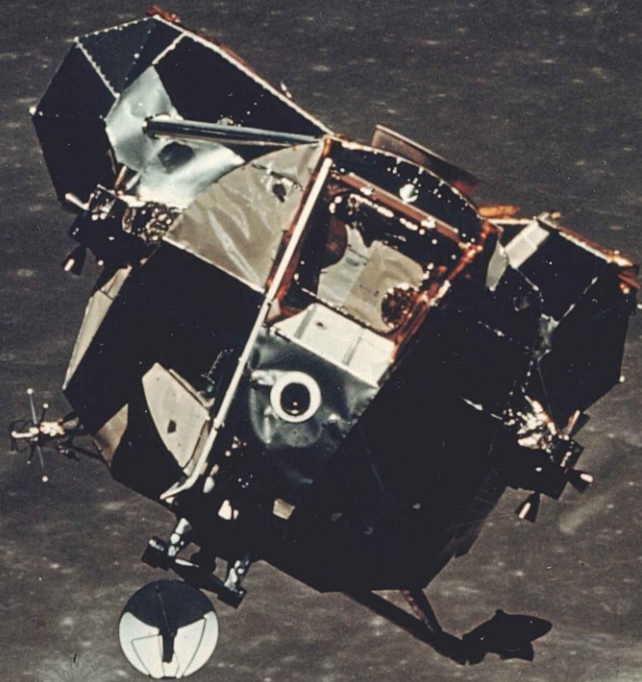
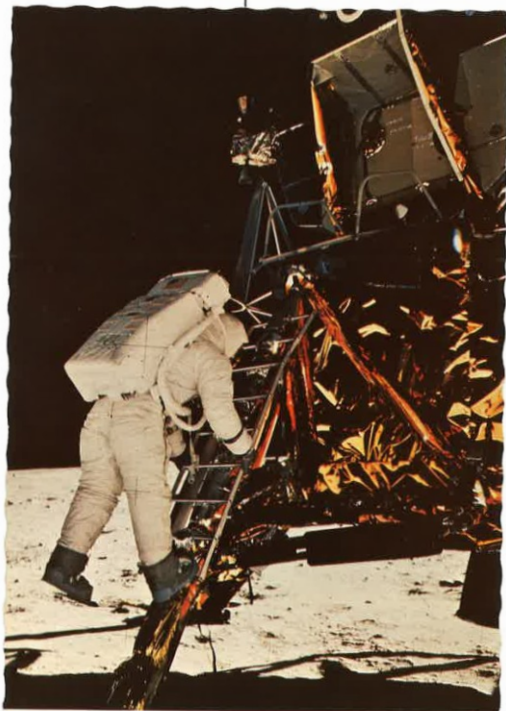


fizikai szemle



2019/7–8

APOLLO 11 MOON LANDING - July 20, 1969
 Astronaut going down ladder prior to walking on the lunar surface. Neil A. Armstrong, the first man to walk on the moon was followed by Edwin E. Aldrin, Jr. Their lunar boot print, 13 inches long, 6 inches wide, 10 ribbed treads in each print were stamped in the moon dust. Both Armstrong's and Aldrin's moon walk lasted for 2 hours before they returned to the LM, Eagle.



Descending The LM Ladder

CC25906

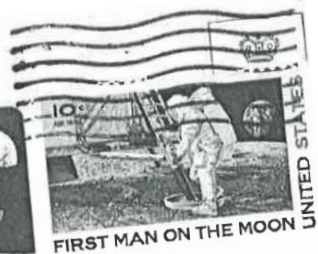
APOLLO 11 MOON LANDING - July 20, 1969
 Close-up view of the foot and lunar dust on the moon. One of the greatest moments in history when Neil A. Armstrong stepped down from the Lunar Module to the moon's surface in history with his immortal words, "That's One Small Step For A Man, One Giant Leap For Mankind". He planted his left foot on the lunar surface at 10:56:20 AM (EDT), July 20, 1969.



"That's One Small Step For A Man, One Giant Leap For Mankind"

CC25907

Handwritten notes:
 The "First Man" from the moon and back by Apollo 11, the first U.S. National Aeronautics and Space Administration (NASA) mission to land humans on the moon. The mission was a triumph for the United States and the world. It was the first time humans have ever set foot on another celestial body. The mission was led by Neil Armstrong and Edwin "Buzz" Aldrin Jr., with Michael Collins in the command module. The mission was a major milestone in the space race between the United States and the Soviet Union. The mission was a testament to human ingenuity and the power of the American dream.



Handwritten signature: Neil A. Armstrong





50 ÉVE A HOLDON

Ötven éve járt először ember a Holdon. „Kis lépés egy embernek, hatalmas ugrás az emberiség számára.” – mondta a holdkompból a Föld kísérőjének felszínére elsőként kilépő *Neil Armstrong* 1969. július 20-án. Kijelentése szinte azonnal szállóigévé nemesedett. Fél évszázad távolából visszatekintve valóban a 20. századi technika és tudomány legnagyobb teljesítményeként tarthatjuk számon az ember Holdra juttatását.

Mire e sorokat olvassák, már lecsengett a média jubileumi megemlékező kampánya, ezért a Hold meghódításának politikai és műszaki hátterét nem említve itt inkább azt gondoljuk végig, hogy mi mindent köszönhetünk a Holdnak, és mi történne, ha a Földnek egyáltalán nem lenne kísérője. Szemléltetésül pedig a százszor-ezerszer látott képek helyett a Holdra szállás kapcsán kibocsátott képes levelezőlapjaim szkennelt változatát ajánlom a T. Olvasók figyelmébe.

A Holdnak köszönhetjük, hogy a Föld forgástengelye (enyhe ingadozásoktól eltekintve) stabilan egy irányba mutat. A Hold hiányában a forgástengely iránya jelentősen ingadozna, szélsőséges évszakokat kialakítva, sőt az életet is veszélyeztetve. A Holdnak köszönhetjük a tengerjárás nagyobb részét is: a Hold gravitációja által okozott árapályhatás kétszer erősebb, mint a Napé, de periódusa a Hold 27 napos keringési ideje miatt jóval hosszabb a Nap által okozott árapály periódusánál, amely naponta kétszer okoz dagályt a világtengereken (és kisebb amplitúdóval a szárazföldeken is). Az árapály következtében viszont energia disszipálódik, emiatt a Hold évente 38 mm-rel távolodik a Földtől. Ez jelentéktelennek tűnik ugyan, de milliárd-milliárd éves időskálán számottevő a hatás. A Föld–Hold rendszer teljes impulzusnyomatékának állandósága miatt pedig a Föld forgása lassul: a földi nap évente 23 milliomod másodperccel hosszabbodik.

Ha pedig nem lenne Holdunk, az éjjeli ég sötétebb lenne. Éjszaka a Hold fényénél viszonylag jól lehet tájékozódni, mivel a telehold a Napnál „csak” 400 000-szer halványabb. A Hold hiánya nemcsak ettől a gyakorlati haszontól fosztaná meg az emberiséget, hanem a legszebb természeti jelenség, a napfogyatkozás látványában sem gyönyörködhetnénk.

A Plútó törpebolygóvá minősítése (2006) óta a Naprendszerben nyolc bolygót tartunk számon: négy kőzetbolygót (Merkúr, Vénusz, Föld, Mars) és négy óriás gázbolygót (Jupiter, Szaturnusz, Uránusz, Neptunusz). Míg az óriásbolygók körül rengeteg hold kering, a Föld-típusú kőzetbolygók közül csak a Marsnak és a Földnek van holdja. A Mars körül két apró hold kering, a Föld kísérője pedig a nagy kezdőbetűs Hold. A Föld–Hold rendszer amiatt különleges, mert a kísérő nem sokkal kisebb, mint a gazdabolygó, és e tekintetben a Naprendszerben egyedülálló ez a páros. A Hold léte és gravitációs hatása így különféle időskálákon érzékelhetően befolyásolja a Föld mint égitest viselkedését.


Szabados László
a szerkesztőbizottság tagja

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Matematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Matematikai és Fizikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.

Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete

Főszerkesztő:

Lendvai János

Szerkesztőbizottság:

Bencze Gyula, Biró László Péter, Czitrovsky Aladár, Füstöss László, Gyürky György, Hebling János, Horváth Dezső, Horváth Gábor, Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Koppa Pál, Ormos Pál, Papp Katalin, Simon Ferenc, Simon Péter, Sükösd Csaba, Szabados László, Szabó Gábor, Takács Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor

Műszaki szerkesztő:

Kármán Tamás

A folyóirat e-mailcíme:

szerkesztok@fizikaiszemle.hu

A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

A folyóirat honlapja:

<http://www.fizikaiszemle.hu>



A címlapon:

Földöntúli emlékkép

TARTALOM

<i>Szabados László: 50 éve a Holdon</i>	217
<i>Cserti József, Dávid Gyula: Az Eötvös-inga képletei</i>	219
<i>Tóth Zoltán: A nemzetközi napsugárzási referenciaskála és az új kriogén abszolút pirheliométer</i>	228
<i>Trócsányi Zoltán: Hol tart a részecskefizika?</i>	232
<i>Garbai László, Hódos Rita, Kovács Zoltán: Fenntartható energia, mellébeszélés nélkül</i>	237
<i>Gadó János: A reaktorbeli fűtőelemek viselkedésének modellezése</i>	243
<i>Slíz-Balogh Judit, Kovács Tamás, Süli Áron: Tranziens káosz és káoszkontroll a Föld–Hold rendszer L5 Lagrange-pontja környezetében</i>	247
<i>Pálfalvi László, Fülöp József András, Tóth György, Almási Gábor, Hebling János: Extrém nagy térerősségű terahertzes impulzusok előállítása lítium-niobátban</i>	255
<i>Boldog Ádám: A Kepler-misszió</i>	260

A FIZIKA TANÍTÁSA

<i>Az Ortway-verseny feladatmegoldásai elé</i>	267
<i>Dávid Gyula: A szuperszonikus mentőautó</i>	268
<i>Radnóti Katalin: A nukleáris energia elfogadása a tanulóifjúság körében</i>	280
<i>Horváth Gábor, Szferle Tamás Áron: Milyen gyorsan haladjunk esőben, hogy minél kevésbé ázzunk el?</i>	287

SAJTÓKÖZLEMÉNY

<i>Világ színvonalú kutatói környezet kialakítása az MTA Atomki új Tandetron Laboratóriumában</i>	292
---	-----

<i>L. Szabados: 50 years on the Moon</i>
<i>J. Cserti, Gy. Dávid: Formulas of the Eötvös pendulum</i>
<i>Z. Tóth: International radiation reference scale and the new cryogenic absolute pyrhelometer</i>
<i>Z. Trócsányi: Where is particle physics standing today?</i>
<i>L. Garbai, R. Hódos, Z. Kovács: Sustainable energy without misconceptions</i>
<i>J. Gádó: Modeling the behavior of reactor fuel cells</i>
<i>J. Slíz-Balogh, T. Kovács, Á. Süli: Transient chaos and chaos control in the L5 Lagrange point of the Earth–Moon system</i>
<i>L. Pálfalvi, J. A. Fülöp, Gy. Tóth, G. Almási, J. Hebling: Generation of extreme high intensity terahertz pulses in lithium niobate</i>
<i>Á. Boldog: The Kepler Mission</i>

TEACHING PHYSICS

<i>Preface to the solutions of the problems of Ortway competitions</i>
<i>Gy. Dávid: The supersonic ambulance</i>
<i>K. Radnóti: Acceptance of nuclear energy among students</i>
<i>G. Horváth, T. Á. Szferle: How fast should we run in the rain to get less wet?</i>

PRESS RELEASE

<i>World-class research environment at Atomki's new Tandetron Laboratory</i>
--

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacímje: elft@elft.hu

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős kiadó Groma István főtítkár, felelős szerkesztő Lendvai János főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrizzük meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszerűsített számlán.

Megjelenik havonta (nyáron duplaszámmal), egyes szám ára: 900.- Ft (duplaszámé 1800.- Ft) + postaköltség.

HU ISSN 0015–3257 (nyomtatott) és HU ISSN 1588–0540 (online)

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

megjelenését támogatják:



AZ EÖTVÖS-INGA KÉPLETEI

Cserti József

ELTE, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

Dávid Gyula

ELTE, Atomfizikai Tanszék

Idén, az „Eötvös Loránd-émlékév” [1] keretében emlékezünk arra, hogy *Eötvös Loránd* éppen száz éve, 1919. április 8-án hunyt el. A kiemelkedő fizikus, geofizikus, tanár és közéleti ember egyik legfontosabb hozzájárulása a fizikához az általa tervezett speciális inga, a nemzetközileg is ismert *Eötvös-inga*. A hírnév annak köszönhető, hogy egyrészt az ingával nagy pontossággal lehet kimérni a Föld gravitációs erőterének helyi változásait, másrészt Eötvös és munkatársai jelentősen javították a súlyos és tehetetlen tömeg azonosságának korábban mért pontosságát. Egyebek között erre az azonosságra épül *Einstein* általános relativitáselmélete. Ugyanakkor fontos hangsúlyozni, hogy Eötvös munkássága nem csak az ingájára korlátozódik. Ez a rendkívül gazdag életmű szerencsére ma már egybegyűjtve megtalálható az interneten [1, 2], és így az érdeklődő olvasó bővebb képet kaphat Eötvös szerteágazó tevékenységéről.

Eötvös az 1900. évi párizsi világtkiállításra készülve írta meg cikkében az Eötvös-ingával történő mérési eljárást [3]. Sajnos, itt az ingára ható forgatónyomaték képletének levezetése nem szerepel. Egy 1922-es cikkben *Shaw* és *Lancaster-Jones* [4], majd 1934-ben *Miller* [5], jóval később, 1959-ben *Kolossvary* [6] részletes levezetést adtak a forgatónyomatéokra, de a matematikai formalizmus – a külön komponensekben felírt egyenletek miatt – meglehetősen régies és nagyon hosszadalmas.

A Göttingeni Egyetem Beneke Díjalapítványának felhívására – amelynek célja a súlyos és tehetetlen tömeg azonosságának minél pontosabb kísérleti kimutatása volt – 1909-ben Eötvös, *Pekár* és *Fekete* küldött be pályamunkát (amellyel a díjat el is nyerték). Ennek a cikknek a szerzőtársak által, Eötvös halála után átdolgozott 1922-es változatában [7] sem szerepel az ingára ható forgatónyomaték képletének levezetése.

Köszönetünket szeretnénk kifejezni *Horváth Gábornak*, *Sólyom Jenőnek*, *Timár Gábornak*, *Tichy Gézának*, *Tóth Gyulának*, *Ván Péternek* és *Völgyesi Lajosnak* a kézirat olvasása után javasolt hasznos tanácsaikért.



Cserti József 1982-ben végzett ELTE fizikus szakán, majd az ELTE korábbi Szilárdtestfizika Tanszékén kezdte oktatói munkáját. 2004-ben habilitált, 2010 óta az MTA doktora, 2013-tól az ELTE Komplex Rendszerek Fizikája tanszéken professzor. Kutatási területe a nanofizikai rendszerek, normál-szupravezető rendszerek, spintroika, grafén és a topologikus szigetelők. 2005 óta szervezi az ELTE-n az Atomoktól a csillagokig előadás-sorozatot középiskolásoknak.

De *Renner János* 1935-ös [8], majd a jóval későbbi összefoglaló cikke [9], és meglepő módon *Boniolo* 1992-es munkája [10], ami sokban egyezik *Renner János* előbb említett cikkeinek angol nyelvű változatával (bár nincs rá hivatkozás), sem tartalmazza a forgatónyomaték sokat idézett képletének levezetését.

Magyar nyelven az Eötvös-kísérletek geofizikai alkalmazásairól az érdeklődő olvasónak *Völgyesi Lajos Fizikai geodézia és gravimetria* című online tankönyvét [11] és *Szabó Zoltán Az Eötvös-inga története* című cikkét [12] ajánljuk. Ám a szerzők ezekben a munkákban sem ismertetik a forgatónyomaték képletének levezetését.

Az olvasó azt gondolhatná, hogy az ingára ható forgatónyomaték képletének levezetése számos cikkben, illetve könyvben megtalálható. Igyekeztünk gondosan áttekinteni az irodalmat, és bizonyára találhatunk még más olyan művet is, amelyben szerepel a részletes levezetés. Ugyanakkor a fenti irodalmi áttekintés alapján, figyelembe véve a napjainkban megjelent munkákat is, talán kijelenthetjük, hogy a levezetések csak kevés helyen szerepelnek részletesen, és azokban is meglehetősen régies matematikai formalizmust használnak. Ezért talán nem haszontalan, sőt időszerű újra átgondolni a számolást, a levezetés megismétlését a mai, modern matematikai formalizmus segítségével. Ahogy látni fogjuk, ez a levezetés rendkívül egyszerű, és így a korábbi szükségtelenül bonyolult képletek nélkül, könnyebben megérthetjük az inga fizikájának alapját is. Reméljük, hogy az itt bemutatott számolás hiánypótló lesz a hazai egyetemi oktatásban, és így nagyobb hangsúlyt kaphat az Eötvös-inga fizikájának elmélete mind a fizikus, geofizikus és geológus hallgatók, mind az oktatók körében. Szeretnénk kiemelni, hogy e cikkben nem célunk az Eötvös-ingával kapcsolatos kísérleti háttér és a hibaforrások kiküszöbölésének taglalása, e témában a cikkben felsorolt hivatkozások lehetnek hasznosak az olvasónak.

Az alább, *Merev testre külső erőterben ható forgatónyomaték általános képlete* fejezetben bemutatott levezetés tudomásunk szerint az idén ötven éves Ort-



Dávid Gyula több mint 42 éve oktatja az ELTE fizikus hallgatóit. Kutatómunkájában relativisztikus dinamikával foglalkozik. A NYIFFF fizikaverseny alapítója, az Ortvay Rudolf Fizikaverseny és az Atomcsill előadás-sorozat társszervezője, ez utóbbinak sokszoros előadója. Számos ismeretterjesztő fizikai és kozmológiai előadása terjed a neten. Hisz abban, hogy a fizikusok világ nagy esze előbb-utóbb betölti a táguló teret – ahogy az a Fizikus nótában is szerepel (amit nem mellékesen ő írt).

vay Rudolf Problémamegoldó verseny 1982. évi 17. számú, *Dávid Gyula* által kitűzött feladatának megoldásában [13] jelent meg először. A megoldás egy része egy általános képlet levezetése volt a gravitációs tér által tetszőleges tömegeloszlásra ható forgatónyomatékra, amit a jobb követhetőség érdekében alább megismétlünk. Itt jegyezzük meg, hogy később, nagyon hasonló levezetéssel *Horváth Gábor Fizikai Szemlében* megjelent cikkében is szerepel az általános képlet [14].

A következőkben az ingára ható kétfajta forgatónyomaték hatását fogjuk számba venni. Egyrészt az általános képlet alapján kiszámoljuk a gravitációs tér hely szerinti változásából (gradienséből) származó forgatónyomaték irodalomban sokat idézett formuláját (lásd *Az Eötvös-ingára ható forgatónyomaték a nehézségi gyorsulás hely szerinti változása következtében* fejezetet). Másrészt meghatározzuk azt a forgatónyomatékot, ami a gradiensektől függetlenül akkor hatna, ha nem teljesülne a súlyos és tehetetlen tömeg azonossága (lásd *Az Eötvös-inga és az ekvivalenciaelv* fejezetet). A levezetések koordináta-rendszerrel függetlenek, egyes esetekben a tengelyeket azért rögzítjük, hogy összehasonlíthassuk a kapott képleteinket az Eötvös, Pekár és Fekete sokat idézett cikkében [7] szereplő eredménnyel. Reméljük, hogy ezzel a munkával mi is hozzájárulunk az Eötvös-inga fizikájának jobb megértéséhez.

