számára is.

A szám végén két középiskolás fizikaverseny feladatait, megoldásait és eredményeit olvashatjuk *Koncz Károly, Simon Péter, illetve Sükösd Csaba* leírásában.

*Jó olvasást kívánunk mindenkinek!*

~~~~~

Z. Kovács: Estimating the difficulty of physical knowledge and tasks

A. Simon, A. R. Tunyagi, K. Bodó: Experimental study of permanent magnet arrangements

E. Szenkovits, M. Popa, F. Járai-Szabó: Student project to study the critical behavior of a sand pile

T. Stonawski, I. Beszedá, K. Gombosné Kovács: Tense moments – experiments with rubber bands

K. Koncz, P. Simon: 44th Sándor Mikola National Secondary School Talent Search Physics Competition – Report

Cs. Sükösd: The XXVIIIth National Leó Szilárd Physics Competition

NEWS, EVENTS

K. Szász: Successful participation in this year's physics olympiads

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

megjelenését támogatják:



KULTURÁLIS ÉS
INNOVÁCIÓS
MINISZTERIUM



Nemzeti Kulturális Alap



A FIZIKAI ISMERETEK ÉS FELADATOK NEHÉZSÉGI FOKÁNAK BECSLÉSE

Kovács Zoltán

Babeş–Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár, Románia
E-mail: kovzoli7@yahoo.com

Bevezetés

Az oktatási folyamat iskolai megtervezése szempontjából a tanárnak fontos ismernie a feldolgozott anyag nehézségét, illetve taníthatósági fokát, valamint a feladatok nehézségi fokát ahhoz, hogy differenciálva tudjon oktatni. A fizikai fogalmak nehézségi fokát nem egyszerű meghatározni oktatási tapasztalataink alapján, de kognitív jellegű kutatásokkal a kérdés megválaszolható. Erről empirikus statisztikai adatokat is lehet nyerni, például feleletválasztós feladatlapplal. Ilyen felméréseket végeztünk a 2020–21-es iskolai évben a kolozsvári Református Kollégium néhány osztályában. A felmérés eredményeit folyóiratban közzeltük [5].

De nem csak a tanár számára fontos, hogy egy fizikai ismeret vagy fizikafeladat megoldása mennyire jelenthet nehézséget a tanulóknak. A tanuló számára is fontos lehet, ha többet tud a feladról, amikor egyedül próbál megoldani egy fizikafeladatot – akár mint házi feladat, akár mint versenyfeladat. Ne csak egy csillag vagy az elérhető maximális pontszám jelezze, hogy milyen jellegű vagy nehézségű a feladat! Ahhoz, hogy a tanár egy feladat nehézségéről számszerű információkat kaphasson, a megoldás menetét kis lépésekre kell lebontania, minden lépéshez értékpontot rendelnie, és azonosítania kell a megoldáshoz szükséges gondolkodási műveleteket is. A jelen írás a fizikai fogalmak és fizikai feladatok nehézségi szintjének becslésére javasol egy szisztematikus értékelési rendszert.

Az alábbiakban a kolozsvári Erdélyi Magyar Műszaki-Tudományos Társulat (EMT)* által szervezett 2022. évi *Öveges József fizikaverseny* országos szakaszának VII. osztályosok (a tizenhárom éves korosztály) számára készített feladatlapján (1. táblázat) és javítókulcsán

* <https://www.emt.ro/>



Kovács Zoltán (1949) ny. egy. docens. Fizika-tanári oklevelet szerzett a kolozsvári Babeş–Bolyai Tudományegyetemen, ugyanott pszichológiai, majd a Pécsi Tudományegyetemen pedagógiai oklevelet. A fizika tanításának módszertanából szerzett doktori oklevelet (2006) a szegedi József Attila Tudományegyetemen. Középiskolában oktatott fizikát, majd a BBTE-n fizikát, fizikamódszertant, pedagógiai és pszichológiai tárgyakat. Kutatási területe az oktatás és tanulás, ezeken a területeken publikált.

(2. táblázat) szereplő ismeretek, fizikai fogalmak nehézségi fokának becslését (3. táblázat), majd a feladatok melletti zárójelekben a részletesebb jellemzést közöljük. A feladatlap megjelent a „Fizika másképp – tanároknak” című kiadványban is [7].

A feladatlap ismereteinek a jellemzésére használt legfontosabb kognitív műveletek

A feladatmegoldások lépéseihez a következő gondolkodási műveletekből asszociáltunk.

A Bloom-féle céltaxonómia gondolkodási szintjei:

lexikális ismeretek (definíció, szabály, algoritmus), megértés, alkalmazás (transzfer), analízis, szintézis (összefoglalás, meghatározás), értékelés (eredeti vélemény).

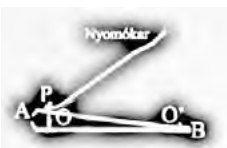
Faktorok a kreativitás területéről:

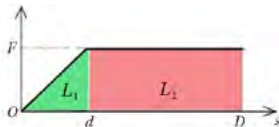
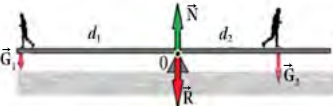
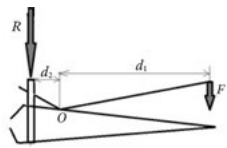
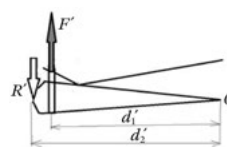
originalitás – egyediség, szokatlan megoldások, non-konformizmus,
elaboráció – az ötletek kidolgozásának, továbbfejlesztésének képessége,
divergens gondolkodás (ui. a feladatmegoldásnál a konvergens gondolkodás általánosan elvárt),
problémaérzékenység.

Egyéb gondolkodási műveletek:

problémameghatározás, problémamegoldás, vizualizáció, metaforikus gondolkodás, elvont gondolkodás (absztrakció), transzformáció, a határok átlépése, intuíción, a logikus gondolkodás képessége (az ok-okozatiság felismerése és következtetések), ellenállás a korai befejezésnek, a lehetséges kimenetek megjósolása, rugalmasság, algoritmikus gondolkodás, analógias gondolkodás, asszociáció, következtetés, matematikai tudás.

Sok segítséget jelentenek a fizikai fogalmak megismerési folyamatának és a feladatmegoldás kognitív jellemzőinek a beazonosításában Csapó Benő [9, 10] és Zátonyi Sándor [11] munkái, de újabban a mesterséges intelligencia is. Nem tartottuk szükségesnek szigorúan feltüntetni sem a megoldási lépések számát, sem pedig a feladat megoldásához igényelt gondolkodási műveletek számát. Előfordulhat, hogy a megoldás kevesebb lépésben is elérhető, ami pedig a gondolkodási műveletek számát illeti,

Öveges József Fizikaverseny János Zsigmond Unitárius Kollégium, Kolozsvár Országos döntő, 2022. április 29. VII. osztály A feladatlapot Kovács Zoltán állította össze.	Öveges József (1895–1979) Jeles kísérletező fizikatanár, természettudományos kultúránk igaz ápolója. 
Kérdések	
1. kérdés (0,5p, s3, –, k2) Fejtsd meg az alábbi, fizikai fogalmat rejtő képrejtvényt! Megfejtésed írd az ábra alá!  <i>A képrejtvény megfejtése: (0,5p)</i>	2. kérdés *(0,5p, s1, –, k2) Hogy alakulnak ki a meredek domboldalon az ösvények többnyire a szintvonalak mentén? Válaszod írd az ábra alatti mezőbe! 
1. feladat *(6p, s4, m, k3) Egy sajtágó kés, amelynek pengéje $d = 3$ cm szélességű, a $D = 10$ cm magas sajtömböt vágja ketté függőlegesen, miközben a késre gyakorolt teljes függőleges erő, amikor a penge teljesen belemerül a sajtba, $F = 100$ N. a) Mennyi mechanikai munkával vágjuk ketté a sajtot? (4p) b) Ábrázold grafikusán a munkavégzés folyamatát (az erőt az elmozdulás függvényében)! (2p) 	
2. feladat (10p, s19, m, k12) Az $l = 4$ m hosszúságú, $d = 25$ cm szélességű és $h = 5$ cm vastagságú fenyőfa fosznideszka középen van alátámasztva. A közepéről egyszerre indul el ellenkező irányokban két gyermek a deszka két vége felé. Az egyik gyermek tömege $m_1 = 40$ kg, a másiké $m_2 = 60$ kg. a) Mekkora a fosznideszka tömege? (2p) b) Amikor a kisebb gyermek eléri a deszka végét, ahhoz, hogy a deszka egyensúlyban maradjon, az alátámasztási ponttól mérve mekkora távolságban kell megállnia a nagyobb gyermeknek? (2p) c) Mekkora állandó v_1 sebességgel kell az első gyermeknek mennie a deszka egyik vége felé ahhoz, hogy a deszka mindvégig vízszintes helyzetben maradjon (egyik vége se érjen a földre), ha a második gyermek $v_2 = 0,5$ m/s sebességgel halad a deszka másik vége felé? (2p) d) Mekkora erő nehezedik mindvégig az alátámasztási pontra? (2p) e) Készíts rajzot a deszkára ható erőkkel léptékarányosan a b) pontnak megfelelően! (2p) Adott a fenyőfadeszka sűrűsége, $\rho = 500$ kg/m³ és a nehézségi gyorsulás, $g = 10$ N/kg.	
3. feladat *(10p, s8, m, k12) A képen egy körömvágó fényképe látható, amely két vágólemezről, egy nyomókarból és egy csapszegekből áll. A körömvágó teljes hossza $AB = 10$ cm, a P csapszeg (amely az alsó vágólemezhez van hozzáerősítve) a nyomókar O alátámasztási pontjától és az A vágóéltől egyaránt 1 cm-re található, a két vágólemez a végüknél $O'B = 2$ cm hosszon egybe van forrasztva. A nyomókarra ható F függőleges aktív erő vetülete az O' forgáspontra esik. a) Milyen típusú (hányadrendű) emelőkből tevődik össze a körömvágó? (2p) b) Készíts vázlatrajzot a képen látható körömvágónál ható F és R erőkkel, bejelölve az ezeknek megfelelő d_1 és d_2 erőkarokat is! (2p) c) Egy újabb rajzon jelöld be a másik típusú emelőnek megfelelő F' és R' erőket és a nekik megfelelő d'_1 és d'_2 erőkarokat is. (2p) d) Számítsd ki, hogy mekkora R reakcióerő jelenik meg a P csapszegeknél a megadott méretekkel rendelkező körömvágó esetén, ha $F = 20$ N nagyságú aktív erőt fejtünk ki rá! (2p) e) Számítsd ki, hogy mekkora R' reakcióerő jelenik meg az A vágóélnél, ha a második típusú emelőnél aktív erőként az előbbi típusú emelő reakcióereje hat ($F' = R$)! (2p) 	
Hivatalból: 3 pont	
Munkaidő: 2 óra	

1. kérdés. A képrejtvény megoldása: rugalmasság (0,5p, s3, –, k2)	
2. kérdés. A meredek domboldalon azért alakulnak ki majdnem vízszintes ösvények, mert az állatoknak ezeken könnyebb legelni, nem kell gravitációs helyzeti energiájuk növelésére pazarolni az energiájukat a szintváltoztatással. *(0,5p, s1, –, k2)	
1. feladat *(6p, s4, m, k3)	
a) A d útvonal kezdetén az erő nulla, innen lineárisan nő, majd a szakasz végén éri el a maximális F értéket. Ezért számtani közepárányossal számolunk: $F_{\text{közép}} = (0 + F)/2 = 50 \text{ N. (1p)}$ $\text{Így } L_1 = F_{\text{közép}} \cdot d = (F/2) \cdot d = 50 \text{ N} \cdot 0,03 \text{ m} = 1,5 \text{ J. (1p)}$ A megmaradó $D - d$ úton végzett munka: $L_2 = F \cdot (D - d) = 100 \text{ N} \cdot (0,1 \text{ m} - 0,03 \text{ m}) = 7 \text{ J. (2p)}$	
	
b) A munkavégzés folyamata grafikusán ábrázolva: (2p)	
2. feladat (10p, s19, m, k12)	
a) A fosznideszka tömege: $m = \rho \cdot V = \rho \cdot l \cdot d \cdot h = 500 \text{ kg/m}^3 \cdot 4 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,05 \text{ m} = 25 \text{ kg. (2p, s2, m, k2)}$	
b) Amikor a könnyebb súlyú gyermek elért a deszka végéhez, azaz $d_1 = l/2$ távolságra van a deszka közepétől, ugyanannyi idő alatt a nagyobb súlyú gyermek a deszkán d_2 távolságra jut el. Az egyensúly feltétele az, hogy a két súlynak az alátámasztási pontra vonatkoztatott nyomatékai egyenlőek legyenek: $G_1 \cdot d_1 = G_2 \cdot d_2$, azaz $m_1 \cdot g \cdot (l/2) = m_2 \cdot g \cdot d_2$, illetve $m_1 \cdot (l/2) = m_2 \cdot d_2$. Innen: $d_2 = (m_1 \cdot l)/(2 \cdot m_2) = 1,33 \text{ m. (2p, s5, m, k4)}$	
	
c) Az $m_1 \cdot (l/2) = m_2 \cdot d_2$ összefüggés mindkét oldalát osztjuk a mozgásidővel: $m_1 \cdot l/2 \cdot \Delta t = m_2 \cdot d_2 / \Delta t$. Viszont $d_2 / \Delta t = v_2$ és $l/2 \cdot \Delta t = v_1$. Ekkor: $m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2$. Innen: $v_1 = (m_2/m_1) \cdot v_2$. Számértékkel: $v_1 = (m_2/m_1) \cdot v_2 = (60/40) \cdot 0,5 = 0,75 \text{ m/s. (2p, s10, m, k2)}$	
d) $R = G_1 + G_2 + G_{\text{deszka}} = 400 + 600 + 250 = 1250 \text{ N. (2p, s1, m, k2)}$	
e) A deszkára négy erő hat: G_1 , G_2 , G_{fa} és N . (2p, s1, m, k2)	
3. feladat *(10p, s8, m, k12)	
a) A körömvágó két emelőtípusból áll: a nyomókar elsőrendű emelő, az alsó vágólap pedig harmadrendű. (2p, s2, –, k2)	
b) Az elsőrendű emelő rajza. (2p, s2, –, k2)	c) A harmadrendű emelő rajza. *(2p, s2, –, k2)
	
d) Az elsőrendű emelő esetén a következő erőkarok adódnak: $d_1 = 6 \text{ cm}$, $d_2 = 1 \text{ cm}$ Az emelő két végére ható erők az emelőt egyensúlyban tartják, az O pontra vonatkoztatott nyomatékok összege nulla. Ezekkel az adatokkal $R = d_1 \cdot F / d_2 = 6 \cdot 20 / 1 = 120 \text{ N. (2p, s2, m, k4)}$	
e) A körömvágó másik emelője harmadrendű, az erőkarok: $d_1' = 7 \text{ cm}$, $d_2' = 8 \text{ cm}$ Ezekkel az adatokkal $R' = d_1' \cdot F' / d_2' = 7 \cdot 120 / 8 = 840 / 8 = 105 \text{ N. (2p, s2, m, k2)}$	
Hivatalból: 3 pont	

ahhoz komolyabb kutatásokra lenne szükség. Itt megelégszünk egy becslésszintű eredménnyel.

A 3. táblázat A oszlopában rendszereztük a feladatlap szereplő mindegyik tétel esetén a tanulók által elért teljesítményt a 11 dolgozat átlagos relatív pontszáma alapján. A 100%-os teljesítmény azt jelenti, hogy az adott feladatot, részfeladatot a versenyen részt vevő minden tanuló tökéletesen teljesítette. A B kategóriát úgy definiáltuk,

mint az A komplementere: amit megoldottak, azt könnyűnek, amit nem, azt nehéznek tekintettük. (Választhatunk volna a két kategóriát egymás reciprokaként is.)

A táblázatban csillaggal jeleztük a komplexebb gondolkodási műveleteket igénylő kérdéseket, amelyek a Bloom-féle céltaxonómia magasabb szintű területeivel kapcsolatosak. A komplexitás kérdését az alábbiakban tárgyaljuk.

3. táblázat. A fenti feladatlap megoldásához szükséges gondolkodási műveletek, illetve a versenyen elért teljesítmények. A – a helyes megoldások százalékos eloszlása és B – a feladatok nehézségi foka

Képességek, gondolkodási műveletek	A (%)	B (%)
Lexikális tudás (a deszka tömegének kiszámítása, $m = \rho \cdot V$)	100	0
Lexikális tudás (egyszerű képlet, $m_1 \cdot d_1 = m_2 \cdot d_2$)	100	0
Lexikális tudás (egyszerű számítás, $v_1 = (m_2/m_1) v_2$)	93	7
Asszociáció, rugalmasság (képrejtvény)	91	9
Lexikális tudás, analízis, alkalmazás (az alátámasztási pontra ható erők)	81	19
Lexikális tudás (egyszerű számítás, az elsőrendű emelőnél az R erő kiszámítása)	80	20
Lexikális tudás, analízis, (a deszkára ható erők)	75	25
*Problémamegoldás, divergens gondolkodás (a változó erő munkája a d szakaszon)	67	33
Lexikális tudás (egyszerű számítás, a másodrendű emelőnél az R erő kiszámítása)	67	33
*Problémamegoldás, divergens gondolkodás (gyakorlati ismeretek, a szintvonalak menti ösvények kialakulása meredek domboldalon)	62	38
Lexikális tudás, alkalmazás (az elsőrendű emelő rajza a hatóerőkkel)	50	50
Analízis, alkalmazás (a két emelőtípus beazonosítása a körömvágónál)	43	57
Lexikális tudás, *elvont gondolkodás (a változó erő munkájának grafikonja)	40	60
Lexikális tudás, alkalmazás (a másodrendű emelő rajza a hatóerőkkel)	38	62
*Problémamegoldás (a lineárisan változó erő $F_{\text{közép}}$ középtértékének a kiszámítása)	0	100
Az előző lépés ismereteinek hiánya ellenére történő megoldás (lineárisan változó erő, az $F_{\text{közép}}$ munkájának a kiszámítása, noha nem ismert az $F_{\text{közép}}$)	0	100

Megjegyzés: Az eredmények csak tájékoztató jellegűek, mert kisszámú mintán (11 tanuló) születtek, de mintául szolgálhatnak további kutatásokhoz.

A feladatkészítő tanár dönti el azt, hogy a B értékei alapján mely feladatoknál kell csillaggal jelezni azok fokozott nehézségi fokát. Az egyik lehetséges kritérium az lehet, ha a megoldás során legalább több olyan lépés van, amelynél a B értéke közepes (például 50% körüli), vagy az legalább egyetlen lépést tartalmaz közel a 100% nehézségi fokhoz.

A feladatok nehézségi fokának elemzése

Az összegyűjtött feladatlapok és a feladatok megoldása a javítókulccsal együtt három évre vonatkozóan megtalálható Az „Öveges József – Vermes Miklós fizika-versenyek feladatai, 2022–2023–2024” című internetes anyagban [6], amely azon túl, hogy számos érdekes és változatos feladatot kínál a versenyzőknek, mintául szolgálhat a versenyfeladatok és a javítókulcsaik összeállításának. A továbbiakban a fenti anyag feladatlapjaiból válogattunk feladattípusokat, és tettünk kísérletet a feladatok nehézségi fokának becslésére.

A feladat *nehézségi fokát* – könnyű, közepes, nehéz és verseny- (olimpiai) szint – általában a következő öt

dimenzió mentén szokták jellemezni: 1) koncepcionális mélység és absztrakció, 2) szükséges matematikai apparátus, 3) a megoldás menet komplexitása, 4) az aha! faktor (szükséges intuíció), valamint 5) újszerűség és kontextus. A pontozási séma is több elemből tevődik össze.

Egy-egy feladat komplexitását a példatárakban néha csillaggal (*) szokták jelölni. Közismert, hogy egy feladat nehézségét két összetevő mentén lehet meghatározni. Az egyik a szubjektív tényező, a tanuló képességei, felkészültsége, motiváltsága. A jelen írásban az objektív tényezőkkel foglalkozunk; azzal, hogy hány komplex gondolkodási műveletet követel meg a feladat megoldása, hány számítási lépést kell elvégezni, és milyen szintű matematikai tudásra van szükség a feladat megoldásához. Így a feladat mellé nemcsak egy csillagot lehet elhelyezni, ha a feladat komplex, hanem további információkat is. Amellett, hogy mely korosztályhoz szól a feladat, megjelenhet a feladat komplexitását jelző csillag (*). Az, ahol nincs csillag kitéve, vagy csak lexikális tudást megkövetelő kérdés, egyszerű gyakorlat, vagy egyenletrendszerrel megoldható fizikafeladat. A csillag akár „furfangos” feladatot is jelezhet, amelynek megoldá-

sa kreativitást, eredetiséget vagy éppenséggel emelt szintű matematikai tudást igényel. Az ezt követő zárójelben első helyen a feladat vagy alpontja megoldásáért járó maximális pontszám szerepel (**p**), ez érdekelheti leginkább a tanulókat. A második helyen az s-hez társított szám (s – step) pedig a megoldási lépések számát jelzi. A harmadik helyen a kis vagy nagy m betű (m/M) szerepel, ami azt jelzi, hogy a megoldáshoz alapszintű matematikai ismeretekre (m), vagy emelt szintűre van szükség (M). Az utolsó szám a feladat megoldásához szükséges gondolkodási (k – kognitív) műveletek számát jelzi (k). A feladat összegző értékelése az egyes alpontok értékelésének összegzéséből áll. Így nézne ki egy feladat nehézségi fokát jelző részletesebb jelölés:

1. feladat – VII. oszt. *(3p, s12, m, k5)

A feladatlap elején kéne megadni a jelmagyarázatot: *Jelmagyarázat:* * – a feladat fokozott komplexitású, **p** – a helyes megoldásért járó pontszám, **s** – a megoldás lépéseinek száma, **m/M** – a matematikai tudás szintje (m – alapszintű, M – emelt szintű matematika), **k** – a gondolkodási műveletek száma.

A különböző feladattípusok és megoldásuk nehézségi fokának megállapítása

Az EMT által megszervezett *Öveges József – Vermes Miklós fizikaversenyre* évente átlagosan félezer tanuló jelentkezik, a döntő szakaszra hozzávetőlegesen 60–80 tanulót hívnak be. A feladatlapok feladatait részben kollégáktól kaptuk, részben az EMT FIRKA című lapjának különböző számaiból válogattuk [8], de átvettünk feladatokat a „Fizika példatár. Mechanika” [1], a „Fizikapéldatár. Elektromosság” [2] kiadványokból, egy IX–X. osztályos feladatgyűjteményből [4], és más példatárokból is, a romániai érettségi vizsga feladataiból, a „Fizika másképp. Tanulóknak-tanároknak” című [7] kötetből; és egy feladatot – kissé módosítva – a „123 furfangos fizikafeladat” című feladatgyűjteményből [3] is átvettünk.

Az „Öveges József – Vermes Miklós fizikaversenyek feladatai, 2022–2023–2024” című elektronikus anyagban [6] mintegy 125 feladat és még számos kérdés a következő változatokat tartalmazza:

Kérdéstípusok: képrejtvény; feleletválasztós, asszociációs; szórejtvény; kakukktojás; magyarázatkerő (természeti jelenségre, működési elvre, kísérletre stb.); táblázat kitöltése; gyakorlati tudást; térbeli látásmódot, elgondolást, belátást, becslést feltételező kérdés; beugratós; hipotézisalkotást igénylő kérdés; általános műveltséget igénylő kérdés;

Feladattípusok: kísérlettel egybekötött feladat, kísérlet tervezése; változatok megalkotása; extrapolációt kérő feladat; új összefüggés bevezetését kérő; vektormegoldású feladat; grafikonból leolvasott adatokkal megoldható feladat; összefüggésből kiinduló feladat;

problémajellegű feladat; képzelőerőt igénylő feladat; egyenletrendszer felállításával megoldható feladat; hibát tartalmazó feladat; emelt szintű matematikai ismeretekkel megoldható furfangos feladat; analitikus gondolkodást igénylő feladat; interdiszciplináris tájékozottságot feltételező feladat; elektrotechnikai ismereteket igénylő feladat; több úton is megoldható feladat; vegyes feladat; feladat megalkotása adott kritériumok alapján; opcionális feladat.

A jelen írás terjedelme nem teszi lehetővé a tárgyalat feladat megoldásához szükséges gondolkodási műveletek felsorolását a javítókulcsban, de ezeket figyelmes elemzés során könnyen meg lehet becsülni, amint a megoldásokhoz megkövetelt matematikai tudás szintjét is. A megoldáshoz szükséges lépések száma is könnyen összeszámolható.

Példák a kiadvány [6] feladatlapjain szereplő főbb feladattípusokra és azok jellemzésére

1. Képrejtvény – IX. oszt. (0,5p, s2, –, k2) Az ábrán egy fizikai fogalom képrejtvénye látható. A megfejtést írd az ábra alá! Azonos pontszám esetén számíthat a helyes megfejtés! (A válasz a javítókulcsban!)



2. Kérdés – VII. oszt. *(0,5p, s1, –, k2) Hogy alakulnak ki a meredek domboldalon az ösvények többnyire a szintvonalak mentén? Indokold meg a válaszod! A válaszod írd az ábra alá! (A válasz a javítókulcsban!)

3. Kiegészítés – VII. oszt. (4p, s4, m, k2) Töltsétek ki az alábbi táblázatot! Milyen anyagról van szó?

G (N)	V (cm ³)	ρ (g/cm ³)	Az anyag típusa	
0,936	12			Válasz: a vasról van szó.
1,56		7,8		
	27	7,8		

4. Maradj talpon! – IX. oszt. (1p, s1, –, k2) Írd be az üres mezőkbe a hiányzó betűket az elrejtett fogalom megfejtéséhez! Szabályosan ismétlődő időtartam körmozgásnál, rezgőmozgásnál.

	E			Ó			S
--	---	--	--	---	--	--	---

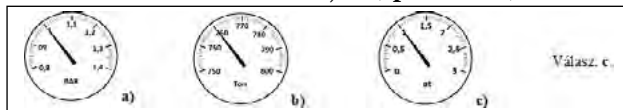
Megoldás: PERIÓDUS

5. Feleletválasztós – VII. oszt. (0,5p, s1, –, k2)

a) Karikázd be az alábbi kérdésekre a három válasz közül az egyetlen helyes választ!

Melyik skalár-mennyiség? (0,5p)	sebesség	erő	tömeg	V : a tömeg.