Merev testre külső erőterben ható forgatónyomaték általános képlete

E fejezetben meghatározzuk a nehézségi erőter egy merev testre kifejtett forgatónyomatékát. A test \mathbf{r} helyvektorú pontjában (a koordináta-rendszer origója egyelőre a merev test tetszőleges pontja lehet) a nehézségi gyorsulás (a nehézségi erőter által az egységnyi tömegre kifejtett erő):

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -\frac{\partial U(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}}, \quad (1)$$

ahol $U(\mathbf{r})$ a nehézségi erő potenciálja (ez tartalmazza a gravitációs és a centrifugális erő potenciálját is) a test \mathbf{r} pontjában. Megjegyezzük, hogy Eötvös idejében az (1) egyenletben még nem használták a negatív előjelet, ez a végeredményben egy előjelkülönbséghez fog vezetni. A test $d^3\mathbf{r}$ térfogatú, $\rho(\mathbf{r})d^3\mathbf{r}$ tömegű részére ható nehézségi erő:

$$d\mathbf{F} = \mathbf{g}(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r})d^3\mathbf{r},$$

és a rá ható forgatónyomaték járuléka:

$$d\mathbf{M} = \mathbf{r} \times d\mathbf{F},$$

ahol $\rho(\mathbf{r})$ a merev test sűrűségeloszlása (1. ábra). Így a teljes merev testre a külső nehézségi erőter által kifejtett forgatónyomaték:

$$\mathbf{M} = \int_{\text{test}} \mathbf{r} \times d\mathbf{F} = \int_{\text{test}} [\mathbf{r} \times \mathbf{g}(\mathbf{r})] \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, \quad (2)$$

ahol az integrálást (itt és a továbbiakban is) a teljes testre kell elvégezni. A levezetés további részében – a jobb áttekinthetőség érdekében – célszerű áttérnünk az indexes jelölésre, és alkalmazzuk a szokásos Einstein-konvenciót, azaz az automatikus összegzést az azonos indexekre. Az erőter a kis méretűnek feltételezett merev testen belül csak kis mértékben változik, és ezért a nehézségi gyorsulást első rendig sorbafejthetjük a testben elhelyezkedő origó körül:

$$\mathbf{g}_m(\mathbf{r}) = \mathbf{g}_m(\mathbf{0}) + (\partial_p \mathbf{g}_m) x_p, \quad (3a)$$

ahol

$$\begin{aligned} \partial_p \mathbf{g}_m &= \left. \frac{\partial \mathbf{g}_m(\mathbf{r})}{\partial x_p} \right|_{\mathbf{r}=\mathbf{0}} = -\partial_p \partial_m U = \\ &= -\left. \frac{\partial^2 U(\mathbf{r})}{\partial x_p \partial x_m} \right|_{\mathbf{r}=\mathbf{0}} \end{aligned} \quad (3b)$$

és x_p az \mathbf{r} helyvektor p -ik komponense ($p = 1, 2, 3$).

A \mathbf{g} gravitációs gyorsulás fenti, sorfejtett alakját a (2) egyenletbe beírva kapjuk:

$$\begin{aligned} M_k &= \int_{\text{test}} \varepsilon_{klm} x_l [\mathbf{g}_m(\mathbf{0}) + (\partial_p \mathbf{g}_m) x_p] \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} = \\ &= \varepsilon_{klm} \mathbf{g}_m(\mathbf{0}) \int x_l \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} + \\ &\quad + \varepsilon_{klm} \partial_p \mathbf{g}_m \int x_l x_p \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, \end{aligned} \quad (4)$$

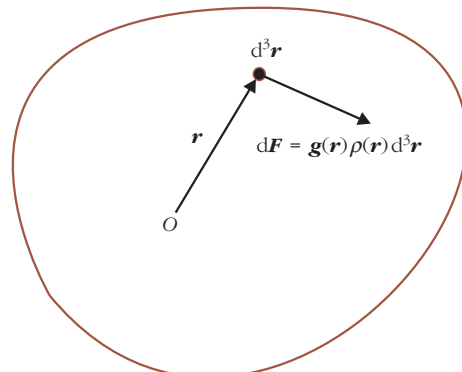
ahol ε_{klm} a Levi-Civita-szimbólum. Az átalakításnál az integrál mindkét tagjából kiemeltük a Levi-Civita-szimbólumot, az első tagból emellett az állandó $\mathbf{g}_m(\mathbf{0})$ értéket, a második integrálból pedig az ugyancsak állandó $\partial_p \mathbf{g}_m$ tényezőt. Az első integrálban, ami az

$$\int \mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}$$

vektor l -ik komponense, felismerhetjük az origóból a test tömegközéppontjába mutató \mathbf{s} vektor és a test teljes

$$m = \int \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}$$

1. ábra. Egy tetszőleges alakú és tömegeloszlású merev testre ható nehézségi erő elemi járuléka.



tömegének szorzatát. Ezért az integrál első tagja $\mathbf{s} \times m\mathbf{g}(\mathbf{0})$ alakba írható, ennek fizikai jelentése a testre ható teljes nehézségi erő origóra vonatkozó forgatónyomatéka.

A második integrált átalakíthatjuk egy zérus értékű tag beszúrásával: $\varepsilon_{klm} \delta_{lp} \partial_m \partial_p U = \varepsilon_{klm} \partial_l \partial_m U = 0$. Így kapjuk:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{klm} \partial_p g_m \int_{\text{test}} x_l x_p \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} &= \\ &= \varepsilon_{klm} (\partial_p \partial_m U) \int_{\text{test}} (r^2 \delta_{lp} - x_l x_p) \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (5)$$

A kapott integrál éppen a merev test választott origóra vonatkoztatott tehetetlenséginyomaték-tenzora:

$$\Theta(\mathbf{0})_{lp} = \int_{\text{test}} (r^2 \delta_{lp} - x_l x_p) \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}. \quad (6)$$

A fentieket az (5) egyenletbe visszaírva végül megkapjuk ezen cikk egyik legfontosabb összefüggését, a merev testre külső $U(\mathbf{r})$ potenciálú nehézségi erőterben ható forgatónyomaték általános képletét:

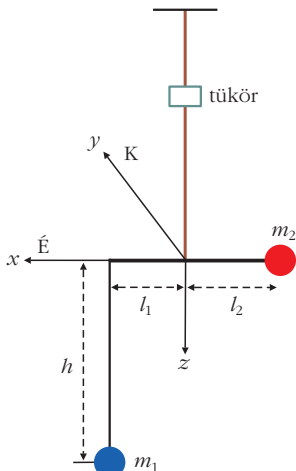
$$M_k = m \varepsilon_{klm} s_l g_m(\mathbf{0}) + \varepsilon_{klm} \Theta(\mathbf{0})_{lp} (\partial_m \partial_p U). \quad (7)$$

Ha – mint az általában szokásos – a koordináta-rendszer origóját a merev test tömegközéppontjába helyezzük, a (7) összeg első tagja eltűnik, hiszen a súlypont \mathbf{s} vektora zérus lesz. Képletünk ekkor az alábbi módon egyszerűsödik:

$$M_k = \varepsilon_{klm} \Theta_{lp} (\partial_m \partial_p U), \quad (8)$$

ahol Θ most már (és a későbbiekben) a test tömegközéppontjára vonatkoztatott tehetetlenséginyomaték-tenzort jelenti. Ugyancsak a tömegközéppontban kell kiértékelni a nehézségi erőter $U(\mathbf{r})$ potenciáljának második deriváltjaiból álló 3×3 -as $\partial_p \partial_m U$ szimmetrikus mátrixot is, amelyet Eötvös-féle tenzornak neveznek.

2. ábra. A tömegek elrendezése az Eötvös-ingán.



Ebből a képletből lehet kiszámítani – egyebek között – a Földre a Hold és a Nap által kifejtett inhomogén gravitációs erő forgatónyomatékát [13], amely az árapály-jelenségeket, valamint a Föld tengelyének precesszióját okozza. A képlet levezetése Horváth Gábor *Fizikai Szemlében* megjelent cikkében is szerepel [14]. A mai mérési technikák lehetővé teszik, hogy a (4) egyenletben figyelembe vegyünk a gravitációs gyorsulás (3a) sorfejtése magasabb rendű tagjainak hatását is. Tetszőleges rendű közelítéshez a gravitációs potenciál gömbfüggvények szerinti sorfejtését alkalmazzák [15].

Az Eötvös-ingára ható forgatónyomaték a nehézségi gyorsulás hely szerinti változása következtében

E részben a mai modern matematikai formalizmus segítségével – a korábbi, az Eötvös-ingával végzett méréseket leíró cikkekben szereplő számításokkal ellentétben – egy igen egyszerű, a (8) képletre alapozott, jól áttekinthető levezetést adunk az Eötvös-ingára ható forgatónyomatékokra. Ez a levezetés tudomásunk szerint nem szerepel az irodalomban.

Eötvös mérésének alap gondolata az, hogy a térben egymáshoz közel elhelyezett tömegekre – a nehézségi erő hat. Megfelelő kísérleti elrendezéssel ez a kis erőkülönbség, illetve az általa létrehozott forgatónyomaték mérhetővé válik.

Eötvös elméleti és kísérletezői zsenialitását mutatja, hogy – ellentétben Cavendish mérésével – ő az inga egyik végén a testet lejjebb helyezte. Ez az egyszerű módosítás, amint az alábbiakban szereplő levezetésből is kitűnik majd, lehetővé tette, hogy a gravitációs potenciálnak, illetve a nehézségi erőnek ne csak vízszintes, de függőleges irányú változásait (hely szerinti deriváltjait) is megmérje.

Az Eötvös-ingában [7] egy függőleges, azaz a nehézségi erőter helyi irányába mutató torziós szálon felfüggesztett, L hosszúságú vízszintes rúd lóg. Ennek egyik végén, egy h hosszúságú függőleges szálon lógva egy m_1 tömegű test, a rúd másik végén egy m_2 tömegű test van rögzítve. A rúd felfüggesztési pontját úgy választják meg, hogy az inga a rúd vízszintes helyzetében egyensúlyban legyen, ez határozza meg a 2. ábrán szereplő l_1 és l_2 hosszúságokat (nyilvánvalóan $L = l_1 + l_2$). Az inga torziós szál körüli elfordulásait a szála erősített tükörről visszaverődő fénysugár segítségével olvasták le.

A számításokhoz – Eötvös cikkeihez hasonlóan – úgy választjuk a koordináta-rendszert, hogy az x tengely a Föld adott pontján az északi, az y tengely keleti irányba, és így a z tengely az inga fonala mentén lefelé, a nehézségi erő irányában mutasson (2. ábra)! Itt a tengelyeket csak azért rögzítjük, hogy a végén kapott forgatónyomaték-formulát összehasonlíthassuk az Eötvös, Pekár és Fekete cikkében [7] szereplő eredménnyel.

Az inga torziós szálára ható forgatónyomaték meghatározásához a (8) képlet harmadik komponensét kell kiszámítanunk:

$$\begin{aligned} M_3 &= \varepsilon_{3lm} \Theta_{lp} (\partial_p \partial_m U) = \\ &= (\Theta_{11} - \Theta_{22}) \partial_1 \partial_2 U + \Theta_{12} (\partial_2 \partial_2 U - \partial_1 \partial_1 U) + \\ &+ \Theta_{13} \partial_2 \partial_3 U - \Theta_{23} \partial_1 \partial_3 U. \end{aligned} \quad (9)$$

Az ingakísérletekben az inga rúdját különböző α szögben állították be az északra mutató x tengelyhez képest. Ezt a szöget azimutuszögnek nevezik. Az elfordított inga tehetetlenséginyomaték-tenzorának komponensei függnek az α azimutuszögtől, jelöljük ezért ezt a tenzort $\Theta'(\alpha)$ -val. A forgatónyomaték (9) összefüggésébe a $\Theta'(\alpha)$ tenzor komponenseit kell behelyettesítenünk. Szerencsére ez a tenzor kifejezhető az alaphelyzetben a 2. ábrának megfelelően észak-déli irányba elhelyezett inga Θ tenzorával, valamint a z tengely körüli α szögű forgatást leíró $\mathbf{R}(\alpha)$ mátrix és annak $\mathbf{R}^T(\alpha)$ transzponáltja segítségével:

$$\Theta'(\alpha) = \mathbf{R}(\alpha) \Theta \mathbf{R}^T(\alpha).$$

Vizsgáljuk meg az alaphelyezetű ingát! Feltehetjük, hogy a rúd keresztirányú (y irányú) kiterjedése sokkal kisebb a hosszirányú méretéhez képest, ekkor a két test és a rúd minden pontjának y koordinátája zérus lesz. Ezért a (6) képlet alapján az inga tehetetlenséginyomaték-tenzorának Θ_{12} és Θ_{23} komponense is zérus lesz, a Θ_{22} komponens pedig megegyezik a két másik diagonális komponens összegével: $\Theta_{22} = \Theta_{11} + \Theta_{33}$. A $\Theta'(\alpha)$ kiszámításához szükséges hármasmátrixszorzás kézzel egyszerűen elvégezhető, de hosszadalmas. Ugyanakkor szimbolikus matematikai programokkal a mátrixszorzás könnyedén végrehajtható. A kapott eredmény, azaz a Θ' mátrix komponensei az alaphelyzetű inga Θ_{11} , Θ_{33} és Θ_{13} mátrixelemei mellett az α szög szögfüggvényeit is tartalmazza.

Ezután a (9) képletbe behelyettesítjük a Θ' tenzor most kiszámított komponenseit. Érdekes módon a számolás során kiesik a Θ_{11} érték, és a végeredmény csak az elforgatatlan inga ($\alpha = 0$) Θ tehetetlenséginyomaték-tenzorának Θ_{33} és Θ_{13} komponenseit tartalmazza:

$$\begin{aligned} M_3 &= -\Theta_{33} \left[(\partial_2 \partial_2 U - \partial_1 \partial_1 U) \frac{\sin 2\alpha}{2} + \partial_1 \partial_2 U \cos 2\alpha \right] + \\ &+ \Theta_{13} (\partial_2 \partial_3 U \cos \alpha - \partial_1 \partial_3 U \sin \alpha). \end{aligned} \quad (10)$$

Eddig nem volt szükségünk a Θ tehetetlenséginyomaték-tenzor komponenseinek konkrét alakjára, most viszont a 2. ábra és a (6) képlet alapján kiszámíthatjuk a szükséges Θ_{13} és Θ_{33} értékeket:

$$\Theta_{13} = -m_1 l_1 h,$$

valamint homogén rudat feltételezve

$$\Theta_{33} = \Theta_{\text{rúd}} + (m_1 + m_2) \left(\frac{L}{2} \right)^2 - \left(\frac{L}{2} \right)^2 \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2 + M_{\text{rúd}}},$$

ahol $M_{\text{rúd}}$, illetve $\Theta_{\text{rúd}} = M_{\text{rúd}} L^2 / 12$ az inga vízszintes rúdjának tömege, illetve tehetetlenségi nyomatéka a rúd közepén átmenő, a rúdra merőleges tengelyre nézve. Ha a rúd két végén levő testek azonos m tömegűek, akkor a fenti képletek egyszerűsödnek:

$$\Theta_{13} = -m l h$$

és

$$\Theta_{33} = \Theta_{\text{rúd}} + 2m l^2,$$

ahol $l = L/2$. Eötvös az inga z tengely körüli Θ_{33} tehetetlenségi nyomatékát K -val jelölte. A valóságban a Θ_{33} értékéhez a rúdon és a ráhelyezett két tömegen kívül az inga más alkatrészei is hozzájárulnak. Eötvös ezért a K értéket elméleti becslés helyett az inga T_0 saját torziós lengésidejének mérésével határozta meg. Ha a drótszál torziós forgatónyomatékán kívül semmi más forgatónyomaték nem hat, akkor

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{D^*}},$$

ahol D^* a torziós szál direkciós nyomatéka (csavarási nyomatéka).

A fenti eredményünk most már közvetlenül összehasonlítható az Eötvös és társai [7] cikkben közölt nevezetes képlettel, amelyet a gravitációs erőter helyfüggésének kiértékeléséhez használtak:

$$\begin{aligned} -M_3 &= \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) K \frac{\sin 2\alpha}{2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} K \cos 2\alpha + \\ &+ \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} \cos \alpha - \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \sin \alpha \right) m h l. \end{aligned} \quad (11)$$

Az egyenlet bal oldalán a mínusz előjel amiatt lép fel, mert az (1) egyenletben a fizikában szokásos konvenciót használtuk: az erő a potenciál negatív gradiense. Eötvös idejében és egyes tudományágakban, például az égi mechanikában és a felsőgeodéziában ma is a „geopotenciálnak” nevezett $W = -U$ mennyiséget használják. Megjegyezzük, hogy a bemutatott levezetés lépései akkor is alkalmazhatók, ha az ingára vonatkozó fenti közelítések helyett egy általános tehetetlenségi nyomatékú ingából indulunk ki.

Az Eötvös-kísérletekben a gravitációs gyorsulás, illetve az $U(\mathbf{r})$ potenciál hely szerinti változásának méréséhez a (11) egyenletet alkalmazták. A mérés vázlatosan a következő módon történt. A torziós szál és vele együtt a hozzá erősített tükör egyensúlyi helyzete a rá ható forgatónyomaték hatására egy kis φ szöggel elfordul (a meg nem csavart egyensúlyi helyzethez viszonyítva). Ezt a szöget úgy mérték meg, hogy ha a tükör φ szöggel elfordul, akkor a ráeső fénysugár iránya 2φ szöggel térül el a tükörről való visszaverődéskor. Másrészt ez a φ szög a $-M_z = D^* \varphi$

egyensúlyi feltétel alapján határozható meg. A mérés során az ingát α különböző α irányba állították be, és megmérték a torziós szál $\varphi(\alpha)$ elfordulásszögét. Ezután képezve a

$$\varphi(\alpha_{i+1}) - \varphi(\alpha_i)$$

különbségeket ($i = 1, \dots, 4$) a (11) egyenletet felhasználva a $-M_z = D^* \varphi$ egyensúlyi egyenletből négy független lineáris egyenlet adódik a négy ismeretlen

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}, \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} \quad (12)$$

második deriváltra. A (11) egyenletből következik, hogy az inga φ elfordulási szöge úgy növelhető, ha K értékét, azaz a T_0 lengésideőt növeljük. Ezzel viszont időben hosszadalmassá válnak a mérések, mert az ingarúd új helyzetébe történő beállítása után a lengésnek lecsillapodása is tovább tart. Az eredeti mérésekben ez általában egy óráig is eltartott. A mérési eljárás további részleteiről az érdeklő olvasó például [3–7] cikkekben olvashat.

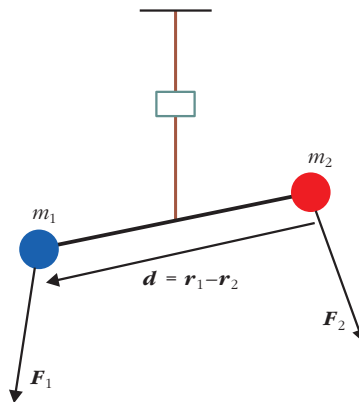
Gömbszimmetrikus erőterben a $-\partial_z U$ radiális térerősség jelentősen változik a z függvényében, gravitációs tér esetén az Eötvös-tenzor $\partial_z \partial_z U$ komponensének nagysága $2g/R$, ahol g a felszíni gravitációs gyorsulás, R pedig a Föld sugara. A Laplace-egyenlet miatt hasonló nagyságrendű a deriváltak $\partial_x \partial_x U + \partial_y \partial_y U$ kombinációja is. Láthatjuk, hogy az Eötvös-ingával végzett mérés érzéketlen az Eötvös-tenzor ezen „nagy” komponenseire, a mérés a (9) képlet szerint éppen az ezeknél nagyságrendekkel kisebb többi komponensre – amelyeket a tömegeloszlás helyi inhomogenitásai okoznak – tudja meghatározni.

A (11) egyenletből az is jól látszik, hogy véges h értékre a forgatónyomaték képletében megjelennek az $U(\mathbf{r})$ potenciál x, z és y, z szerinti második deriváltjai is, ellentétben a Cavendish-kísérlettel, ahol $h = 0$. Azzal, hogy Eötvös az inga egyik végén a testet lejjebb helyezte, a gravitációs térerősség újabb, függőleges irányú deriváltjait lehetett kimérni. E ténynek köszönhető, hogy az Eötvös-inga olyan sikeressé vált a geológiai kutatásokban és az olajmezők felkutatásában.

Itt jegyezzük meg, hogy az eredeti Eötvös-kísérletekben a rúd két végén lévő henger alakú testek nem tekinthetők pontszerűnek. A hengerek hossza mentén a gravitációs erőter kis mértékű változása olyan nagyságrendű járulékot eredményezhet a torziós szátra ható forgatónyomatékban, ami szisztematikus hibaként befolyásolhatja az Eötvös-ingával végzett mérések pontosságát. Ezt a hibát nemrégiben Tóth Gyula tanulmányozta, becsülte meg [16, 17].

Az Eötvös-inga és az ekvivalenciaelv

A súlyos és tehetetlen tömeg azonosságából (amelyet már Newton is felismert) következik az ekvivalenciaelv, amely szerint a gyorsulás és a gravitáció ugyan-



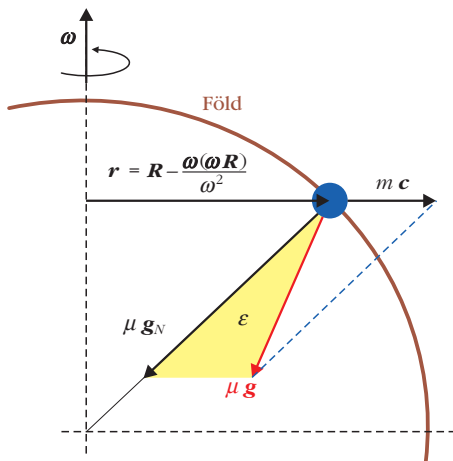
3. ábra. A rúd két végén lévő testekre ható nehézségi erő nem párhuzamos, ha nem teljesül a súlyos és tehetetlen tömeg azonossága.

olyan hatásokat okoz. Ezen az elven alapul a később Einstein által kifejlesztett általános relativitáselmélet. Korábban többen felvetették, hogy a kétféle tömeg nem szükségszerűen azonos egymással, pontosabban szólva: a kétféle tömeg aránya függhet a vizsgált minta anyagi összetételétől. A kérdést csak pontos méréssel lehet eldönteni – amit maga Newton, majd az 1830-as években Bessel el is végzett, de a gravitációs hatások gyengesége és nehezen mérhető volta miatt csak igen kis pontosságot tudtak elérni. Eötvös precíziós ingakísérletei több nagyságrenddel javították a mérési eredmény pontosságát, megmutatva, hogy a tehetetlenségi és gravitációs tömeg aránya minden anyagra azonos. Ezek után a kétféle tömeg azonossága már csak a mértékegység választásán múlik.

A mérés azon alapul, hogy ha nem állna fenn a kétféle tömeg azonossága, akkor a forgó Földön elhelyezett torziós ingára akkor is hatna forgatónyomaték, ha a gravitációs tér hely szerinti változásait nem vennék figyelembe. Ezt a forgatónyomatékot az előzőekben tárgyalt, a nehézségi erőter gradienseire érzékeny Eötvös-inga helyett egy egyszerűbb kísérleti elrendezés, a Cavendish-inga (3. ábra) tanulmányozásával is kiszámíthatjuk. Ezen inga két próbatest a rúd két végén, ugyanabban a vízszintes síkban helyezkedik el. Eötvös mérése során az előző fejezetben tárgyalt és az itt leírt effektus egyszerre jelent meg, a hatások összeadódtak. A mérés kiértékelésekor a kétféle jelenség hatásai elkülöníthetők.

A módszer alapgondolata az, hogy az ingára a Föld forgása miatt kétféle erő hat: a newtoni gravitációs erő, ami a súlyos tömeggel, és a centrifugális erő, ami pedig a tehetetlen tömeggel arányos (4. ábra). Számításainkban nem kell figyelembe venni e két erő hely szerinti változását, csak a kétféle tömeg különböző volta miatt fellépő forgatónyomatékot keressük. A továbbiakban következetesen megkülönböztetjük a testek e fejezetben μ -vel jelölt súlyos és m -mel jelölt tehetetlen tömegét.

Írjuk fel a testre ható gravitációs erőt, figyelembe véve az ideális, homogén tömegeloszlású és gömb alakú Föld tengely körüli forgásának hatását is! Egy testre ható teljes nehézségi erő a Föld által kifejtett gravitáció erő és a centrifugális erő eredője:



4. ábra. A Földön a testre ható newtoni gravitációs erő és a centrifugális erő (erősen torzítva).

$$\mathbf{F} = \mu \mathbf{g}_N + m \mathbf{c} \equiv \mu \mathbf{g},$$

ahol \mathbf{g}_N a newtoni gravitációs gyorsulás, \mathbf{c} pedig a centrifugális gyorsulás, amelyek a következő alakban írhatók:

$$\mathbf{g}_N = -f \frac{M_{\text{Föld}}}{R^2} \frac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|}, \quad (13)$$

$$\mathbf{c} = \omega^2 \left(\mathbf{R} - \frac{\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{R})}{\omega^2} \right),$$

ahol $M_{\text{Föld}}$ a Föld tömege, \mathbf{R} a Föld felszínén tetszőlegesen elhelyezett mérési pont helyvektora a Föld középpontjához viszonyítva, $\boldsymbol{\omega}$ a Föld szögsebességvektora, amely a forgástengellyel párhuzamosan északra mutat, f pedig a gravitációs állandó. A centrifugális gyorsulás képletében a zárójelben lévő vektor az \mathbf{R} pont helyvektorának az $\boldsymbol{\omega}$ szögsebességvektorra merőleges komponense, amelynek hossza éppen a mérési pontnak a Föld forgástengelyétől mért távolsága. A \mathbf{g} eredő nehézségi gyorsulást az \mathbf{F} erő fenti képlete értelmezi.

A Föld adatait figyelembe véve könnyű belátni, hogy a centrifugális gyorsulás sokkal kisebb a gravitációs gyorsulásnál:

$$\frac{|\mathbf{c}|}{g} = \frac{\omega^2 R \cos \vartheta}{g} \approx 0,002,$$

ahol $\vartheta \approx 47^\circ$ Budapest földrajzi szélessége. További képet kapunk arról, hogy a centrifugális erő mennyire kicsi a $|\mathbf{g}| = g$ eredő gravitációs gyorsuláshoz képest, ha kiszámítjuk a Föld középpontja felé mutató \mathbf{g}_N newtoni gravitációs gyorsulás és az eredő \mathbf{g} vektor közti ε szöget (4. ábra):

$$\sin \varepsilon = \frac{|\mathbf{g} \times \mathbf{g}_N|}{|\mathbf{g}| |\mathbf{g}_N|} = \frac{m}{\mu} \frac{|\mathbf{c} \times \mathbf{g}_N|}{|\mathbf{g}| |\mathbf{g}_N|} \approx \frac{m}{\mu} \frac{|\mathbf{c} \times \mathbf{g}_N|}{g^2}, \quad (14)$$

ahol a nevezőben kihasználtuk, hogy jó közelítéssel $|\mathbf{g}_N| = g_N \approx |\mathbf{g}| = g$. Mivel a (14) összefüggés számlálója később még többször előfordul, ezért ezt külön is kiszámoljuk:

$$\mathbf{c} \times \mathbf{g}_N = \omega^2 \left(\mathbf{R} - \frac{\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{R})}{\omega^2} \right) \times \mathbf{g}_N = \frac{g_N}{R} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) (\boldsymbol{\omega}\mathbf{R}). \quad (15)$$

Az utolsó lépésben kihasználtuk, hogy a \mathbf{g}_N vektor a (13) képlet szerint a $-\mathbf{R}$ vektor irányába mutat. A (15) képletből látható, hogy az $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}$, és így a $\mathbf{c} \times \mathbf{g}_N$ vektor is kelet/nyugati irányú (az északi félgömbön keletre, a délin nyugatra mutat). Mivel $|\boldsymbol{\omega}\mathbf{R}| = \omega R \sin \vartheta$ és $|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}| = \omega R \cos \vartheta$, a (14) formula így írható:

$$\sin \varepsilon = \frac{m}{\mu} \frac{\omega^2 R \sin 2\vartheta}{2g}, \quad (16)$$

ahol ismét felhasználtuk, hogy $g_N \approx g$. Ebben az összefüggésben a kétfajta tömeget azonosnak véve, az ismert adatokkal azt kapjuk, hogy Budapesten $\varepsilon \approx 6' = 0,1^\circ$. Ez valóban rendkívül kis szög, a legtöbb esetben nem játszik szerepet. Azonban, mint később látni fogjuk, az ekvivalenciaelv igazolásánál nem hanyagolható el.

Tegyük fel, hogy az inga rúdjának két végén egy-egy m_1 , illetve m_2 tömegű test van. Ekkor a két testre ható erők: $\mathbf{F}_1 = \mu_1 \mathbf{g}_N + m_1 \mathbf{c} = \mu_1 \mathbf{g}$ és $\mathbf{F}_2 = \mu_2 \mathbf{g}_N + m_2 \mathbf{c} = \mu_2 \mathbf{g}$ (3. ábra). Számítsuk ki először e két erő közti szöveget! Egyszerű számolással kapjuk az \mathbf{F}_1 és \mathbf{F}_2 közti δ szögre:

$$\sin \delta = \frac{|\mathbf{F}_1 \times \mathbf{F}_2|}{|\mathbf{F}_1| |\mathbf{F}_2|},$$

ahol

$$\mathbf{F}_1 \times \mathbf{F}_2 = (\mu_2 m_1 - \mu_1 m_2) (\mathbf{c} \times \mathbf{g}_N). \quad (17)$$

Innen – felhasználva a (15) és a (16) egyenleteket – kapjuk:

$$\delta \approx \sin \delta = \left| \frac{m_1}{\mu_1} - \frac{m_2}{\mu_2} \right| \frac{g_N}{R} \frac{|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}| |\boldsymbol{\omega}\mathbf{R}|}{g^2} = \quad (18)$$

$$= \frac{g_N}{g} |\eta| \sin \varepsilon,$$

ahol bevezettük az

$$\eta = \frac{m_1}{\mu_1} - \frac{m_2}{\mu_2} \quad (19)$$

paramétert, amely a keresett mennyiségre, a súlyos és tehetetlen tömeg eltérésére jellemző.

A két erő közti δ szögre kapott (18) kifejezés megegyezik Eötvös eredményével [7].

A képletből látszik a mérés egyik nagy előnye: a kitérést befolyásoló fenti η paraméter csak a tehetetlenségi és a gravitációs tömeg arányától függ, nagyságuktól viszont nem, emiatt nem növeli a mérés hibáját, ha az inga két próbatestjét nem sikerül pontosan egyforma tömegűre készíteni. Eötvös a próbatesteket különböző anyagokból (vas, szén, fa stb.) készítette el, így a mérés azt is ellenőrizte, hogy a tehetetlen és a súlyos tömeg m/μ aránya függ-e a minta anyagi összetételétől. Látható, ha a kétféle tömeg minden testre azonos egymással, akkor $\delta = 0$, azaz a két testre ható eredő nehézségi erő *párhuzamos* irányú. Ebből következik, hogy ekkor az ingára ható forgatónyomaték zérus.

A továbbiakban meghatározzuk e két erő ingára kifejtett forgatónyomatékát: $\mathbf{M} = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2$. Az ingára az \mathbf{F}_1 és az \mathbf{F}_2 erőkön kívül a torziós szál által kifejtett kötél erő is hat. Egyensúlyi helyzetben e három erő összege zérus, ezért a torziós szál irányába mutató egységvektor:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2}{|\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2|}.$$

Így a forgatónyomatéknak a torziós szál irányába mutató komponense, ami elforgatja az inga drótyját:

$$\begin{aligned} \tau = \mathbf{n} \mathbf{M} &= \frac{(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2) \mathbf{M}}{|\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2|} = \\ &= \frac{\mathbf{F}_1 (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2) + \mathbf{F}_2 (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1)}{|\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2|} = \\ &= \frac{\mathbf{r}_2 (\mathbf{F}_2 \times \mathbf{F}_1) + \mathbf{r}_1 (\mathbf{F}_1 \times \mathbf{F}_2)}{|\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2|} = \frac{\mathbf{d} (\mathbf{F}_1 \times \mathbf{F}_2)}{|\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2|}, \end{aligned} \quad (20)$$

ahol $\mathbf{d} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ az inga rúdjának két végén lévő testeiket összekötő vektor. A negyedik egyenlőségénél kihasználtuk, hogy a vegyszorzat invariáns a vektorok ciklikus cseréjére. Ebből az eredményből is látható, ha az \mathbf{F}_1 és \mathbf{F}_2 vektorok párhuzamosak, akkor a forgatónyomaték zérus.

A (20) egyenletben szereplő skalárszorzás miatt az eredményben a \mathbf{d} vektornak csak a kelet/nyugati vetülete jelenik meg, ennek értéke pedig $2l \sin \alpha$, ahol $2l$ az inga rúdjának hossza, α pedig a rúd korábban bevezetett azimutuszögét jelenti.

Az $|\mathbf{F}_1 \times \mathbf{F}_2|$ mennyiség (17), (15) és (16) szerinti értékét sorba behelyettesítve, valamint felhasználva, hogy $|\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2| = (m_1 + m_2)g$, a következő eredményt kapjuk:

$$\tau = \mathbf{n} \mathbf{M} = m^* g_N \eta 2 l \sin \alpha \sin \varepsilon,$$

ahol

$$m^* = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

Ha feltesszük, hogy a kar két végén lévő két test m tömege azonos, akkor $m^* = m/2$, ezért végeredményünk így írható:

$$\tau = m g_N l \sin \varepsilon \sin \alpha \left(\frac{m_1}{\mu_1} - \frac{m_2}{\mu_2} \right). \quad (21)$$

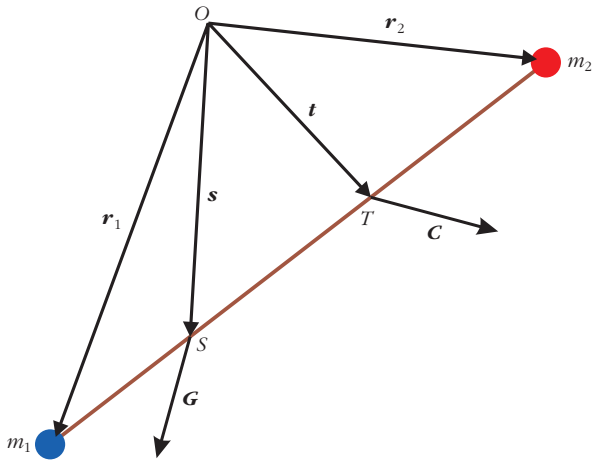
Ez az alak, kiegészítve a nehézségi gyorsulás hely szerinti változásából származó, a (11) egyenletben felírt forgatónyomaték járulékaival, megegyezik Eötvös eredményével [7], amelyet később mások is levezettek [8–10, 18]. Megjegyezzük, hogy ez az eredmény szerepel (más, Eötvös idejében használt jelölésekkel) Tóth Gyula *Fizikai Szemlében* nemrégiben megjelent cikkében is [16]. A fent bemutatott, modern vektoros jelöléseket alkalmazó levezetés és a (16), (18) és (21) képletek az Eötvös-kísélet háttérének több részletére világítanak rá.

Az eredményből jól látható, ha a zárójeles rész, azaz az η paraméter nem zérus – tehát nem teljesül a súlyos és tehetetlen tömeg azonossága –, akkor az ingára forgatónyomaték hat, és elfordul. Az Eötvös-kísérletekben ennek kimutatása volt a cél. A fenti eredményből az is világos, hogy maximális forgatónyomatékokat akkor kapunk, ha az inga rúdját keleti irányba állítjuk, azaz az α azimutuszög éppen 90° . Eötvös, Pekár és Fekete gondosan, a lehetséges hibaforrások minél teljesebb kiküszöbölésével elvégzett méréseik szerint a tömegarányok eltérésére az alábbi, abban az időben kivételesen pontos eredménynek számító felső korlátot kapták [7]:

$$|\eta| \equiv \left| \frac{m_1}{\mu_1} - \frac{m_2}{\mu_2} \right| \leq 5 \cdot 10^{-9}. \quad (22)$$

Végeredményünk, azaz a (21) összefüggés más megfontolással is levezethető, amely talán más irányból is rávilágít a fellépő forgatónyomaték fizikai okára. Emlékezzünk vissza a merev testre külső erőterében ható forgatónyomaték (7) képletére! Ennek első tagja azt írja le, hogy ha a külső erő támadáspontja nem esik egybe a koordináta-rendszer kezdőpontjával, akkor az origóra vonatkoztatva forgatónyomaték lép fel, függetlenül az erőternek a képlet második tagjában figyelembe vett inhomogenitásától. Márpedig pontosan ez lenne a helyzet, ha a súlyos és a tehetetlen tömeg eltérne egymástól: a kétféle tömeg alapján kiszámolható tömegközéppont (azaz az inerciaerők, köztük a centrifugális erő támadáspontja) nem esne egybe a súlyponttal (azaz a gravitációs erő támadáspontjával). Ekkor a tömegközéppontba helyezett koordináta-rendszerben a súlyerőnek forgatónyomatéka lépne fel (5. ábra). A következőkben megmutatjuk, hogy ez a feltételezett hatás azonos a (21) által leírt forgatónyomatékkal.