---------------------------------	----------	-----	-------	-------------------

b) Melyik barométer *nem* mutatja a normál nyomás értékét? Karikázd be a hibás betűjét! (1p, s1, -, k2)



6. Leírás mondatainak logikus sorrendbe rendezése:

szövegösszerakós. – XI. oszt. (9p, s10, -, k3)

Összekevertük egy leírás részeit. Rendezzük logikai sorrendbe számokkal a leírás mondatait, mondatrészeit! Az összekevert szöveg:

- 1) Ilyen lengő, rezgő mozgást végez a hinta, illetve függőleges mentén a rugós szék a játszótéren.
- 2) az egyensúlyi helyzetük mindkét oldalán ismétlődő (periodikus) mozgást végeznek,
- 3) Az így mozgó testeket meg *oszcillátoroknak* nevezzük.
- 4) A hinta mozgását modellezi a felfüggesztett fonálon lengő pici, de súlyos test,
- 5) A rugós székét pedig a felfüggesztett, acélrugón lengő súly, a rugalmas inga.
- 6) Az oszcillátorok maximális kitérését *amplitúdónak* (A) nevezzük.
- 7) Amikor rugalmas testek
- 8) az ún. *matematikai síkínga* mozgása.
- 9) *harmonikus rezgőmozgásnak* nevezzük.
- 10) – amelyekben a fellépő (F_r) rugalmas erő arányos az y kitéréssel ($F_r = -k \cdot y$)

Minden egymást helyesen követő két mondatrészt 1–1 pont jár, de más megoldás is elfogadható, ha a leírás értelmes marad. A helyes megoldásért összesen 9 pont kapható. A helyes sorrend: 7, 10, 2, 9, 3, 6, 1, 4, 8, 5.

7. Asszociáció – XI. oszt. (4p, s5, -, k3)

Társítsuk a hullámokkal kapcsolatos jelenségeket (számot) azok meghatározásaihoz (betűhöz)!

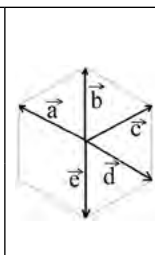
A) Két koherens hullám szuperpozíciója a közös hullámtérben.	1. visszaverődés
B) Akadály megkerülése a hullám által, ha a mérete összemérhető a hullámhosszal.	2. törés
C) Transzverzális hullámok rezgésirányának részleges vagy teljes korlátozása.	3. interferencia
D) A hullám visszatérése ugyanabba a közegbe két különböző sűrűségű közeg határfelületéről.	4. diffrakció
E) A hullám terjedési irányának megváltozása két különböző sűrűségű közeg határfelületén áthaladásakor.	5. polarizáció

Megoldás: A–3, B–4, C–5, D–1 (4 pont), és amiért nem jár pont, mert az E–3 magától adódik.

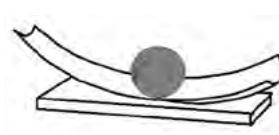
8. Gyakorlat – VII. oszt. (2p, s4, m, k3)

Az ábra öt, azonos nagyságú vektort tartalmaz, amelyeknek közös támadópontjuk egy szabályos hatszöget körülíró kör középpontjában, a csúcsaik pedig a hatszög csúcsaiban vannak. Hol helyezkedik el az eredő vektor?

Megjegyzés: A (2p, s4, m, k3) jellemzésben $k = 3$, mivel analízis, lexikális tudás és következtetés jöhet számításba a megoldáshoz.



9. Feladat – XI. oszt. *(2p, s5, m, k4) Az ábrán a kolozsvári Báthory István líceum eszköze látható.



- a) Számítsd ki a golyó egy teljes lengési idejét akkor, amikor különböző görbületi sugarú vályúkban súrlódás nélkül (például légpárnán) mozog!

Számadatok: $R_1 = 1$ m, $R_2 = 0,5$ m, illetve $R_3 = 0,3$ m.

*(1p, s4, m, k3)

- b) Mi a neve az eszköznek akkor, amikor a lengésidő 2 s? (1p, s1, -, k1)

Megoldás: A vályúban a golyó súrlódásmentesen mozog, nem forog; ugyanúgy mozog, mint egy gravitációs inga, csak támasztóerővel.

Így: $R_1 = l_1 = 1$ m, $R_2 = l_2 = 0,5$ m, $R_3 = l_3 = 0,3$ m.

- a) A periódusok: $T_1 = 2$ s, $T_2 = 1,4$ s, $T_3 = 1,1$ s *(1p, s4, m, k3), $s = 4$ lépés, mivel támasztó erő munkál (*analógia), és 3 periódusértéket kell kiszámítani.

- b) Az eszközt másodpercíngának nevezzük, amikor a lengésidő 2 s. (1p, s1, -, k1)

10. Problémafeladat – XI. oszt. *(2p, s4, m, k4) Egy acélrudat mintegy fél méter magasból függőlegesen ráejtünk egy vastag fémlapra, amin 1,25 ms ideig marad ott, utána visszapattan. Milyen hosszú a rúd, ha ismert az acél sűrűsége ($\rho = 7800$ kg/m³) és a Young-féle rugalmassági modulusa ($E = 2 \cdot 10^{10}$ N/m²)?

Megoldás: A longitudinálisan kapott ütés a rúdban szintén longitudinális hullámok formájában terjed a

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{10}}{7,8 \cdot 10^3}} = 1600 \text{ m/s sebességgel. (1p, s2, m, k2)}$$

A rúd addig marad a fémlapon, *amíg a lökéshullám visszsa nem ér a másik végéről, azaz $2 \cdot l = v_l \cdot \Delta t$, ahonnan $l = 1600 \cdot 1,26 \cdot 10^{-3} / 2 \approx 1$ m. (1p, s2, m, k2)

Köszönetnyilvánítás

A teljesség igénye nélkül köszönettel tartozunk mindazon kollégáknak, akik az Öveges–Vermes fizikaversenyhez az évek során a feladatlapokat összeállították: Darvay Béla, Tellmann Jenő, Tóth Mária, Tóth Sándor, Karácsony János, illetve az EMT titkárságának tagjai, akik a feladatlapokat elektronikusan megszerkesztették: Virág Péter,

Horváth Erika, Pap Tünde és Prokop Zoltán. Köszönet illeti a feladatlapokhoz feladatokat beküldő kollégákat: Kozma Tamás, Rend Erzsébet, László Judit, Pető Mária, Faluvégi Ervin, Máthé Márta és Lázár Zsolt, valamint a „FIRKA” című lap feladatszerzőit: Néda Árpád, Néda Zoltán, Karácsony János, Bíró Tibor és Ferenczi János. Külön köszönettel tartozunk Honyek Gyulának, a verseny feladatainak ellenőrzésében nyújtott önzetlen segítségnyújtásért. Végül köszönetünket fejezzük ki a kolozsvári BBTE Fizika Kar oktatóinak azért, hogy 2025-től Lázár Zsolt koordinálásával felvállalták a fizikaverseny feladatlapjainak összeállítását.

Irodalom

1. Darvay B., Kovács Z., Lázár J., Tellmann J. (1997): Fizika példatár. Mechanika. EMT, Kolozsvár.
2. Darvay B., Kovács Z., Lázár J., Tellmann J. (2022): Fizikapéldatár. Elektromosság. Ábel Kiadó, Kolozsvár.

3. Gnädig P., Honyek Gy. (1997): 123 furfangos fizika feladat. ELFT kiadása, Budapest.
4. Hristev, A., Manda, D., Borşan, D., Sandu, M. (1983): Probleme de fizică pentru clasele IX–X. Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti.
5. Kovács Z. (2020): Fizikai ismeretek és a fizika tananyag nehézségi foka – minőségi vizsgálat. Magiszter. 2020. 1. 69–77. https://epa.oszk.hu/03900/03976/00059/pdf/EPA03976_magiszter_2020_01_069-077.pdf
6. Az Öveges József – Vermes Miklós fizikaversenyek feladatai. 2022–2023–2024. <https://felho.emt.ro/f/9b9c9e95373f4b7d8229/>
7. Kovács Z. (2022): Fizika másképp – tanároknak, tanulóknak. Ábel kiadó, Kolozsvár. (pp. 88–91) ISBN 978-973-114-296-8
8. A FIRKA archívuma: <https://www.emt.ro/firka-cikkarchivum>

Ajánlott irodalom

9. Csapó B. (1992): Kognitív pedagógia. Akadémiai Könyvkiadó, Budapest.
10. Csapó B. (1998): Az iskolai tudás. Osiris Könyvkiadó, Budapest.
11. Zátanyi Sándor (2001): Képességfejlesztő fizikatanítás. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

ÁLLANDÓ MÁGNESEK ELRENDEZÉSEINEK KÍSÉRLETI TANULMÁNYOZÁSA

Simon Alpár[@], Tunyagi Arthúr Róbert, Bodó Kinga

Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Fizika Kar, Magyar Fizika Intézet, Kolozsvár, Románia

[@]E-mail: alpar.simon@ubbcluj.ro

A soros és párhuzamos kapcsolás fontos szerepet kap a fizikaoktatásban. Az áramforrások, a fogyasztók és ellenállások, illetve a kondenzátorok kapcsolása ott található minden fizikatankönyv elektromosságtannal foglalkozó részében [1, 2]. Magasabb szinten már találkozhatunk ezekkel a kapcsolásmódokkal a mechanikában és a számítógépes fizikában is, ahol a rugók közös viselkedése rugótömbök formájában ír le és modellez számos jelenséget [3]. És a tekercsek soros vagy párhuzamos csatlakoztatása a lineáris elektrotechnikának szintén igencsak fontos részét képezi [4].

A műszaki alkalmazásokban jelen levő mágneses teretek egyik legfontosabb forrása az állandó mágnes. Mára már ezek olyan mágneses tulajdonságokkal rendelkező anyagokból készülnek, amelyek, a kis fizikai méret ellenére is igen nagy indukciójú teret tudnak létrehozni. Ez a láthatatlan tér az elméleti és a számítógépes fizika révén

előre láthatóvá, kiszámíthatóvá és kirajzolhatóvá válik számos szokványos mértani alakú mágnes számára [5–13]. A létrehozott mágneses tér kísérleti jellemzése és feltérképezése sem tűnik annyira nehéz feladatnak: a rendelkezésünkre álló magnetométerek lehetőséget adnak a tér különböző pontjában uralkodó mágneses indukció mérésére, a különböző mágnesek között kialakuló von-



Tunyagi Arthúr Róbert a Babeş-Bolyai Tudományegyetem Fizika Karán egyetemi adjunktus. Doktori címét 2004-ben az Osna-brücker Egyetemen szerezte. Kutatási területe a mikrokontrollerek által vezérelt mérések alkalmazása a fizikában.



Simon Alpár a Babeş-Bolyai Tudományegyetem Fizika Karán egyetemi docens. Doktori disszertációját „magna cum laude” minősítéssel 2002-ben védte meg. Kutatási érdeklődési köréhez a modern fizikaoktatás, az interdiszciplináris fizika, a mikrokontrollerek által vezérelt szenzoros mérések és a gázkisülések fizikája tartozik.



Bodó Kinga a Babeş-Bolyai Tudományegyetem Fizika Karán, mérnöki fizika szakon végezte egyetemi tanulmányait. Jelenleg a kolozsvári Műegyetem keretén belül működő Advanced Techniques in Automotive Engineering szakirány mesterképzéses hallgatója.

zó vagy taszító kölcsönhatás mérését pedig egyre modernebb erőmérő eszközök segítik [14–19]. Nagyobb kihívásnak tűnik az, amikor egy önálló mágnes vagy több mágnes valamilyen fajta geometriai elrendezésének terét és kifejtett erejét kell mennyiségi-
leg jellemezni [20–22]. Észrevehető, hogy a nagyon egyszerűnek tűnő soros vagy párhuzamos mágneses elrendezések jellemzése hiányzik ezekből a munkákból.

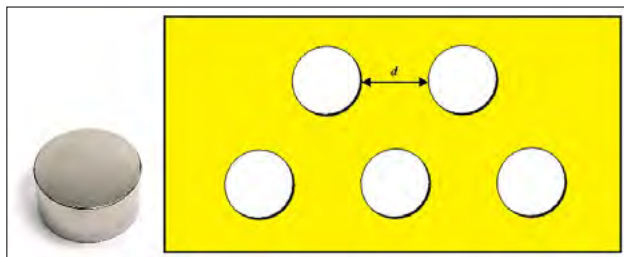
A számos tudományos alkalmazás mellett az állandó mágneseknek fontos demonstrációs szerep jut az iskolai fizikaórák vagy tudománynépszerűsítő események keretén belül [23, 24].

A következőkben bemutatunk néhány olyan egyszerű kísérleti tér- és erőmérést, amelyet neodímium mágnesek soros és párhuzamos tengelyszimmetrikus elrendezésének szimmetriatengelyén végeztünk el. Reménységünk szerint munkánk segítséget nyújthat az ilyen irányú fizikaoktatásnak.

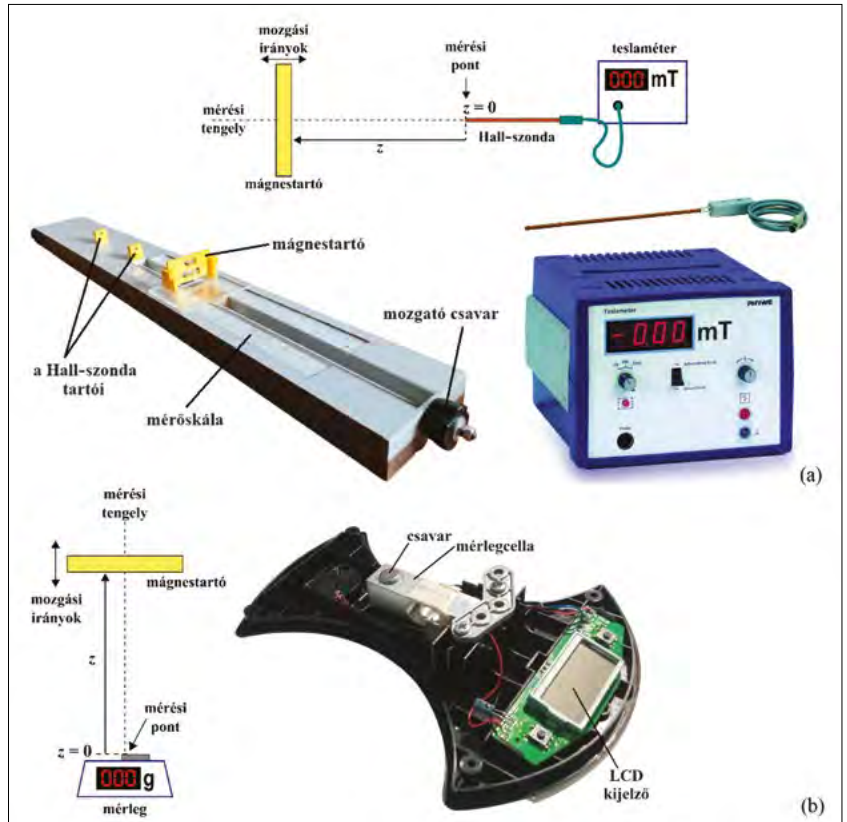
Szükséges anyagok, eszközök és mérési összeállítások

Tanulmányunkban axiális mágnesezettségű, korong alakú, 10 mm × 5 mm nagyságú, N35 típusjelzésű neodímium mágneseket használtunk [25]. Ezeket a kísérleti mérések során 3D-nyomatott 36 mm × 70 mm nagyságú mágnesstartókban rögzítettük (1. ábra). A tengelyszimmetriás elrendezések megvalósíthatóságát összesen 5 darab, 2 sorban elhelyezett 10 mm átmérőjű lyuk biztosítja. A tartók három különböző lyuktávolsággal készültek: $d = 0$ mm, 1 mm és 10 mm.

A konfigurációk mágneses terének indukcióját egy 2 T-s, axiális Hall-szondával ellátott, Phywe típusú teslaméterrel mértük meg [26, 27]. Az önálló mágnesek vagy a mágneses elrendezések által kifejtett erő mérésére egy módosított digitális mérleget használtunk (az alumínium mérlegcellát egy ferromágneses anyagból készült csavar segítségével tettük érzékenyvé a mágnes számá-



1. ábra. A neodímium mágnes és a mágnesstartó



2. ábra. A mágneses indukció (a) és erő (b) mérésére szükséges kísérleti elrendezés elve és elemei

ra). A mérési elvet és a felhasznált eszközöket a 2. ábra szemlélteti.

A méréseket mindkét esetben a távolság függvényében végeztük, a mérési tengely pedig megegyezett a mágnes vagy a mágneses elrendezés szimmetriatengelyével.

Egy önálló mágnes jellemzése

Egy korong alakú önálló mágnes szimmetriatengelyén, a fedőlapjától z távolságra a mágneses indukció kifejezését a

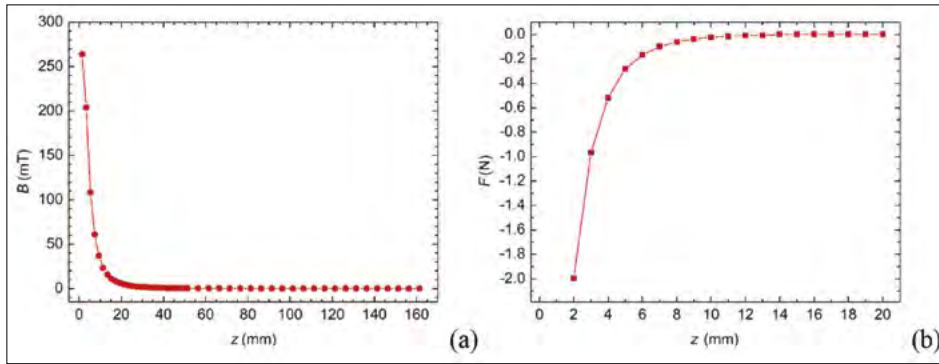
$$B(z) = \frac{B_r}{2} \left[\frac{z + D}{\sqrt{R^2 + (z + D)^2}} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right]$$

összefüggés írja le [28], ahol B_r a mágnes remanens mágnesezettsége, D a mágneskorong vastagsága, R pedig annak sugara. Ebből következően, ha m jelöli a csavar ferromágneses anyagához rendelhető és a z irányba mutató mágneses dipólusmomentumot, akkor a mágnes által kifejtett erő távolságtörvényét a

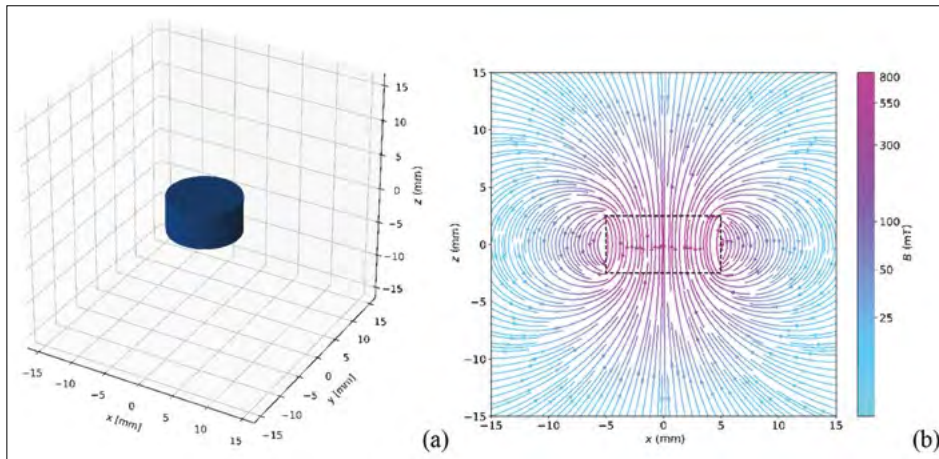
$$F(z) = m \frac{dB(z)}{dz}$$

$$= m \frac{B_r}{2} \left\{ \frac{R^2}{\left[R^2 + (z + D)^2 \right]^{3/2}} - \frac{R^2}{\left[R^2 + z^2 \right]^{3/2}} \right\}$$

kifejezés fogja megadni. Belátható, hogy az erőmérések



3. ábra. Önálló mágnes által létrehozott mágneses indukció (a) és a kifejtett mágneses erő (b) távolságfüggése



4. ábra. A Magpylib-szimuláció eredményei egy mágnesre: (a) a mágnes térbeli elhelyezése, (b) a mágneses erővonalak eloszlása

relatív mérések lesznek, hiszen a mért erő nagysága szoros összefüggésben van a felhasznált csavar mágneses tulajdonságaival.

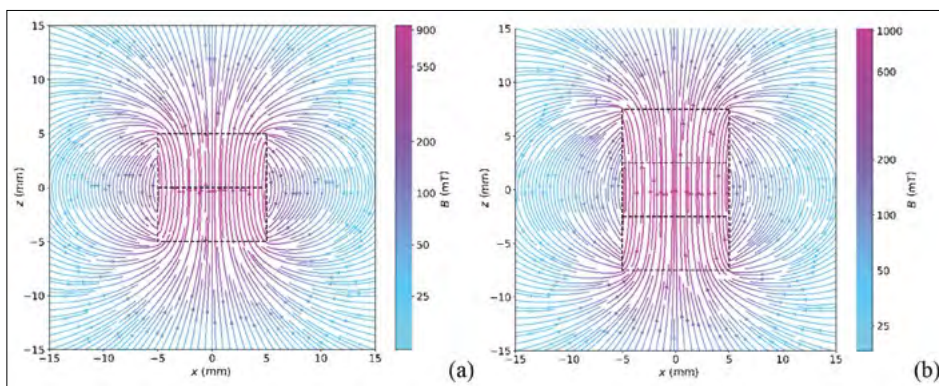
Amikor egy mágnes terét vizsgáljuk, a bemutatott mágnesstartók háromlyukas részén a középső lyukat használtuk, ez biztosította a rendszer tengelyszimmetriáját. A mérések eredményeit a 3. ábrán szemléltetjük.

Észrevehető, hogy a mágnesről mintegy 35–40 mm távolságra a tér indukciója már méréshatár alatt van, illetve az erőmérések negatív értékeket adnak. Ez utóbbi természetes, és a mérleg működési elvéből származik, mivel a mágnes nem nyomni fogja a mérlegcellát, hanem vonzza azt. Ugyanezen a grafikonon megfigyelhető az is,

kezdeti mérési pont ($z = 0$) egy fél mágnesmagassággal tolódik el ehhez a középponthoz képest.

A mágnesek soros elrendezése

A mágnesek soros elrendezése azt jelenti, hogy az egyik mágnes déli pólusa a másik északi pólusához kapcsolódik. Kísérleteink során két, illetve három egyforma mágnes soros elrendezését tanulmányoztuk (a sorosan elhelyezett mágnesek úgy kerültek be a mágnesstartóba, hogy a Hall-szenzorhoz legközelebbi mágnes a tartó lapjának síkjában legyen). A létrehozott mágneses terek erővonalait az 5. ábra szemlélteti.



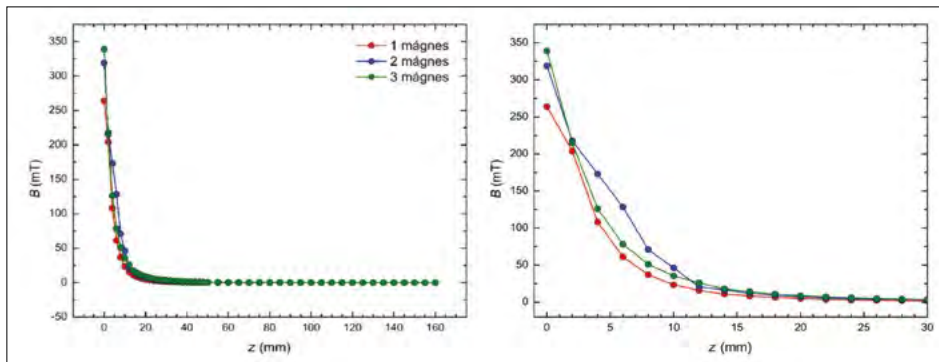
5. ábra. A mágneses tér erővonalai két (a) és három (b) mágnes soros csatolása esetén

hogy az erőmérések során csak 2 mm-re közelítettük meg a mérlegcellát. Ez annak tulajdonítható, hogy a viszonylag nagy erőértékek miatt ennél az értéknél kisebb távolságokra a mérlegcella alkalmoszerűen elhajlik, és összeérhet a mágnessel. Ezért ezt a távolságtartományt mellőztük további méréseink során.

A mágneses tér erővonalainak kirajzolását a Magpylib nevű Python-csomag segítségével valósítottuk meg [29, 30]. Felhasználva ezt a programcsomagot, egy önálló mágnes térbeli elhelyezkedését és az erővonalak eloszlását a 4. ábrán szemléltetjük. A már fentebb említett mágnes az O_{xyz} koordinátarendszer origójában helyezkedik el, középpontjának koordinátái (0, 0, 0). A későbbi méréseket az O_z szimmetriatengely mentén végezzük, a

A szimmetriatengelyen végzett térmérések eredményeit – összehasonlítva az önálló mágnes terével – a 6. ábra szemlélteti.

Megfigyelhetjük, hogy a soros elrendezések természetesen erősebb tereket hoznak létre, de ezek a terek gyengébbek, mint a két vagy három önálló mágnes terének összege. Az eredmények kitűnő didaktikai bizonyítékai annak, hogy



6. ábra. A soros elrendezések terének mágneses indukciójának távolságfüggése és a $z = 0\text{--}30$ mm mérési tartomány kinagyított látképe

két vagy három mágnes nem lesz kétszer vagy háromszor erősebb, mint egy.

Felhasználva az önálló mágnes indukciójának távolságfüggését, méréseinket analitikus úton is alá tudjuk támasztani. Ha a mérési pont az első mágnes fedőlapjától z távolságra lesz, akkor a második fedőlapjától $D + z$, a harmadikétől pedig $D + D + z$ lesz ez a távolság, két mágnesre az eredő tér indukciója

$$B_{1+2}(z) = \frac{B_r}{2} \left(\frac{D + D + z}{\sqrt{R^2 + (D + D + z)^2}} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

$$= \frac{B_r}{2} \left(\frac{2D + z}{\sqrt{R^2 + (2D + z)^2}} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

lesz, háromra pedig

$$B_{1+2+3}(z) = \frac{B_r}{2} \left(\frac{D + D + D + z}{\sqrt{R^2 + (D + D + D + z)^2}} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

$$= \frac{B_r}{2} \left(\frac{3D + z}{\sqrt{R^2 + (3D + z)^2}} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right).$$

Összehasonlítva az önálló mágnes indukciójának távolságtörvényével, nagyon jól látszik, hogy indukcióérték szempontjából a két vagy három sorosan kapcsolt mágnes egy olyan eredő mágnessel helyettesíthető, amely ugyanab-

szönhetően nagyobb erő kifejtésére leszünk képesek, de ez sem lesz kétszer vagy háromszor nagyobb, mint az önálló mágnessel mért erő.