Tudjuk, hogy a homogén gravitációs erőter által egy testre kifejtett eredő erő úgy tekinthető, mintha egyetlen pontban, a test S súlypontjában hatna. A súlypont helyvektorának ismert képlete alapján írjuk fel a 3. és az 5. ábrán szereplő Cavendish-inga súly-



5. ábra. A Cavendish-inga S súlypontjában ható \mathbf{G} gravitációs és T tömegközéppontjában ható \mathbf{C} centrifugális erő.

pontjába mutató \mathbf{s} vektort! A helyvektorok súlyozására ebben az esetben a μ súlyos tömegeket kell használnunk. Hasonlóképpen az inerciaerők, köztük a centrifugális erő hatása a T tömegközéppontba egyeshető, ennek \mathbf{t} helyvektora az m tehetetlen tömegek segítségével számítható ki:

$$\mathbf{s} = \frac{\mu_1 \mathbf{r}_1 + \mu_2 \mathbf{r}_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad (23)$$

$$\mathbf{t} = \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2}{m_1 + m_2}.$$

A két pontot összekötő $\mathbf{k} = \mathbf{s} - \mathbf{t}$ vektor könnyen kiszámítható, rendezés után a következőt kapjuk:

$$\mathbf{k} = \mathbf{s} - \mathbf{t} = \frac{\mu_1 m_2 - \mu_2 m_1}{(\mu_1 + \mu_2)(m_1 + m_2)} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (24)$$

A kifejezés a korábban bevezetett η paraméter és a \mathbf{d} vektor segítségével átalakítható:

$$\mathbf{k} = -\eta \frac{\mu_1 \mu_2}{(\mu_1 + \mu_2)(m_1 + m_2)} \mathbf{d}. \quad (25)$$

A két test rendszerére ható erők közül a \mathbf{C} centrifugális erő támadáspontja a T tömegközéppontban van, ezért ennek nincs T -re vonatkozó forgatónyomatéka. A $\mathbf{G} = (\mu_1 + \mu_2) \mathbf{g}_N$ gravitációs erő támadáspontja azonban az S súlypontban van, ennek T -re vonatkozó erőkarja épp a \mathbf{k} vektor, így a gravitációs erő T -re vonatkozó forgatónyomatéka $\mathbf{M} = \mathbf{k} \times \mathbf{G}$. Ha a forgatónyomaték torziós szála ható τ komponensét akarjuk kiszámítani, akkor a (20)-hoz hasonlóan \mathbf{M} -et meg kell szoroznunk a szál irányába mutató, ezért \mathbf{g} -vel párhuzamos \mathbf{n} egységvektorral:

$$\begin{aligned} \tau &= \mathbf{n} \mathbf{M} = \mathbf{n} (\mathbf{k} \times \mathbf{G}) = \mathbf{n} \left[\mathbf{k} \times (\mu_1 + \mu_2) \mathbf{g}_N \right] = \\ &= -\eta \frac{\mu_1 \mu_2}{m_1 + m_2} \mathbf{n} (\mathbf{d} \times \mathbf{g}_N) = \eta \frac{m}{2} \mathbf{d} (\mathbf{n} \times \mathbf{g}_N). \end{aligned} \quad (26)$$

Az utolsó lépésnél – a korábbi számoláshoz hasonlóan – kihasználtuk, hogy egyforma tömegek esetén a tört értéke jó közelítéssel $m/2$. A vegyes szorzatban fellépő $\mathbf{n} \times \mathbf{g}_N$ vektor kelet/nyugati irányba mutat, értéke pedig $g_N \sin \epsilon$, hiszen a \mathbf{g}_N vektor a korábbiak szerint ϵ szöget zár be a torziós szál irányába mutató \mathbf{g} vektorral. A skaláris szorzás miatt az eredményben ismét a \mathbf{d} vektor kelet/nyugati irányra eső $2l \sin \alpha$ vetülete lép fel. Mindezeket összefoglalva az inga torziós szálára ható forgatónyomaték értéke:

$$\tau = \eta m g_N l \sin \epsilon \sin \alpha$$

lesz, ami megegyezik a korábban más módszerrel levezetett (21) eredménnyel.

Kimondhatjuk tehát, ha a súlyos és tehetetlen tömeg nem lenne azonos, vagy arányuk a minta anyagi összetételétől függne, akkor az Eötvös-ingára a (21) által leírt forgatónyomaték hatna. E jelenség két ekvivalens fizikai magyarázatát is bemutattuk. Ha az inga két testére ható gravitációs és centrifugális erőket testenként adjuk össze, akkor az eredő \mathbf{F}_1 és \mathbf{F}_2 erők nem lennének párhuzamosak, ezért lépne fel forgatónyomaték. Ha viszont előbb egyesítjük a két testre ható centrifugális erőt a T tömegközéppontban ható \mathbf{C} erővé, a két testre ható gravitációs erőt pedig az S súlypontban ható \mathbf{G} erővé, akkor a két támadáspont különböző volta miatt lép fel a \mathbf{G} erő T pontra vonatkozó forgatónyomatéka. A kétféle tárgyalásmód természetesen azonos eredményre vezet. A megjósolt effektust Eötvös és követői igen kis hibahatárral zérusnak találták, ezzel alátámasztva az általános relativitáselmélet alapjául is szolgáló állítást, a súlyos és tehetetlen tömeg pontos azonosságát, illetve arányuknak a testek anyagától való függetlenségét.

Összefoglalás

Az Eötvös-inga két alapvetően fontos kutatási területen vált világhírűvé. Egyrészt a gravitációs gyorsulás hely szerinti változásának nagy pontosságú mérésével lehetőség nyílt lokális geológiai objektumok, például föld alatti olajmezők felderítésére, és így a 20. század első felében az inga gyakorlati alkalmazása gazdasági szempontból is felbecsülhetetlen értékűvé vált. Ezen kísérletek fizikai alapját, nevezetesen az ingára ható forgatónyomatékokat a *Merev testre külső erőterében ható forgatónyomaték általános képlete* fejezetben levezetett általános képlet alapján *Az Eötvös-ingára ható forgatónyomaték a nehézségi gyorsulás hely szerinti változása következtében* fejezetben ismertettük. Másrészt Eötvös és társai a korábbi mérésekhez képest több nagyságrenddel pontosabban mutatták ki a súlyos és tehetetlen tömeg azonosságát, amiből az általános relativitáselmélet alapköve, az ekvivalenciaelv következik. A méréssel kapcsolatos fizikai alapokat *Az Eötvös-inga és az ekvivalenciaelv* fejezetben ismertettük.

Érdemes megjegyezni, hogy az Eötvös-féle mérések pontosságát *Dicke* és munkatársai 1964-ben to-

vább javították, az eredeti Eötvös-kísérletek gondos elemzésével, a pontosságot befolyásoló hibaforrások kiküszöbölésével vagy csökkentésével [19]. Megmutatták, ami első hangzásra meglepőnek tűnik, hogy például egy 100 kg tömegű embernek legalább 30 m távolságban kell lennie az ingától, hogy az általa kifejlesztett forgatónyomaték hatása kisebb legyen a tömegarányok $\eta = 10^{-11}$ eltérésénél. Ezért az inga méretét csökkentették (az inga karja 3,3 cm), és a szögelfordulás leolvasását távolról végezték. Az Eötvös-kísérletek fontosságát jelzi, hogy még napjainkban is folynak ezirányú mérések. A téma iránt érdeklődőknek Nieto és munkatársai cikkét [18], Adelberger és munkatársai összefoglalóját [20], valamint Will könyvét és áttekintő cikkét [21] ajánljuk. A hazai kutatásban Péter Gábor és munkatársai tervezik az Eötvös-kísérlet megismétlését, amelyről bővebben a *Fizikai Szemle* nemrégiben megjelent számában olvashatunk [22].

Irodalom

1. Eötvös Loránd-émlékév 2019. <https://www.eotvos100.hu>
2. Király Péter (szerk.): Eötvös Loránd munkái és méltatása, dolgozatok és dokumentumok gyűjteménye. <http://tudtor.kfki.hu/eotvos1/eotvos.html>
3. Eötvös Loránd: A nehézség és a mágneses erő nivőfelületeinek és változásainak meghatározásáról. Az 1900-dik évi párisi fizikai kongresszus elé terjesztett jelentés. *Math. és Phys. Lapok. IX.* (1900) 361–385.; http://real-j.mtak.hu/7286/1/MTA_MatematikaiEsPhysikaiLapok_09.pdf#page=369
4. H. Shaw, E. Lancaster-Jones: The Eötvös Torsion Balance. *Proc. Phys. Soc. London* 35 (1922) 151–166.; <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1478-7814/35/1/319/meta>
5. A. H. Miller: The Theory and Operation of the Eötvös Torsion Balance with Plates I, II, III. *Journal of the Royal Astronomical Society of Canada* 28 (1934) 1–31.; http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-bib_query?1934JRASC..28....1M&db_key=AST
6. Bela G. Kolossvary: Eötvös Balance. *Am. J. Phys.* 27 (1959) 336–343.; <https://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.1934847>
7. Eötvös R., Pekár D., Fekete E.: Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität. *Annalen der Physik (Leipzig)* 68 (1922) 11–66.; angol fordítás: R. v. Eötvös, D. Pekár, E. Fekete: Contribution to the law of proportionality of inertia and gravitation. *Annales Universitatis Scientiarum Budapestinensis de Rolando Eötvös Nominatae. Sectio geologica* 7 (1963) 111–165.; https://matarka.hu/cikk_list.php?fusz=137841
8. Renner János: Kísérleti vizsgálatok a tömegvonzás és tehetetlenség arányosságáról. *Matematikai és Természettudományi Értesítő* 13 (1935) 542–570.; http://real-j.mtak.hu/4471/1/MatematikaiTermTudErtesito_53.pdf
9. Renner János: Az Eötvös-kísérlet *Fizikai Szemle* 14/1 (1964) 6–10.; <http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz6401/tart6401.html>
10. G. Boniolo: Theory and Experiment. The Case of Eötvös' Experiments. *The British Journal for the Philosophy of Science* 43 (1992) 459–486.; https://www.jstor.org/stable/687836?origin=JSTOR-pdf&seq=1#page_scan_tab_contents
11. Völgyesi Lajos: *Fizikai geodézia és gravimetria*. online tankönyv; https://edu.epito.bme.hu/local/coursepublicity/public_courses.php?publicityid=1993
12. Szabó Zoltán: Az Eötvös-inga históriája. *Magyar Geofizika* 40/1 (1999) 26–38.; http://real-j.mtak.hu/12503/1/EPA03436_magyar_geofizika_1999_1.pdf
13. Dávid Gyula: Az örök nyár bolygója. Az 1982. évi Ortvay Rudolf Fizikai Problémamegoldó verseny 17. számú feladata; a megoldás megjelent: *Válogatás az 1983. évi Ortvay Rudolf Problémamegoldó verseny feladataiból*. kézirat, ELTE TTK Fizikus Diákkör, 1984. (szerkesztette Pótl János); <https://ortvay.elte.hu/mo/1983>
14. Horváth Gábor: A holdak között keringése, az árapály-effektus és az árapályfűtés. *Fizikai Szemle* 41/3 (1991) 79–88.; <http://fizikaiszemle.hu/old/archivum/fsz9103/tart9103.html>
15. E. G. Adelberger, C. W. Stubbs, B. R. Heckel, Y. Su, H. E. Swanson, G. Smith, J. H. Gundlach, W. F. Rogers: Testing the equivalence principle in the field of the Earth: Particle physics at masses below 1 μeV ? *Phys. Rev. D* 42 (1990) 3267.; <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.42.3267>
16. Tóth Gyula: Az Eötvös–Pekár–Fekete ekvivalenciamérések szabályos hibája. *Fizikai Szemle* 69/5 (2019) 155–158.; http://fizikaiszemle.hu/uploads/2019/05/fizszem-201905-tothgyula_15_19_40_1558012780.1868.pdf
17. Gyula Tóth: Explanation of the EPF experiment in terms of gravity gradients. arxiv.org (2019); <https://arxiv.org/abs/1803.04720>
18. M. M. Nieto, R. J. Hughes, T. Goldman: Actually, Eötvös did publish his results in 1910, it's just that no one knows about it.... *Am. J. Phys.* 57 (1989) 397–404.; <https://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.16038>
19. P. G. Roll, R. Krotkov, R. H. Dicke: The Equivalence of Inertial and Passive Gravitational Mass. *Annals of Physics* 26 (1964) 442–517.; http://physics.princeton.edu/romalis/papers/Roll_1964.pdf
20. E. G. Adelberger, J. H. Gundlach, B. R. Heckel, S. Hoedl, S. Schlamminger: Torsion balance experiments: A low-energy frontier of particle physics. *Progress in Particle and Nuclear Physics* 62 (2009) 102–134.; <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2008.08.002>
21. Clifford M. Will: *Theory and Experiment in Gravitational Physics*. Cambridge University Press 2018.; <https://doi.org/10.1017/97813163388612> – A szerző hasonló témájú, szabadon letölthető cikke: The Confrontation between General Relativity and Experiment. <https://link.springer.com/article/10.12942/lrr-2006-3#aboutcontent>
22. Péter Gábor, Deák László, Gróf Gyula, Kiss Bálint, Szondy György, Tóth Gyula, Ván Péter, Völgyesi Lajos: Az Eötvös–Pekár–Fekete ekvivalenciaelv-mérések megismétlése. *Fizikai Szemle* 69/4 (2019) 111–116.; http://fizikaiszemle.hu/uploads/2019/04/fizszem-201904-peter-es-tarsai_13_48_05_1556624885.0311.pdf



A NEMZETKÖZI NAPSUGÁRZÁSI REFERENCIASKÁLA ÉS AZ ÚJ KRIOGÉN ABSZOLÚT PIRHELIOMÉTER

Tóth Zoltán

OMSZ Marcell György Főobszervatórium
Stratolab Kutató, Fejlesztő és Innovációs Kft.

WRC, WRR, WSG

Vajon a napsugárzás egy adott intenzitásértékét ugyanakkorának mérik-e mindenütt az egész világon? Azaz, mondjuk a 700 W/m^2 sugárzásösszeg ugyanazt jelenti-e a világ legtávolabbi csücskében telepített napsugárzásmérő állomáson, mint a svájci Davosban működő Napsugárzási Világközpontban (World Radiation Center = WRC)? A válasz erre igenlő, ha a szóban forgó mérőállomás a nemzetközileg érvényes minőségbiztosítási procedúra szerint működik, azaz a sugárzásdetektor megfelelően kalibrált állapotban van. Ez a válasz így egyszerűnek tűnik, de ha pontosan akarjuk tudni, miként valósítható meg, akkor máris fizikai folyamatok, fizikai törvények és nagy precizitású műszaki megoldások sorát kell megismernünk. Az elektromágneses sugárzás referenciáértékű mérése, azaz a fotondetektálás a lehető legprecízebb feszültség-, áram- és teljesítménymérést követeli meg az abszolút fekete testet a lehető legjobban közelítő mérőberendezéssel. Az elsődleges referenciaként használható úgynevezett abszolút pirheliométereket úgy alkották meg, hogy az előbbi követelmények teljesüljenek. Alapvetően a WRC és a Meteorológiai Világszervezet (WMO = World Meteorological Organization) regionális napsugárzási központjainak feladata ezen pirheliométerek működtetése, és a világközpontban definiált nemzetközi napsugárzási referenciaskála (World Radiometric Reference = WRR) átadása az egyes országok nemzeti referencia-mérőeszközeinek. A WRR-t 1977-ben hozták létre speciális kalibrációs mérések sorozatai során a WRC-ben. Bizonytalansága nem nagyobb mint 0,3%.

A WRC elsődleges feladata az 1. ábrán látható World Standard Group (WSG) nemzetközi etalon műszeregyüttes működtetése. A WRR-t azonos fizikai elven működő, de azt kissé eltérő módon megvalósító hat abszolút pirheliométer mért értékeinek átlaga definiálja, és ezt az értéket megfelelő kalibrációs proce-

dúrával át kell adni minden hiteles mérést végző légkörfizikai, napenergia-hasznosítási, vagy a napsugárzásmérést alkalmazó műszaki tevékenységet folytató bármely egyéb intézménynek vagy cégnek. A fentieket teljesítő úgynevezett abszolút pirheliometria elméleti, műszaki és minőségbiztosítási megvalósításáról lesz szó az alábbiakban.

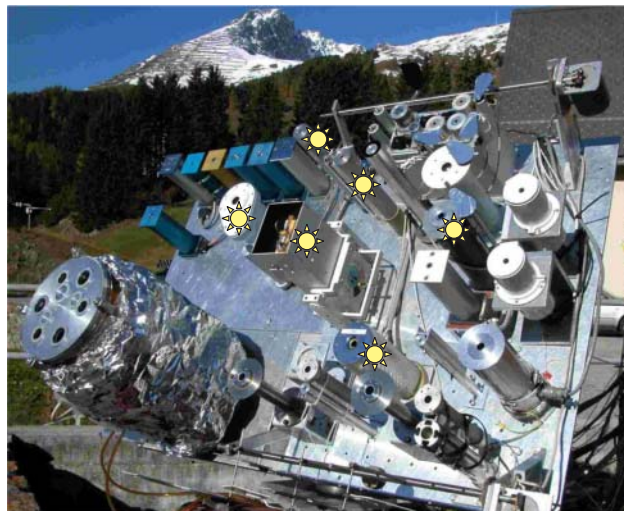
Természetes sugárforrás referenciaértékű mérésének metrológiai problémája

A napsugárzás mérése esetében – más fizikai mennyiségektől eltérően – több szempontból sem teljesíthető, hogy a pontosan beállított, ellenőrzött laboratóriumi körülmények között (nagy precizitású tápegységgel meghajtott, ismert kimenő jelű standard sugárforrással) végrehajtott kalibráció eredménye egyértelműen átvihető legyen a természetes körülmények esetén végzett mérésre, azaz a természetes forrásból (ami leginkább a Napot, esetleg a Holdat jelenti) érkező sugárzás mérésére. A hőmérsékletmérés metrológiai értelemben vett laboratóriumi hitelesítése például megvalósítható, mert olyan közvetlen effektuson alapul (az érzékelő platinaszál kvantitatíve pontosan ismert fizikai összefüggés szerint változtatja az ellenállását a környezet hőmérsékletének függvényében), amely tökéletesen megegyezik kültéri és beltéri körülmények között. Következésképpen a laboratóriumban csak elő kell állítani a megfelelő hőmérsékletet, amelyen a kalibráció történik, és minden mérési kö-

1. ábra. A World Radiation Center fő mérőplatformja. A kis napocsakkal jelzett hat abszolút pirheliométer alkotja a WSG-t.



Tóth Zoltán (1961) az ELTE-n szerzett csillagász és meteorológus diplomát. Szakterülete a légköri napsugárzás-átvitel, nap-spektrofotometria, a légköri ózontartalom-mérés. Hazánkban először alkalmazta az ózontartalom zenitsugárzásból történő meghatározását. Az OMSZ hazai UV-sugárzásmérő hálózatának egyik megalapítója, fő működtetője. Nemzetközi kutatási projektek irányító testületének tagja. Az ELTE megbízott előadója, a Napsugárzás-védelmi Tudományos és Szakértői Testület elnökhelyettese.



rülmény, valamint a mérés pontossága, bizonytalansága korrekt módon számítható. A napsugázmérés során ez azért nem tehető meg, mert a Nap és a detektor közötti közeg (a légkör) sugárzásátvitelt meghatározó fizikai állapota a mérési sorozat alatt nem elegendő pontossággal ismert, azaz nem tudjuk, hogy a detektor milyen értékeket mérne a légkörön kívül. Ezért kellett speciális eljárást és azt végrehajtó berendezést kifejleszteni a napsugárzás referenciaértékű mérésének megvalósítására.

Pirheliometria és abszolút pirheliometria

Az elektromágneses sugárzás mérése a fotoelektromos effektuson alapul, amely szerint egy megfelelően választott alkalmas érzékelőn a beérkező sugárzási áram (fotonszám) hatására azzal arányos elektronáramlás jön létre. Ezen elektromos áram feszültségének mérésével lehet megállapítani a beérkező sugárzási áramsűrűség nagyságát (részletesen lásd [1]).

Etalonmérésként az abszolút sugázmérés szolgál. Az abszolút sugázmérés a teljes belépő sugárzás skálájának olyan realizációja, amely sem közvetlenül, sem közvetve nem támaszkodik semmilyen standard sugárforrásra. Mit is jelent ez? Azt, hogy a teljes belépő sugárzás azon elektromágneses hullámok által szállított energiamennyiség, amely – a teljes spektrumot véve alapul – valamely sík felület egységnyi nagyságú részére egységnyi idő alatt érkezik. Ez a sugázmennyiség elvi definíciója, amely szerint a teljes beeső sugárzás méréséhez a területet, az időt és az összes hullámhosszon szállított energia összegét együtt kell mérnünk.