A mágnesek párhuzamos elrendezése

A mágnesek párhuzamos kapcsolása azt jelenti, hogy a felhasznált mágnesek azonos pólusai a mágnesstartó ugyanazon oldalán találhatók. Kísérleteink során két, illetve három mágnes tengelyszimmetriás párhuzamos elrendezését tanulmányoztuk a mágnesek közötti távolság függvényében.

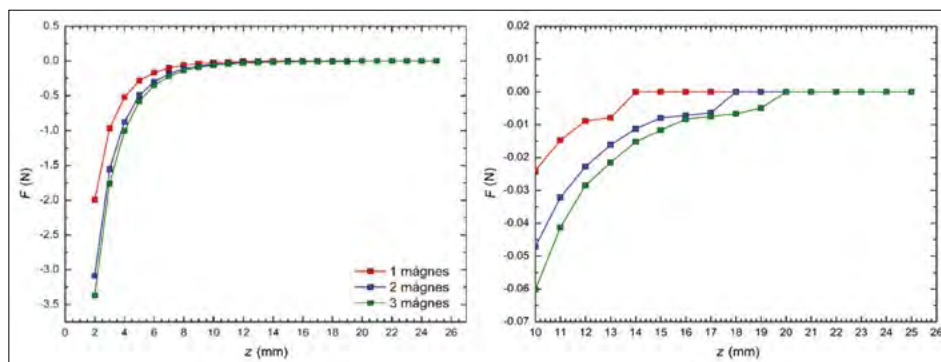
Az elrendezéseket és a létrehozott mágneses terek erővonalait 0 mm-es mágnes-távolságra a 8. ábrán mutatjuk be.

Három mágnes esetén az eredő tér mágneses indukciójának távolságfüggését a 9. ábra szemlélteti.

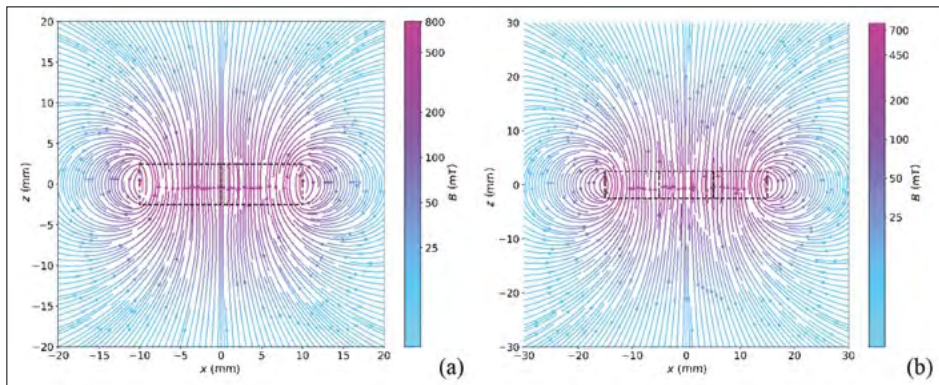
Amint észrevehető, a távolságfüggés hasonló kinézetű, és az eredő terek valamivel erősebbek, mint egy mágnes tere, de gyengébbek, mint a soros csatlakoztatás esetén.

Nagyon érdekesen alakul két párhuzamosan elrendezett mágnes eredő terének távolságfüggése (10. ábra). Az eredő térindukciók kisebb értékűek, mint egy önálló mágnes vagy a megfelelő soros csatlakozás esetén, és a távolságfüggések is teljesen másképp néznek ki. Egy maximumot mutatnak a mágnesstartó közelében, illetve a nagyobb mágnes-távolságokra (10 mm) a mért indukció értéke negatív. Ezen eredmények analitikus alátámasztása és a soros elrendezés esetéhez hasonló eredő mágnes megtalálása lehetetlen feladat, mivel egyik esetben sincs mindkét mágnes a mérési szimmetriatengelyen, és ezért az elliptikus integrálok használata elkerülhetetlenné válik.

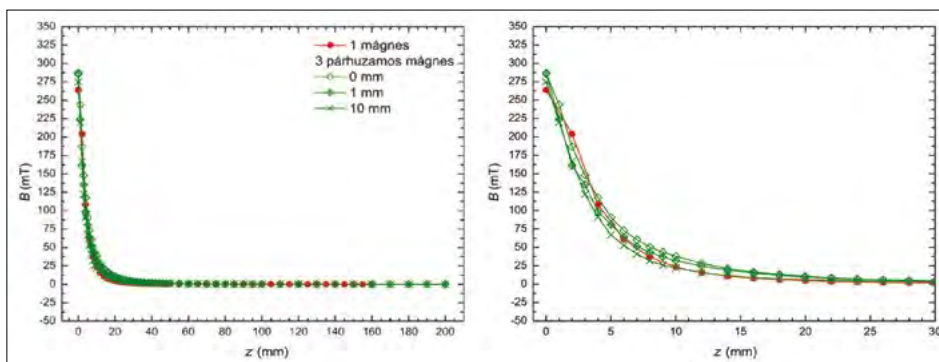
A leglátványosabb és didaktikai szempontból is elfogadható magyarázatot az



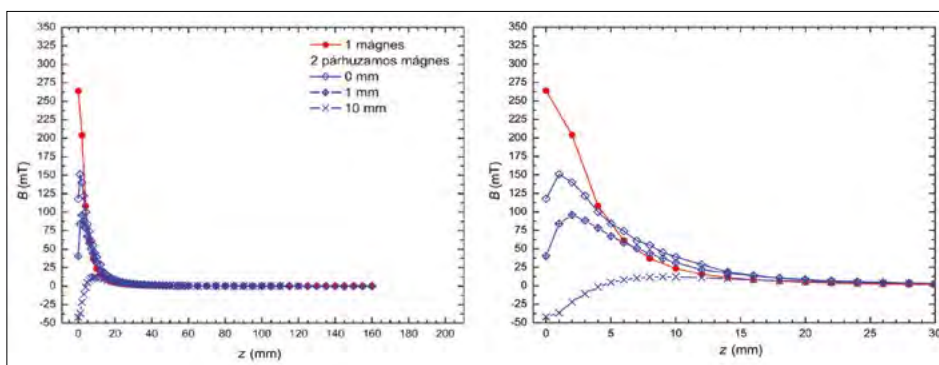
7. ábra. A soros elrendezések által kifejtett mágneses erők távolságfüggése és a $z = 10\text{--}25$ mm mérési tartomány kinagyított látképe



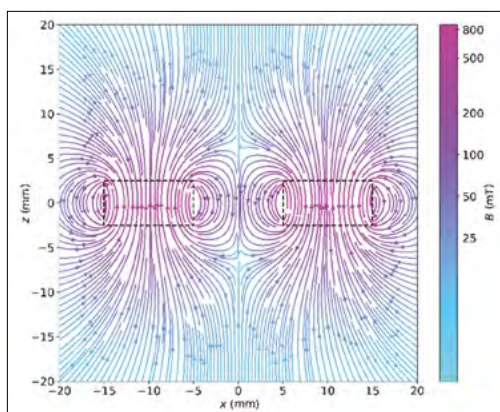
8. ábra. A mágneses tér erővonalai két (a) és három (b) mágnes párhuzamos csatolása esetén, a mágnesek közötti távolság 0 mm



9. ábra. Három mágnes párhuzamos elrendezése által létrehozott tér mágneses indukciójának távolságfüggése és a $z = 0-30$ mm mérési tartomány kinagyított látképe



10. ábra. Két mágnes párhuzamos elrendezése által létrehozott tér mágneses indukciójának távolságfüggése és a $z = 0-30$ mm mérési tartomány kinagyított látképe



11. ábra. Két mágnes párhuzamos elrendezése által létrehozott tér mágneses erővonalai 10 mm-es mágnes távolság esetén

erővonal-kirajzolás hozzá meg. Nagyobb mágnes távolságokra (10 mm) igen jól látszik, hogy a két mágnes közötti térrészben az erővonalak visszafelé mutatnak (11. ábra).

A párhuzamos elrendezések által kifejtett erők hasonló távolságfüggést és viselkedést mutatnak az eddig bemutatott esetekkel.

Következtetések

Mágnesek soros és párhuzamos kapcsolását vizsgáltuk meg viszonylag egyszerű kísérleti összeállítások segítségével. Kísérletileg is bizonyítottuk, hogy több azonos mágnes soros elrendezése nem fog a felhasznált mágnesek számával arányosan erősebb mágnes teret eredményezni, és demonstráltuk, hogy párhuzamos kapcsolás és páratlan számú mágnes esetén hasonló viselkedést kapunk a soros kapcsolással. Ezzel szemben, páros számú mágnes párhuzamos kapcsolása furcsább távolságfüggésekhez vezet. A mérések során fellépő esetleges nehézségek közül megemlíthetjük a kisebb lépésekben történő mérések hiányát, illetve a kézzel végzett távolodó vagy közelítő mozgatus

során véletlenszerűen fennálló szimmetriatengely-elhagyás veszélyét. Ezen gondok orvoslására készült el a kísérleti berendezés egy továbbfejlesztett lineáris léptetőmotoros változata [31].

A kísérletek, a mérések és a szimulációk a szakköri tevékenységen részt vevő természettudományos és műszaki érdeklődésű gimnazisták, illetve a fizika szakos főiskolai vagy egyetemi hallgatók számára hasznos segítséget tudnak nyújtani.

Irodalom

1. Budó Ágoston (1991): Kísérleti Fizika II. Tankönyvkiadó, Budapest.
2. Szalay Béla (1982): Fizika. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

3. Sándor Bulcsú, Neda Zoltán, Járαι-Szabó Ferenc, Tél Tamás (2014): Káosz a futószalagon. *Fizikai szemle*, 2014/2, 40–45.
4. Gergely István (2011): Elektrotechnika. Generál Press Könyvkiadó, Budapest.
5. C. Treutler (2001): *Sensors and Actuators A: Physical*, 91, 2–6.
6. K. Sakamoto, Y. Iwaji, T. Endo, T. Taniguchi, T. Niki, M. Kawamata, A. Kawamura (2007): Power Conversion Conference – Nagoya. *IEEE*, 1119–1125.
7. M. Riley, A. Walmsley, J. Speight, I. Harris (2002): *Materials Science and Technology*, 18, 1–12.
8. P. Granum, M. L. Madsen, J. T. Kerr McKenna, D. L. Hodgkinson, J. Fajans (2022): *Nuclear Inst. and Methods in Physics Research*, A 1034, 166706.
9. M. Ortner, L. G. Coliado Bandeira (2020): *SoftwareX*, 11, 100466.
10. <https://www.kjmagnetics.com/specs.asp>
11. <https://www.supermagnete.de/eng/physical-magnet-data>
12. <https://www.supermagnete.de/eng/faq/How-do-you-calculate-the-magnetic-flux-density>
13. <https://www.kjmagnetics.com/fieldcalculator.asp>
14. E. R. Forringer (2022): *The Physics Teacher*, 60, 539–541.
15. J. L. Sandoval, A. Porta, P. Segarra (1990): *The Physics Teacher*, 28, 124–125.
16. L. E. Gayetsky, C. L. Caylor (2007): *The Physics Teacher*, 45, 348–351.
17. D. Amrani (2015): *Physics Education*, 50, 142–145.
18. M. Connors (2002): *The Physics Teacher*, 40, 308–311.
19. K. Kodama (2009): *Physics Education*, 44, 276–280.
20. J. M. M. Rovers, J. W. Jansen, E. A. Lomonova, M. J. C. Ronde (2009): *IEEE Transactions on Magnetics*, 45(10), 4372–4375.
21. Ch. Ruback, J.-P. Yonnet, H. Allag, B. Delinchant, O. Chadebec: *IEEE Transactions on Magnetics* 49 (1), 144–147 (2013)
22. O. Tretiak, P. Blümmler, L. Bougas (2019): *AIP Advances*, 9, 115312.
23. Márki-Zay János (2014): Kísérletek mágnesekkel és mágneses ingasorral. *Fizikai Szemle*, 2014/2, 65–69.
24. Juhász András (2006): Egyszerű kísérletek mágnesekkel. *Fizikai Szemle*, 2006/11, 371–375.
25. <https://www.euromagnet.hu/neodimium-magnesek/neodimium-korong/neodimium-korong-magnes-10mm-x-5mm-n35>
26. https://www.phywe.com/equipment-accessories/measurement-devices/oscilloscopes/phywe-teslameter-digital_2108_3039/
27. <https://www.phywe.com/physics/electricity-magnetism/electrostatics-electric-field/hall-probe-axial/a-2172/>
28. David K. Cheng (1989): *Field and Wave Electromagnetics*. Addison-Wesley.
29. <https://magpylib.readthedocs.io/en/stable/>
30. M. Ortner, L. G. Coliado Bandeira (2020): *SoftwareX*, 11, 100466
31. K. Bodó, A. R. Tunyagi, A. Simon (2023): *Studia Universitatis Babeş-Bolyai, Seria Physica*, 68(1–2), 13–24.

DIÁKPROJEKT A HOMOKDOMB KRITIKUS VISELKEDÉSÉNEK TANULMÁNYOZÁSÁRA

Szenkovits Ervin¹, Popa Márta¹, Járαι-Szabó Ferenc^{2,*}

¹János Zsigmond Unitárius Kollégium, Kolozsvár, Románia

²Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Fizika Kar, Magyar Fizika Intézet, Kolozsvár, Románia

*E-mail: ferenc.jarai@ubbcluj.ro

Egy egyszerű homokdomb-kísérlet középiskolai megvalósítását mutatjuk be, amely révén a tanulók közvetlenül észlelhetik a lavinajelenségeket. A mért eloszlás statisztikai jellemzőinek vizsgálata után a klasszikus homokdomb-modell és egy sztochasztikus mikrolavina-modell segítségével magyarázzuk a megfigyelt eloszlásokat.

Egyszerű rendszer, bonyolult viselkedés

A lavinák kialakulásának megértése és modellezése az 1980-as években került a fizikai kutatások középpontjába az *önszerveződő kritikus rendszerek* (self-organized criticality, SOC) elméletének megfogalmazásával.

B. P. Bak és munkatársai mutatták be 1987-ben a SOC koncepciót a homokdomb-modell segítségével [1]. A homokdomb-modell lényege, hogy egy diszkrét rácson



Popa Márta címzetes fizikatanár és tehetséggondozó mentor, a kolozsvári János Zsigmond Unitárius Kollégium igazgatója. Szerepet vállal a fizikatanítás módszertani fejlesztésében, versenyek szervezésében és tankönyvek lektorálásában. Számos oktatási segédanyagot publikált, munkájában a kísérletezés és a tanulói aktivitás ösztönzése kiemelt szerepet kap.



Szenkovits Ervin a kolozsvári János Zsigmond Unitárius Kollégiumban érettségizett 2025-ben. Fizika iránti érdeklődése és kitartó munkája eredményeként felvételt nyert a Babeş-Bolyai Tudományegyetem Fizika Karára. Középiskolai éveit aktívan részt vett fizikai kísérletekben és tudományos projektekben.



Járαι-Szabó Ferenc, fizikus, egyetemi docens, a Babeş-Bolyai Tudományegyetem Magyar Fizika Intézetének vezetője. Doktori címét 2007-ben szerezte. Kutatási területe a számítógépes és statisztikus fizika interdiszciplináris alkalmazása, elsősorban a komplex rendszerekben megjelenő önszerveződő folyamatok modellezésére és megértésére.

homokszemeket adunk a rendszerhez véletlenszerű helyeken. Ha egy cellába túl sok szemcse kerül, az a szomszédjaira dől, ami lavinaszerűen továbbterjedő omlásokhoz vezethet, egészen addig, mígnem a rendszer újra stabilizálódik. Így e modell jól érzékelteti, hogyan válhat ki egyetlen szemcse kisebb vagy akár kiterjedt, sok szemcse mozgásával járó omlást (lavinát) is. Ilyen rendszerekben a lavinák méreteloszlása skálafüggetlen, $p(u) \sim u^{-\tau}$ típusú hatványfüggvényt követ. Az u nagyság szerinti eloszlás tehát nem egy csúcs köré csoportosul (mint például a Gauss-eloszlásnál), hanem u növekedésével csak lassan csökken, tehát a nagyon gyakori sok kis esemény mellett ritkábban előfordulhatnak rendkívül nagy omlások is. A skálafüggetlenség azt jelenti, hogy az eloszlásnak nincs jellemző mérete. Ha a rendszert kinagyítjuk vagy lekicsinyítjük, a statisztikai törvényszerűségek változatlanok maradnak.

Számos természeti jelenség kapcsán megfigyelhető ez a fajta statisztikus viselkedés. Például a földrengések magnitúdóeloszlása is hatványtörvényt követ, amit a jól ismert Gutenberg–Richter-féle törvény ír le [2, 3]. Mindezek miatt a lavinadinamika egy izgalmas, modern fizikai téma, amely szemléletes példája annak, hogyan vezethet egyszerű, helyi kölcsönhatás globálisan összetett, előre nem jelezhető viselkedéshez.

A homokdomb-jelenség tanulmányozása középiskolai projektnek kiválóan alkalmas. A diákok hozzáférhető eszközök segítségével láthatják a kritikus homokdomb-lejtő kialakulását, és a kisebb-nagyobb omlásokat, lavinákat. Ha egy szem homokot ejtünk egy kritikus állapotú halom tetejére, a halom oldalán eltérő méretű lavinák indulhatnak el. Bár a lokális szabályrendszer determinisztikus, a kiindulópont véletlenszerűsége és a rendszer sűrű konfigurációja miatt a lavinák mérete jelentős ingadozást mutathat. A téma erősen interdiszciplináris, hiszen a kísérleti megfigyelések mellett a diákok elemi statisztikai adatfeldolgozást végezhetnek, és akár egyszerű számítógépes szimulációt is írhatnak a jelenség modellezésére [4].

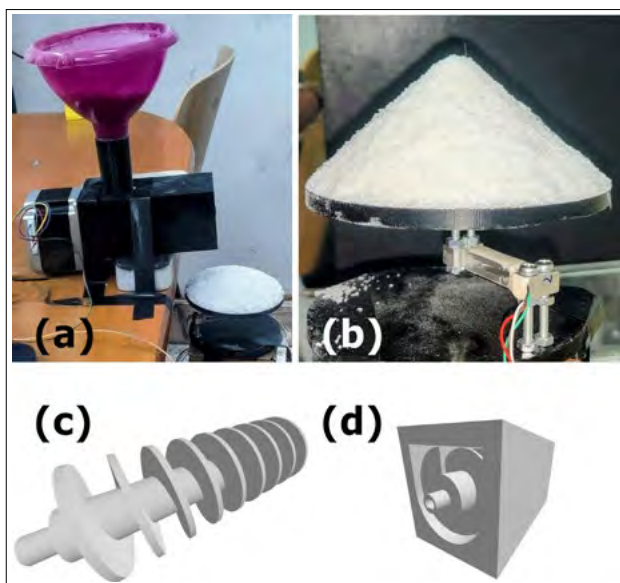
Egy diákprojekt keretében vízszintes korongra lassan adagolt homokkal tanulmányoztuk a homoklavinák jelenségét. A korong közepén folyamatosan növekedő homokkúp előbb-utóbb eléri a kritikus dőlésszöget, és ilyenkor a homok egy része lavinaként legördül, a korong pereménél lehullva. A korong tömegét folyamatosan mértük, és az így nyert *tömeg-idő* sor folyamatosan növekedését hirtelen tömegcsökkenések szakítják meg, ami a lavinák során a korong peremét elhagyó homoknak tulajdonítható. A diákok számára rendkívül izgalmas tapasztalat, hogy a lavinák lejátszódását nehezen lehet előre megjósolni, egy hosszabb idősort elemezve mégis felfedezhetünk statisztikus törvényszerűségeket. A mérési adatok kiértékelésével megvizsgálható például, hogy a lavinák méreteloszlása megfelel-e a hatványfüggvény alakú eloszlásnak, ahogyan azt az önszerveződő kritikus rendszerek elmélete előre jelzi. Hasonló, korongos kísérletet Yoshioka Naoto is végzett, aki kimutatta, hogy

a szemcseméret és a korong átmérőjének aránya függvényében a lavinák nagyságeloszlás-görbéje skálafüggetlen lehet, míg más esetben inkább periodikusan ismétlődő, karakterisztikus omlások dominálnak [5].

A feldolgozott kísérleti adatok és egyszerű C++, illetve Python-szimulációk eredményeinek összevetése révén vizsgáljuk, hogy a mért lavinaméret-eloszlás mennyiben követi a hatványfüggvényt.

A jelen cikkünk két fő célkitűzést követ: 1) bemutatjuk a homoklavinás diákkísérlet megvalósítását és tapasztalatait, 2) összefoglaljuk a jelenség elméleti hátterét és egy egyszerű numerikus modellt, majd gyakorlati pedagógiai javaslatokat adunk a téma iskolai feldolgozásához.

Homokdomb a kísérletben



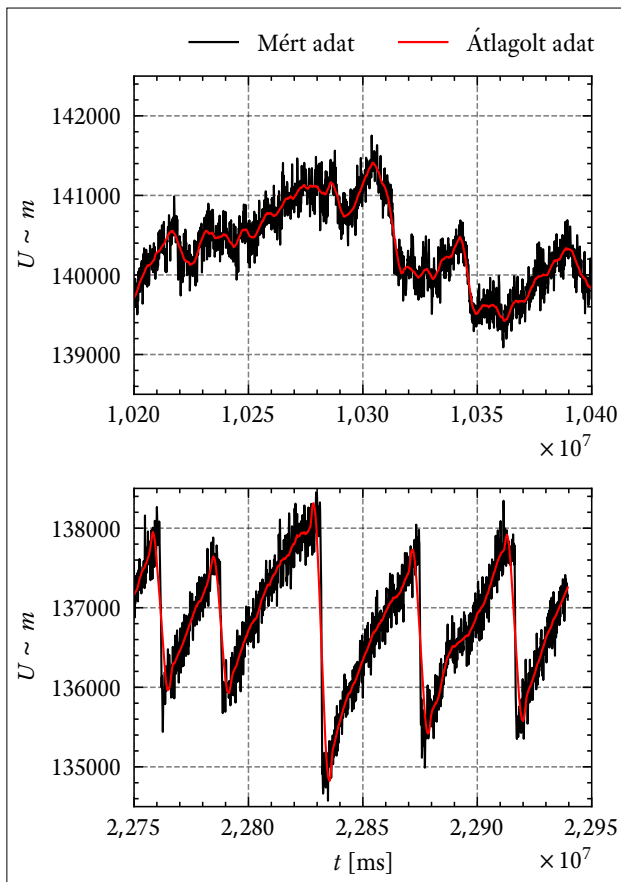
1. ábra. A kísérleti eszköz és a fontosabb 3D-nyomtatott alkatrészek tervei: (a) a kísérleti berendezés fotója; (b) a korong és a rajta kialakuló homokdomb, valamint a mérőcella; (c) az archimédeszi csavar; (d) a homokszóró berendezés az első zárólap nélkül

A kísérleti berendezés fő része egy vízszintes, 10 cm átmérőjű kör alakú korong, amelyre folyamatosan adagolunk szemcsés anyagot (1a., b. ábra). Az adagolást egy húsdarálóhoz hasonló homokszóró mechanizmus biztosítja, ami nem más, mint egy archimédeszi csavar, melyet egy léptetőmotor forgat állandó kis sebességgel. A csavart és a homokadagoló alkatrészeit 3D-nyomtatással készítettük el (1c., d. ábra). A korongot egy precíziós erőmérő cellára rögzítettük (HX711 A/D átalakítóval ellátott 500 g-os mérlegcella), így folyamatosan mérhető a korongon felhalmozódó anyag tömege. Kísérleteinkben kristálycukrot, illetve nagyobb szemcseméretű homokot használtunk.

A mérés során, amikor a kialakuló homokdomb meredeksége elérte a kritikus értéket, az oldalán lavina következett be. A korong szélét elérő lavinák esetén a korongról szemcsék hullottak le, ami a mért tömeg hirtelen

csökkenésében nyilvánult meg. Ennek alapján a lavina nagyságát a tömeg-idősorban a lavina előtti maximum és az azt követő minimum közti különbségeként definiáltuk.

A mérőcella kimeneti feszültsége (U) folyamatosan követi az időben változó tömeget (m), mivel a korongon található anyag súlyával arányos. A mért görbéken a kis kitérések és növekedési szakaszok mellett időnként jelentős zuhanások láthatók, amelyek lavinajelenségekre utalnak. A 2. ábrán a fekete görbékkel két tipikus mért jelet ábrázolunk. Az alsó grafikon a kb. 0,9 mm szemcseméretű cukorral, a felső pedig a kb. 2,1 mm szemcseméretű homokkal végzett kísérlet eredményeit mutatja. A lavinák könnyebb detektálása érdekében az eredeti jelet mozgóátlagolással simítottuk, vagyis minden időpillanathoz a környező 100 adatpont átlagát rendeltük. A simított görbéket piros vonalakkal mutatjuk az ábrákon.

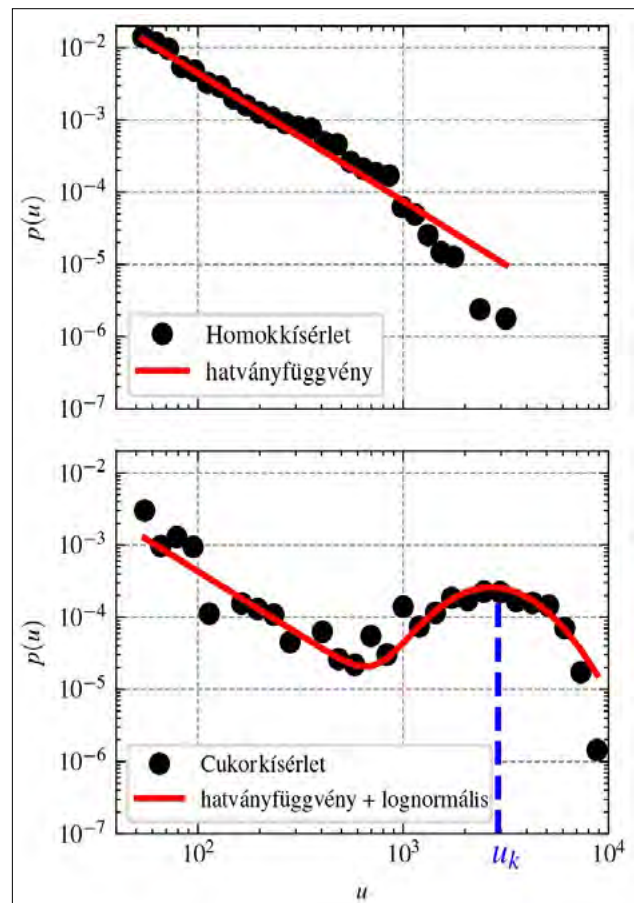


2. ábra. Példák a mért tömeg-idősorokra különböző szemcseméret esetén. Az ábrázolt mennyiségek a mérőcella tömeggel arányos kimenetének az értékei a tömegmérő rendszer kimeneti értékeként kapott önkényes egységekben. Lent a cukorral, fent a homokkal végzett kísérlet tömeg-idősora látható. Az ábrákon a lavinaesemények a tömeg hirtelen eséseiként jelentkeznek

A lavinák nagyságát úgy határoztuk meg, hogy a szűrt tömeg-idősor lokális maximumait és az azokat követő lokális minimumokat párosítottuk, majd minden maximum pár $u^{(i)} = U_{\max}^{(i)} - U_{\min}^{(i)}$ értékkülönbségét tekintettük egy-egy lavina méretének.