A napkorong irányából érkező teljes (azaz nem spektrálisan felbontott) sugárzási áramsűrűséget (a direkt sugárzást) pirheliométerrel mérjük. Bár több cég gyárt ilyeneket a világon, a legismertebb, legnagyobb pontosságú, és ezért a légkörfizikai mérőhálózatokban leginkább használt pirheliométerek az Eppley Laboratory (USA) és a Kipp&Zonen (Hollandia) által gyártott detektorok. Az érzékelés műszaki megvalósításának alapját a most itt nem részletezett termooszlopos megoldás adja, ahol az érzékelő felületet fekete festékkel borított lamellák alkotják. Most szintén nem lesz szó a geometriai felépítésről, a hőmérséklet-kompenzáció megvalósításáról és egy sor egyéb technikai részletről, amelyek a fizikai elv megvalósításakor szükségszerűen fellépő mérési hibák minimálisra csökkentését szolgálják, mert ezek ismeretése külön tanulmányt igényelne, így csak a szóban forgó téma megértéséhez szükséges részletek ismertetésére szorítkozunk. Azt viszont megjegyezzük, hogy felépítésük kialakításánál rengeteg tényezőt kell figyelembe venni. A legfontosabbak közé tartozik, hogy a műszertesten belül az energiadiSSIPáció és a kialakítás miatt óhatatlanul az érzékelőbe jutó, a napkorongon kívülről, annak közvetlen környezetéből érkező szórt fotonok alkotta cirkumszoláris sugárzás egyaránt minél kisebb legyen. De ezek még „csak” a

professzionális operatív mérőhálózatokban használt pirheliométerek minél nagyobb mérési pontossága elérésének problémái. A kifejezetten csak kalibrációra alkalmazott elsődleges standard műszerek (alaplasműszerek) viselkedését még nagyobb pontossággal kell ismerni.

Alaplasműszerként 1980 óta abszolút pirheliométereket (absolute cavity pyrhelimeter) alkalmaznak, amelyek fizikai elvének kidolgozását és műszaki megvalósítását az 1970-es években kezdték a WRC-ben. Ezek speciális felépítésű műszerek, amelyek a megkövetelhető legnagyobb pontossággal hasonlítják össze a sugárzásból nyert teljesítményt az elektromos teljesítménnyel. Az abszolút pirheliométer magából a pirheliométer-testből és egy nagy pontosságú digitális multimétert is tartalmazó elektronikus vezérlőegységből (control box) áll. Ezekben egy fekete testet modellező üreg nyílása adja a felfogósíkot (innen jön az eredeti angol elnevezésben a „cavity” szó, amelyet a magyar változatban nem használunk). Az üreg abszorpciója nagyobb, spektrálisan egyenletesebb és időben kevésbé változó, mint a sík lemezen lévő fekete festéké. Az üreg abszorpciója lézerek segítségével pontosabban mérhető annál, mintha geometriai megfontolások alapján kiszámított üregeken belüli visszaverődések számából és a felületet borító festék abszorpciójából számítanánk ki. Az üreg nyílásának, mint érzékelőnek jellegéből következően minden egyes pontja ugyanolyan érzékeny, tehát egy fontos hibát okozó tényező, az érzékelő felület egyetlen érzékenysége ezáltal ki van zárva.

Az abszolút pirheliométer kalibrációs faktorának pontossága az alábbiaktól függ: (1) sugárzási veszteség, (2) nem teljesen egyenlő egymással a sugárzási és elektromos fűtés, (3) szórt sugárzás, (4) fűtő hatás és (5) az üreg precíziós nyílásának nagysága. Csak néhány példa a pontosságra: a belépő apertúra átmérője nagyobb, mint $0,5 \mu\text{m}$ pontossággal meghatározott, ami $0,002\%$ -nál jobb pontosságot jelent, a tökéletes körtől való eltérése pedig $0,2 \mu\text{m}$ -nél pontosabban meghatározott. A sugárzási veszteség $0,005\%$ pontossággal mérhető, míg az érzékelőbe jutó szórt fény $0,01\%$, a fűtés pedig $0,001\%$ pontossággal mérhető.

Annak érdekében, hogy a mérési bizonytalanság pontosan megállapítható legyen, különböző, független laboratóriumokban megismételt mérésekkel (hogy az esetleges laboratóriumi környezettől való minimális függés ismert legyen), nagy precizitású standard sugárforrásokkal végeznek karakterizációt. Ez az adott műszerre az ideális viselkedéstől való összes eltérés kvantitatív meghatározását jelenti.

Az abszolút pirheliométerrel történő mérés maga – leegyszerűsített megfogalmazással – nagy pontosságú teljesítménymérést jelent, azaz különböző fűtőteljesítmények nagyon pontos összehasonlítását. A pirheliométer belépő apertúráján egy nyitható lezárókupak van. Három esetben kell pontosan meghatározni a mért feszültséget és áramot: (a) zárt belépő apertúra esetén fűtés nélkül, ez a feszültségskála zéróértéke, azaz a mérési zaj értéke (zero offset), (b) zárt

belépő apertúra esetén fűtéssel és (3) nyitott belépő apertúrával (azaz a Napot mérve) fűtés nélkül. Ez mindegyik esetben nagy pontosságú feszültség- és áramerősség-mérést jelent a vezérlőegység precíziós multiméterével. A mérés folyamata elég összetett, ennek részletezése jelen írásban nem is lehet cél (részletesen lásd [2]).

A WSG működtetése, az abszolút pirheliométerek hitelesítése és a WRR továbbadása

A tengerszint felett 1500 m-t kissé meghaladó magasságban fekvő Davosban található WRC tevékenységi köre több területre terjed ki, úgymint a napállandó referenciaértékű mérése, változásainak nyomon követése, a mérések műholdas mérésekkel történő operatív összevetése, a WSG működtetése, valamint az ultraibolya és az infravörös sugárzás mérése, és a homályosság (optikai mélység) mérésének nemzetközi kalibrációs központjaként funkcionál. Továbbá napfizikai és légköri sugárzásátbocsátási kutatásokban is részt vesz. Emellett speciális sugárzásmérő berendezéseket, nap-spektrofotométereket, napfotométereket tervez, fejleszt és gyárt.

A nemzetközi referencia-műszercsoportot, a WSG-t az alábbi hat abszolút pirheliométer alkotja: PACRAD-III (gyártó: NASA, USA), PMO-2 (gyártó: WRC), PMO-5 (gyártó: WRC), CROM-2 (gyártó: Institute Royale Meteorologique de Belgique, Belgium), TMI-67814 (gyártó: Technical Measurements, Inc., USA), HF-18748 (gyártó: Eppley Laboratory, USA).

Ezek egyetlen kivétellel nem kereskedelmi forgalomba gyártott műszerek, kifejezetten erre a célra, vagy egyéb kísérleti mérésekre gyártott limitált számú példány létezik belőlük. A kivétel az Eppley Laboratory által kifejlesztett és gyártott HF (Hickey–Frieden) típusú abszolút pirheliométer, amely mellett még egy kereskedelmi forgalmazás számára gyártott abszolút pirheliométer létezik, a WRC-ben kifejlesztett és gyártott PMO-6. Ez utóbbiból több példány a napállandó mérését végző elsődleges műszerként működik a WRC-ben. A WMO regionális napsugárzási központjaiban a HF és PMO-6 típusú pirheliométerek a referencia-mérőeszközök.

A WSG működtetése folytonos munkával jár, egyrészt a Nap folyamatos mérésével, másrészt pedig az azt alkotó egyes pirheliométereket folyamatosan ellenőrzik különböző, célirányosan kifejlesztett speciális módszerekkel a WRC optikai laboratóriumában.

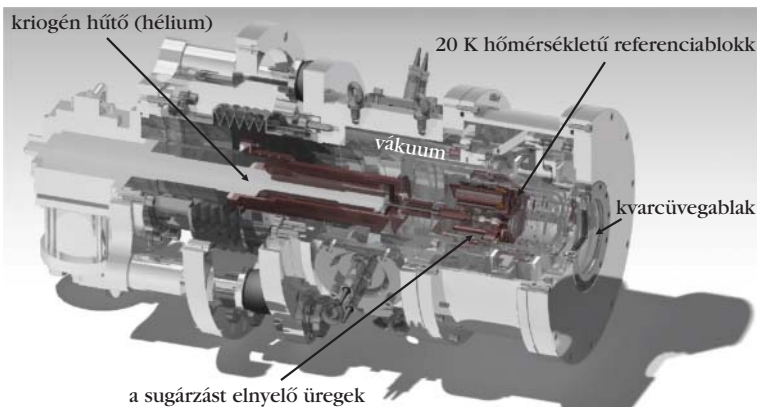
A WRR továbbadása a WRC-ben ötvenként megrendezett nemzetközi pirheliométer-összehasonlításokon (IPC = International Pyrheliometer Comparison) történik. Ezek a három hétig tartó mérési kampányokon a WMO regionális napsugárzási központjaiban és egyéb intézményekben működtetett abszolút pirheliométerek WSG-hez történő kalibrálása történik hosszú idő alatt sokszor ismételt, pontosan definiált,



2. ábra. Az Országos Meteorológiai Szolgálat Marczell György Fő-obszervatóriumában működő európai WMO Regionális Napsugárzási Központ HF-19745 abszolút pirheliométere. A két oldalon két kalibrálás alatt lévő Eppley NIP pirheliométer látható.

meghatározott lépésekből álló mérési sorozatokkal. A mérési kampányt követően egy speciális, összetett számítási algoritmus elvégzése után a műszer és a vezérlőegység alkotta teljes rendszerre érvényes egyetlen kalibrációs faktort számítanak ki a kalibráción részt vett minden egyes pirheliométerre. Így kerül át a WRR az IPC-n részt vett minden műszere. Ezután a regionális központok összehasonlítják az adott régió országai referencia-pirheliométereit, és a kalibrálandó pirheliométerek megkapják a párhuzamos mérések eredményei alapján kiszámított kalibrációs faktoraikat. Ezt követően minden országban kalibrálják az egyes hálózati eszközeiket (itt már nemcsak pirheliométereket, hanem speciális módszerrel a teljes égboltról beérkező sugárzást mérő piranométereket is) a nemzeti referencia-pirheliométereikhez. Ily módon kerül továbbadásra a WRR a WSG-ről a világ különböző pontjain működő sugárzásmérők számára. A kalibráció után minden egyes mérőműszer kalibrációs tanúsítványt kap, amely igazolja a szóban forgó detektor kalibrációjának visszakovethetőségét (traceability) a WSG-re.

Európa, Észak-Afrika és Nyugat-Ázsia egy része a WMO VI. régiójába tartozik. Ebben hét regionális napsugárzási központ működik, ezek egyike Budapesten 1983 óta az Országos Meteorológiai Szolgálat Marczell György Főobszervatóriumában. Az itt működtetett HF-19746 abszolút pirheliométer (2. ábra) 1980 óta vesz részt az IPC-ken. Eltérése a WRR-től mindössze egyetlen esetben volt nagyobb egy ezrednél.

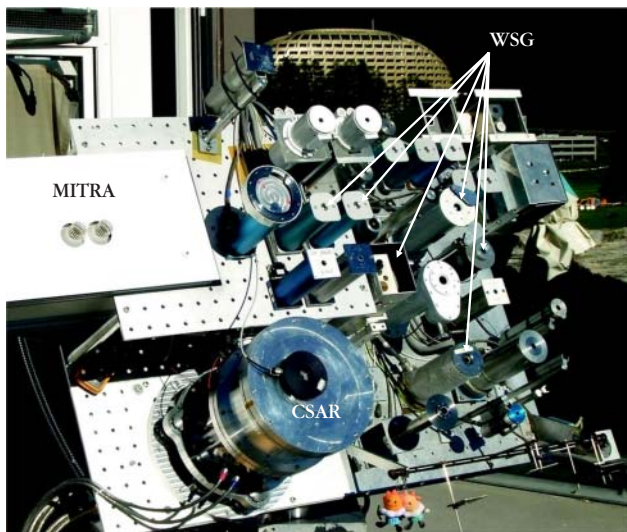


3. ábra. A CSAR (Cryogenic Solar Absolute Radiometer) felépítése (a National Physical Laboratory and © Queen's Printer and Controller of HMSO, 2019 engedélyével).

CSAR – kriogén technológiával épített abszolút pirheliométer, a jövő alapműszere

Ismert tény, hogy a fotoelektromos effektuson alapuló mérés bizonytalansága számottevően csökken a hőmérséklet csökkenésével, így az abszolút pirheliometria pontossága a jelenleg alkalmazott technikához képest tovább növelhető zérus K hőmérséklet közelében működő berendezéssel. Ezért az 1990-es évek elejétől a 2000-es évek elejéig három intézmény, a WRC, a brit National Physical Laboratory (NPL) és a svájci Szövetségi Mérésügyi Hivatal együttműködésében megterveztek, kifejlesztettek és legyártottak egy alacsonyhőmérséklet-fizikai (kriogén) technológiával működő abszolút pirheliométert, ami hosszú távú stabilitása esetén átveheti a WSG helyét. A műszer a Cryogenic Solar Absolute Radiometer, röviden CSAR elnevezést kapta (3. ábra). A CSAR részt vett a 2010-es IPC-n, majd később folytonos méréseket kezdtek vele végezni, és a következő, 2015-ös IPC-n is részt vett. A terv az volt, hogy ha két IPC-n is a követelményeknek megfelelő stabilitást mutat, akkor figyelembe veszik a WSG jövőbeli utódjaként. Az eredmények eddig biztatóak, mérési bizonytalansága nem

4. ábra. A CSAR, a MITRA és a WSG a WRC fő mérőplatformján.



nagyobb mint 0,01%, eltérése a jelenlegi WRR-től átlagban mindössze 0,2-0,3%.

A CSAR megépítésének elsődleges célja a TRUTHS (Traceable Radiometry Underpinning Terrestrial- and Helio-Studies) műholdas űrmisszió tevékenységében a referencia-sugárzásmérő feladatának ellátása. A misszió fő célja egy sugárzási teljesítmény és a napállandó mérésére szolgáló elsődleges standard műszer világűrbe juttatása. Ez lehetőséget adna műszerek Föld körüli pályán történő kalibrációjára, amivel tovább lehetne növelni a földfelszíni sugárzásmérések pontosságát.

A hűtés cseppfolyós héliummal történik, a referenciablokk szenzorszinten 20 K hőmérsékletű. A belső hőmérsékletek detektálására RhFe szenzorokat alkalmaznak, a vezetékeken történő hődisszipáció elkerülésére pedig NiTi és MgBr₂ szupravezetőket. Mivel az alkalmazott kriogén hűtőegységet űrben működő eszközökre fejlesztették ki, ahol kisebb hűtőtelteljesítmény is elegendő, a CSAR-ba egy további hűtőegységet is beépítettek. A tesztmérések szerint a berendezés igen jól közelíti az abszolút fekete testet: abszorpcióképessége a vizsgált három különböző konfigurációra (kétféle üregnyílás-átmérő és kétféle fekete festék) a legrosszabb esetben is nagyobb mint 99,98%.

Egy alacsony hőmérsékleten és vákuumban működő abszolút sugárzásmérő speciális belépőablak alkalmazását követeli meg, aminek hullámhosszfüggő a reflexivitása és az abszorpcióképessége. A reflexiós és abszorpciós veszteség egy kis csökkenést okoz az üreg hőmérsékletében. Ezért mérni kell a spektrálisan integrált ablakáteresztést, hogy korrigálni lehessen a CSAR teljesítménymérését ezekre a veszteségekre. Erre szolgál a MITRA (Monitor to measure the spectrally Integrated TRANsmittance of windows) elnevezésű berendezés. Mivel a szoláris spektrális besugárzás és így az átteresztőképesség változik a relatív optikai légtömeg és a légkör állapotának függvényében, a MITRA a CSAR-ral szimultán méri az ablakáteresztést (4. ábra). Ez úgy történik, hogy a CSAR-ban lévővel tökéletesen megegyező speciális belépőablakot használnak, és a MITRA üregét periodikusan eltakarják az ablakkal. A takart és nem takart állapotban mért üreghőmérsékletek összehasonlításával definiálják a spektrálisan integrált ablakáteresztést (a CSAR részletes ismertetését lásd [3]).

Még néhány apró fejlesztés végrehajtása (például a hűtésvezérlés gyorsítása) szükséges, és ha a tesztmérések kielégítő eredményt adnak, javasolják a WMO és a CIMO (Commission for Instruments and Methods of Observation) számára, hogy a CSAR a WSG-t kiváltó alapműszer legyen.

Irodalom:

1. Tóth Z., *Fizikai Szemle* 67/7–8 (2017) 232–239.
2. Reda, I., *National Renewable Energy Laboratory, NREL/TP-463-20619* (1996) (NREL kiadvány)
3. Walter, B., Finsterle, W., Mingard, N., Soder, R., *Physikalisch-Meteorologisches Observatorium Davos/World Radiation Center Annual Report 11* (2015)

A részecskefizikai standard modell [1] (amelynek megfogalmazásáért *Sheldon Glasbow, Abdus Salam* és *Steven Weinberg* 1979-ben kaptak Fizikai Nobel-díjat) rendkívül sikeresen írja le az elemi részecskék bomlási folyamatait és ütközéseit. A modellben három fermioncsalád található (1. ábra), mindegyik két elektromos töltéssel bíró kvarkból, egy semleges és egy töltött leptontól áll. A semleges leptonok a neutrínók, amelyeket az íz kvantumszám alapján különböztetünk meg. Az íz mindössze arra utal, hogy melyik fajta elektromosan töltött leptonnal együtt keletkezik töltött W^\pm részecske – a foton tömeges és elektromosan töltött rokona – bomlásakor. Az egyes családok között az íz kvantumszámon kívül csak a részecskék tömege jelent különbséget. A fermionok között ható három erőt (erős, elektromágneses és gyenge kölcsönhatást) bozonok közvetítik, amelyek értelmezése szimmetriaelvől egyszerűen következik: csupán annyit kell megkövetelni, hogy a modellnek a 2. ábrán mutatott Lagrange-függvénye ne változzék, ha a fermionmezőkön helyfüggő mértéktranszformációval hatunk.

A standard modell 2012-ben akkor vált teljessé, amikor felfedezték a máig egyetlen ismert skalárbozont, a Higgs (H) részecskét [2], amiért *Francois Englertnek* és *Peter Higgsnek* ítelték a 2013. évi Fizikai Nobel-díjat. A Higgs-részecske felfedezéséhez szükséges detektorok megépítése nem lett volna lehetséges az elméleti várakozások alapos ismerete nélkül.