Ezután a lavinaméretek statisztikai elemzésével meghatároztuk a lavinák méreteloszlását, vagyis azt a valószínűségi függvényt, amely megadja, hogy egy adott u nagyságú lavina milyen gyakorisággal fordul elő. A két kísérleti esetre kapott eloszlásfüggvényeket a 3. ábrán láthatjuk. Ezek alapján megfigyelhetjük, hogy a különböző szemcseméret befolyásolja a lavinák méreteloszlását.

Egyrészt, a nagyobb homokszemcsékkel a lavinaméret-eloszlás közel skálafüggetlen, hatványfüggvényes viselkedés jegyeit mutatja $\tau = 1,77$ kitevővel. Szeretnénk azonban megjegyezni, hogy ez az eloszlás a mérési eredmények szerint csupán két nagyságrendnyi tartományban érvényes. Ez a skálafüggetlenség kimutatása szempontjából korlátozott jelentőségű, hiszen ahhoz, hogy egyértelműen kimondhassuk a skálafüggetlen jelleget, több nagyságrenden keresztül kellene megfigyelhetőnek lennie a hatványfüggvényes lecsengésnek. Fontos azonban hangsúlyozni, hogy a jelen munka elsődleges célja nem ennek a szigorú skálafüggetlenségnek a kísérleti igazolása, hanem a klasszikus modell minőségi viselkedésének reprodukciója és szemléltetése egy oktatásban is alkalmazható egyszerű kísérleti elrendezés segítségével.



3. ábra. Lavinaméret-eloszlások cukor (lent) és homok (fent) esetén. A vízszintes tengelyen alkalmazott egységek azonosak a 2. ábra függőleges tengelyein alkalmazott egységekkel. Fontos kiemelni, hogy a grafikonokon logaritmikus tengelyeket alkalmaztunk. A hatványfüggvényes alak, ami logaritmikus skálán egyenesként jelenik meg, a skálafüggetlenség jele, míg a lognormális egy karakterisztikus u_k méret dominanciáját mutatja

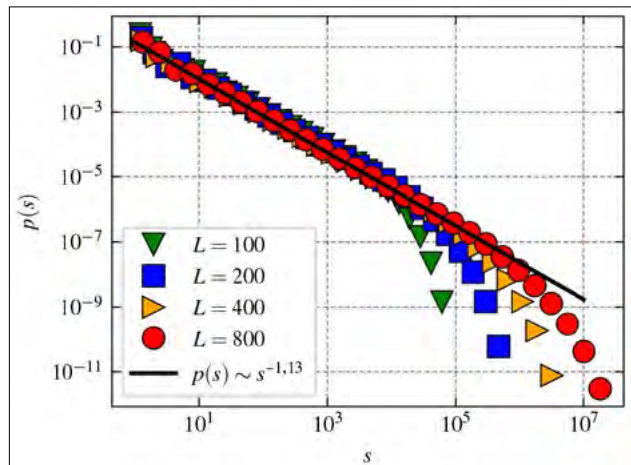
Érzékenyebb és kisebb tehetetlenségű mérőcella alkalmazásával jóval kisebb lavinák is kimérhetők, így a lavinák nagyságeloszlása szélesebb tartományban is meghatározható lenne.

Másrészt, a kisebb szemcseméretű cukor esetén a kis lavinákra érvényes hatványfüggvény-szerű csökkenés után, a nagyobb lavinák eloszlásában egy u_k karakterisztikus méret jelent meg, amelyet lognormális eloszlásként tapasztalunk. Ez olyan eloszlás, amelynek logaritmus normális, vagy Gauss-féle eloszlást követ. Hasonló következtetésre jutott Yoshioka is, aki kísérleti vizsgálata során kimutatta, hogy a lavinák nagyságeloszlása a szemcseméret-korongméret-aránytól függően vagy hatványfüggvényes, vagy karakterisztikus periodicitást mutat; az átmenet a kettő között pedig a kritikus arány (kb. 0,02) körül lép fel [5]. Mivel a mi kísérletünkben a korong átmérője 100 mm, a szemcseméretetek pedig 0,9 mm és 2,1 mm, a két eset a kritikus arány alatti (0,009) és fölötti (0,021) tartományt reprezentálja. Ez is azt mutatja, hogy eredményeink összhangban állnak Yoshioka megfigyeléseivel.

A fenti kísérleti elrendezés viszonylag egyszerűen összeállítható iskolai környezetben is. A szükséges elektronikus eszközök (Arduino mikrokontroller, kis léptetőmotor, HX711 erősítővel ellátott mérlegcella) olcsón beszerezhetők, a mechanikus alkatrészek 3D-nyomtatása pedig iskolai eszközzel vagy külső szolgáltatóval megoldható. Az eszköz összeépítése és kalibrálása néhány órát igényelhet. A megfelelő lavinastatisztikához elegendes adatmennyiség begyűjtése ennél hosszabb, több órás mérési időt tesz szükségessé, de a jelenség lényege akár egy rövidebb bemutató keretében is szemléltethető.

Számítógépes modell

A klasszikus homokdomb-modellben [1] egy négyzet-rácsos felületen szórunk homokszemeket egyesével, és ezáltal egyre magasabb homokhalmokat építünk. Ha egy halom oldalán a lejtő meredeksége túl nagyra válik (vagyis egy cellában túl sok homokszem gyűlik össze), a halom oldalából homok kezd leomlani. A számítógépes szimulációban a rendszert egy $L \times L$ méretű rács reprezentálja, amelynek minden cellája a benne lévő homokszemek számát (magasságát) tárolja. Kezdetben minden cella magassága nulla. Minden lépésben véletlenszerűen kiválasztunk egy cellát a rácson, és hozzáadunk egy homokszemet (növeljük a cella magasságát eggyel). Ha bármely cella szomszédok feletti magassága eléri vagy meghaladja a kritikus értéket (négy homokszem), akkor az adott cella instabillá válik, és megindul a leomlás folyamata. Ez azt jelenti, hogy amíg van instabil (túl magas) cella a rácson, addig az összes instabil cella egyszerre leomlik. Ilyenkor az instabil cella magassága négygyel csökken, és a négy szomszédos cella kap egy-egy homokszemet. Ha a cella a rács szélén helyezkedik el, akkor a lehulló homokszemek egy része kijut a rendszerből. A folyamatot addig folytatjuk, amíg a rendszer minden cellája stabil nem

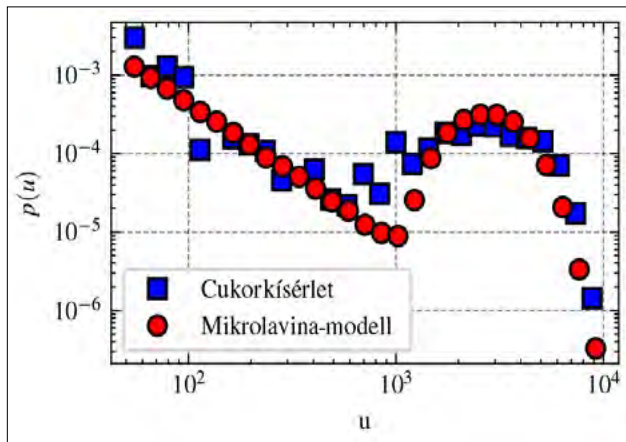


4. ábra. Lavinaméret-eloszlások különböző L rácsméretek esetén a homokdomb-modell szimulációjában. Itt a vízszintes tengelyen az s lavinaméret a lavina során leomló cellaszámmal van kifejezve

lesz (mindenhol négy alatt marad a relatív magasság). Egyetlen hozzáadott homokszem okozta összes leomlás sorozatát egy lavinaeseménynek tekintjük. Feljegyezzük a lavina jellemzőit, például a lavina méretét, ami az adott esemény során összesen lezajlott omlások száma. Gyakran vizsgálják a lavina időtartamát is, de jelenleg ez a mi szempontunkból nem releváns.

Ezt a folyamatot nagyon sokszor megismétljük, így rengeteg lavinaadatot kapunk (mi több mint 4000000 lavinát rögzítettünk). A szimuláció eredményeként azt tapasztaljuk, hogy a lavinák mérete erősen változó: a legtöbb esemény kicsi, de ritkán nagyon nagy lavinák is előfordulnak. A $p(s)$ lavinaméret-eloszlás (ahol s a lavina nagysága, azaz a lavina során leomló cellák száma) skálafüggetlen, tehát megközelítőleg hatványfüggvény alakú, melynek kitevője szimulációink alapján $\tau = 1,13$. Azonban a véges rácsméret behatárolja a maximális lavinaméretet. A 4. ábra szemlélteti a szimulációval kapott lavinaméret-eloszlásokat különböző L rendszerméretekre. Látható, hogy minél nagyobb a rendszer, annál tovább nyúlik a hatványfüggvény-szerű eloszlás egyenes szakasza, vagyis annál nagyobb lavinák fordulhatnak elő. A homokdomb-modell így jól példázza az önszerveződő kritikus rendszereket, ahol a lavinák méreteloszlása nem Gauss-görbe szerint, hanem egy lassan lecsengő hatványfüggvény-eloszlás szerint alakul.

A továbbiakban, a korábban ismertetett kísérleti eredmények értelmezéséhez és különösen a tipikus lavinaméret megjelenésének magyarázatához bevezettünk egy egyszerű mikrolavina-modellt. Ennek célja egyrészt megmutatni, hogy a mért tömegingadozások nem mindig feleltethetők meg egyetlen lavinának. Előfordulhat, hogy a mérés során több kisebb lavina egymás utáni vagy egyidejű lezajlása eredményez egyetlen, összegzett eseményt a mérőeszköz kimenetén. Másrészt a modell lehetőséget ad annak szemléltetésére, hogy egy kísérlet során mit is mérünk valójában. A szakmódszertani jelentőség e modell esetében abban rejlik, hogy saját tapasztalaton keresztül mutatja meg a tanulóknak, hogy a valós fizikai



5. ábra. A mikrolavina-modell által szimulált lavinaméret-eloszlás (piros körök) log-log skálán, összevetve a cukorral végzett kísérletből kapott nagyságeloszlással (kék négyzetek). A vízszintes tengelyen alkalmazott egységek egyeznek azonosak a 3. ábra vízszintes tengelyein alkalmazott egységekkel

mérések gyakran csak közvetett módon tükrözik az alrendszerek viselkedését. A klasszikus homokdomb-modell lokális, kritikusan önszerveződő folyamatai a kísérleti rendszerünkben is jelen lehetnek, azonban a mért jel (például a korongról lehullott homok vagy cukor tömege) nem egyetlen lavina nagyságát, hanem azok esetleges összeolvadását is tartalmazhatja. Ebben a rendszerben fontos paraméter a szemcseméret és a korong méretének aránya. Adott korongméretnél a durvább szemcsék esetén szinte minden lavina egyedileg mérhető, viszont finomabb anyag használatakor egyetlen mérési adat több, különálló esemény összegződése lehet. Ez a felismerés nemcsak a kísérleti eredmények értelmezését segíti, hanem a tanulók természettudományos gondolkodását is fejleszti, hiszen megmutatja, hogy az adatok mögötti fizikai folyamatok megértése nélkül a mérés félrevezető lehet.

A mikrolavina-modellben azt feltételezzük, hogy az egyéni mikrolavinák mellett egy nagyobb lavina sok apró mikroesemény összegeként is létrejöhet. Éppen ezért, a klasszikus homokdomb-modell alapján kapott hatványfüggvény nagyságeloszlással generáljuk a lavina-események bizonyos hányadát, míg a maradékot N_m számú mikrolavina összegeként hozzuk létre. A modell szimulációjára egy interaktív szimulációt készítettünk, amelyben a diákok állíthatják a hatványfüggvény-eloszlás paramétereit ($s_{\min}$ legkisebb lavinaméret, $s_{\max}$ legnagyobb lavinaméret, τ kitevő), a mikro- és összeglavinák η arányát, valamint az N_m értéket [6]. Érdekes módon, megfelelő paramétereket választva ($s_{\min} = 50$, $s_{\max} = 2000$, $\tau = 1,77$, $\eta = 0,9$ és $N_m = 14$) az 5. ábrán látható mikrolavina-modellel előállított eloszlás nagyon hasonló jellegű, mint a cukorral végzett homokdomb-kísérlet eloszlása. Kék négyzetekkel ábrázoltuk a cukorral végzett kísérlet eloszlását, ami egy hatványfüggvény és egy lognormális eloszlás összege. Jól látható, hogy a piros körökkel ábrázolt mikrolavina-modell eredménye kiválóan követi a szimulált pontokat.

Összességében elmondhatjuk, hogy számítógépes szimulációk segítségével szemléletesen bemutattuk a kísérletileg megvalósított lavinajelenség néhány statisztikus sajátosságát és jellemző eloszlását, és a kapott eredményeink egybevágóak korábbi kísérletek megfigyeléseivel.

Összefoglalás

A bemutatott homokdombkísérlet hozzájárul ahhoz, hogy a tanulók jobban megértsék a fizikai jelenségek ok-okozati összefüggéseit, és felismerjék a természet törvényszerűségeinek érvényesülését a valóságban. Például a mechanika témakörében így szemléltethető egy homokdomb lejtőszögének kialakulása a súrlódási erő és az egyensúly bemutatására. Később, a felsőbb évfolyamokon ugyanennek a jelenségnek a bonyolultabb, nehezen előre jelezhető viselkedése is megvizsgálható, kitekintésként a komplex fizikai rendszerek felé. Összességében az ilyen tanórai feldolgozás segíti, hogy a tanulók a tanterv szándékainak megfelelően aktívan, érdeklődéssel sajátítsák el a tananyagot, miközben fejlődnek kulcskompetenciáik (megfigyelés, kísérletezés, problémamegoldás, természettudományos gondolkodás).

Magasabb évfolyamokon a modellek szerepe, a mérés és adatelemzés, valamint a statisztikai jelenségek értelmezése (például valószínűségi eloszlások, nem determinisztikus viselkedés) már hangsúlyosabban jelennek meg a fizikaoktatásban. A homoklavina-jelenség lehetőséget kínál arra is, hogy a diákok saját tapasztalataikból induljanak ki és empirikus úton ismerkedjenek meg a komplex rendszerek jellemzőivel. Ily módon az egyszerűen reprodukálható kísérlet, valamint a hozzá kapcsolódó numerikus szimuláció a projektalapú tanulás és a tanulói önállóság fejlesztésének hatékony eszköze lehet.

Irodalom

1. P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld (1988): Self-organized criticality. *Phys. Rev. A* 38, 364–374.
2. A. Kuki, S. Lipcsei, I. Gere, F. Járai-Szabó, A. Gergely, D. Ugi, P. D. Ispánovity, Z. Dankházi, I. Groma, Z. Nédá (2023): Statistical analogies between earthquakes, micro-quakes in metals and avalanches in the 1D Burridge-Knopoff model. *Geofizika*, 40(1), 1–27.
3. Nédá Z., Antal D., Gergely A. (2023): Földrendésmo-
dell a futószalagon. *Fizikai Szemle*, 2023/10, 353–357.
4. K. Baranyai (2015): Nem hagyományos értelemben vett modern fizika a középiskolában. Doktori értekezés, Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar, Fizika Doktori Iskola, <https://fiztan.phd.elte.hu/kozkincs/doktorik/ertekezesek/bk.pdf>
5. N. Yoshioka (2003): A sandpile experiment and its implications for self-organized criticality and characteristic earthquake. *Earth Planets Space*, 55, 283–289.
6. <https://atom.ubbcluj.ro/mikrolavina>

FESZÜLT PILLANATOK – KÍSÉRLETEK BEFŐTTESGUMIVAL

Stonawski Tamás[@], Beszedá Imre, Gombosné Kovács Kinga

¹Nyíregyházi Egyetem, Fizika Csoport, Nyíregyháza

[@]E-mail: stonawski@gmail.com

Bevezetés

A fizikatanítás során az acélrugóval végzett kísérletek közismerten remek lehetőséget nyújtanak a Hooke-törvény bemutatására és a rugóállandó meghatározására súlyokkal, valamint a harmonikus rezgőmozgás vizsgálata révén rezgésidő-mérésekkel. Ezek az alapvető kísérletek nemcsak a mechanika alapszabályainak megértését segítik, hanem hozzájárulnak a tanulók mérési és elemzési képességeinek fejlesztéséhez is.

De mi történik, ha egy másik anyagot veszünk szemügyre, amely szerkezetileg teljesen eltér az acéltól? A gumi, amely sokkal nagyobb alakváltozást képes elviselni anélkül, hogy számottevő maradandó deformációt szenvedne, számos olyan tulajdonságot mutat, amelyek gyökeresen különböznek az acél viselkedésétől. A gumi nemlineáris rugalmassága és csillapító hatásai izgalmas lehetőségeket kínálnak a mélyebb vizsgálódásra – akár középiskolások számára is.

Egyszerű kísérletek segítségével bemutatatható, hogy míg az acélrugók viszonylag stabil értékű rugóállandót mutatnak, a guminál a rugalmasság jelentősen változhat a terheléstől vagy az ismételt használatától függően. Ez az eltérő viselkedés megfigyelhető például az erő-megnyúlás grafikonban, a csillapított rezgésben vagy a hosszabb terhelés hatására bekövetkező anyagfáradásban.

Az ilyen típusú kísérletek remek lehetőséget kínálnak a tanulók érdeklődésének fenntartására, miközben szintén remek alkalmat adnak a kreatív problémafelvetésre és -megoldásra. Projektként vagy szakköri keretben a diákok mélyebben beleáshatják magukat a rugalmasság világába, és összehasonlíthatják az acél és a gumi eltérő viselkedését. Ezáltal nemcsak a tananyag bővül, hanem ez a természeti jelenségek jobb megértését is elősegíti.

Ebben a cikkben egy olyan kísérletsorozatot mutatunk be, amely a gumi rugalmassági tulajdonságainak vizsgálatára fókuszál. A mérési adatok elemzése és a ta-

pasztalatok alapján világosan kirajzolódnak a gumi egyedi fizikai sajátosságai, amelyek különleges betekintést nyújtanak az anyagok mechanikai viselkedésének sokszínűségébe.

A befőttesgumi szakítószilárdsága

A befőttesgumi szakítószilárdságának vizsgálata kiváló kiindulópont az anyagok rugalmasságának [1–3] tanulmányozásához. Az egyetemen a tanárszakos hallgatók oktatásában is használt fonálszakítógép segítségével pontos adatokat gyűjthettünk arról, hogy hogyan viselkednek a gumik különböző terhelések alatt. A befőttesgumi szakítószilárdságát előzetesen rugós erőmérővel vizsgáltuk, és megállapítottuk, hogy 20 N terhelés alatt mindegyik elszakad, így a maximálisan 30 N húzóerő kifejtésére képes szakítógép megfelelő lesz a mérések elvégzéséhez.

A szakítógéppel végzett méréseket videóra vettük, majd a leolvasott adatokat táblázatba rendeztük, és grafikonon ábráztuk. Az 1. ábra az anyagok viselkedésének fontos sajátosságait mutatja meg: a gumira jellemző nemlineáris rugalmasságot és a nyúlás mértékével változó szakítószilárdságot.

A grafikonon – a mérnöki gyakorlatnak is megfelelően – a húzófeszültséget ábráztuk a relatív alakváltozás (megnyúlás) függvényében. A valódi (pillanatnyi) feszültségértékek ismeretéhez szükséges lenne a gumiszál



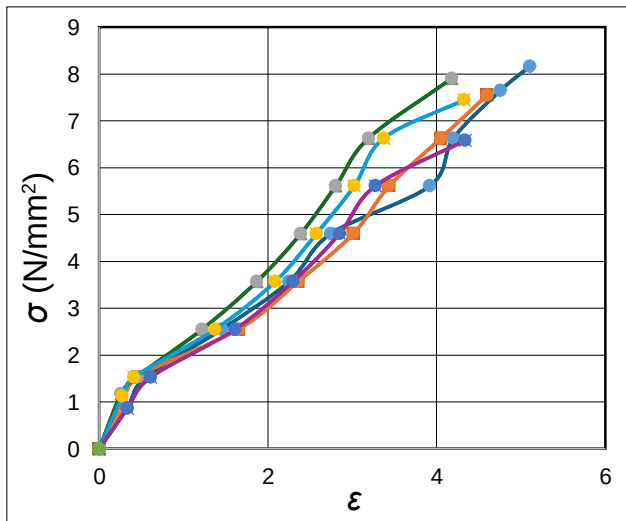
Beszeda Imre matematika-fizika-számítástechnika szakos középiskolai tanár, anyagtudományi mérnökfizikus, a NyE Műszaki és Agrártudományi Intézet fizikatanára. 2006 óta foglalkozik tudomány- (elsősorban fizika-) népszerűsítéssel és tehetséggondozással. A Kreatív Fizika Tábor megálmodója és szervezője.



Stonawski Tamás a Nyíregyházi Egyetemen főiskolai docens. Doktori címét 2016-ban az ELTE Fizika Tanítása doktori programjának keretében szerezte. Kutatási területe a digitális média alkalmazása a tanulói kreativitás, problémamegoldás és önálló kísérletezés fejlesztésére az általános és középiskolában.



Gombosné Kovács Kinga matematika-ábrázoló geometria-fizika szakos középiskolai tanár. 2011-ben végzett a Debreceni Egyetem matematika-ábrázoló geometria szakán, majd 2025-ben a Nyíregyházi Egyetemen fizikatanár szakon. 2024-ben a Nyíregyházi Egyetemen szervezett Tudományos Diákköri Konferencián első helyezést ért el, és bejutott az OTDK-ra. Kutatási érdeklődése a befőttesgumi tulajdonságainak vizsgálatára és azok mérésére irányul.



1. ábra. Öt befőttesgumin végzett nyújtási vizsgálat összehasonlítása

pillanatnyi keresztmetszetének ismeretére is, amit viszont nem tudtunk mérni, ezért a szokásnak megfelelően a gumiszál kezdeti vastagságából meghatározott keresztmetszettel kapott mérnöki feszültséget [2] ábrázoltuk.

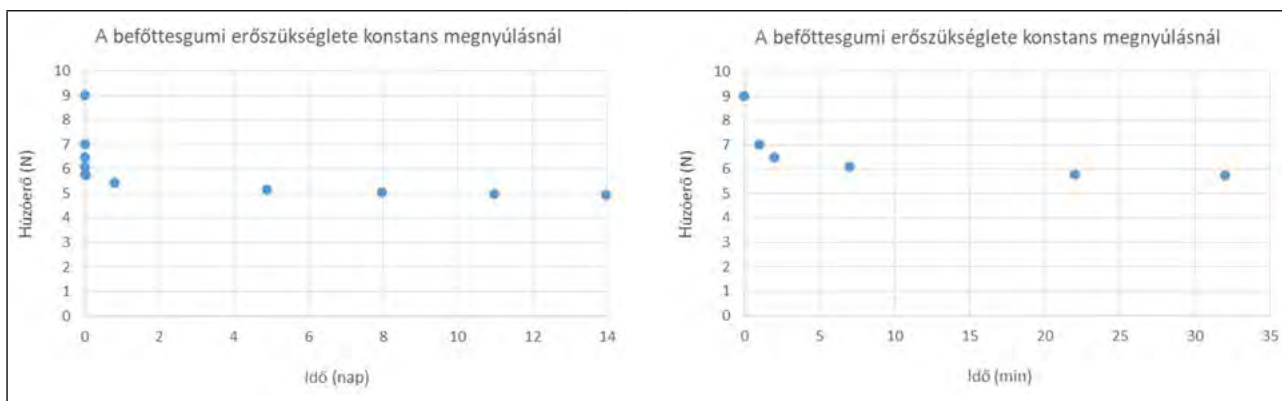
A közös grafikonon több mérési sorozat eredményei találhatók. A görbék általában kezdetben meredeken emelkednek, ami azt jelzi, hogy a gumi kezdeti nyúlási

Az ilyen jellegű kísérletek nemcsak az anyagok rugalmasságának megértését segítik, hanem az optimális terhelési tartomány meghatározását is lehetővé teszik a további vizsgálatokhoz. Például a következő kísérletekben már célzottan tudjuk kiválasztani azokat a terhelési értékeket, amelyek a gumi viselkedésének legérdekesebb aspektusait mutatják meg.

Rugalmas utóhatás és hiszterézis

Ismeretes, hogy a legtöbb hétköznapi anyagnál, például a fémeknél kellően lassú deformáció esetén az alakváltozás azonnal követi az erő változását [3]. Ha viszont a terhelés hirtelen növekszik, azt az alakváltozás jól kimutatható késéssel követi. Ez a rugalmas utóhatás néven is ismert jelenség jól megfigyelhető például műanyag fonál vagy gumiszálak nyújtása esetén (de kellően gyors mérési elrendezéssel még a fémeknél is kimutatható). A befőttesgumival végzett nyújtási vizsgálataink is jól illusztrálják ezt a jelenséget.

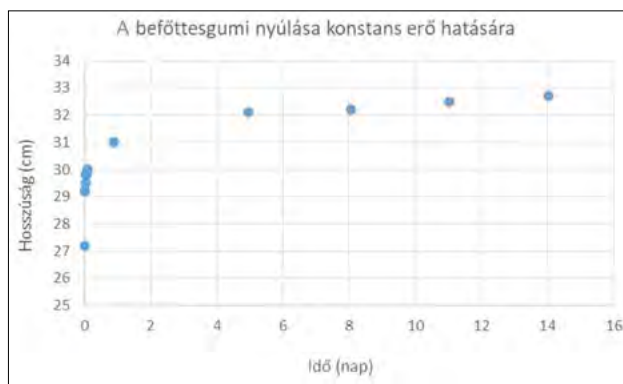
Egyik módszerként a gumiszálát rögzítettük a szakítógépben, majd – hogy biztosan ne szakadjon el – a jóval szakadás alatti 9 N húzóerővel megterheltük, és ebben a helyzetben megállítottuk a mozgófejet. Ennél a megnyúlásnál figyeltük a húzóerő változását az idő függvényében. A kapott értékeket a 2. ábra mutatja.



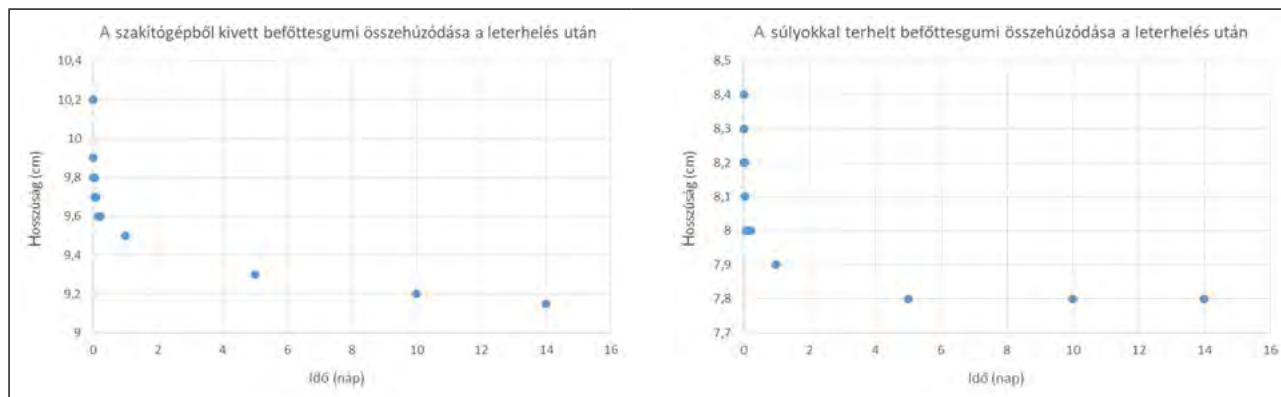
2. ábra. A befőttesgumi konstans megnyúláshoz tartozó erőszükséglete az idő függvényében. A bal oldali ábra a teljes mérést mutatja, a jobb oldali pedig a kezdeti fél órát, amikor a változás még gyors volt. Látható, hogy az alakváltozás még 14 nap alatt sem fejeződött be teljesen

szakaszában kisebb erővel is nagyobb deformáció érhető el. Ahogy a terhelés nő, a görbék laposabbá válnak, ami a gumi szilárdulását és az anyag rugalmassági határainak megközelítését mutatja.

A különböző színek és jelölések azt mutatják, hogy ugyanazon típusú befőttes gumik is mutathatnak némi eltérést a viselkedésükben, ami az anyag szerkezeti változatosságával, a technológiai pontatlansággal, esetleges mikrohibákkal vagy a használati előzményekkel magyarázható (bár a jelen esetben új gumikkal végeztük a kísérleteket). Érdekes megfigyelni, hogy a görbék nagyobb relatív megnyúlás mellett egyre szélesebb eltérést mutatnak, ami arra utal, hogy a szakadás előtti szakaszban az anyag egyre kevésbé viselkedik homogén módon.



3. ábra. A befőttesgumi megnyúlása 2 N állandó erő hatására az idő függvényében



4. ábra. A befőttesgumi összehúzódása a terhelés után az idő függvényében a szakítógéppel, illetve súlyokkal megnyújtott gumiszálak esetén

Láthatjuk, hogy kezdetben, kb. az első 30–40 perc során a gumiszál belső szerkezetének változása gyorsan követi a terhelést, vagyis a húzóerő a kezdeti 9 N értékről 6 N alá csökken. Ezután az alakváltozás sokkal lassabb, viszont igen sokáig tart (még 14 nap után sem ért véget), ezért szerepelnek nagy időértékek a táblázatban.

Egy másik módszerként a gumiszálát konstans erővel terheltük, és figyeltük a megnyúlását az idő függvényében. Ehhez egy 7,2 cm kezdeti hosszúságú gumiszálát az egyik végénél felfüggesztettük, majd a másik végére 200 g tömegű terhet akasztottunk, 2 N konstans húzóerőt létrehozva. Az itt kapott hosszúságértékeket a 3. ábra mutatja az idő függvényében.

Tapasztalataink szerint ebben az esetben is az előbbiekhez hasonló viselkedést kaptunk, vagyis a gumi anyagának belső szerkezeti változása és így a hosszváltozása meglehetősen lassan és hosszú időn át követi a terhelést, még 14 nap alatt sem fejeződött be teljesen.

A gumiszálak terhelés utáni összehúzódási viselkedését vizsgálva megállapítottuk, hogy a szakítógépben nyújtott, eredetileg 7,9 cm hosszúságú gumiszál a terhelés megszűnte után 10,2 cm hosszúságúra változott. A gumiszál – várakozásainknak megfelelően – lassan húzódott össze, és eredeti hosszúságát sem nyerte vissza. Hasonló viselkedést mutatott a súlyokkal terhelt gumiszál is: a kezdeti 7,2 cm-es hosszúságról a nyújtás után 8,4 cm-re nőtt, majd az összehúzódás során ugyanolyan időfüggést követett. Az összehasonlító eredményeket a 4. ábra szemlélteti.

A szakítógéppel 9 és 5 N közötti húzóerőt alkalmazva a gumiszál hossza a 14 napos kísérleti periódus során a kezdeti 7,9 cm-ről 9,2 cm-re változott, ami 1,3 cm-es maradék megnyúlást eredményezett. Ezzel szemben az akasztós súlyokkal előidézett lényegesen kisebb, 2 N-os terhelés esetén a megnyúlás mértéke jóval mérsékeltebb volt: a gumiszál terheletlen hossza a kezdeti 7,2 cm-ről 7,8 cm-re nőtt, amely 0,6 cm-es maradék megnyúlást jelent. Az eredmények alapján a terhelés nagysága és a maradék deformáció között szignifikáns összefüggés figyelhető meg.

A fentiek alapján megállapíthatjuk, hogy a gumiszál segítségével látványosan szemléltethető a mérnöki gya-

korlatban jól ismert kúszás (más néven tartósfolys) [2] jelensége is, amikor a rugalmas alakváltozásra képes szilárd anyagoknál is előfordulhatnak olyan atomi-molekuláris szintű szerkezeti változások, melyek makroszkopikus szinten csak hosszú idő elteltével figyelhetők meg (pl. az acélokban is, még a folyáshatárnál kisebb feszültség esetén is).

A hiszterézis [3] jelensége is gyakran előfordul a gyakorlati problémákban. A befőttesgumi hiszterézisjelenségének vizsgálata során azt a folyamatot tanulmányozzuk, amikor egy anyag nem tér vissza eredeti állapotába az őt ért terhelés megszűnte után. Ugyanez a helyzet periodikus terhelés során, amikor a deformáció nincs fázisban a terheléssel. Ez különösen érdekes a gumik esetében, mivel ezek az anyagok jelentős rugalmas és viszkoelasztikus tulajdonságokat mutatnak.

Kísérletünket két gumival végeztük, melyeket közel azonos kezdeti hosszra állítottunk be. Az első esetben az adatokat azonnal leolvastuk a terhelés növelése és csökkentése során, míg a második esetben az egyes súlyok terhelése alatt öt-öt percet vártunk, mielőtt továbbléptünk volna. A gumikat 50 grammos súlyokkal terheltük egészen 450 grammig, majd fokozatosan visszaszedtük azokat. Ezután megállapítottuk a maradandó alakváltozás mértékét. A kapott eredményeket az 5. ábra mutatja.

Az azonnali leolvasás eredményei:

A grafikon ezen esetben szorosabb nyílást mutat a terhelési és az azt követő visszatérési görbe között. A visszatérési szakasz során azonban még így is megfigyelhető egy maradandó alakváltozás, amely az anyag rugalmas határán túli nyúlásra utal.

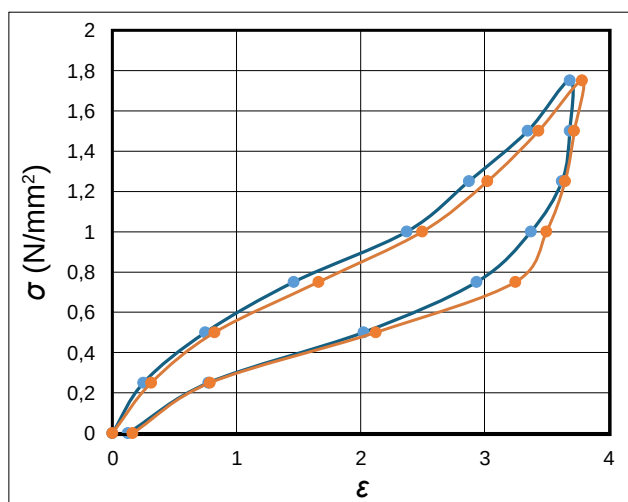
5 perces terhelés utáni leolvasás:

A görbe egyértelműen laposabb a terhelési szakaszban, és a visszatérési szakasz nagyobb mértékű eltérést mutat az azonnali leolvasáshoz képest. Ez a gumi időfüggő tulajdonságaira, azaz viszkoelasztikus viselkedésére utal. A várakozás hatására az anyag belső szerkezete részlegesen átrendeződött, ami nagyobb maradandó deformációhoz vezetett.

Következtetések:

A gumi hiszterézise, azaz a terhelés és tehermentesítés közötti energiaelnyelés mértéke jelentősen függ a terhelés időtartamától.

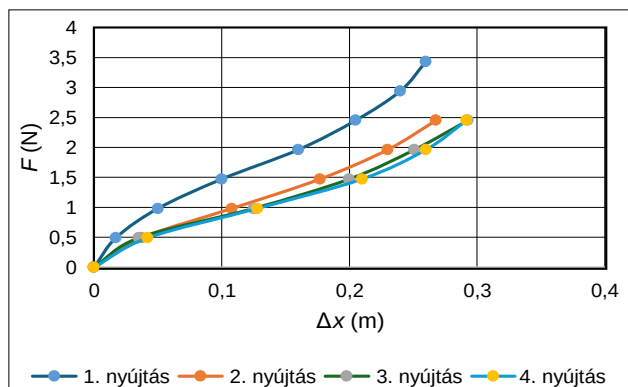
- Az azonnali és az 5 perces leolvasás közötti különbségek jól szemléltetik a gumi rugalmas és viszkoelasztikus komponenseinek összjátékát.
- A maradandó alakváltozás nagyobb az 5 perces terhelés után, ami az időhatás szerepét hangsúlyozza a gumi szerkezeti változásaiban – összhangban az [1]-gyel és a rugalmas utóhatással kapcsolatban fentebb bemutatott eredményeinkkel.
- Ez a vizsgálat remek lehetőség a középiskolások számára a rugalmassági tulajdonságok mélyebb megértésére, miközben a hiszterézis jelenségével, a valós életben és a mérnöki gyakorlatban is előforduló problémákkal is megismerkednek.



5. ábra. Két, azonos csomagból vett, 8 cm-es hosszal befogott befőttesgumi hiszterézise. A kék színnel jelölt gumi megnyúlásait azonnal, a narancssal jelöltét pedig 5 perc múlva olvastuk le

A rugalmasság változása terhelés hatására

A mérés során ugyanazon a gumin többször is elvégeztük a terheléses vizsgálatot, hogy megvizsgáljuk, hogyan



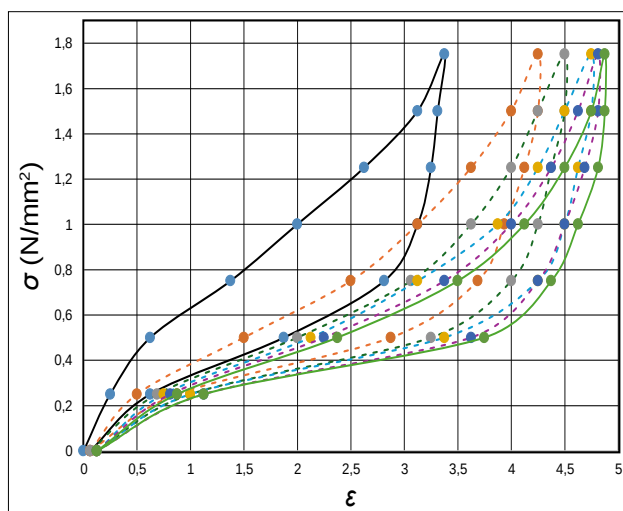
6. ábra. Egy 8 cm-es gumi egymás után mért terhelése. A mérések során maradó nyúlásokat is megfigyelhetjük

változik az anyag rugalmassága ismételt terhelés hatására. A mérési eredmények (6. ábra) azt mutatták, hogy a rugalmasság csökkenése az első néhány nyújtási ciklus során drasztikus volt, majd az ismételt nyújtásokkal egyre kevésbé változott. Ez szintén az anyag rugalmas és viszkoelasztikus tulajdonságainak kombinációjára utal.

Az első nyújtási ciklusban a gumi jelentős deformációt mutatott már viszonylag kis terhelés hatására is. Ez valószínűleg az anyagban lévő molekuláris láncok kezdeti rendeződése miatt következett be, amelyek nyújtás hatására fokozatosan átrendeződnek, csökkentve a viszkozitási erő mértékét. A második és harmadik nyújtási ciklusok során a rugalmasság csökkenése mérséklődött. Ez annak tudható be, hogy az anyag már megnyúlt, és részlegesen plasztikusan deformálódott – ahogy fentebb is láttuk a kúszás kapcsán –, így kevésbé reagált az ismételt terhelésekre. A negyedik nyújtási ciklusban a deformáció már közel állandó maradt, ami arra utal, hogy az anyag elérte azt az állapotát, ahol a viszkoelasztikus viselkedés dominál, és az ismétlődő nyújtások további jelentős változást nem eredményeznek.

Az első nyújtási ciklusban jelentkező drasztikus csökkenés jól mutatja, hogy az anyag kezdetben még rendezetlen szerkezetű, ami jelentős deformációt okoz. A további csökkenés a molekuláris láncok átrendeződésével és a plasztikus deformációval magyarázható. Az ismételt nyújtások során a gumi már kevésbé nyúlik, ami az anyag rugalmas komponenseinek visszaszorulására és a viszkoelasztikus tulajdonságok visszaszorulására utal.

A kapott eredmények nemcsak az anyagtudomány szempontjából érdekesek, hanem praktikus jelentőséggel is bírnak, például a gumianyagok tartósságának és terhelhetőségének vizsgálatában.

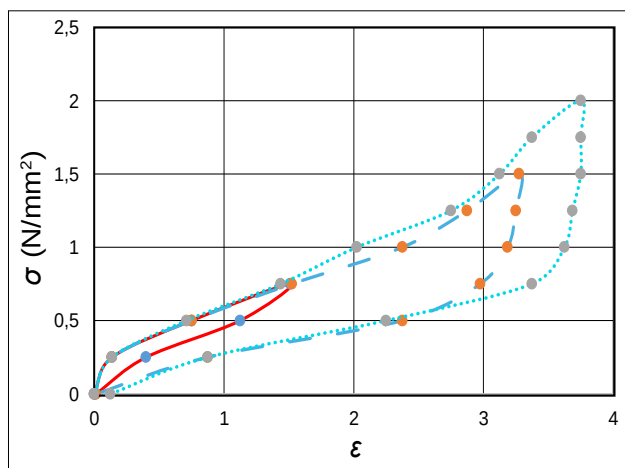


7. ábra. Egy 8 cm-es kezdeti hosszúságú gumi egymás után közvetlenül mért adataiból készült hiszterézisgörbéi

A következő méréssorozatban a gumiszálra fokozatosan, lépésenként helyeztünk fel 50 g-os súlyokat egészen 350 g-ig, majd fokozatosan eltávolítottuk azokat. Ezt a folyamatot többször megismételtük, azaz a súlyokat is-

mételten ráraktuk és levettük. Az ismételt terhelési és tehermentesítési ciklusok eredményeképpen a 7. ábrán bemutatott hat hiszterézisgörbét kaptuk, amelyek a gumiszál viszkoelasztikus viselkedését jellemzik. A görbék fokozatosan közelítenek egymáshoz. Ez a gumiszál anyagának fáradását vagyis a belső szerkezet rendeződését jelzi. Az első görbék meredekebbek, ami arra utal, hogy a gumiszál kezdetben nagyobb ellenállást tanúsít a deformációval szemben. A görbék közötti zárt terület mérete az energia disszipációjával arányos. A hurok területe csökkent az ismétlések során, jelezve, hogy a gumiszál egyre kevésbé disszipált energiát, ahogy többszörösen megterheltük és tehermentesítettük.

Különböző, de ugyanabból a csomagból kivett gumiszálak egyre növekvő terhelés hatására bekövetkező deformációját is vizsgáltuk. A 8. ábrán három különböző gumiszál viselkedése látható egyre növekvő terhelés mellett, mindegyik 8 cm-es kezdeti hosszúságról indulva.

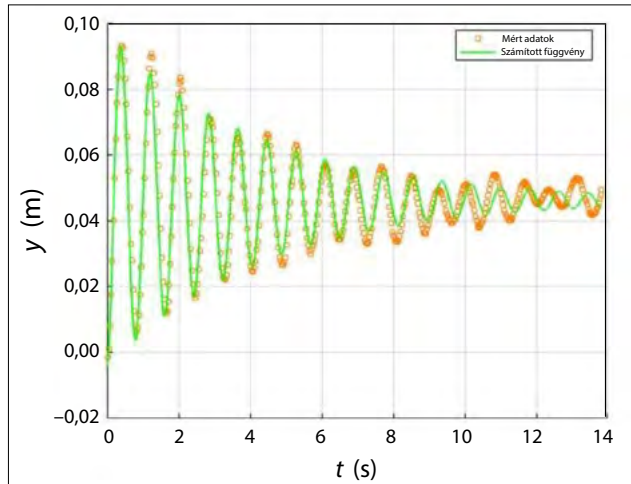


8. ábra. Különböző, de ugyanabból a csomagból kivett és azonos kezdeti hosszúságú (8 cm-es) gumiszálak hiszterézisgörbéi egyre nagyobb terhelés hatására

Az elemzés alapján a gumiszálak eltérő rugalmassági és viszkoelasztikus tulajdonságokkal rendelkeznek. A zöld pontozott görbe mutatja a legnagyobb rugalmasságot, azonban az energiadisszipáció (hiszterézis) itt a legjelentősebb, ami viszkoelasztikus anyagszerkezetre utal. A piros folytonos görbe mutatja a legkisebb ellenállást és a legkisebb energiadisszipációt, ami kevésbé viszkoelasztikus anyagjellemzőket sugall.

Csillapodó rezgőmozgás

A dinamikus kísérlet során egy 100 grammos súllyal terhelt rendszert vizsgáltunk. A súlyt egyensúlyi helyzetéből kitérítettük, majd a mozgást videón rögzítettük, és a Tracker videóelemző program segítségével analizáltuk. Az adatok alapján meghatároztuk a rezgés főbb jellemzőit, és közelítő függvény segítségével kiszámítottuk a csillapodó mozgás releváns paramétereit. A mozgás kitérés-idő függvényét a 9. ábra mutatja.



9. ábra. Gumiszálra akasztott 100 grammos súly rezgőmozgásának vizsgálata. (A grafikon a Trackerből exportált adatok alapján Matlabbal készült)

A rugóállandó számítása

A rezgésidő és a rugóállandó közötti kapcsolatot az alábbi képlet adja meg:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

Ebből kifejezve:

$$D = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

A kísérletben mért $T = 0,81$ s és $m = 0,1$ kg alapján a gumiszál rugóállandójára 6 N/m érték adódik. (A rugóállandó a 6. ábra görbéire illesztett egyenesek meredeksége alapján is könnyen meghatározható.)

A mozgás során megfigyeltük, hogy az amplitúdók idővel csökkentek, ami a csillapító hatások (pl. súrlódás, légellenállás, anyagszerkezeti változások) eredménye. A kapott mérési adatok alapján készült grafikont az alábbi függvénnyel közelítettük:

$$y = A \cdot e^{-\zeta\omega_k t} \cos(\sqrt{1-\zeta^2} \cdot \omega_k t - \varphi) + y_0,$$

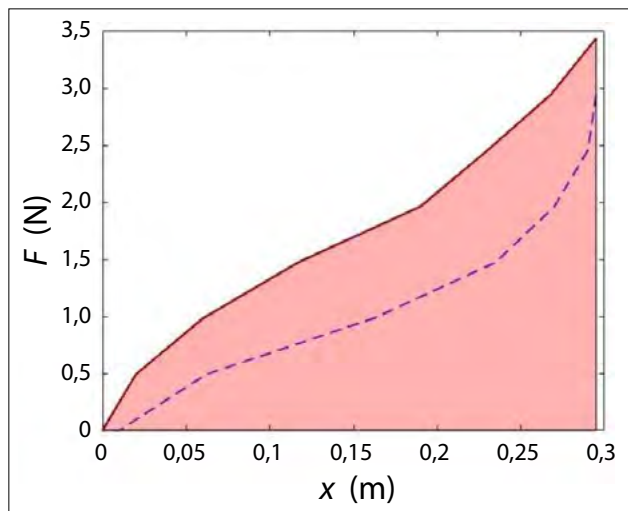
ahol $A = 0,511m$, $\zeta = 0,03$, $\omega_k = 7,697$, $\varphi = 2,99$, $y_0 = 0,046$.

A gumi termodinamikai viselkedése

A gumi nyújtását modellezhetjük adiabatikus nyújtásként. A nyújtás során végzett munkát a nyújtási görbe alatti terület adja, amit a 10. ábrán a színezett terület illusztrál. Ez alapján felírhatjuk, hogy

$$\Delta U = W = \int_0^{\Delta l} F dx = 0,5064 J \quad (Q = 0).$$

Becsüljük meg az ideális gumi adiabatikus nyújtásakor tapasztalt hőmérsékletváltozás mértékét a



10. ábra. Egy 8 cm-es kezdeti hosszúságú gumiszál hiszterézise és a nyújtási görbe alatti terület. (A grafikon Matlabbal készült.)

$$\Delta U = c \cdot m \cdot \Delta T$$

összefüggésből!

100 darab gumi tömegét megmérve 16 g értéket kaptunk. A gumigyűrű kerülete 11 cm. A nyújtás során vizsgált hossz 8 cm, így ennek a tömege 0,116 g. A gumi fajhője 2009 J/kg · °C [5]. Ezeket az értékeket behelyettesítve az előbbi egyenletbe megkapjuk a hőmérséklet-változást:

$$\Delta T = \frac{W}{m \cdot c} = \frac{0,5064 \text{ J}}{0,116 \text{ g} \cdot 2,009 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}} = 2,173 \text{ } ^\circ\text{C},$$

ami kevéssel az [1]-ben becsült érték alatt van, viszont olyan kicsi, hogy méréssel nem tudtuk ellenőrizni.

A gumi nyújtásával és zsugorodásával kapcsolatos jelenségek jól magyarázhatók a termodinamika és a polimerláncok fizikai tulajdonságainak kombinációjával. A gumiszál entropikus rugóként is felfogható. A gumi molekulái hosszú polimerláncokból állnak, amelyek alapállapotban rendezetlenül helyezkednek el [1]. Ezek az állapotok nagy entrópiájúak, mert a láncok sokféleképpen rendeződhetnek. Nyújtáskor a szálak rendezettsége növekszik, ami csökkenti az entrópiát, és ez hőfelszabadulással jár. Összehúzódkor a láncok visszatérnek a rendezetlen állapotba, az entrópia nő, ilyenkor az entrópiánövekedés energiát von el a környe-

zettől, ami a gumi hőmérsékletének csökkenését eredményezi.

A rendszer energiája két fő komponensből áll:

- *Rugalmas energia*: Mechanikai munka révén kerül a rendszerbe, és a polimerláncok feszülését okozza.
- *Hőenergia*: Az entrópia csökkenése miatt hő szabadul fel, és melegedést okoz.

Ha a gumiszál rugalmassága tökéletes lenne (ideális rugalmas test), a hiszterézis-hurok eltűnne, és a két görbe egybeesne. A két görbe közötti terület értéke értelemeszerűen megadja a gumiszál anyagának energia-vesztességét.

Konklúziók

A gumi, bár egy egyszerűnek tűnő anyag, rendkívül sokrétű és érdekes tulajdonságokkal bír. A mindennapi háztartásokban könnyen elérhető, mégis igazi tudományos felfedezésekhez vezethet, ha alaposabban vizsgáljuk. Az iskolai tanulmányok során már a 7. osztályban találkozunk a gumi rugalmasságával, de ahogy előrehaladunk a tananyagban, úgy egyre inkább megnyílnak előttünk a mélyebb anyagszerkezeti összefüggések. Így középiskolában lehetőség van a gumi viselkedésének részletesebb elemzésére, és a műszaki oktatás keretében a fenti kísérletek is elvégezhetőek, amelyek segítenek jobban megérteni az anyag viselkedését. A kísérletek nemcsak a tanulás szempontjából fontosak, hanem izgalmas felfedezéseket is kínálnak. A gumi rugalmasságának és hőmérsékletre adott reakciójának vizsgálata lehetőséget ad arra, hogy a diákok mélyebben elmerüljenek a tudományos kutatásban.

Irodalom

1. Főzy István, Juhász András, Tasnádi Péter (1985): A gumi rugalmas és termikus tulajdonságai (Fakultatív tankönyv a gimnáziumok IV. osztálya számára). Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
2. Dr. Pék Lajos (2000): Anyagszerkezettan és anyagismeret. Dinasztia Kiadó, Budapest.
3. Holics László (2015): Fizika. Akadémiai Kiadó, Budapest.
4. Dr. Gáspár Vilmos: A gumiszál termodinamikája (prezentáció), <https://web.unideb.hu/~vgaspar/educ/A%20gumiszal%20termodinamikaja.pdf>
5. Egyes anyagok hőtechnikai jellemzői. In: Műszeroldal tudásbázis. <https://www.muszeroldal.hu/assistance/anyagokhotechnikaijellemzoi.html>

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat jelen van a **facebook**-on!



<https://www.facebook.com/people/Eötvös-Loránd-Fizikai-Társulat/100057390380604/>

44. MIKOLA SÁNDOR ORSZÁGOS KÖZÉPISKOLAI TEHETSÉKGUTATÓ FIZIKAVERSENY – BESZÁMOLÓ

Koncz Károly¹, Simon Péter².

¹PTE Babits Gyakorló Gimnázium, Pécs

²PTE Fizikai Intézet, Pécsi Leőwey Klára Gimnázium, Pécs

©E-mail: sipet68@gmail.com

Nagy öröm, hogy a versenyre való jelentkezések száma idén elérte a járvány előtti szintet. 2025-ben 161 középiskola 3091 diákja próbálta megoldani a Mikola-verseny első fordulójának feladatlapját. (Tavalyi adatok: 158 iskola, 2796 diák. Tavalyelőtti adatok: 157 középiskola, 2572 diák.) A versenyt idén a Leőweyért Alapítvány és a Mikola Fizikaverseny Alapítvány együtt hirdette meg. Az utóbbi alapítói dr. Honyek Gyula és dr. Kotek László. A bírósági bejegyzés 2024. nyarán megtörtént, ekkor a két alapító átadta alapítói jogait az ELFT-nek. A 2026. évi versenyt már csak a Mikola Alapítvány fogja meghirdetni.