A standard modellnek 19 szabad paramétere van. A 3. ábra mutatja a 21, kísérletileg jól mérhető mennyiségre vonatkozó, a Nagy Elektron-Pozitron Ütköztető (LEP) kísérletei által gyűjtött adatok elemzéséből kapott közvetlen mérési eredményeket összehasonlítva a szabad paraméterek illesztésének felhasználásával kapott elméleti becslésekkel [3]. A szabad paraméterek illesztésére kétféle eljárást is elvégeztek: egyrészt úgy, hogy felhasználták az összes feltüntetett mérhető mennyiséget (globális illesztés), másrészt úgy, hogy a megjósolt mennyiséget nem használták fel az illesztéshez (közvetett meghatározás). Például a Higgs-részecske tömegére kapott utóbbi eredmény bizony-

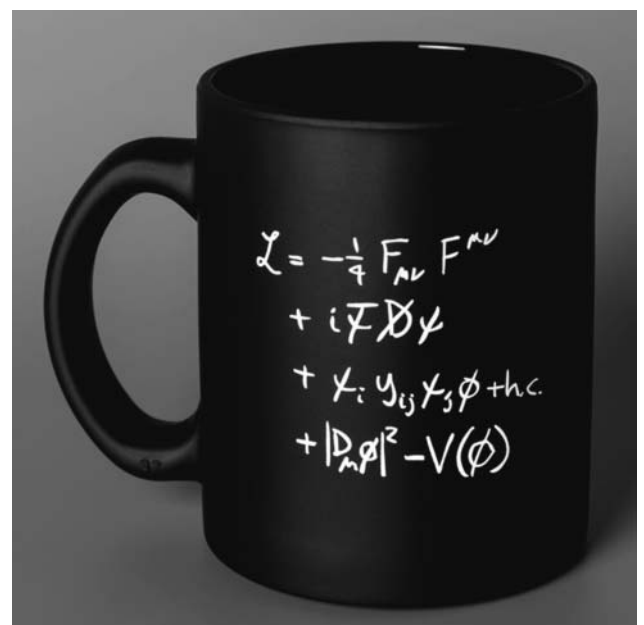
az anyagi részecskék három családja (fermionok)

	I	II	III		
tömeg →	2,3 MeV/c ²	1,27 GeV/c ²	173 GeV/c ²	0	125 GeV/c ²
töltés →	2/3	2/3	2/3	0	0
spin →	1/2	1/2	1/2	1	0
név →	u	c	t	γ	H
	u-kvark	c-kvark	t-kvark	foton	Higgs-bozon
	4,8 MeV/c ²	95 MeV/c ²	4,2 MeV/c ²	0	
	-1/3	-1/3	-1/3	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
kvarkok	d	s	b	g	
	d-kvark	s-kvark	b-kvark	gluon	
	<2,2 eV/c ²	<0,17 MeV/c ²	<15,5 MeV/c ²	0	
	0	0	0	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
	ν_e	ν_μ	ν_τ	Z^0	
	elektron-neutrínó	müion-neutrínó	tau-neutrínó	Z-bozon	bozonok (kölcsönhatások)
	0,511 MeV/c ²	105,7 MeV/c ²	1,777 GeV/c ²	80,4 GeV/c ²	
	-1	-1	-1	±1	
	1/2	1/2	1/2	1	
leptonok	e	μ	τ	W^\pm	
	elektron	müion	tau	W-bozon	

1. ábra. Az elemi részecskék három családja, illetve a kölcsönhatásokat közvetítő bozonok.

talansága sokkal nagyobb, és el is tér a közvetlen mérés, illetve a globális illesztéstől. A σ_{tot} normálás a közvetett és a közvetlen meghatározás egyesített bizonytalansága. Látjuk, hogy két mennyiség kivételével az összes paraméterre vonatkozó különböző mérési eredmények 2σ bizonytalanságon (95% bizonyosságon) belül egyeznek.

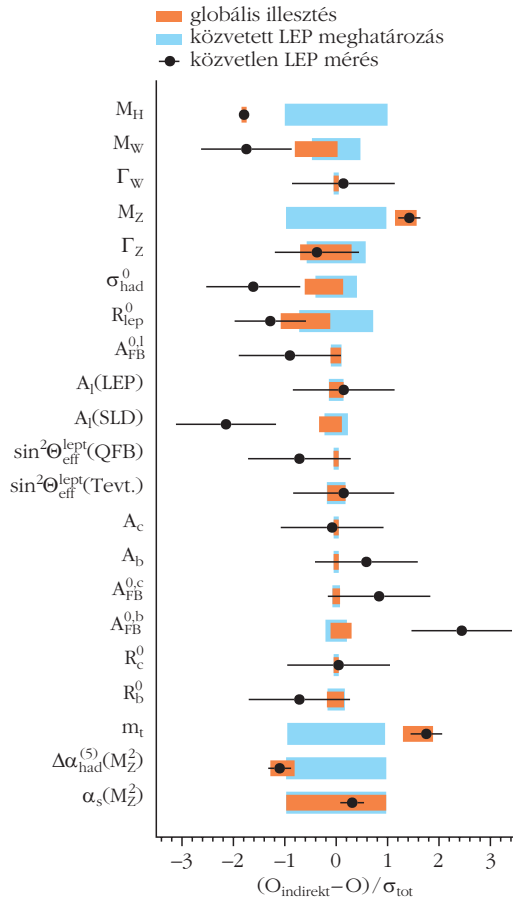
2. ábra. A standard modell Lagrange-függvénye.



Köszönöm *Horváth Dezsőnek* a kézirat nyers változatához fűzött hasznos megjegyzéseit.



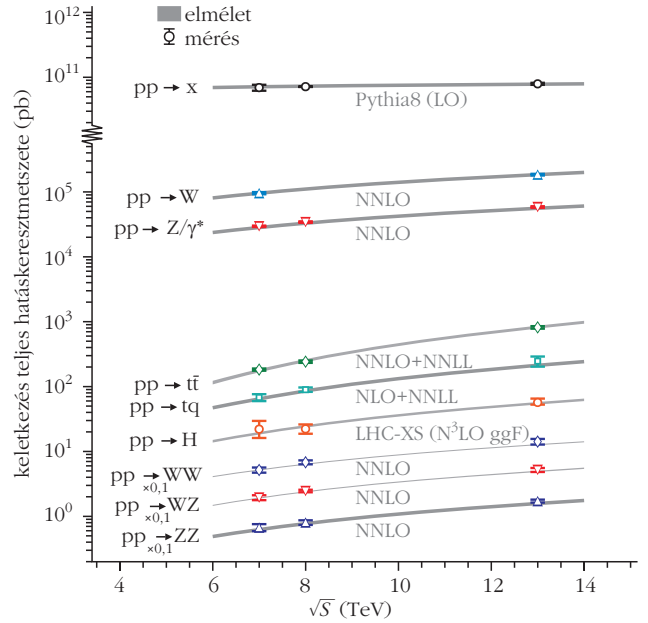
Trócsányi Zoltán fizikus, az MTA rendes tagja, az ELTE Elméleti Fizika Tanszék egyetemi tanára, az erős kölcsönhatás elméletének nemzetközileg elismert kutatója. *Demény András*sal társszerzője a *Fizika I.* egyetemi tankönyv Mechanika részének, *Horváth Dezsővel* pedig a *Bevezetés az elemi részecské fizikájába* című, 2019-ben angolul is megjelent tankönyvnek. Emellett ismeretterjesztő előadások és művek rendszeres szerzője. Tudományos közleményeire százezernél több független hivatkozást kapott.



3. ábra. A LEP eredményei a standard modell ellenőrzéséről. A H-bozon esetében a közvetlen mérés az LHC-n történt.

Hasonlóan szilárdnak találjuk a standard modell helyzetét, ha a 4. ábrára tekintünk: nyolc olyan folyamat hatáskeresztmetszetére vonatkozó mérési eredményt látunk az ütközési energia függvényében, amelyekre pontos elméleti becslés ismert [4]. A Nagy Hadronütköztető (LHC) proton-proton ütközései esetén a legnagyobb elméleti bizonytalanságot a kvantum-szín-dinamika (QCD) sugárzási korrekcióinak hiányos ismerete jelenti. A jelzett nyolc folyamat mindegyike esetén a perturbációs számítás első három tagját pontosan tudjuk. Ezt jelzi az „NNLO” címke. Ezen kívül logaritmus-járulékok lehetnek olyan nagyok, hogy végtelen rendű felösszegzésük nélkül nem lehet pontos becslést tenni. Az „NNLL” címke a három legnagyobb logaritmus felösszegzését jelenti a perturbációs számítás összes rendjében. A mutatott hatáskeresztmetszetekre vonatkozó elméleti számítások a legpontosabbak az LHC folyamatai közül, bizonytalanságukat a sávok vastagsága jelzi (vékonyabb sáv nagyobb pontosságot jelent). A mérési eredmények is nagyon pontosak, és kivétel nélkül az elméleti becslések sávjaira esnek.

Az 5. ábrán az LHC CMS detektorával változatos végállapotok esetén mért hatáskeresztmetszetek összehasonlítását látjuk a standard modell becsléseivel [5]. Összesen 36 csatornából mindössze három esetén nagyobb az eltérés egyszeres σ bizonytalanságnál. Ezek a végállapotok az egyetlen t-kvark keletkezése, a W+H, valamint a H+H keletkezés. Mindhárom eset-



4. ábra. Az LHC-n lezajló alapvető folyamatok hatáskeresztmetszete az ütközési energia függvényében.

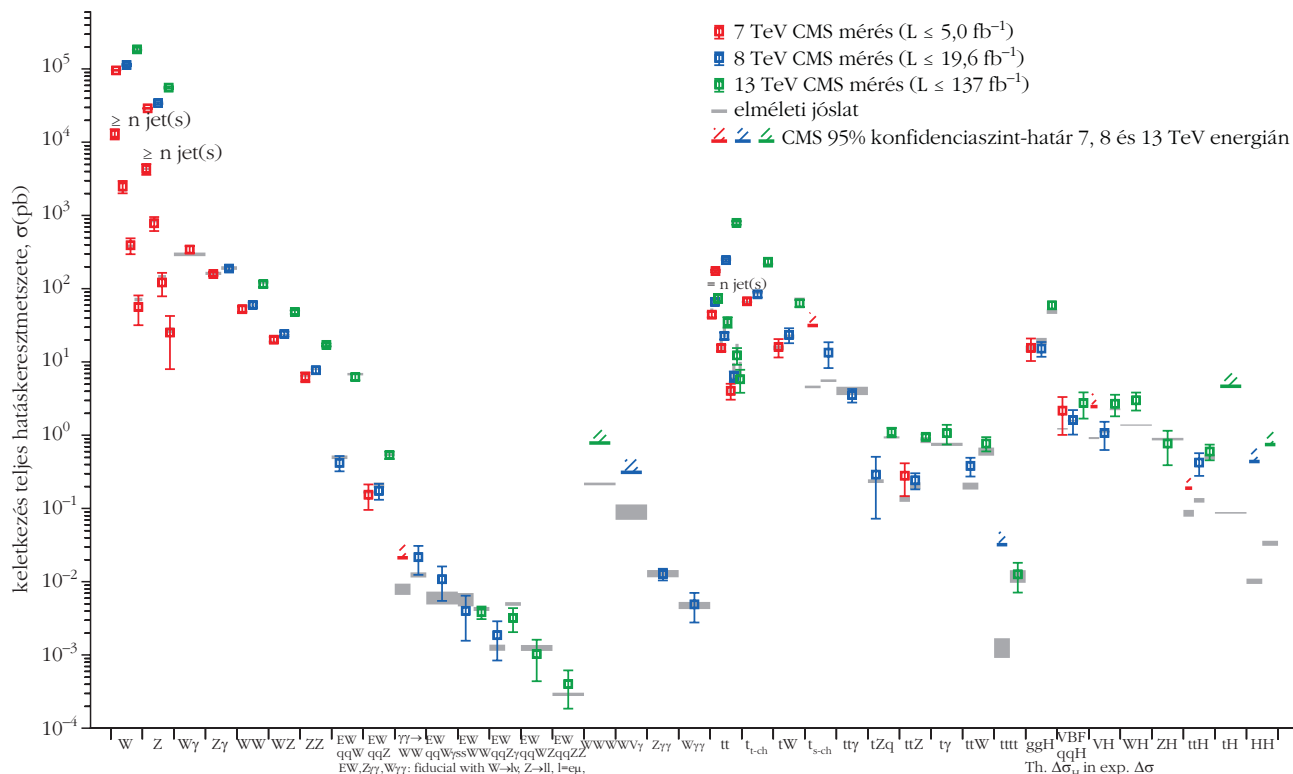
ben a mért hatáskeresztmetszet nagyobb, mint a számolt. Azonban e folyamatok valószínűsége rendkívül kicsi, ezért az eltérések könnyen lehetnek egyszerűen véletlen fluktuációval magyarázható többletek.

Az LHC kísérletei a standard modell ellenőrzésén kívül új részecskék keresésére is – sőt elsősorban arra – összpontosítanak. Az irodalomban rendkívül sok ötlet merült már fel, amelyek az LHC-n előállítható új részecskék létezését jósolják. Az ilyen feltételezett részecskék keresésének legfontosabb tanulsága, hogy a CMS-kísérlet (de ugyanez érvényes a többi LHC-kísérletre is) nem talált új részecskét, csupán kizárási tömeghatárokat tud mondani: a rengeteg feltételezett új részecskét 1 TeV/c² tömeg, tehát mintegy ezerszeres protontömeg alatt teljesen kizárták. Hasonló következtetést vonhatunk le a nehéz, gyengén kölcsönható (ezért sokáig megmaradó) részecskék közvetlen kimutatására vonatkozó keresések eredményeiből.

A nagyenergiájú részecskeütközési kísérletek eredményeit összegezve azt mondhatjuk, hogy amíg a standard modell nagy pontossággal leírja a méréseket, addig egyelőre nincs új fizikára utaló jel az LHC láthatárán.¹ Ugyanakkor van jónéhány felfedezés, amelyek nem magyarázhatók a részecskefizikai standard modellel, ezért mindenképpen a modell kiterjesztését követelik. A következőkben ezeket vesszük sorra.

Az egyik legfontosabb ilyen megfigyelés, hogy a Világegyetemben mérhető energiasűrűség sokkal nagyobb, mint a barionos anyag energiasűrűsége, ami azt jelzi, hogy az ismert anyagon kívül léteznie kell általunk egyelőre nem ismert, sötét anyagnak hívott, tömegvonzást kifejtő, de más erőt alig érző anyagfajtának is. Erre vonatkozó, mennyiségileg legpontosabb

¹ Felfedezésnek nem minősülő, de izgalomra okot adó jeleket találtak az LHCb-kísérletben, amelyek azt sugallják, hogy sérül a leptonuniverzalitás elve.

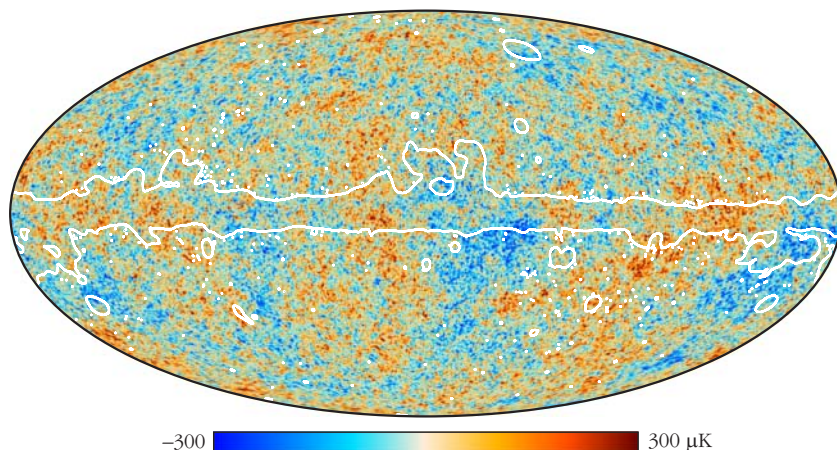


5. ábra. A CMS detektorral észlelt folyamatok mért (négyzetek a mérés bizonytalanságát mutató hibavonalakkal, illetve felső határt jelző vonalak) és számolt (szürke sávok, amelyek vastagsága az elméleti becslés bizonytalansága) hatáskeresztmetszetei.

mérési eredményeket a Planck-műhold mikrohullámú antennájával gyűjtött adatok szolgálják [6]. Az észlelt kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás (KMHS) térképét mutatja a 6. ábra. A világos és sötét területek jellemző színkód a $(2,7260 \pm 0,0013)$ K-es háttérsugárzás átlagos hőmérsékletétől mért eltérést jelzi 300 μ K-es skálán. A fehér vonalakkal határolt területek az égboltnak a Tejút, illetve közeli más csillagrendszerek által takart részeit jelentik, ahol a KMHS megtalálása különleges eljárást igényel.

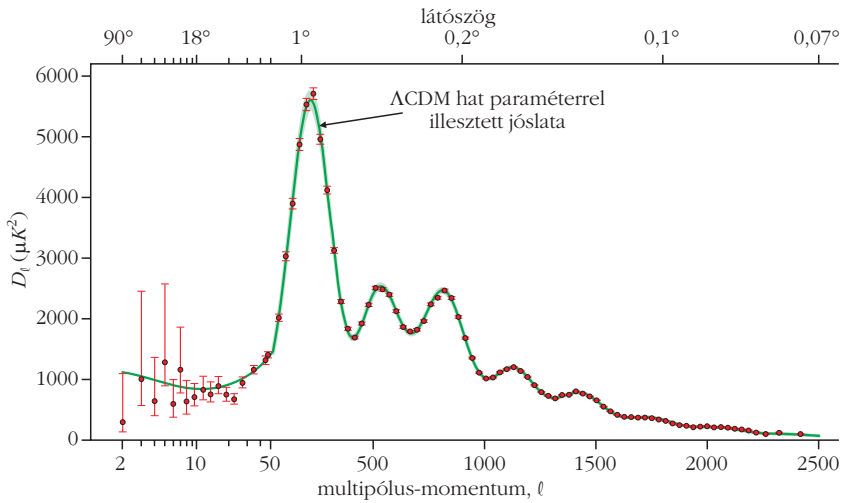
A KMHS ezen képét mennyiségileg úgy tudjuk megragadni, ha elkészítjük a foltok (látószögben megadott) méretének eloszlását, amely a 7. ábrán mutatott *hatványspektrum* [7]. A látószöveget a felső

6. ábra. KMHS térképe az égbolton a Planck-műhoddal gyűjtött adatok szerint.



vízszintes tengely mutatja. Az alsó tengelyen a látószöggel egyértelmű megfeleltetésbe hozható multipólus-momentum van, amely a gömbi harmonikusok szerinti sorfejtés rendjére utal. A folytonos görbe a Λ CDM kozmológiai standard modellből számolt, hat paraméterrel illesztett görbe, amely tökéletesen leírja a mért hatványspektrumot, ezért a modell valóságtartalmában erősen bízik a kutatói közösség. A modell nevében a CDM a hideg (tehát lomha mozgású) sötét anyagra, a Λ pedig a sötét energiára utal.

Az illesztett modell segítségével további paraméterekre lehet következtetni. Ilyen például az anyag, illetve az általunk jól ismert barionos anyag sűrűsége az úgynevezett kritikus sűrűség egységében mérve: $\Omega_m = 0,306 \pm 0,007$ és $\Omega_b = 0,0484 \pm 0,0005$. (A sötét anyag létezésére utaló kísérleti tapasztalatokról a [8] cikkben írtam részletesebben.) A két adat különbsége határozottan nagyobb nullánál, ami jelzi, hogy általunk nem ismert anyagfajtának is van jelentős hozzájárulása a Világegyetem energiasűrűségéhez. Arra ugyan nincs bizonyíték, hogy az ismeretlen anyag részecskékből áll, de asztrofizikai magyarázat hiányában kézenfekvő feltevésnek látszik, ezért a részecskefizikusok nagy erőfeszítéseket tesznek felfedezése érdekében – többek között az LHC kísérletei is, ahogy erre már utaltunk.



7. ábra. A KMHS Planck által mért hatványspektruma (pontok), valamint az adatokhoz illesztett hatparaméteres kozmológiai standard modell (folytonos vonal).