A verseny szakmai megvalósulásának háttérében a kb. húsztagú versenybizottság munkája áll. Az anyagi feltételek legfőbb biztosítói: Belügyminisztérium Köznevelési Helyettes Államtitkárság, Kulturális és Innovációs Minisztérium, Nemzeti Tehetségprogram, Eötvös Loránd Fizikai Társulat, Pécsi Tudományegyetem, Robert Bosch Kft., Z Elektronika Kft., Typotex Könyvkiadó, Pécs-Baranyai Kereskedelmi és Iparkamara, MVM, Paks2, Radioaktív Hulladékokat Kezelő Közhatal Nonprofit Kft., valamint sok-sok magánadományozó. A döntő két helyszíne idén is a Gyöngyösi Berze Nagy János Gimnázium, illetve a Pécsi Leőwey Klára Gimnázium.

Első forduló

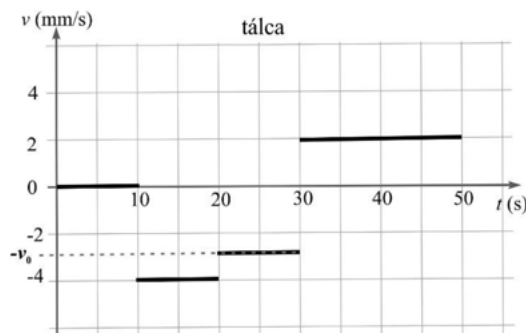
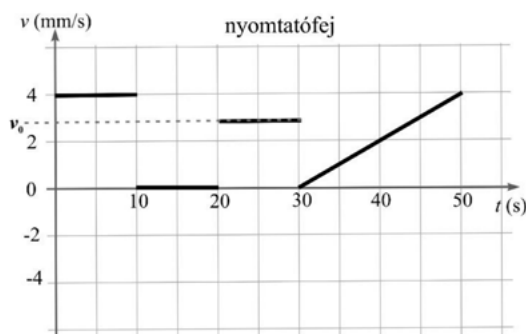
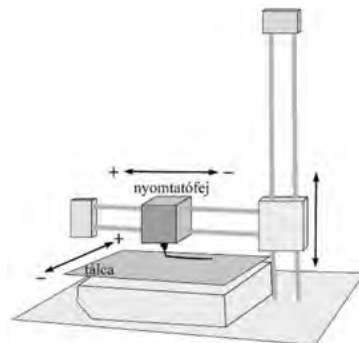
A 2025. február 11-én megrendezett első fordulóban a diákoknak 3 óra alatt kellett megoldaniuk 5 számításos feladatot. A négy kategóriában megjelent 20 feladat közül ismertetjük azt a kettőt, melyet a versenybizottság a legizgalmasabbnak tart.

Az I. kategória (gimnázium, 9. évfolyam)

2. feladata *Baranyai Klára* (Veresegyház) javaslata

A 3D-nyomtatók általában felforrósított műanyagot préselnek ki egy nyomtatófejből, ami egy tálcára érve meg-

szilárdul. A nyomtatófej jobbra-balra, a tálca előre-hátra mozoghat. A nyomtatófej tizedmilliméterről tizedmilliméterre emelkedve rétegeket nyomtat egymásra, így építi fel a kinyomtatandó tárgyat.



Koncz Károly 1982-től a pécsi Babits Mihály Gyakorló Gimnázium fizika szakos tanára. Szakvizsgázott, mesterpedagógus, vezetőtanár. 2002 óta a Mikola Sándor Tehetséggutató Fizikaverseny feladatkitűző bizottságának tagja. Feladatokat tűz ki, javítja a második forduló dolgozatait, részt vesz a második forduló feladatsorának összeállításában, a 10. évfolyamos döntő zsűrijének tagja.



Simon Péter 1992-ben végzett az ELTE matematika-fizika tanári szakán. 1997 óta a Pécsi Leőwey Klára Gimnáziumban tanít. 2005-től a PTE TTK Fizikai Intézetében tanárszakos hallgatókat oktat. A Fizika OKTV bizottságának a tagja, vezeti a Mikola Versenybizottságot. Több tankönyv, példatár társszerzője. 2018-ban Rátz Tanár Úr Életműdíjat kapott.

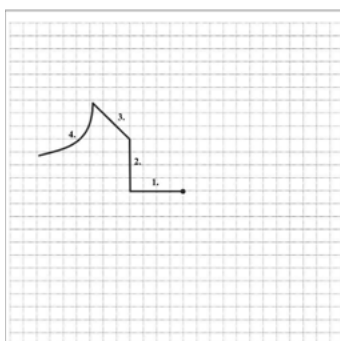
Egy alkalommal a nyomtatófej, illetve a tálca mozgását a mellékelt sebesség-idő grafikonok jellemezték (a fenti ábra mutatja a nyomtatófej és a tálca mozgásának pozitív, illetve negatív irányát).

Az első 30 másodpercben három egyforma hosszú szakaszból álló nyomot hagyott a nyomtatófej a tálcán. A nyomtatófej a tálca közepéről indult.

- Rajzold le az első 30 másodperc alatt a tálcára kinyomatott mintát!
- Mekkora a (grafikonról nem leolvasható) sebesség?
- Milyen alakú nyomot hagyott a nyomtatófej a tálcán a 30. és 50. másodperc között?
- Milyen messze volt a tálca közepétől a nyomtatófej az 50. másodperc végén?
- Rajzold le vázlatosan az utolsó 20 másodpercben a tálcára kinyomatott mintát is!

Megoldás:

A nyomtatófej és a tálca egymásra merőleges irányok mentén mozognak, legyen a nyomtatófej az x , a tálcaé az y irány. Minthogy a nyomvonalat a nyomtatófejnek a tálcahoz képest történő mozgása határozza meg, ezt vizsgáljuk.



- A grafikonról leolvashatjuk, hogy az első 10 másodpercben csak x irányú mozgás van, a tálca áll. A nyomtatófej elmozdulása $4 \text{ mm/s} \cdot 10 \text{ s} = 40 \text{ mm}$, balra. Az ábrán ezt az 1. szakasz jelzi.

A második 10 másodpercben csak y irányú mozgás van, a tálca elmozdulása itt is $4 \text{ mm/s} \cdot 10 \text{ s} = 40 \text{ mm}$ előre, tehát hozzá képest a nyomtatófej 40 mm -t mozogul hátra. Az ábrán ezt a 2. szakasz jelzi.

A harmadik, szintén 40 mm hosszú szakaszon a nyomtatófej balra, a tálca előre mozog azonos sebességgel, tehát a tálcahoz képest a nyomtatófej balra és közben hátrafelé mozog $v_x = -v_y = v_0$ sebességgel.

Mivel mindkét mozgás azonos nagyságú, egyenletes, a nyomvonal 45° -os egyenes lesz. Ez a 3. szakasz.

- A nyomvonal megadott hosszát az x és az y irányú elmozdulás-összetevőkből Pithagorasz-tétellel fejezhetjük ki, és ebből a keresett sebességet meghatározhatjuk:

$$40 \text{ mm} = \sqrt{2(v_0 \cdot 10 \text{ s})^2}, \quad v_0 = \sqrt{8} \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 2,83 \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

- A 30. és 50. másodperc között a tálca y irányban állandó sebességgel mozgott hátrafelé, míg a nyomtatófej kezdősebesség nélkül, egyenletesen gyorsult balra. Tehát a nyomtatófej a tálcahoz viszonyítva állandó sebességgel mozgott előre, miközben nyugalomból egyenletesen gyorsult balra. Ez a mozgás hasonlít a

vízszintes hajításhoz, így a nyomvonal egy parabolaív. Ez a 4. szakasz.

- Eközben az x irányú elmozdulás:

$$\Delta x_4 = v_{\text{átlag}} \cdot t = 2 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \cdot 20 \text{ s} = 40 \text{ mm},$$

az y irányú elmozdulás:

$$\Delta y_4 = 2 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \cdot 20 \text{ s} = 40 \text{ mm}.$$

A kezdőponttól való elmozdulást megkaphatjuk, ha külön-külön összegezzük a nyomtatófej tálcahoz képest történt x és y irányú elmozdulásait, majd a Pithagorasz-tétellel kiszámítjuk az eredő elmozdulást.

$$\Delta x = 40 \text{ mm} + 0 + 28,3 \text{ mm} + 40 \text{ mm} = 108,3 \text{ mm},$$

$$\Delta y = 0 + 40 \text{ mm} + 28,3 \text{ mm} - 40 \text{ mm} = 28,3 \text{ mm}.$$

A keresett távolság:

$$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = 111,93 \approx 112 \text{ mm}.$$

- Ez a fázis egy lefelé induló fél-parabolaív rajza, $40\text{--}40 \text{ mm}$ -es x - y elmozdulással. Ez a 4. szakasz.

A II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam)

3. feladata Kis Tamás (Heves) javaslata

Egy 80 méter hosszúságú személyvonat 108 km/h -val közeledett a debreceni vasútállomáshoz. A vasúti jelzésnek megfelelően a mozdonyvezető fékezni kezdett, és a szerelvény $2,25 \text{ km}$ -en át egyenletesen lassulva megállt a peron mellett. A fékezés megkezdésétől számítva 25 másodperccel a személyvonat utolért egy vele párhuzamos vágányon, szintén Debrecen felé haladó, 200 méter hosszúságú tehervonatot. Ez utóbbi 54 km/h állandó sebességgel robogott át az állomáson.

- Mekkora volt a személyvonat sebessége, amikor utolérte a tehervonatot?
- Melyik vonat ért be először az állomásra?
- Mennyi ideig haladt egymás mellett (takarásban) a két szerelvény?

Megoldás:

Adatok: a személyvonat kezdősebessége: $v_0 = 30 \text{ m/s}$; hossza: $h_1 = 80 \text{ m}$; a tehervonat sebessége: $v_t = 15 \text{ m/s}$; hossza: $h_2 = 200 \text{ m}$; a személyvonat fékútja: $s_0 = 2250 \text{ m}$; a tehervonat utoléréséig eltelt idő: $t_1 = 25 \text{ s}$.

- A személyvonat megállásáig eltelt idő: $t_0 = 2s_0/v_0 = 150 \text{ s}$. A személyvonat gyorsulása: $a = (0 - v_0)/t_0 = -0,2 \text{ m/s}^2$. A személyvonat sebessége a tehervonat utolérésekor: $v_1 = v_0 + at_1 = 25 \text{ m/s}$.
- A személyvonat attól a pillanattól számítva, hogy utoléri a tehervonatot, $t_{sz} = t_0 - t_1 = 125 \text{ s}$ múlva ér be az állomásra. Az utolérés pillanatában tehát a személyvonat távolsága az állomástól:

$$s_1 = s_0 - \frac{v_0 + v_1}{2} t_1 = 1562,5 \text{ m}.$$

Ugyanebben a pillanatban a tehervonat távolsága az állomástól $s_t = 1362,5$ m. A tehervonat eleje pedig $t_t = s_t/v_t = 90,8$ s múlva ér az állomás azon pontjára, ahol a személyvonat eleje majd megáll. *Tehát a tehervonat ér előbb az állomásra.*

- c) A személyvonat a t_1 pillanattól kezdve előzni kezdi a teherszerelvényt (ekkor kerülnek takarásba). Az előzés addig tart, amíg a személyvonat sebessége a tehervonat sebességére csökken. Az utolérésétől a sebességegyenlőségig eltelt idő

$$t_2 = \frac{v_t - v_1}{a} = 50 \text{ s.}$$

Eközben a személyvonat elejének elmozdulása a tehervonat végéhez képest

$$x = \frac{v_1}{a} \cdot v_t \cdot t = 250 \text{ m.}$$

Mivel $x < (h_1 + h_2)$, a két szerelvény a sebességegyenlőségig (sőt még utána is) folyamatosan egymás mellett, „takarásban” mozog. A sebességegyenlőség pillanatában a szerelvények egymás mellett lévő részének hossza: $h_1 + h_2 - x = 30$ m.

A személyvonat tovább lassul a megállásig, és közben a tehervonat kezd előzésbe. A két szerelvény addig marad takarásban, amíg a tehervonat vége el nem halad a személyvonat eleje mellett. Ehhez a tehervonatnak x -szel hosszabb utat kell megtennie a személyvonathoz képest:

$$x = v_t t_3 - \left(v_t t_3 + \frac{1}{2} a t_3^2 \right),$$

amiből

$$t_3 = \sqrt{-\frac{2x}{a}} = 50 \text{ s.}$$

Tehát a két szerelvény $t_2 + t_3 = 100$ s-ig lesz takarásban.

Megjegyzés: A sebességegyenlőségtől a személyvonat megállásáig eltelt idő $t_4 = (0 - v_t)/a = 75 \text{ s} > t_3$, ami azt jelenti, hogy a személyvonat még mozgásban volt, amikor a tehervonat elhaladt mellette.

Második forduló

Az első fordulóban legalább 50%-os teljesítményt elérő diákok jutottak a második fordulóba. Idén ez 105 iskola 538 diákjának sikerült. Az újabb megméréstetésre március 11-én került sor. A második fordulóban megjelent 16 feladat közül a bizottság döntése alapján a következő kettőt ismertetjük.

A II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam)

3. feladata *Simon Péter* (Pécs) javaslata

A Szaturnusz Titán nevű holdjának sugara 2575 km, tömege $1,35 \cdot 10^{23}$ kg, forgási periódusideje 382 óra (15 földi nap és 22 óra), a felszíni hőmérséklet -180 °C. A Titán

az egyetlen hold a Naprendszerben, amelynek jelentős légköre van. A légkör tömegének kerekítve 97%-a nitrogén, 3%-a metán (továbbá igen kis mennyiségben egyéb gázokat is tartalmaz). A hold felszínén a légköri nyomás 147 kPa.

- Mekkora a nehézségi gyorsulás értéke a hold északi sarkának közelében?
- Mennyivel kisebb vagy nagyobb a nehézségi gyorsulás értéke a hold egyenlítője mentén?
- Becsüljük meg a Titán légkörének a tömegét!
- Becsüljük meg a Titán légkörének a sűrűségét a felszíne közelében!

Segítség: Egy gázkeverék p nyomása megegyezik az egyes komponensek külön-külön kialakított p_1 , illetve p_2 nyomásának összegével. Tehát a gázkeverék nyomása $p = p_1 + p_2$. Az R sugarú gömb felszíne $4R^2\pi$.

Megoldás:

- A hold északi sarkának közelében egyedül a gravitációs erő okozza a nehézségi gyorsulást:

$$F_{\text{gr}} = m \cdot g, \quad \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} = m \cdot g,$$

$$g_s = \gamma \cdot \frac{M}{R^2} = 1,358 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1,36 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

- A nehézségi gyorsulás értékét az egyenlítő közelében a gravitációs erő és a forgásból eredő tehetetlenségi erő együtt alakítja ki:

$$F_{\text{gr}} - m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot g,$$

$$\gamma \frac{M \cdot m}{R^2} - m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot g,$$

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} - m \cdot \omega^2 \cdot R = 1,358 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 0,000054 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,35795 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1,36 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Megállapítható, hogy a két helyen mérhető nehézségi gyorsulás relatív eltérése kisebb, mint $4/100\,000$ (0,004%).

- A Titán felszínén lévő nyomást a légkör tömegére ható nehézségi erő okozza:

$$p = \frac{F_{\text{ny}}}{A} = \frac{m \cdot g}{4R^2\pi}.$$

A légkör tömege:

$$m = \frac{F_{\text{ny}}}{g} = \frac{p \cdot 4R^2\pi}{g} = \frac{147\,000 \text{ Pa} \cdot 4(2,575 \cdot 10^6 \text{ m})^2\pi}{1,36 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 9 \cdot 10^{18} \text{ kg.}$$

- A Titán felszínén a légkör nyomása a metán és a nitrogén parciális nyomásainak az összege. A nyomás fogalma alapján:

$$p_{\text{metán}} = \frac{0,03mg}{4R^2\pi} = 4410 \text{ Pa},$$

$$p_{\text{nitrogén}} = \frac{0,97mg}{4R^2\pi} = 142590 \text{ Pa}.$$

A nyomások aránya megegyezik a nitrogén és a metán tömegének arányával.

Az ideális gázok állapotegyenletét kifejezhetjük a sűrűségükkel is:

$$pV = nRT = \frac{m}{M}RT \rightarrow \frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M} \rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}.$$

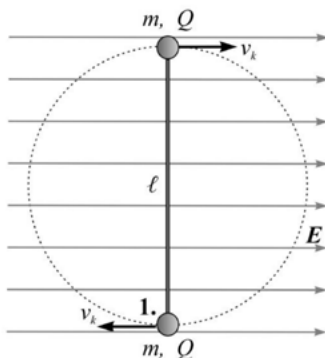
A parciális nyomások mintájára kiszámíthatjuk a metán és a nitrogén részleges sűrűségét is, ezek összege adja a légkör felszíni sűrűségét:

$$\rho = \rho_{\text{metán}} + \rho_{\text{nitrogén}} = \frac{p_{\text{metán}}M_{\text{metán}}}{RT} + \frac{p_{\text{nitrogén}}M_{\text{nitrogén}}}{RT} = 5,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

A II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam)

4. feladata *Koncz Károly* (Kozármisleny) javaslata

Két pontszerű testet szigetelő, elhanyagolható tömegű, merev pálcát köt össze. A testek tömege $m = 20 \text{ g}$, töltésük $Q = +10^{-6} \text{ C}$, a pálcák hossza $\ell = 20 \text{ cm}$. A rendszer vízszintes, súrlódásmentes, szigetelő felületen található, és a testek $v_k = \pi/10 \text{ m/s}$ kerületi sebességgel egyenletes körmozgást végeznek a rendszer tömegközéppontja körül. A teret $t = 0$ -kor pillanatszerűen homogén, vízszintes térerősségű elektromos mező tölti ki, amelynek térerőssége, $E = 10^4 \text{ N/C}$ nagyságú, és ebben a pillanatban a pálcára merőleges. Ezt a pillanatot mutatja az ábra. A továbbiakban a mező változatlan marad.



- Mekkora az 1-es jelű test (az ábrán alul lévő) elmozdulása a pálcák 270-os elfordulása során, és mekkora az elfordulás utolsó pillanatában a sebessége?
- Az előző időintervallumban mekkora munkát végez az elektromos mező a rendszeren?
- Mekkora az előző folyamatban az 1-es jelű testen a pálcában ébredő erő munkavégzése?

Megoldás:

- A tér bekapcsolása után a rendszerre vízszintes irányban $2QE = 0,02 \text{ N}$ erő fog hatni, és ezért a rendszer tömegközéppontja a tér irányába fog gyorsulni, $a = 2QE/(2m) = 0,5 \text{ m/s}^2$ gyorsulással. A pálcák állandó szögsebessége $\omega = v_k/r = \pi(1/\text{s})$, ami azt jelenti, hogy

1 s alatt $\pi = 180^\circ$ -os szöggel fordul el. Tehát a 270° -os ($1,5\pi$ radián) elfordulás 1,5 s alatt következik be. Ennyi idő alatt a tömegközéppont $x = (a/2)t^2 = 0,5625 \text{ m}$ -rel kerül előre, és ehhez a 270° miatt $r = 0,1 \text{ m}$ jön még hozzá. A kérdéses elmozdulás nagyságát Pitagorasz-tétellel határozhatjuk meg:

$$\Delta r = \sqrt{0,1^2 + 0,6625^2} = 0,67 \text{ m}.$$

Ekkor a tömegközéppont sebessége $v = at = 0,75 \text{ (m/s)}$, és erre merőleges a kerületi sebesség. Az eredő sebesség:

$$v_1 = \sqrt{v^2 + v_k^2} = 0,81 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- A rendszer forgási energiája nem változott, a haladási mozgási energiája nulláról $(1/2) \cdot 2m v^2 = 11,25 \text{ mJ}$ értékre nőtt. Ekkora az elektromos mező munkavégzése. (A munkatétel szerint a mozgási energia megváltozása egyenlő az eredő erő munkájával. Az eredő erő $2QE$, mert a súlytalan pálcák két végén ható belső erők kioltja egymást, azokat nem kell figyelembe venni.)
- Alkalmazzuk a munkatételt az (1)-es jelű testre olyan formában, hogy összeadjuk az (1)-es testre ható erők munkáit:

$$W(QE) + W(F_{\text{pálcák}}) = \Delta E_{\text{mozg}}.$$

A mozgási energia megváltozása:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{mozg}} &= \frac{1}{2}m(v_1^2 - v_k^2) = \frac{1}{2}m(v^2 + v_k^2 - v_k^2) \\ &= \frac{1}{2}mv^2 = 5,625 \text{ mJ}. \end{aligned}$$

Megnyugtató módon észrevehetjük, hogy ez a mozgásienergia-változás éppen a fele az egész rendszerének. Nézzük az elektromos erő munkáját az erő és az erő irányába eső elmozdulás szorzataként:

$$W(QE) = QE \left(x + \frac{\ell}{2} \right) = 6,625 \text{ mJ},$$

ami meglehetősen nyugtalanító módon nagyobb, mint a mozgási energia megváltozása. Észrevehetjük, hogy ez azért van így, mert a pálcában ébredő és az (1)-es testre ható erő munkája negatív: $W(F_{\text{pálcák}}) = -1 \text{ mJ}$.

Megjegyezzük, hogy a (2)-es testre is hat a pálcában ébredő erő (a pálcák súlytalansága miatt a pálcák két végén $\mathbf{F}$ és $-\mathbf{F}$ erők hatnak, melyek pálcáirányú hatásvonala közös, vagyis a pálcák helyett akár fonalat is használhatnánk). A (2)-es testre az elektromos erő munkája $QE(x - (\ell/2)) = 5,625 \text{ mJ}$, tehát a (2)-es testre a pálcában ébredő erő munkája pozitív: $W(F_{\text{pálcák}}) = +1 \text{ mJ}$.

Harmadik forduló

A döntőbe jutáshoz az elérhető 40-ből 24 pontra volt szükség az I. kategóriában, 25-re a II.-ban, 23-ra a

III.-ban, 15-re a IV.-ben. A gimnazisták közül 44-45 diák jutott a döntőbe, a technikumban tanulók közül csak 4-4 fő.

A kilencedikesek hagyományosan Gyöngyösön, a tizedikesek Pécsen vetélkedtek a fináléban május 4-étől 6-áig.

Gyöngyösön az I. és a III. kategória döntője volt. A gyöngyösi elméleti feladatlapot szerkesztette, valamint a zsűri elnöke *Szász Krisztián* volt. A zsűri további tagjai: Baranyai Klára, *Pántyáné Kuzder Mária*, *Tófalusi Péter*. A szervezési feladatokat harmadik éve *Horváthné Zörög Anikó* és *Csordás Ágnes* végzi.

Pécsen a II. és IV. kategória döntője volt. A feladatlapot a zsűri elnöke, *Pálfalvi László* szerkesztette. A zsűri további tagjai: Honyek Gyula, Koncz Károly, Kotek László, *Szkladányi András*. A harmadik fordulóban megjelent 16 feladat közül a bizottság döntése alapján a következő kettőt ismertetjük.

Az I. kategória (gimnázium, 9. évfolyam)

3. feladata *Szkladányi András* (Baja) javaslata

Vízszintes, súrlódásmentes talajon egy 1 m hosszú, nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű fonálhoz erősített 0,1 kg tömegű, apró test egyenletes körmozgást végez. A kezdetben vízszintes helyzetű fonálnak a kör középpontjában lévő végét nagyon lassan emelni kezdjük függőlegesen felfelé. Közben a test sebessége a körpálya sugarával fordított arányban változik. Amikor a fonál felső vége 60 cm magasra van, a test elválik a talajtól.

- Mekkora a test kezdeti sebessége?
- Mennyi munkát végzünk, mire a fonál felső vége 1 m magasra kerül?
- Mekkora erőt kell kifejtenünk ebben a helyzetben?

Megoldás:

- A fordulatszám addig növekszik, amíg a test el nem válik a talajtól. Az elválás pillanatában a talaj által kifejtett kényszererő nullára csökken. A test ettől kezdve a nehézségi és a fonálerő hatására állandó nyílászögű kúpingaként emelkedik tovább. Jelölje v a test sebességét, R a kúpinga sugarát, H pedig a fonál felső végének magasságát a test elválásának pillanatában. Az egyenletes körmozgás dinamikai feltétele alapján

$$F_e = m \frac{v^2}{R}.$$

Az eredő erő a körpálya középpontja felé mutat, és a nagysága hasonlóság alapján

$$\frac{F_e}{mg} = \frac{R}{H} \rightarrow F_e = \frac{mgR}{H}.$$

Behelyettesítve

$$\frac{g}{H} = \left(\frac{v}{R} \right)^2.$$

A sebességre vonatkozó feltétel (perdületmegmaradás) szerint

$$R \cdot v = L \cdot v_0 \rightarrow v = \frac{L}{R} v_0.$$

A körpálya sugara

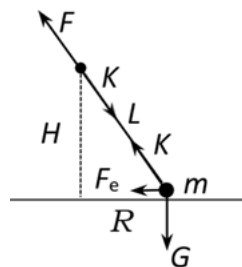
$$R = \sqrt{L^2 - H^2}.$$

Behelyettesítések után

$$H = \frac{gR^4}{L^2 v_0^2} = g \left(\frac{L^2 - H^2}{Lv_0} \right)^2.$$

A test kezdeti sebessége

$$v_0 = \frac{L^2 - H^2}{L} \sqrt{\frac{g}{H}} \approx 2,61 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



- A test sebessége ebben a helyzetben:

$$v = \frac{L}{R} v_0 = \frac{L}{\sqrt{L^2 - H^2}} v_0 \approx 3,27 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A végzett munka a helyzeti és a mozgási energia változásából határozható meg:

$$W = mg(h - H) + \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2) \approx 0,6 \text{ J}.$$

- A pálya sugara:

$$R = \sqrt{L^2 - H^2} = 0,8 \text{ m}.$$

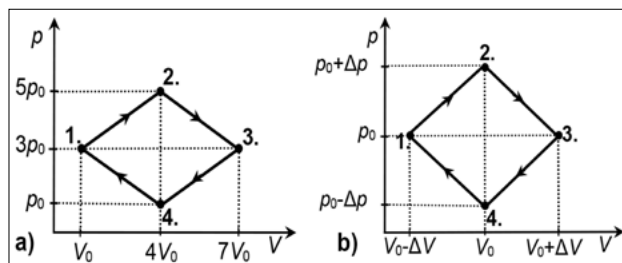
A kifejtendő erő egyenlő a fonalat feszítő erővel:

$$F = K = \sqrt{G^2 + F_e^2} = \sqrt{(mg)^2 + \left(m \frac{v^2}{R} \right)^2} \\ = \sqrt{(mg)^2 + \left(m \frac{v^2}{R} \right)^2} \approx 1,67 \text{ N}.$$

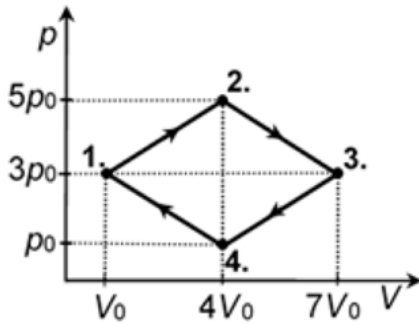
A II. kategória 2. feladata *Kotek László* (Pécs) javaslata

Egy egyatomos ideális gáz az ábrán látható körfolyamatot végzi. A körfolyamat egy ciklusa alatt nyert hasznos munka W^* . A gáz az 1. $\rightarrow$ 2. részfolyamatban Q_{12} hőt vesz fel, a 3. $\rightarrow$ 4. részfolyamatban $|Q_{34}|$ hőt ad le.

- Adjuk meg a $W^*/(Q_{12} - |Q_{34}|)$ arányt (*a. ábra*)!
- Mutassuk meg, hogy ez az arány minden ilyen rombusz alakú körfolyamat esetén ugyanennyi (*b. ábra*)!



Megoldás:



- a) Az ábra alapján határozzuk meg az egyes mennyiségeket!

$$W^* = \frac{1}{2} \cdot 4 p_0 \cdot 6 V_0 = 12 p_0 V_0.$$

A termodinamika első főtétele alapján,

$$Q_{12} = E_2 - E_1 + W_{12}^*,$$

$$|Q_{34}| = \frac{3}{2} (21 p_0 V_0 - 4 p_0 V_0) + \frac{p_0 + 3 p_0}{2} (7 V_0 - 4 V_0),$$

$$Q_{12} = (75/2) p_0 V_0.$$

A 3. → 4. folyamatban a gáz belső energiája csökken, és munkát is végzünk a gázon. A leadott hő, azaz $|Q_{34}|$ a két mennyiség abszolút értékének összege lesz.

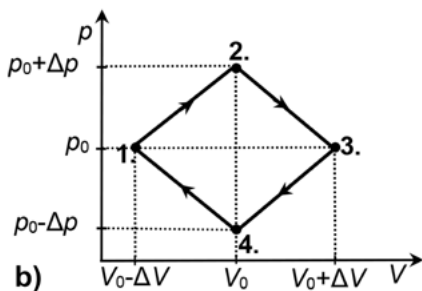
$$|Q_{34}| = Q_{43} = E_3 - E_4 + W_{43}^*,$$

$$|Q_{34}| = \frac{3}{2} (21 p_0 V_0 - 4 p_0 V_0) + \frac{p_0 + 3 p_0}{2} (7 V_0 - 4 V_0),$$

A keresett arány:

$$x = \frac{W^*}{Q_{12} - |Q_{34}|} = \frac{12 p_0 V_0}{\frac{75}{2} p_0 V_0 - \frac{63}{2} p_0 V_0} = 2.$$

- b)



Foglalkozzunk a feladattal általánosan! Legyenek a gáz állapotjelzői a rombusz középpontjához tartozó állapotban p_0 és V_0 ! Az ábra alapján a körfolyamat közben a gáz legkisebb és legnagyobb nyomása:

$$p_{\min} = p_0 - \Delta p, \quad p_{\max} = p_0 + \Delta p.$$

A legkisebb és legnagyobb térfogat pedig

$$V_{\min} = V_0 - \Delta V, \quad V_{\max} = V_0 + \Delta V.$$

Határozzuk meg az 1. → 2. részfolyamatban a belső energia megváltozását!

$$E_2 - E_1 = (3/2) [(p_0 + \Delta p) V_0 - p_0 (V_0 - \Delta V)],$$

$$E_2 - E_1 = (3/2) (\Delta p V_0 + p_0 \Delta V).$$

A gáz által végzett munka egyenlő az 1. → 2. grafikon alatti területtel, a trapéz területével, ami legyen W_{12}^* !

A termodinamika első főtétele alapján az ebben a folyamatban felvett hő:

$$Q_{12} = E_2 - E_1 + W_{12}^*,$$

$$Q_{12} = (3/2) (\Delta p V_0 + p_0 \Delta V) + W_{12}^*.$$

A 3. → 4. részfolyamatban leadott hő, $|Q_{34}|$ egyenlő a 4. → 3. folyamatban felvett hővel, $|Q_{34}| = Q_{43}$. Határozzuk meg az előzőhöz hasonlóan Q_{43} értékét!

$$E_3 - E_4 = (3/2) [p_0 (V_0 + \Delta V) - (p_0 - \Delta p) V_0],$$

$$E_3 - E_4 = (3/2) (\Delta p V_0 + p_0 \Delta V).$$

Beláttuk, hogy

$$E_2 - E_1 = E_3 - E_4.$$

A 3. → 4. részfolyamatban leadott hő

$$|Q_{34}| = Q_{43} = E_2 - E_1 + W_{43}^*.$$

A keresett arány

$$x = \frac{W^*}{Q_{12} - Q_{43}} = \frac{W^*}{E_2 - E_1 + W_{12}^* - (E_2 - E_1 + W_{34}^*)},$$

$$x = \frac{W^*}{W_{12}^* - W_{34}^*}.$$

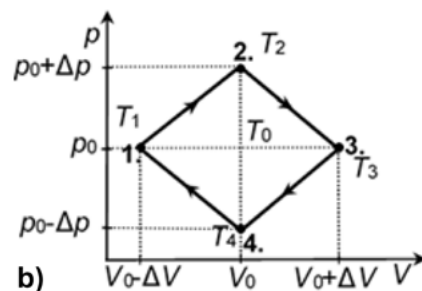
A $p - V$ diagram alapján könnyű belátni, hogy

$$W_{12}^* - W_{43}^* = (1/2) W^*.$$

Ezzel bebizonyítottuk, hogy

$$x = \frac{W^*}{(1/2) W^*} = 2.$$

Második megoldás:



Legyen a rombusz középpontjához tartozó állapotban a gáz hőmérséklete T_0 ! A Gay-Lussac-törvényekből ismert, illetve könnyű belátni, hogy

$$T_0 = \frac{T_1 + T_3}{2}, \quad T_0 = \frac{T_2 + T_4}{2}.$$

Ebből:

$$T_2 - T_1 = T_3 - T_4, \quad E_2 - E_1 = E_3 - E_4.$$

A keresett arány:

$$x = \frac{W^*}{Q_{12} - Q_{43}} = \frac{W^*}{E_2 - E_1 + W_{12}^* - (E_2 - E_1 + W_{43}^*)},$$

$$x = \frac{W^*}{W_{12}^* - W_{43}^*}.$$

A $p - V$ diagram alapján könnyű belátni, hogy

$$W_{12}^* - W_{43}^* = (1/2)W^*.$$

Ezzel bebizonyítottuk, hogy

$$x = \frac{W^*}{(1/2)W^*} = 2.$$

Kis Tamás volt felelős Gyöngyösön a mérési feladat kidolgozásáért és megvalósításáért. Cinkelt kockát hozhatunk létre, ha megváltoztatjuk az egyenletes tömegeloszlást. A versenyző diákok asztalán lévő dobókocka egyik lapjához belülről vasnehezéket rögzítettek. Mágnes segítségével kellett megkeresni ezt a lapot. A Bunsen-állvány diójába befogott szögre cérnával alumíniumcsövet függesztettünk. Alkalmos tömegű nehezék felkötésével a csövet vízszintes egyensúlyi helyzetbe le-

hetett hozni, majd egyetlen méréssel kellett meghatározni a cső tömegét! Ezt követően a csövet kétoldali mérleg rúdjaként használva, egy műanyag foglalatban lévő mágnes tömegét kellett meghatározni egy nehezék segítségével. Majd a mágneshez kellett tapasztani az inhomogén eloszlású kockát, újabb egyensúlyi helyzetet kellett létrehozni, és meghatározni a kocka tömegét. A kockába rejtett nehezék tömegét két módon kellett meghatározni, először a testet pontszerűnek feltételezve, majd a méreteinek ismeretében.

Simon Péter volt felelős Pécsen a helyi szervezésért, valamint a mérési feladat kidolgozásáért. Idén egyensúlyi helyzetet kellett vizsgálni kötél súrlódás segítségével. Egy Bunsen-állvány befogójába vízszintesen elhelyeztünk egy fahengert. Egy nagyon rövid és egy nagyon hosszú fonalat vetettünk át a fahengeren. A fonál hurkolt végeire egy-egy gemkapcsot bújattunk. A jobb oldali hurokra egyesével további gemkapcsokat kellett helyezni addig, amíg az egyensúly éppen fennmarad. A következő gemkapocs felhelyezésekor az egyensúly már felborulna. Ekkor még egy gemkapcsot kellett a bal oldali hurokra helyezni, majd a jobb oldalra ismét annyit, hogy az egyensúly éppen megmaradjon. Ezt a lépést kellett még legalább négyszer ismételni. A két fonál esetében gyűjtött adatokat kellett táblázatba rendezni, grafikont készíteni, majd azt jellemezni. Feladat volt meghatározni a rúd két oldalán a rúdra ható fonálerők arányát maximális tapadó súrlódási erő esetén, valamint a hosszabb fonál tömegét gemkapocs-tömegegységben.



1. kép. A gyöngyösi döntő mérésének eszközei (készítette Kis Tamás)



2. kép. A pécsi döntő mérésének eszközei (készítette Simon Péter)

A legjobb eredmények 2025-ben

I. kategória (Gimnázium, 9. évfolyam)

1. helyezett: *Bense Tamás István* (Budapest V. kerületi Eötvös József Gimnázium, tanárai: *Feke Zsolt, Gyer-tyán Attila*)
2. helyezett: *Kossár Benedek Balázs* (Pécsi Leőwey Klára Gimnázium, tanára: *Hegedüs János*)
3. helyezett: *Mészáros Máté* (Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium, tanára: *Mike Péter*)

II. kategória (Gimnázium 10. évfolyam)

1. helyezett: *Ákosfai Imre* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium, tanárai: *Schramek Anikó, dr. Nagy Piroska Mária*)
2. helyezett: *Varga Vivien* (Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium, tanára: *Mike Péter, Gutai Árpád Tamás*)
3. helyezett: *Elek János* (Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium, tanára: *Mike Péter*)

III. kategória (akik első évben tanulnak technikumban)

1. helyezett: *Buda Bálint* (Győri SzC Jedlik Ányos Technikum, tanára: *Banáné Nagy Mónika*)

IV. kategória (akik második évben tanulnak technikumban)

1. helyezett: *Szöllősi Dániel* (Energetikai Technikum és Kollégium, Paks, tanára: *Nagyné Lakos Mária*)

A Robert Bosch Kft. által szponzorált díjat 2025-ben a következők kapták.

A legjobb elméleti dolgozat

Gyöngyös: *Bense Tamás István* (Budapest V. kerületi Eötvös József Gimnázium, tanárai: *Feke Zsolt, Gyer-tyán Attila*)

Pécs: *Ákosfai Imre* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium, tanárai: *Schramek Anikó, Dr. Nagy Piro-ska Mária*)

A legjobb mérési jegyzőkönyv

Gyöngyös: *Bense Tamás István* (Budapest V. kerületi Eötvös József Gimnázium, tanárai: *Feke Zsolt, Gyer-tyán Attila*)

Pécs: *Sánta Gergely* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakor-ló Gimnázium, tanára: *Schramek Anikó*)

A döntőn minden versenyző kapott oklevelet, aján-dékkönyvet, pendrive-ot, valamint egyéb ajándékot (toll, hátizsák, ...) is. Mind a négy kategória győztese Miko-la-éremmel tért haza. Gyöngyösön és Pécsen is minden felkészítő tanár kapott emléklapot. A visszajelzések alap-ján a résztvevők (diákok, felkészítő tanárok, zsűri, szű-lők) elégedetten, élményekkel, ismeretekkel gazdagodva tértek haza a verseny döntőjéről. A Mikola-verseny Ma-gyarország egyik legnépszerűbb fizikaversenye. A sike-rért sok ember munkálkodott együtt. Az egyes fordulók feladatlapjai, megoldásai, eredménylistái olvashatóak a verseny honlapján – www.mikolaverseny.hu –, ezzel is gazdagítva a hazai fizikaoktatás kultúráját.

A XXVIII. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY

Sükösd Csaba

BME Nukleáris Technika Tanszék, Budapest

E-mail: sukosd@reak.bme.hu

A XXVIII. Országos Szilárd Leó Fizikaversenyt 2025-ban a hagyományoknak megfelelően, két fordulóval rendeztük meg. Az első forduló a résztvevők iskoláiban zajlott, míg a második forduló, a döntő Pakson, az Energetikai Technikum és Kollégiumban, személyes részvételrel történt.

A verseny megrendezésében a Magyar Nukleáris Társaság, valamint a döntő helyi szervezője, az Energetikai



Sükösd Csaba (1947) a BME címzetes egyetemi tanára, az EL FT elnökségi tagja. Kísérleti mag-fizikus, aki kísérleti munkáját nagyrészt külföldi kutatóintézetekben végezte. Kutatási területe a magreakciók, óriásrezonanciák és némely aszt-rofizikailag releváns magreakciók vizsgálata radioaktív ionnyalábokkal. Marx György tanít-ványaként részt vett a 70-es évek MTA oktatási kísérletében. Azóta is szoros kapcsolata van a fizikatanárok közösségével, több tanári és okta-tással kapcsolatos program vezetője.

Technikum és Kollégium vállaltak nagy szerepet. A ver-seny anyagi feltételeit a fenti szervezőkön túl a Nemzeti Tehetségprogram, a Kulturális és Innovációs Minisztéri-um, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egye-tem Nukleáris Technikai Intézete, a Paksi Atomerőmű Zrt., a HiFlyLabs Zrt., valamint a HUN-REN Energiatudományi Kutatóközpont támogatása biztosította.

A regisztrált diákok száma az idén örömdetesen to-vább emelkedett: 63 iskolából 417 diákot neveztek. Ta-valy 41 iskolából neveztek 263 diákot, azaz az idén majd-nem 60%-kal több diák vett részt a versenyben, mint legutóbb. 2019-ben – a pandémia előtti utolsó évben – 29 iskolából regisztráltak 207 diákot, azaz az idei jelentke-zők száma meghaladta még a járvány előtt jelentkezettek számát is, sőt az elmúlt húsz év legnagyobb jelentkezési számának örülhettünk. Nemcsak a diákok száma, hanem az iskolák száma is másfélszeresre nőtt, azaz a szokásos „kemény mag” mellett egyre több új iskolából is nevez-

nek versenyzőket. Ennek az örömdetes emelkedésnek oka lehet az is, hogy immár harmadik éve 445 iskola igazgatójának külön, személyes üzenetben küldjük el a versenyfelhívást. Valószínűleg annak is jelentős szerepe van a megnövekedett érdeklődésben, hogy ez a verseny is bekerült azok közé, amelyen elért helyezésekért egyes egyetemek *felvételi többletpontokat* adnak.

Az idén regisztráltak között többségben voltak a vidékiek, Budapestről 23 iskola nevezett be 196 tanulót. Bár a verseny nyitott a határon túli diákok részére is, az idén sajnos csak egy diák jelentkezett határon túlról.

A versenyre – a hagyományoknak megfelelően – két kategóriában jelentkezhetek középfokú oktatásban tanulók (zárójelben a tavalyi részvételi számok szerepelnek):

- *Szenior kategória*: azok a tanulók, akik a verseny évében vagy az azt követő évben érettségiznek (tipikusan 11–12 osztályos tanulók). Megoszlásuk: 230 (129) fiú és 40 (25) lány.
- *Junior kategória*: a fiatalabbak (tipikusan 9–10 osztályos tanulók). Megoszlásuk: 124 (86) fiú és 23 (23) lány.

Az idén a junior kategóriájú lányok létszáma nem növekedett, és ezzel elmaradtak az egyéb kategóriákra jellemző erőteljes növekedéstől.

Reméljük, hogy a 2025–26-os tanévben megrendezendő versenyen még az ideinél is több jelentkező lesz!

Mivel a verseny feladatai – és a megoldások is – az interneten mindenki számára hozzáférhetők¹ a továbbiakban csak 1-1 érdekesebb feladatot emelünk ki az elődöntőből és a döntőből.

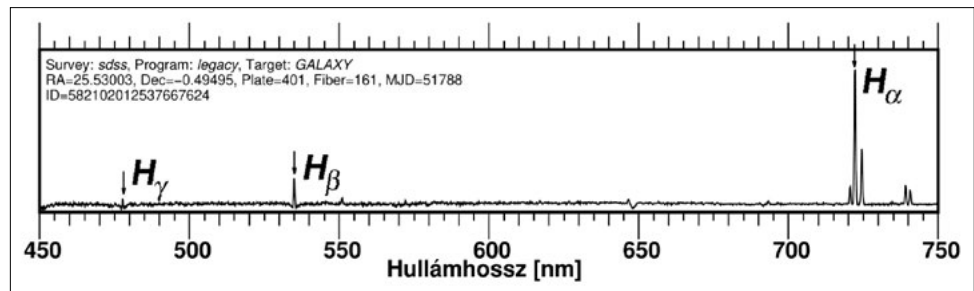
I. forduló (elődöntő)

Az elődöntő 2025. február 17-én délután zajlott, amikor a regisztrált tanulóknak a saját iskolájukban 3 óra alatt 10 elméleti, számításos versenyfeladatot kellett megoldaniuk. A kiválasztott feladatot és a megoldását alább ismergetjük.

7. feladat (kitűzte Papp Gergely)

Az ábra egy távoli galaxisból jövő fény hullámhossz szerinti felbontását (színképét, más néven spektrumát) mutatja. Az ábrán segítségképpen bejelöltük a hidrogén három színekpontonát. Ezek a vonalak az úgyneve-

zett Balmer-sorozathoz tartoznak. Földi laboratóriumi körülmények között ezek hullámhosszai rendre $H_\alpha = 656,28$ nm (vörös), $H_\beta = 486,13$ nm (kékeszöld), $H_\gamma = 434,05$ nm (ibolya).



Az ábra segítségével becsüljük meg, hogy a galaxis hogyan és mekkora sebességgel mozog a Földhöz képest!

Megoldás

A megfigyelt (leolvasott) hullámhosszak (ábra) $\lambda_m \approx 722$ nm, $\lambda_\beta \approx 535$ nm, $\lambda_\gamma \approx 478$ nm. A hullámhosszak megnöttek a laboratóriumi (nyugalmi) értékekhez képest; a vörös irányába tolódtak el, tehát a kérdéses galaxis távolodik a Földtől.

Vonal	λ_m [nm]	λ_f [nm]	λ_m/λ_f
α	722	656,28	1,1(001)
β	535	486,13	1,1(005)
γ	478	434,01	1,1(013)

A sebesség meghatározásához a Doppler-effektus képletét kell felhasználnunk. Ehhez először számítsuk ki a λ_m megfigyelt és λ_f forrás hullámhosszak arányát (lásd a táblázatot)! A három érték átlaga jó közelítéssel $\lambda_m/\lambda_f \approx 1,1$. Mivel a hullámhossz megváltozása kb. 10%, számíthatunk nem relativisztikusan.

A függvénytáblázatban szerepel a hangtani Doppler-effektus. Itt figyelembe vesszük, hogy a hang terjedési közegéhez képest milyen irányban és sebességgel mozog a forrás és a megfigyelő is. A feladatból látjuk, hogy az eltolódott hullámhossz megnőtt (vöröseltolódás), tehát a forrásgalaxis a megfigyelőtől távolodik. Ekkor klasszikusan írhatjuk:

$$f_m = f_f \frac{c \pm v_m}{c + v_f},$$

ahol az m , illetve az f indexek a megfigyelőre, illetve a forrásra utalnak. Itt a megfigyelő sebességének előjele attól függ, hogy a megfigyelő közeledik vagy távolodik-e a forráshoz képest a hullámterjedési közeg inerciarendszerében. A fénysebesség viszont minden inerciarendszerben ugyanaz, ezért vizsgálhatjuk a folyamatot a megfigyelőhöz rögzített inerciarendszerből, ahol $v_m = 0$. A képletet átírva hullámhosszra ($f \cdot \lambda = c$) kapjuk, hogy

$$\lambda_m = \lambda_f \frac{c + v_f}{c} \Rightarrow \frac{\lambda_m}{\lambda_f} = 1 + \frac{v_f}{c}. \quad (1)$$

¹ https://sukjaro.hu/SzilardVerseny/pages/2025elodontoahogyankelelt/SzilardLeo2025_Elodonto_megoldas.pdf, valamint https://sukjaro.hu/SzilardVerseny/pages/2025HogyanKellelt/SzilardLeo2025_hogyclelt.pdf

Korábban kiszámítottuk, hogy átlagosan $\lambda_m/\lambda_f \approx 1,1$, amiből $v_f/c \approx 0,1$ és $v_f \approx 3 \cdot 10^7$ m/s. A sebesség előjele pozitív, mivel azt feltételeztük, hogy a forrás távolodik.

Alternatív megoldás: Lehet a relativisztikus Doppler-képlettel is dolgozni (lásd a 2022. évi elődöntő 6. feladatának megoldását). A relativisztikus Doppler-összefüggés értelmében a megfigyelt hullámhossz (λ_m) és a forrás hullámhossza (λ_f) között a következő összefüggést írhatjuk fel:

$$\frac{f_f}{f_m} = \frac{\lambda_m}{\lambda_f} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}},$$

ahol $\beta = v/c$, és v a forrás és megfigyelő egymáshoz viszonyított sebessége. Ebből

$$\beta = \frac{\lambda_m^2 - \lambda_f^2}{\lambda_m^2 + \lambda_f^2} = \frac{(\lambda_m/\lambda_f)^2 - 1}{(\lambda_m/\lambda_f)^2 + 1} = \frac{1,1^2 - 1}{1,1^2 + 1} \approx 0,0950$$

$$\Rightarrow 2,85 \cdot 10^7 \text{ m/s.}$$

Megjegyzés: A vöröseltolódás z paraméterét úgy szokták definiálni, hogy

$$z = \frac{\lambda_{\text{megfigyelt}} - \lambda_{\text{nyugalmi}}}{\lambda_{\text{nyugalmi}}} = \frac{\lambda_{\text{megfigyelt}}}{\lambda_{\text{nyugalmi}}} - 1,$$

mert ezt könnyű számítani, és ebből egyből kapjuk a forrás v sebességét: $v = z \cdot c$.

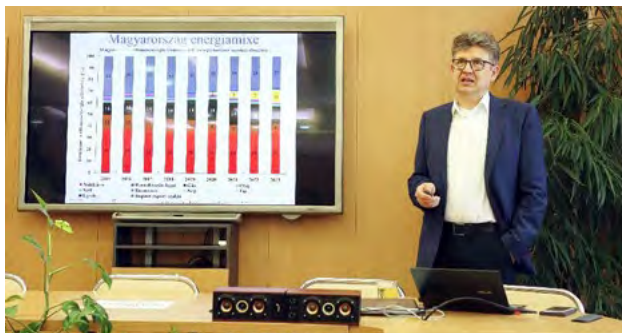
Az elődöntő eredményei

A korábbi szokásoknak – és a versenykiírásnak – megfelelően a dolgozatokat a versenyzők fizikatanárai javították az iskolákban a küldött pontozási útmutató alapján. A szenior kategóriás versenyzők 60%-nál, a junior kategóriás versenyzők 40%-nál nem rosszabb eredményt elért dolgozatait postán juttatták el a BME Nukleáris Technika Tanszékére, ahol egy egyetemi oktatókból álló csoport ismét átnézte és – szükség esetén – felüljavította a dolgozatokat. A BME-re 67 (38) szenior kategóriás és 23 (20) junior kategóriás dolgozat érkezett. A junior kategória számára a legkönnyebb feladatnak a 2. feladat bizonyult, itt a pontszámok átlaga 86% volt, de 60% fölötti átlagos pontszámot értek még el az 1., 3. és 4. feladatok esetében is. A junior kategória számára a legnehezebb az 5. feladat volt 40% átlagos pontszámmal. A szenior kategória számára a legkönnyebb négy feladatot a 2., 3., 4. és a 8. feladat jelentette. Ezek valamennyien 80% fölötti átlagos pontszámot kaptak (88,6%, 85,2%, 83,8%, illetve 85,0%). A szeniorok számára az 5. feladat bizonyult a legnehezebbnek, erre átlagosan csak 55,2%-ot szereztek. Meg kell azonban jegyezni, hogy még a legalacsonyabb átlagos pontszámú feladatra is voltak 100%-os pontszámot elérő dolgozatok, ami azt jelzi, hogy a feladat jó felkészüléssel és középiskolai ismeretekkel megoldható volt.

A verseny döntője

A pontszámok szerinti rangsor alapján a szenior kategóriában az első 20 tanulót, a junior kategóriában pedig az első 10 tanulót hívta be a versenybizottság a 2025. április 25. és 27. között Paksen rendezett döntőbe. A döntőbe bejutott versenyzők 43%-a (13 fő) volt budapesti, 57%-a (16 fő) vidékről érkezett. Az Erdélyből, a Nagykárolyi Elméleti Líceumból érkezett diák is bejutott a döntőbe. Ő volt az első határon túli diák a verseny történetében, akinek ez sikerült. Mindkét kategóriából jutottak be lány versenyzők a döntőbe: 3 lány vidékről (Szeged, illetve Keszthely), a szenior kategóriából és egy budapesti lány a junior kategóriából. A bejutottak listája ugyancsak letölthető az internetről².

A verseny döntőjének helyi szervezési feladatait az ESZI végezte; ők biztosították az étkezéseket is, valamint az ESZI kollégiumában volt a versenyzők és kísérő tanáraik szállása. A verseny megnyitása és az elméleti feladatok megírása az ESZI nagy előadótermében zajlott, éppen úgy, mint az ünnepélyes eredményhirdetés. A döntő programját a hagyományokhoz képest átszerveztük annak érdekében, hogy mind a diákoknak, mind a zsűrinek a terhelése jobban elosztott legyen. A 2025. április 25-én, pénteken kora délután tartott ünnepélyes megnyitó után – amelyen Heringes Anita, Paks polgármestere is részt vett – a versenyzők azonnal az elméleti, számításos feladatok megoldásához fogtak hozzá. Amíg a versenyzők az elméleti, számításos feladatokat oldották, a kísérő tanárok, a paksi tanárkollégák, valamint további érdeklődők részére külön programokat szerveztünk. Sajnos *Dávid Gyula* (ELTE) „*Kvantumelmélet – a fizika új világképe*” című előadása betegség miatt elmaradt, de helyette *Csanádi Zoltán*, az ESZI igazgatója vezette körbe az érdeklődőket, és mutatta be az iskola csaknem egyedülálló felszereltségét. Ezt követően *Prof. Dr. Aszódi Attila* (BME) „*Napelemek a háztetőn, kis moduláris reaktorok a szerverparkok mögött? Energetikai trendek itthon és a nagyvilágban*” című érdekfeszítő előadása nyugtázta le a hallgatóságot. Az előadásról készült videófelvétel megtekinthető a verseny honlapjain: <https://szilardverseny.hu/>, illetve <https://sukjaro.hu/SzilardVerseny/pages/2025videos/>.