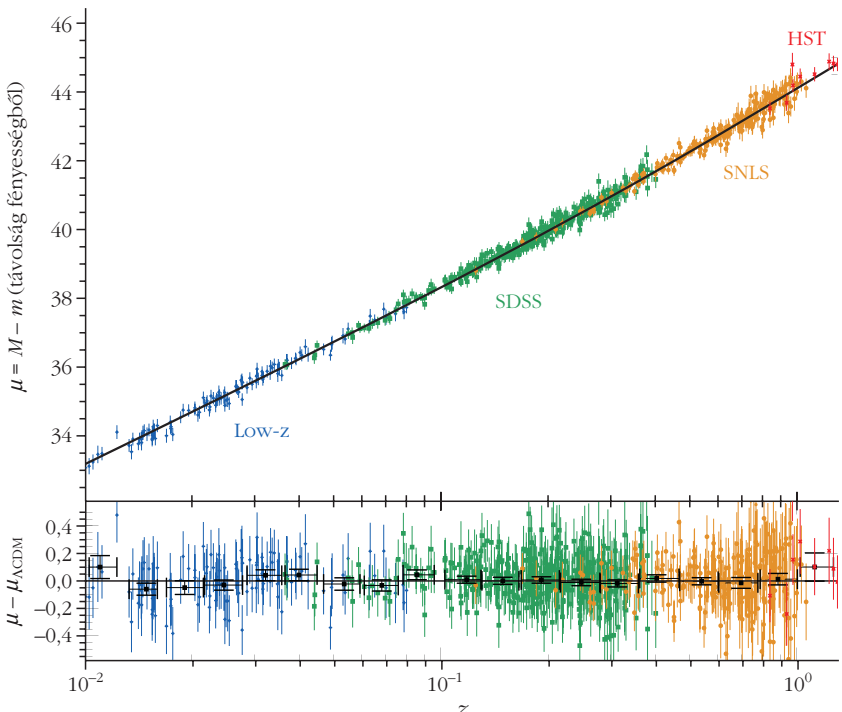
Másik biztos felfedezés, amelyet a standard modell nem tud értelmezni, a neutrínók ízrezgése, amelynek megfigyeléséért Takaaki Kajita és Arthur B. McDonald 2015-ben Fizikai Nobel-díjat kaptak. Az ízrezgés azt jelenti, hogy amennyiben a neutrínóknak van tömege, és a tömeg-, illetve íz-sajátállapotok különböznek, akkor jellegzetes interferenciajelenség lép fel a neutrínók fajtái között. Az ízrezgésről és felfedezéséről a [9] cikkben írtam részletesen.

A harmadik biztos eltérés saját létezésünk. Az Ősrobbanást közvetlenül követő időszakról alkotott elképzelésünk szerint kezdetben az anyag és antianyag

azonos mennyiségben volt jelen. Létezésünk arra bizonyíték, hogy ez a szimmetria megsérült, mert jelenleg csak anyagot találunk a Világegyetemben, antianyagot csak laboratóriumban, kis mennyiségben tudunk előállítani. A anyag-antianyag szimmetriát a standard modell szerint a modellben meglévő CP-aszimmetria [10] (tehát hogy az egyenletek megváltoznak egyidejű töltés- és tértükrözéskor) sérti, de nem elegendő mértékben ahhoz, amit a kozmológiai megfigyelések mutatnak (mintegy $2 \cdot 10^{10}$ antiprotonra egygyel több proton jutott). Jelenleg nincs olyan működő részecskefizikai modell, amellyel az anyag és antianyag aszimmetriáját értelmezni tudnánk. Azonban a neutrínók ízrezgése lehet forrása lepton-antilepton aszimmetriának, és létezik olyan modell, amellyel az anyag-antianyag aszimmetriát ennek alapján értelmezni lehet. Ezt a jelenséget nevezik lepto-bariogenezisnek.

A negyedik biztosnak tűnő megfigyelés a Világegyetem gyorsuló tágulása, ami a sötét energia létezésére utal. A jelenséget elsősorban a távoli (Ia fajta) szupernóvák gyorsuló távolodásának felfedezéséhez kötik (8. ábra), amiért Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt és Adam Riess kapták a 2011. évi Fizikai Nobel-díjat, azonban alátámasztják a KMHS adatai is, illetve az úgynevezett barionok akusztikus rezgései (lásd [8] hivatkozást).

8. ábra. Az Ia fajta szupernóvák fényessége alapján meghatározott távolsága ($d = 10^{(u/5+1)}$ pc) a $z = \lambda'/\lambda - 1$ vöröseltolódásuk függvényében. A színek a különböző kísérletek méréseit jelölik a kísérletek rövidített neveivel. A folytonos vonal a gyorsuló táguló Világegyetem illesztett jóslata. Az alsó panel a mért távolságok, és az illesztett modell eltérését mutatja.



A sötét energia olyan ϵ energiasűrűség létezését jelenti, amelyhez negatív p nyomás tartozik. Az energiasűrűség és a nyomás fizikai egységei azonosak ($\text{J/m}^3 = \text{N/m}^2$), így nem meglepő, hogy a két mennyiség minden anyagfajta esetén arányos egymással $p = w\epsilon$. Gázok ideálisgáz-modelljében például köztudottan $w = 2/3$. Ugyanez a szám relativisztikus gázra (tehát fotonokra) $w = 1/3$. Az energiasűrűség nullánál csak nagyobb lehet, és az arányossági együttható is az normális anyag esetén. A sötét energiát $w = -1$ jellemzi (ezért negatív a nyomás), és a Planck-műhold mérései szerint $w = -1,028 \pm 0,032$.

Lényegesen kevésbé biztos kísérleti alapon nyugszik, de meglehetősen elfogadottságnak örvend a korai Világegyetem felfűvódó modellje. A felfűvódás ötletét 1979-ben Alan Guth javasolta azzal a céllal, hogy értelmezni lehessen néhány megfigyelést, mégpedig különösen

- a horizontproblémát: mi okozza a Világegyetem homogenitását olyan tartományokban is, amelyek nem lehetnek oksági összefüggésben?

- a sík Világegyetem problémáját: miért pontosan kritikus a Világegyetem teljes energiasűrűsége?

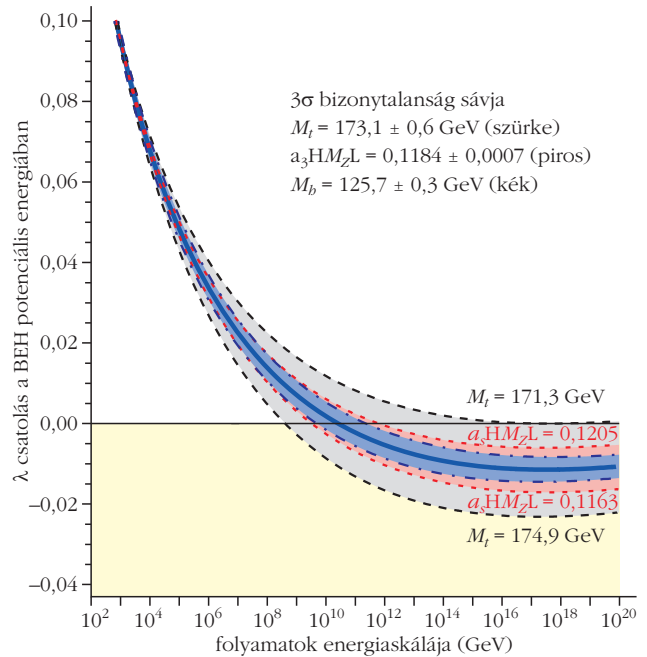
- a mágnesesmonopólus-problémát: miért nem látunk mágneses monopólusokat?

Noha a felfúvódó Világegyetem modelljére nincs kísérleti bizonyíték, sokan komolyan veszik, és próbálnak részecskefizikai magyarázatot keresni a felfúvódás mechanizmusára. A jelenlegi legnépszerűbb magyarázatot a skalármező potenciális energiájával jellemzett erőterében lassan legördülő skalármező különféle változatai jelentik, amelyek ellenőrizhető jóslatokat tesznek, például a megfigyelt kozmológiai perturbációknak termikus egyensúlyban kell lenniük. A kozmológiai perturbációk az Ősrobbanáskor jelen lévő sűrűségingadozásokat eredményezik, így közvetlen forrásai a KMHS 6. ábrán látott hőmérséklet-ingadozásának.

Végezetül a standard modell paramétereit elegendően jól ismerjük ahhoz, hogy pontosan meg tudjuk mondani, hogyan függenek a modell paraméterei a részecskefolyamatok jellemző energiájától. Különösen érdekes ez a φ Brout–Englert–Higgs (BEH) mező $V(\varphi) = -\mu^2\varphi^2 + \lambda\varphi^4$ potenciális energiájában negyedik hatványon szereplő tag λ együtthatója esetén. Ugyanis, ha $\lambda < 0$, akkor V -nek nincs véges minimuma, tehát a vákuum nem lehet stabil. Márpedig a standard modellben λ csökkenő függvény, és nagyjából 10^{10} GeV energián kisebb lesz nullánál, amint a 9. ábra mutatja [11]. Így kellően nagy energiafluktuáció esetén a Világegyetem a jelenlegi (BEH-vákuum) állapotából az instabil állapotba jut. A jelenkori Világegyetemben ekkora energiafluktuáció valószínűsége olyan kicsi, hogy a Világegyetem várható életkora sokszorosan meghaladja mostani korát, így gondolhatnánk, hogy a λ csatlós nulla alá bukása 10^{10} GeV energián csupán elvi gond. Azonban az Ősrobbanás után közvetlenül ekkora energiafluktuációk minden bizonnyal általánosok voltak, így nehéz elképzelni, hogyan kerülhetett a vákuum a jelenlegi BEH-állapotba. (A témáról részletesebben lásd [12].)

Összefoglalva azt mondhatjuk, hogy van néhány olyan megfigyelés, amely kétséget kizáróan új fizikára utal, és a standard modell kiterjesztését követeli.² A kiterjesztést azonban eddigi ismereteink erősen megszorítják. A standard modell mellett, hogy rendkívül sikeresen magyarázza a részecskefizikai mérések eredményeit, azt rendkívül gazdaságosan is teszi. Az alapelvet – a Lagrange-függvény legyen lokálisan mértékinvariáns, amelyet csupán a vákuum sérthet spontán módon – csak a viszonylag nagy számú fermion-BEH-mező kölcsönhatások látszólag önkényes paraméterei nem tisztelik. Azonban még ez esetben is egyetlen BEH-mező mértékszimmetriájának alapállá-

² Sokan hisznek abban, hogy a müon anomális mágneses momentumára talált eltérés a mért érték és a standard modell jóslata között szintén új fizika létezésére utal [12]. Bár több kísérlet megerősíti a különbséget, az mégsem minősül felfedezésnek a részecskefizikában elfogadott szabályok szerint [13].



9. ábra A BEH potenciális energia λ csatlósának függése a részecskefolyamatokat jellemző energiától. A 3σ bizonytalanság azt jelenti, hogy az elméleti érték 99% bizonyossággal abba a sávba esik.

potbeli spontán sérülése elegendő – a neutrínók kivételével – az összes fermion tömegének értelmezéséhez. Mindez azt sugallja, hogy célszerű a standard modell hasonlóan gazdaságos kiterjesztését keresni, amely egyszerre megtartja annak pontosságát, és magyarázattal szolgál a tárgyalt megfigyelt jelenségekre. A helyzet hasonlóan izgalmas, mint 120 éve, a kvantumvilág felfedezésének előestéjén volt, amikor „már mindent tudtak a fizikáról”, éppen csak a hőmérsékleti sugárzás spektrumát kellett megérteni.

Irodalom

1. Horváth Dezső: A részecskefizika anyagelmélete: a standard modell. *Fizikai Szemle* 58/7–8 (2008) 246.
2. Magyar kutatók részvételével a CMS kísérletben: CMS Collaboration, Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Phys. Lett. B* 716 (2012) 30–61.
3. J. Haller et al.: Update of the global electroweak fit and constraints on two-Higgs-doublet models. *Eur. Phys. J. C* 78 (2018) no. 8, 675, arXiv:1803.01853
4. <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasPublic/StandardModelPublicResults>
5. <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/PhysicsResultsCombined>
6. <https://www.cosmos.esa.int/web/planck/picture-gallery>
7. http://sci.esa.int/science-e-media/img/63/Planck_power_spectrum_orig.jpg
8. Trócsányi Zoltán: A láthatatlan Világegyetem. *Természet Világa* 2013/I. különszám Mikrovilág-2012, 20.
9. Trócsányi Zoltán: Hogyan tegyük láthatóvá a láthatatlant? *Magyar Tudomány* 2016/4 478.
10. Trócsányi Zoltán: Az eltűnt szimmetria nyomában. *Fizikai Szemle* 58/12 (2008) 417.
10. G. Degrossi et al.: Higgs mass and vacuum stability in the Standard Model at NNLO. *JHEP* 1208 (2012) 098.
11. Horváth Dezső: Higgs-bozon és a világ vége vagy kezdete. *Fizikai Szemle* 65/4 (2015) 115.
12. Horváth Dezső, Trócsányi Zoltán: Müion: mi az és mire jó? *Fizikai Szemle* 68/5 (2018) 147.
13. Horváth Dezső: Új felfedezések a CERN Nagy Hadronütköztetőjénél: furcsa részecskék. *Fizikai Szemle* 68/7–8 (2018) 219.

FENNTARTHATÓ ENERGIA, MELLÉBESZÉLÉS NÉLKÜL

– Az európai Energia Unió terve

Garbai László – BME, Gépészmérnöki Kar

Hódos Rita – E.ON Energiatermelő Kft.

Kovács Zoltán – Debrecen Megyei Jogú Város Városfejlesztési Főosztálya

Előzmények

A megújuló energia felhasználásának fokozását az Európai Unióban az uniós jogalkotásba illeszkedő jogszabályok, egyezmények, irányelvek, tehát jogszabályi környezet írja elő. Az egyes tagországok a nemzeti energiapolitikákban ezt tükröző vállalásokat rögzítettek. A megújuló energia eddigieknél szélesebb körű alkalmazására mind a közpolitika, mind a szakmai politikák részéről őszinte, valós igény mutatkozik. Ugyanakkor bizonyos szakmai körök részéről erős ellenállás is érzékelhető. Vannak „klímaszkeptikusok” is, akik tagadják a klímaváltozást, és a szén-dioxid megnövekedett részarányának klímaalakító szerepét.

A „zöldszervezetek”, sőt a brüsszeli energiapolitikusok többségében határozott vélemény alakult ki arról, hogy 2050-re Európában a feltételezett klímaváltozás megállítására, illetve megfordítására az energetikában teljes dekarbonizációt kell végrehajtani.



Garbai László a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem tanára, jelenleg professzor emeritus, a Magyar Energetikai Társaság tiszteletbeli elnöke. 12 magyar és angol nyelvű szakkönyv szerzője, valamint 250 tudományos publikációja jelent meg hazai és külföldi tudományos folyóiratokban. Szakterülete: energetika, hőtan és áramlástan.



Hódos Rita 2014-ben végzett az ELTE földtudományi alapszakán, meteorológia specializáción, majd 2016-ban energetikai mérnök mesterfokozatot szerzett a BME gépészmérnöki karán. Szakmai tevékenységét a napelemes üzletágban kezdte meg, jelenleg az E.ON Energiatermelő Kft. projektfejlesztési osztályának csapatát erősíti, ahol hazai napelemes beruházásokkal foglalkozik. Érdeklődési köre elsősorban a megújuló energiaforrásokra és a természet-tudományokra irányul.



Kovács Zoltán, a Debrecen Megyei Jogú Város Városfejlesztési Főosztályának főosztályvezető-helyettese 2010-ben végzett a Debreceni Egyetem Műszaki Karának gépészmérnöki alapszakán. 2012-ben a BME Gépészmérnöki Karán épületgépész, majd 2015-ben energetikai mérnök mesterfokozatot szerzett. Jelenleg a Pattantyús-Ábrahám Géza Doktori Iskola PhD képzésen vesz részt. Érdeklődési köre elsősorban a megújuló energiaforrásokra és az energiatartó épületekre irányul.

Illúzió ez, vagy valóságos lehetőség? Azt is tudnunk kell, hogy Európa a világban felhasznált összes energiájának 11%-át fogyasztja, amelyből Magyarország 0,2%-kal részesedik.

A magyar társadalom és mérnökök túlnyomó többsége féltő gonddal tekint a jövőre, egyetért a megújuló energiák növelésének szükségességével, ugyanakkor a tényekből és lehetőségekből kiindulva mérték-tartó módon, arányos energiahordozó-struktúrát kíván kialakítani az energetikában. A valóságtól való elrugaszkodás több kárt okozhat, mint hasznot. Csak a józan mérlegelés, a türelem, a mérnöki gondolkodásra épülő tervezés és további kutatások eredményezhetik a fokozatos, bizonyára csak részleges dekarbonizációt 2050-re.

A megújuló energiaforrások nagyléptékű alkalmazásának problémáival, így például a német *Energie-wende*¹ nyomán előállott helyzettel, továbbá a globális energiaellátási problémákkal igen színvonalasan foglalkozott Magyarországon *Gács Iván*, *Gerse Károly*, *Molnár László* és *Újbelyi Géza*. Megállapításaik és javaslataik igen figyelemreméltóak.

A megújuló energiák alkalmazásának lehetőségei, eddigi kutatási eredmények

A megújuló energiák alkalmazásának valóságos lehetőségeit legrealisabban, tudósi hozzáértéssel és tisztes-séggel *David J. C. Mackay* cambridge-i professzor elemzte, illetve foglalta össze a *Fenntartható energia mellébeszélés nélkül* című könyvében. Bár könyve több mint 10 éve jelent meg, megállapításainak érvényessége ma legalább annyira fennáll, mint akkor. A továbbiakban az általa közölt számokat és megállapításokat foglaljuk össze. A számok cáfolhatatlanok, kijózanítók

¹ *Energie-wende* (energiaátalakítás) – amelyet a szakirodalomban rendszeresen fordítás nélkül használnak – Németország által tervezett átmenet az alacsony szén-dioxid-kibocsátású, környezetbarát, megbízható és megfizethető energiaellátásra. Az új rendszer nagy mértékben támaszkodik a megújuló energiára (különösen a szél, a fotovoltaiikus és a vízenergia), az energiahatékonyságra és az energiagény-kezelésre. Az *Energie-wende* szerint az összes meglévő széntüzelésű generációt nyugdíjazni kell. A német nukleáris reaktorflotta fokozatos megszüntetése – amelyet 2022-ig kell befejezni – is a program kulcsfontosságú része. Az *Energie-wende* jelentős változást jelöl az energiapolitikában is, ami magában foglalja a politika átalakítását a kereslet és a kínálat között, valamint a központosított és az elosztott termelésre való áttérést (például hő- és energiatermelést kis kogenerációs egységekben), amelynek helyettesítenie kell a túltermelést és az elkerülhető energiafogyasztást energiatakarékos intézkedésekkel és fokozott hatékonysággal. (A szerkesztő megjegyzése a Wikipédia nyomán.)

és talán elszomorítók, más utak keresésére és további kutatásokra serkentenek. Ez természetesen nem jelenti a megújuló energiák növelési szándékának elutasítását.

A szerző kutatásai és megállapításai szerint az üvegházhatású gázok kibocsátásában az Egyesült Államok a világátlag négyszeresével, Európa a világátlag kétszeresével részesedik. 2000-ben a világ teljes üvegházhatásúgáz-kibocsátása 34 milliárd tonna, az 1 főre jutó kibocsátás pedig 5,5 tonna szén-dioxid kibocsátásával volt egyenértékű, és a helyzet azóta sem javult érdemben. A klímatudósok szerint 2050-ig a világméretű kibocsátás 70-85%-os csökkentését kellene végrehajtani. A szerző szomorúan állapítja meg, hogy amennyiben 2050-re a világ üvegházhatásúgáz-kibocsátását a tervezett 70-85% helyett, fokozatosan „csak” 60%-kal csökkentenénk, az éghajlatkutatók számításai szerint nagy a valószínűsége annak, hogy a „globális átlaghőmérséklet” 2 foknál többel emelkedik, ami tragikus eredményeket hozhatna egyes országok mezőgazdaságában és társadalmában. A szerző könyvében sorra vette a megújuló energia növelésének elméleti és valóságos lehetőségeit, továbbá elemezte a különböző zöld stratégiákat.

Mackay a megújuló energiahordozók körébe az alábbiakat sorolta:

- szélenergia: szárazföldi, tengeri (sekély- és mélyvízi),
- napenergia: napkollektor, napcella, naptükrös energiatermelés,
- vízenergia: vízerőmű, árapályerőművek,
- földhő, hévíz, közethő,
- biomassza,
- hőszivattyú.