Prof. dr. Aszódi Attila előadását tartja

² <https://sukjaro.hu/SzilardVerseny/pages/2025Tovabbjutok/Tovabbjutok.pdf>

Koszorúzás

Idén a verseny döntőjének programja úgy változott, hogy az elméleti, számításos forduló – illetve a vele párhuzamosan a tanárok számára tartott előadások – után koszorúzták meg a résztvevők Marx György professzornak, az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny alapítójának és első vezetőjének emléktábláját a paksi Energetikai Technikum és Kollégium földszinti aulájában. Ez a Pakson tartott Országos Szilárd Leó Fizikaversenyek állandó programja az emléktábla 2017-es felavatása óta. A koszorúzáson részt vett Aszódi Attila professzor is.

Elméleti, számításos feladatok

A 10 feladatból álló elméleti, számításos feladatsor első 7 feladata közös volt a két kategória számára, de az utolsó három feladatot külön kapták a seniorok és a juniorok. Az alábbiakban ismertetjük a második forduló (döntő) egyik érdekes elméleti, számításos feladatát és a megoldást.

10. feladat (senior), kitűzte Halász Máté

Egy erőmentes, kocka alakú dobozban elektront, illetve elektronokat helyezünk el. Alapállapotban mekkora nyomást fejt ki az L élhosszúságú kocka lapjaira a „nyüzsgő”

- a) ... egy elektron, illetve
b) ... három elektron? Ez utóbbi esetben a kocka minden oldalára azonos nyomás hat?

Megoldás

Tekintsük az elektronokat úgy, mintha ideális gázcseccsék lennének, azaz a lendületvektoruk komponensei: $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$.

Az x irányra merőleges lapoknak az elektron által átadott lendület: $\Delta p_x = 2p_x$.

Az ütközések ismétlődési ideje:

$$\Delta t = \frac{2L}{v_x} = \frac{2Lm_e}{p_x}.$$

A kifejtett erő x irányú komponense:

$$F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{2p_x^2}{2Lm_e}.$$

Mivel minden lap felszíne L^2 , az x irányra merőleges lapra ható nyomás:

$$p_x^{(ny)} = \frac{F_x}{L^2} = \frac{p_x^2}{m_e L^3}. \quad (2)$$

Hasonlóan a másik két irányra is. (Itt a lendülettől való megkülönböztetés céljából adtunk a nyomás jelének egy felső indexet.)

A lendület értékének a meghatározásához használjuk az elektronok állóhullám-modelljét és a de Broglie-összefüggést! Ebben a modellben az (n_x, n_y, n_z) kvantum-

sámokkal jellemezhetjük az egyes kvantumállapotokat. Ezek a kvantumszámok azt mutatják meg, hogy hány félhullámhossz „fér rá” az L hosszúságú szakaszra a különböző (x, y, z) irányokban. Azaz $L = n_x(\lambda_x/2)$, amiből $\lambda_x = 2L/n_x$. A de Broglie-összefüggés alapján $p_x = h/\lambda_x = (h/2L)n_x$. Ezt visszahelyettesítve a (2) képletbe kapjuk az x irányra merőleges lapra ható nyomást:

$$p_x^{(ny)} = \frac{p_x^2}{m_e L^3} = \frac{h^2}{4m_e L^5} n_x^2. \quad (3)$$

- a) Amikor csak egyetlen elektron van a kockában, akkor az a legalacsonyabb energiájú állapotban – az alapállapotban – van. Ebben az $(1, 1, 1)$ állapotban mindhárom tengely mentén egyetlen félhullámhossz található, azaz $n_x = n_y = n_z = 1$. Ezért a (3) képlet alapján a kocka minden oldalára azonos nyomást fejt ki az egyetlen elektron:

$$p_x^{(ny)} = \frac{p_x^2}{m_e L^3} = \frac{h^2}{4m_e L^5}.$$

- b) Három elektron esetén két elektron az $(1, 1, 1)$ állapotban van a Pauli-elvnek megfelelően, míg a harmadik elektron az $(1, 1, 2)$, $(1, 2, 1)$ és $(2, 1, 1)$ állapotok valamelyikében. Ezért a nyomás *a két félhullámhosszas állapot irányától függően* $3 \cdot 1^2 = 3$, illetve $(3 \cdot 1^2 + 1 \cdot 2^2) = 6$ -szorosára fog változni. Furcsa helyzet, hogy a nyomás irányfüggő lesz, a különböző helyzetű lapokra különböző erő hat.

Megjegyzés: Mivel az $(1, 1, 2)$, $(1, 2, 1)$ és $(2, 1, 1)$ állapotokban a harmadik elektron energiája ugyanakkora, az is elképzelhető (sőt, a szimmetria, azaz a három irány egyenrangúsága miatt nagyon is valószínű), hogy a harmadik elektron egy szuperponált (hibrid) állapotban lesz:

$$\psi_{\text{hibrid}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\psi(1,1,2) + \frac{1}{\sqrt{3}}\psi(1,2,1) + \frac{1}{\sqrt{3}}\psi(2,1,1).$$

Ekkor a nyomás minden irányban azonos lesz, mégpedig $[2 \cdot 1^2 + (1/3) \cdot 2^2] = (10/3)$ -szor akkora, mint az egyetlen elektron által gyakorolt nyomás. Nem vártuk el a diákoktól, hogy erre rájöjjenek, jóllehet erre még gimnáziumi tudással is lehetőség lett volna, hiszen kémiából is előke-rülnek hibrid állapotok a molekulák kötése kapcsán. E nélkül a felismerés nélkül is meg lehetett szerezni a teljes pontszámot a feladatra.

Alternatív megoldás: A húrmodell alapján az elektron energiája a kocka alakú dobozban

$$E = \frac{h^2}{8m_e} \left(\frac{n_x^2}{L^2} + \frac{n_y^2}{L^2} + \frac{n_z^2}{L^2} \right),$$

ahol alapállapotban egy elektron esetén $n_x = n_y = n_z = 1$. A nyomás kiszámításához képzeletben nyomjuk össze a dobozt x irányban $\Delta x \ll L$ távolsággal! Az ehhez szükséges munka (a másik két irányból származó energia nem változik):

$$W = \frac{h^2}{8m_e} \left(\frac{1}{(L - \Delta x)^2} - \frac{1}{L^2} \right) = \frac{h^2}{8m_e} \frac{L^2 - L^2 + 2L\Delta x - (\Delta x)^2}{L^2(L - \Delta x)^2}.$$

Kihasználva, hogy $\Delta x \ll L$, kapjuk:

$$W \approx \frac{h^2}{4m_e} \cdot \frac{\Delta x}{L^3}.$$

A doboz összenyomásakor kifejtett erő:

$$F_x = \frac{W}{\Delta x} = \frac{h^2}{4m_e} \cdot \frac{1}{L^3}.$$

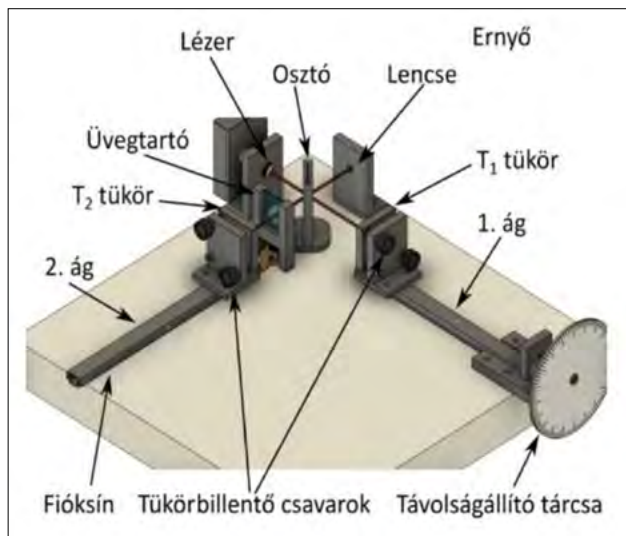
A nyomás innen az oldal L^2 területének figyelembevételével számítható:

$$p_x^{(ny)} = \frac{F_x}{L^2} = \frac{h^2}{4m_e} \cdot \frac{1}{L^5}.$$

Innen a b) kérdésre az előző megoldással analóg módon, a kvantumszámok figyelembevételével adódik az eredmény.

A döntő kísérleti feladata

A feladat során egy előre megépített és beállított Michelson-interferométerrel kellett méréseket végezni. A kísérleti eszközök megépítéséért és beállításáért nagy köszönet illeti *Borbély Venczel* tanár urat.



Mivel az interferométer két ágában a fény útja eltérő hosszúságú lehet, akkor látunk erősítést (fényintenzitás-maximumot, világos csíkot), ha a két fényút úthosszkülönbsége (Δd) a hullámhossz egész számú többszöröse: $\Delta d = 2(d_2 - d_1) = N\lambda$, ahol az N egész számot az interferencia rendjének is nevezzük, λ a monokromatikus fényforrás hullámhossza, d_1 az osztó és az egyik tükror közötti, d_2 az osztó és másik tükror közötti távolság. A kettes szorzó azért jelenik meg, mert a fény kétszer teszi meg az adott távolságot.

A csíkrendszer mozgásának követését (a csíkok „megszámálását”) egy Arduinóval támogatott méréskönnnyítő elektronika segítette. Külön kihívást jelentett, hogy a készülék minden apró deformációra roppant érzékenyen reagált.

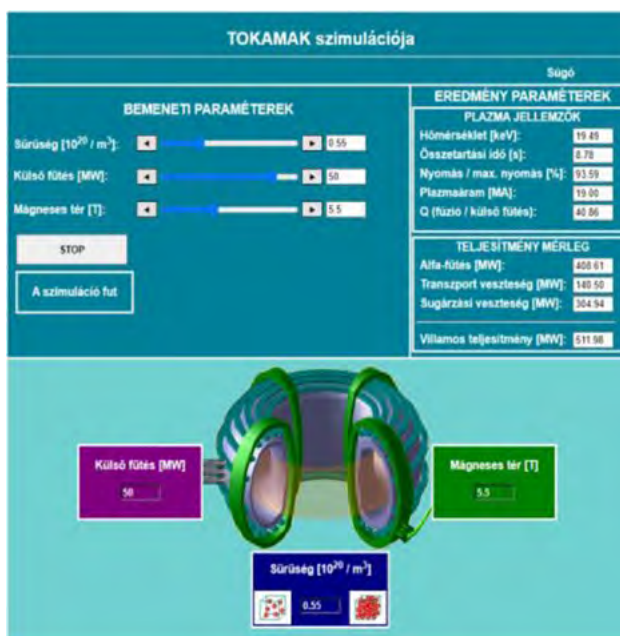
Az interferométerrel – az ismerkedést megkönnyítő néhány bevezető mérés (például a mikrométeres deformációk nagyságrendjének meghatározása) után – a következő két feladatot kellett végrehajtani:

- Plánparallel üveglemez törésmutatójának meghatározása.
- A lézer (longitudinális) koherenciahosszának meghatározása.

Minden mérési eredményhez meg kellett adni a mért érték bizonytalanságát is. A méréseket reprodukálhatóan leíró jegyzőkönyvet kellett készíteni akár kézzel papíron, akár géppel, elektronikusan.

A döntő számítógépes szimulációs feladata

A feladat egy (jövőbeli) elektromos energiát termelő, tokamak alapú fúziós erőmű vizsgálata volt. A szimulációs program szakmai felügyeletét és a modell kódolásának egy részét *Papp Gergely*, a megjelenítést, valamint a program vázának kódolását *Sükösd Csaba* végezte. Köszönet illeti *Sükösd Attilát* is a program egy korábbi verziójának konverziójáért. A html5 környezetben készült szimulációs program mögött egy olyan fúziós erőmű erősen leegyszerűsített fizikai modellje állt, amely egyelőre még csak a tervezőasztalon létezik (EU-Demo; https://en.wikipedia.org/wiki/DEMOnstration_Power_Plant).



A felhasználó három paramétert változtathat: a plazma sűrűségét, a mágneses tér erősségét és a plazma külső

fűtésének az értékét. Ezekkel a paraméterekkel kellett a felhasználónak megtalálni azt az optimumot, amely a lehető legnagyobb elektromos teljesítményt szolgáltatta. Természetesen figyelembe kellett venni a plazmafizika által diktált korlátokat is (sűrűséghatár, illetve nyomáshatár). A korlátok átlépése diszrupciót (plazmaösszeomlást) okozott.

A zsűri – a beadott jegyzőkönyvek alapján – első sorban a logikus gondolkodást értékelte, nem pedig az esetleg véletlenszerű nyomkodással elért legjobb eredményt. A szimuláció programja – mint minden korábbi Országos Szilárd Leó Verseny szimulációja – az interneten szabadon elérhető: <https://sukjaro.hu/SCsaba/SzL2025/>.

A döntő értékelése

A döntő elméleti feladatsorában a junior kategória számára a legkönnyebb feladatnak a junior 10. feladat bizonyult, itt a pontszámok átlaga 98% volt, de 60%-nál kisebb átlagos pontszámot csak az 5., 6. és a junior 8. feladatok esetén értek el. A junior kategória számára a legnehezebb a 6. feladat volt 39,4% átlagos eredménnyel. Ennek ellenére erre a feladatra is érkezett 100%-os megoldás a juniorok részéről. A szenior kategória számára a legkönnyebb három feladatot az 1., 3. és a 4. feladat jelentette. Ezek valamennyien 80% fölötti átlagos pontszámot kaptak (92,6%, 86,0%, illetve 84,6%). A szeniorok számára a fent ismertetett szenior 10. feladat bizonyult a legnehezebbnek, ezen átlagosan csak 33,0% eredményt értek el. Egyedül erre a feladatra nem érkezett 100%-os dolgozat a szeniorok részéről (de 80%-os már igen).

A mérési és a számítógépes szimulációs feladatok a szenioroknak átlagosan jobban sikerültek, mint a junioroknak. Ez évek óta így van. Ennek oka valószínűleg egyrészt az, hogy a fiatalon bekapcsolódók számára az ilyen típusú feladatok még nagyon újszerűek, másrészt az, hogy ezek megoldása során jegyzőkönyvet kell készíteni, és ezzel kapcsolatban valószínűleg még kevés gyakorlatuk van a fiataloknak. A szenior versenyzők a mérési feladatot átlagosan 58,2%-ra, a szimulációs feladatot pedig 63,8%-ra teljesítették. A legjobb szenior-jegyzőkönyvek mindkét esetben 96%-ot értek el. A junior versenyzők átlaga a mérési feladatra alulról közelítette az 50%-ot (49,6%), a szimulációs feladathoz pedig 53,6%-ot értek el. A legjobb junior-jegyzőkönyvek eredménye 76% volt a mérési feladathoz és 84% a szimulációs feladathoz.

A verseny eredményhirdetése

A verseny ünnepélyes eredményhirdetését Pakson, az ESZI nagy előadótermében tartottuk, a feladatmegoldások ismertetése után. Érdekes, hogy ebben az évben az elért pontok alapján mindkét kategóriában holtverseny alakult ki a második helyezettek között.

2025-ben a következő diákok érték el a legjobb helyezéseket

Szenior kategória (11–12. osztályosok)

I. helyezett: Szilágyi Barnabás (86%), Pannonhalmi Bencés Gimnázium (Pannonhalmi, tanára: Ernyey Dániel)

II. helyezettek: Takách Máté (79%), ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium (Budapest, tanárai: Deák Márta, Gyertyán Attila, Zsigri Ferenc), valamint Gödölle Jakab (79%), Piarista Gimnázium (Budapest, tanára: Chikán Éva)

Junior kategória

I. helyezett: Pázmándi József Áron (86%), Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium (Budapest, tanára: dr. Nagy Piroska Mária)

II. helyezettek: Nagy Bertalan (67%), Pécsi Leőwey Klára Gimnázium (Pécs, tanára: Simon Péter), valamint Kossár Benedek Balázs (67%), Pécsi Leőwey Klára Gimnázium (Pécs, tanára: Simon Péter)

A záróülést és a díjátadást megtisztelte jelenlétével *prof. dr. Krausz Ferenc* Nobel-díjas fizikus és munkatársai a Kulturális és Innovációs Minisztérium Nobel-díjas irodából, *Süli János* országgyűlési képviselő, korábbi miniszter, *Barnabás István*, Paks város alpolgármestere, *Kovács Pál*, az MVM Paksi Atomerőmű Zrt. kabinetvezetője, *dr. Kovács Antal*, az MVM Paksi Atomerőmű Zrt. kommunikációs igazgatója, *prof. dr. Ormos Pál* akadémiai



Az ünnepélyes eredményhirdetés díszvendégei balról: dr. Fábián Margit, prof. dr. Ormos Pál, prof. dr. Krausz Ferenc, dr. Sükösd Csaba, Süli János, Kovács Pál és dr. Kovács Antal

kus, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat elnöke és *dr. Fábián Margit*, a Magyar Nukleáris Társaság elnöke. Jelen volt még *Fajszai Bulcsú*, a versenyt támogató HiFlyLabs Kft. társalapító tulajdonosa, valamint *Csanádi Zoltán*, az Energetikai Technikum és Kollégium igazgatója.

A junior kategória díjait *Krausz Ferenc* professzor és *Kovács Pál*, a szenior kategória díjait pedig szintén *Krausz Ferenc* és *Süli János* adta át. Mindkét kategória első három helyezettje a HiFlyLabs Zrt. pénzjutalmát és érmeit is kapta, melyeket *Fajszai Bulcsú* nyújtott át a díjazottaknak.

Ebben az évben több *különdíj* átadására is sor került. Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat (ELFT) idén is egy-egy éves Fizikai Szemle-előfizetést és egyéb díjakat ajánlott fel a két kategória első öt helyezettjének, melyeket *Ormos Pál* akadémikus, az ELFT elnöke adott át. A Magyar Nukleáris Társaság (MNT) könyvjutalmakat ajándékozott a versenyzőknek, valamint kedvezményes részvételi jegyeket az MNT által szervezett Mester András Nukleáris Szaktáborra a két kategória első három helyezettjének, amelyet *dr. Fábián Margit*, az MNT elnöke adott át. A versenyt támogató HUN-REN Energetikai Kutatóintézet által felajánlott különdíjat az intézet képviseletében ugyancsak *dr. Fábián Margit* adta át. A WIN Magyarország különdíjait a döntőbe jutott lányversenyzőknek *dr. Radnóti Katalin*, a WIN Magyarország alelnöke nyújtotta át.

Dr. Papp Gergely kutatófizikus, a 2004. évi Országos Szilárd Leó Verseny ezüstérmese, jelenlegi versenybizottsági tag saját alapítású különdíjakat (jutalomkönyveket) ajánlott fel néhány versenyzőnek az egyes feladatokban elért kiemelkedő teljesítményük elismeréseképpen. Dr. Papp Gergely távollétében az általa felajánlott díjakat *dr. Tarján Péter*, a versenybizottság tagja hirdette ki. A versenybizottság egy további tagja, *dr. Borbély Venczel* tanár úr is felajánlott saját alapítású különdíjakat, amelyeket ő maga adott át az arra érdemes versenyzőknek.

A záróülésen a tanulói díjak, különdíjak és oklevelek átadása után került sor az idei *Szilárd Leó Tanári Delfin-díj* átadására, amelyet minden évben a tanárok pontversenyében legjobb eredményt elért felkészítő tanárnak ítél oda a versenybizottság. Ebben az évben a Delfin-díjat *Chikán Éva*, a budapesti Piarista Gimnázium tanára vehette át. Mivel a tanárnő már 2018-ben is kapott Delfin-díjat, ebben az évben csak egy plakettet kapott és természetesen a díjjal járó pénzjutalmat. Gratulálunk!



A Marx György Vándordíjat a Pécsi Leőwey Klára Gimnázium nyerte az idén

A *Marx György Vándordíjat* – amelyet minden évben a pontversenyben legkiválóbb eredményt elért iskolának ítél oda a versenybizottság, az idén a *Pécsi Leőwey Klára Gimnázium* (Pécs) nyerte el. Gratulálunk!

Köszönetnyilvánítások

Az ünnepélyes eredményhirdetésen *dr. Sükösd Csaba* köszönetet mondott a paksi ESZI valamennyi munkatársának, akik minden évben fáradhatatlanul és nagy lelkesedéssel dolgoznak azért, hogy a verseny döntője zavartalan legyen. Továbbá köszönetét fejezte ki a versenyt támogató Kulturális és Innovációs Minisztériumnak, az Emberi Erőforrás Támogatáskezelőnek, a Nemzeti Tehetség Programnak, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Nukleáris Technikai Intézetének, a Magyar Nukleáris Társaságnak, az Eötvös Loránd Fizikai Társulatnak, a Paksi Atomerőműnek, a HiFlyLabs Zrt.-nek, a HUN-REN Energiatudományi Kutatóközpontnak, valamint minden támogatónak és különdíjat felajánló szervezetnek és személynek a verseny megrendezésében nyújtott segítségükért. Külön köszönjük a felkészítő tanároknak, hogy általában iskolai időn túli szakkörökön fáradságot nem kímélve motiválták és készítettek fel a versenyzőket. Végül, de nem utolsósorban hálás köszönet illeti a versenybizottságot³ és mindazokat a kollégákat, akik lelkesen és fáradhatatlanul dolgoztak a verseny sikeréért.

³ A versenybizottság tagjai az idén a következő kollégák voltak (névsorban): dr. Borbély Venczel (Technoorg Linda Kft. Budapest), Csanádi Zoltán (ESZI, Paks), dr. Halász Máté (Morgan Stanley), dr. Kis Dániel (BME), dr. Kópházi József (BME), dr. Papp Gergely (IPP Garching, Németország), dr. Radnóti Katalin (ELTE), dr. Sükösd Csaba (BME), dr. Szűcs József (Pécsi Tudományegyetem), dr. Tarján Péter (Nyíregyházi Egyetem), dr. Ujvári Sándor (Lánczos Kornél Gimnázium, Székesfehérvár).

SIKERES SZEREPLÉS FIZIKAI DIÁKOLIMPIÁKON

Szász Krisztián, BME

Magyarország idén is részt vett az Európai Fizikai Diákolimpián (EuPhO), amit Szófiában tartottak júniusban, illetve a párizsi Nemzetközi Fizikai Diákolimpián (IPhO)

júliusban. Mindkét eseményen ugyanaz az ötfős csapat képviselte hazánkat.

A versenyeken elért eredmények

Név	Iskola, osztály	Felkészítő tanára	EuPhO	IPhO
Téti Miklós	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium, 11. osztály	Schramek Anikó	ezüstérem	ezüstérem
Elekes Dorottya	Budapest-Fasori Evangélikus Gimnázium, 12. osztály	Izsa Éva	bronzérem	bronzérem
Bencz Benedek	Baár-Madas Református Gimnázium, Általános Iskola és Diákotthon, 12. osztály	Horváth Norbert	bronzérem	bronzérem
Tóth Kolos Barnabás	Eötvös József Gimnázium, 11. osztály	Varga Balázs	bronzérem	ezüstérem
Erdélyi Dominik	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium, 11. osztály	Nagy Piroska Mária és Schramek Anikó	–	–

A csapatvezetők az EuPhO-n Szász Krisztián (BME) és Vankó Péter (MATFUND) voltak, az IPhO-n pedig Széchenyi Gábor (ELTE), Sarkadi Tamás (BME) és Tasnádi Tamás (BME) vezették a csapatot.

A szép eredményekhez gratulálunk. A verseny feladatai és megoldásai az olimpiai felkészítő szakkörök hon-

lapján, a <https://ipho.physics.bme.hu> oldalon találhatóak meg. Az EuPhO-n való részvételt a Nemzeti Tehetség Program NTP-NTMV-24-B-0003 számú pályázata biztosította, míg az IPhO-ra az utazást a Belügyminisztérium támogatta.



A diákolimpiai csapat a felkészítőikkel az EuPhO-n



A diákolimpiai csapat a felkészítőikkel az IPhO-n



Országos Szilárd Leó Fizikaverseny



A XXIX. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny meghirdetése

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny célja a fizika – és ezen belül is a nukleáris és a modern fizika – iránt érdeklődő tehetséges tanulók felfedezése.

A Magyar Nukleáris Társaság, a paksi Energetikai Technikum és Kollégium, a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, valamint a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Nukleáris Technikai Intézete meghirdeti a XXIX. Országos Szilárd Leó Fizikaversenyt.

Nevezhetnek a határon innen és túl magyar nyelven fizikát tanuló, középfokú oktatásban résztvevő diákok iskolái a **jelentkezési lap** kitöltésével és e-mailen történő elküldésével a **sukosd@reak.bme.hu** címre. A versenyen történő részvétel részletes feltételei megtalálhatók a verseny honlapján:

<https://szilardverseny.hu/orszagos-verseny/verseny-meghirdetese>. A jelentkezési lap letölthető: <https://sukjaro.hu/SzilardVerseny/JelentkezesiLap.xlsx>

Nevezési díj nincs, a nevezés határideje: 2026. január 25.

Az első forduló időpontja: **2026. február 23., 14:00–17:00,**
helyszíne: a benevezettek iskolája.

A második (döntő) forduló időpontja: **2026. április 17–19.**
(péntek déltől vasárnap délig),
helyszíne: Paks, Energetikai Technikum és Kollégium.



A döntőbe az első fordulóban legjobb eredményt elért húsz szenior és tíz junior kategóriájú tanulót hívja be a versenybizottság.

A verseny honlapja – **<https://szilardverseny.hu>** – tartalmazza a kategóriák meghatározását, segítséget a felkészüléshez és a díjazást.

A verseny mindkét fordulójában 10-10 elméleti vagy számításos feladatot kell a versenyzőknek megoldani. A döntőben ezen kívül még kísérleti és számítógépes szimulációs feladatot is kapnak a versenyzők.

A döntőbe jutott versenyzők helyezésüknek megfelelően értékes jutalmakat kapnak. Több magyar egyetem is **felvételi többletpontokat** ad a versenyen jó helyezést elért diákoknak.

Várjuk a kihívást vállaló, tehetséges fiatalok jelentkezését!

A versenybizottság nevében

*Dr. Sükösd Csaba, a BME c. egy. tanára,
a versenybizottság vezetője*