A számításokat és elemzéseket az Egyesült Királyságra, az USA-ra és az egész világra külön-külön elvégezte azzal a céllal, hogy az úgynevezett „civilizációs minimum”, mintegy 80 kWh/nap/fő fogyasztás biztosítása megújuló energiahordozókból teljesíthető-e. A civilizációs minimum az ipari társadalmak jelenlegi (már energiatakarékossgal csökkentett) összes felhasználásának átlagos, 1 főre és 1 napra vetített fogyasztása.

Nagy-Britannia

Nagy-Britanniában egy „jómódú személy” fogyasztása 195 kWh/nap/fő, míg az átlagos brit fogyasztás 125 kWh/nap/fő. Ez megegyezik az átlagos európai fogyasztással is. A szerző kutatásai szerint a megújuló energiák forrásainak elméleti lehetősége Nagy-Britanniában 180 kWh/nap/fő, amely az alábbi tételekből tevődik össze:

- árapály: 11 kWh/nap/fő,
- tengeri hullámok: 4 kWh/nap/fő,
- szélturbinák mélytengerekben: 32 kWh/nap/fő,
- szélturbinák sekély tengerekben: 16 kWh/nap/fő,
- vízenergia: 1,5 kWh/nap/fő,
- biomassza: 24 kWh/nap/fő,
- napelempark: 50 kWh/nap/fő,
- napkollektor: 13 kWh/nap/fő,
- szárazföldi szél: 20 kWh/nap/fő.

A hévíz és a közethő kinyerésére szóba jövő megoldásokat Nagy-Britanniában a szerző nem tartja relevánsnak és gazdaságosnak. A fenti számok biztatóak is lehetnének, azonban a megújuló energiaforrások ilyen mértékű kihasználása hihetetlen nagyságú tengeri, illetve szárazföldi területek felhasználását eredményezné. Az elméleti számítások szerint a sekély tengereken létesítendő szélerőműpark(ok) területigénye 16 kWh/nap/fő teljesítménnyel – például – Wales területének 2/3-ával lenne azonos. Mackay számításai szerint az erőműveket közel 3000 km hosszban és 4 km széles sávban lenne szükséges telepíteni. A 16 kWh/nap/fő átlagos teljesítményt 44 000 darab, 3 MW teljesítményű szélturbina szolgáltatná, és kilométerenként 15 darabot kellene elhelyezni.

A mélytengeri szélturbinák telepítéséhez a parttól 50 km-nél távolabb fekvő tengerrészek igénybe vételével, Wales területénél 30%-kal nagyobb tengerfelület beborítására lenne szükség, ezzel 32 kWh/nap/fő energiatermelés lenne megvalósítható.

Ha Nagy-Britannia területének 10%-át szélerőművekkel telepítenék be, ez 20 kWh/nap/fő energiafelhasználást tenne lehetővé. Érdekességként megjegyezzük, hogy amennyiben egy személygépkocsi esetében 50 km-es átlagos napi futásteljesítménnyel számolunk, akkor ennek energiafelhasználása közel 40 kWh/nap/fő, abban az esetben, ha a gépjármű hagyományos tüzelőanyaggal hajtott.

Napelemparkok építése 50 kWh/nap/fő energiatermeléssel, Nagy-Britannia területe 5%-ának beépítését tenné szükségessé, ami a szerző szerint túlmegy a realitások határán.

A napelemekből nyerhető 5 kWh/nap/fő energia-termelés megvalósításához Nagy-Britannia minden lakásának kapnia kellene 10 m² tetőfelületet, 20% hatásfokú napelemekkel.

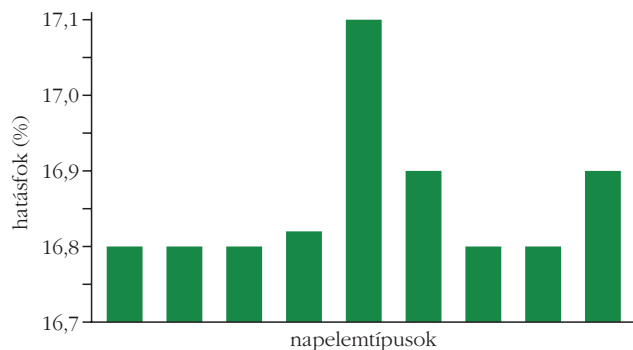
Ha minden délre néző háztetőt 10 m² napkollektorral borítanának, az eredmény 13 kWh/nap/fő.

A biomassza hasznosítása – fajlagos területfelhasználási igényének mértékét tekintve – az egyik leglesújtóbb lehetőség. Ha a mezőgazdaságilag megművelt területet, fejenként 3000 m²-t, az ország területének 75%-át biomassza termelésére használnánk fel, az eredmény 36 kWh/nap/fő lenne. A szerző a biomassza termelésével és szállításával kapcsolatban fellépő veszteségek miatt ezt az értéket 24 kWh/nap/fő értékre redukálja.

A szerző azon túlmenően, hogy a fentiek szerint összefoglalta az elméleti forráslehetőségeket, elemezte a társadalmi párbeszédéből és az engedélyezési eljárásokból várható eredményeket, és a hatalmas területfelhasználást figyelembe véve mindössze 18 kWh/nap/fő megújulóenergia-hasznosítást tart lehetségesnek, ami kevesebb mint a kívánt érték 20%-a.

Európa

Kontinensünkön körülbelül 125 kWh/nap/fő az átlagos fogyasztás. Mackay számításai szerint indokolt és reális energiahatékonysági intézkedésekkel az energiafo-



1. ábra. A kiválasztott napelemek hatásfoka az egyes napelemtípusok megnevezése nélkül.

gyasztás a még elfogadható 68-80 kWh/nap/fő „civilizációs minimum” értékre szorítható le. Gazdasági szempontok szerint a számításba vehető megújuló energiaforrások – a szerző szerint – csak 30,6 kWh/nap/fő, amely az alábbiakból tevődik össze:

- szélenergia: 9 kWh/nap/fő,
- vízenergia: 6,4 kWh/nap/fő,
- hullámok: 2 kWh/nap/fő,
- árapály: 2,6 kWh/nap/fő,
- napelemek: 7 kWh/nap/fő,
- napkollektorok: 3,6 kWh/nap/fő.

A szerző szerint, amennyiben Európa területének 5%-át napelemparkok létesítésére használnánk fel, csak akkor érhető el a 68-80 kWh/nap/fő civilizációs-minimum-érték.

A szerzőtől szó szerint idézve: „Maradjunk a realitások talaján. Akárcsak Nagy-Britannia, Európa egésze sem támaszkodhat kizárólag saját megújuló energiaforrásaira. Ha tehát az a célunk, hogy teljesen megszabaduljunk a fosszilis tüzelőanyagoktól, akkor Európának is vagy atomenergiára, vagy a más országok sivatagaiban napelemekkel megtermelt villamos energiára van szüksége, esetleg mindkettőre.”

Magyarország

A könyv Magyarországgal külön nem foglalkozott. Szélenergia-hasznosítás tekintetében Magyarország lehetőségei kedvezőtlenebbek, mint Nagy-Britanniáé, ugyanakkor a napelemekkel történő energiatermelésre kedvezőbb feltételek biztosítottak hazánkban. Paks bővítésével 2400 MW beépített teljesítménnyel számolunk,

aminek rendelkezésre állása legalább 8000 óra/év. Amennyiben a Paks II. által termelendő villamos energiát megújuló energiával kívánnánk pótolni, úgy például szélenergia felhasználásával 19 200 MW beépített szélerőmű-kapacitás telepítése lenne szükséges, amivel a szélenergia rendelkezésre állása átlagosan 1000-1200 óra/év hazánkban. Az ilyen mértékű szélerőmű-telepítés területigénye nagyjából 3-4000 km². Paks II. biomasza alapú pótlásához – a szerző által közölt biomasza hasznosítási adatokra támaszkodva – 9600 km² területű energiaültetvény telepítése lenne szükséges. Egy másik alternatíva: a magyar erdőgazdaságok évi teljes fakitermelése ~9-10 millió tonna. Ennyi lenne szükséges Paks II. helyettesítését biztosító fatüzelésű erőművek ellátásához.

Nézzük meg a napelemek alkalmazásával nyerhető villamos energia mennyiségét. Az elemzés során 275 W_p teljesítményű napelemeket vizsgáltunk, amelyek között egyaránt találhatók ázsiai és észak-amerikai gyártású panelek. A kiválasztott modulok paraméterei nagyon hasonlóak, méretük egységes, a hatásfokuk is gyakorlatilag megegyező, ezt szemlélteti az 1. ábra.

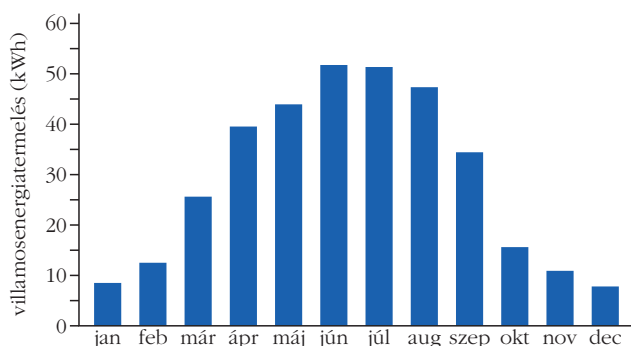
Egy magyarországi átlagos háztartás éves villamosenergia-igénye megközelítőleg 3500 kWh. A 2. ábrán egy 275 W_p teljesítményű, 1,63 m² felületű, 16,8% hatásfokú napelem által megtermelhető villamos energia mennyisége látható havi bontásban.

A kapott mennyiségeket napi bontásban szemlélteti a 3. ábra. Látható, hogy a téli hónapok folyamán a napelemek termelése igen alacsony. A nyári hónapok többlettermelése – gondosan végzett méretezés mellett – kompenzálja ezt a differenciát. Sajnos az ilyen hosszútávú tárolás megoldatlan.

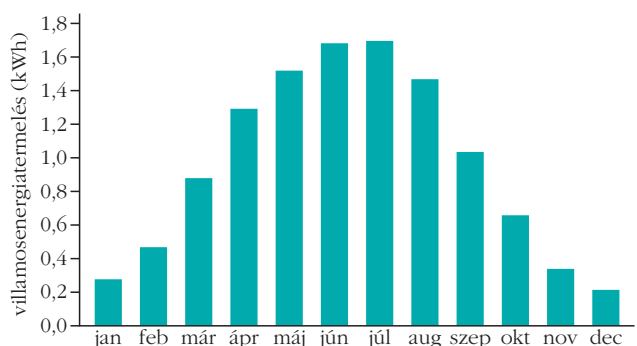
A téli hónapok átlagos napi villamosenergia-termelése a nyári 15%-a. Az átlagos évi villamosenergia-fogyasztás 10 darab, egyenként 1,63m², összesen 16 m² napelemmel kielégíthető. Tárolhatóság hiányában a villamosenergia-rendszerrel történő együttműködésre van szükség, és konvencionális, komplementer kapacitásokat kell telepíteni.

Ejtsünk néhány szót a jelenleg ismert és alkalmazott tárolási lehetőségekről. Magyarország egy napi villamosenergia-szükségletének legkorszerűbb akkumulátorokkal történő tárolásához szükséges akkumulátortömeg minimálisan körülbelül 2 millió tonna. Ennek nagyságát jól érzékelteti az, hogy ekkora akku-

2. ábra. Egy darab napelem havi villamosenergia-termelése.



3. ábra. Egy darab napelem napi villamosenergia-termelése.



mulátortömeg körülbelül 4-5 millió elektromos hajtású autóban van, illetve lenne. Mi a helyzet a szivattyús tározós erőművekkel? Megjegyezzük, hogy Magyarország hegy- és vízrajzi adottságai e lehetőség tekintetében igen szerények. De ha mégis ebben gondolkodnánk, akkor például Magyarország egy napi átlagos villamosenergia-szükségletének, amely 100 GWh, szivattyús tározós erőművekkel történő betárolásához például 100 m szintkülönbségű, 200 millió m³ térfogatú tározókra lenne szükség. Egy tározó például 20 km² területű és 10 m mély lenne. Nem kétséges, hogy Magyarországon ilyen természetes lehetőségek nincsenek, és ilyen méretű mesterséges tározók megvalósításának környezeti, geográfiai kára és költsége óriási lenne.

Egyesült Államok

Mackay szerint egy átlagos amerikai polgár napi energiafogyasztása 250 kWh. Melyek az USA lehetőségei a megújuló energiák felhasználásának bővítése tekintetében?

Amerikai kutatók megbecsülték az Egyesült Államok szélenergia-potenciálját. Az ország legszelesebb helyei Észak-Dakota, Wyoming és Montana. Számításaik szerint az egész országban 435 ezer km² szeles területet lehet kihasználni. Az így megtermelhető villamos energia 4600 TWh/év lenne, vagyis az USA 300 milliós lakosságát tekintve mindenkire naponta 42 kWh jutna. Ezen szélerőműparkok együttes területe (435 ezer km²) nagyjából akkora, mint Kalifornia állama. A fentebb említett 4600 TWh villamos energia előállításához szükséges berendezések együttesen 2600 GW beépített teljesítményűek lennének (20%-os átlagos éves kihasználást feltételezve). Ehhez azonban a szélenergiát hasznosító berendezések kapacitását az Egyesült Államokban a jelenlegi kétszázszorosára kellene növelni.

Az USA esetében a tengeriszél-, a geotermikus és a vízenergia adta lehetőségeket figyelembe véve további 20 kWh/nap/fő érték érhető el, így összesen 62 kWh/nap/fő az USA lehetősége a megújuló energia felhasználására.

Az egész világra vonatkozó számítások

A szerző egész világra vonatkozó számításai még agasztóbb képet festenek. Felteszi a kérdést: „Hogyan lehet 6 milliárd embert,² amely egyébként rohamosan



A világ legnagyobb tükrös naperőművének egyik tornya a kaliforniai Mojave-sivatagban.

növekszik, ellátni az európai életszínvonalat jelentő – mondjuk 80 kWh/nap/fő energiával?”

Jelenleg a világ szárazföldi területének 18%-a, azaz 27 millió km² művelhető. Amennyiben e területet biomassza termelésére használnánk fel, 36 kWh/nap/fő teljesítményt érnének el, feltételezve, hogy 0,5 W/m² a teljesítménysűrűség, a művelés és a feldolgozás során fellépő veszteség pedig 33% és a világ lakossága 6 milliárd fő.

A napenergiát nem közvetlenül hasznosító energiaforrások közül a szerző a következőket vette figyelembe:

- Szél: 24 kWh/nap/fő,
- vízenergia: 3,6 kWh/nap/fő,
- árapály: 0,3 kWh/nap/fő,
- hullámok: 0,5 kWh/nap/fő,
- geotermikus energia: 8 kWh/nap/fő.

Mindez összesen 36 kWh/nap/fő, egyértelmű tehát a szerző következtetése: „a nem napenergián alapuló megújuló erőforrások »óriásiak« ugyan, de nem elégségesek. Ha működőképes energetikai tervet akarunk készíteni, akkor mindenképpen egy vagy több módon közvetlenül is hasznosítanunk kell a napenergiát, vagy használnunk kell az atomenergiát, vagy mindkettőt.”

Mackay szerint a megújuló energia bizonytalan és nehezen tervezhető. Rendelkezésre állásáról szól ugyan, említi az ismert tárolási lehetőségeket, de igazán megnyugtató, ténylegesen megvalósítható tervek-ről nem számol be.

Az Európai Energia Unió koncepciója, víziója

Az Európai Unió Bizottsága (amelynek élén a volt luxemburgi miniszterelnök, *Jaen-Claude Juncker* áll)³ új javaslattal állt elő, és a hangzatos Energia Unió nevet kapta. Az Energia Unió – ahogyan ezt a

² A Föld jelenlegi lakosságszáma elérte 7,5 milliárd főt.

³ A kézirat benyújtása, 2018. év végén.

Bizottság jövendőli – a következő pozitív eredményeket hozza magával:

- Az energiaátalakítás biztonságosan, megbízhatóan, fenntartható módon, azaz a környezet érdekeit nem, vagy csupán kevésbé sértve és elérhető áron válik lehetségessé;

- lehetővé válik az energiafajták szabad áramlása az országhatárokon át, ami minden EU tagállam és a tagállamok minden polgára számára biztonságos energiaellátáshoz vezet;

- az új, innovatív technológiák és a megújult infrastruktúra új munkahelyeket teremt, egyúttal új képességek kifejlesztését teszi lehetővé és szükségessé, a vállalkozások bővíthetik kivitelüket és javulhatnak a növekedés feltételei;

- a jövő fenntartható lesz, a szén-dioxid-kibocsátás csökken, a gazdaság egyre környezetbarátabbá válik és

- Európa egyre előrébb jut a megújuló energiafajták felhasználásában és a klímaváltozás elleni küzdelemben.

A szabályok szerint a Bizottság joga és kötelezettsége a javaslattétel. A fentieket tehát úgy kell tekintenünk, mint – az Európai Parlament és a Tanács, azaz az EU másik két meghatározó, törvényalkotó testülete kérésére készült – javaslatokat, amelyeket – pontosabban, amelyek közül a legfrissebbeket – új közlemények (úgynevezett COM dokumentumok) formájában tettek közzé a Bizottság honlapján. A közeli jövőben ezek lesznek az Európai Parlamentben és a Tanácsban az energetikai témában aktuális viták alapjai, és egészen biztosan sok tekintetben módosulnak majd, mire jogszabályokká (irányelvekké, rendeletekké, határozatokká) alakulnak. Az EU szabályai szerint a dokumentumokat a közvélemény számára is véleményezhetővé teszik, és a tapasztalatok szerint az egyes polgárok, egyesületek, szövetségek, vállalkozások jelentős aktivitással vetik majd magukat a vitába, mielőtt erre lehetőséget kapnak.

Az Energia Unió tervezett létrehozásával, az energiaügyi biztos várakozása szerint növekednie kell a döntések és az árképzés, áralakulás átláthatóságának. Meg kell történnie a költségeknél alacsonyabb hatósági árak kivezetésének. A tagországoknak egyeztetniük kell az EU-n kívüli országokkal folytatott tárgyalásokat és megállapodásokat. Fontos célkitűzés a már meglévő jogi keretek jobb érvényesítése, az energia belső piacának egységesítése, az energia határokon átnyúló szabad áramlásának biztosítása, az energiarendszerek kölcsönös előnyöket nyújtó összekapcsolása. Deklarált elv az energiaszolidaritás, amely persze nehezen tölthető meg tényleges jelentős tartalommal.

Brüsszel – a már ma is létező direktívák szigorításával – az energiahatékonyság növelését önálló energiaforrásként akarja kezelni.

Az Energia Unió terve a brüsszeli voluntarizmus újabb ékes bizonyítéka a felülről építkezés, a kényszerítés mániás kiterjesztése, az alulról építkezés elvetése. Az energiapolitikát „majorálja” a közpolitika, a

regionális és hatalmi politika, a nagyhatalmi erőegyensúly szomorú tradíciója. A mérnöktársadalom kötelessége és joga szólni arról, hogy a nemzeti és regionális, sőt a globális energiapolitikák készítésének kompetenciája – részben indokoltan, részben kényszerűen – kicsúszott a mérnökök kezéből. Mondhatjuk azt, hogy ezek a mérnöki modellek peremfeltételeinek sorába tartozó politikai peremfeltételek.

Az Energia Uniótól várt előnyök önmagukban triviálisak, nyilvánvalóan követendők, és egyben semmitmondók. Ezeket az elveket minden ország igyekszik követni és megvalósítani. Legékebb példa erre a teljesen üres, tartalmatlan és nem számszerűsíthető „megfizethetőség”, amely országonként más és más árakat jelent.

Az európai gazdaságok egyenként is és összességében még inkább olyan komplexitást képviselnek, amely központosan kezelhetetlen. Az összeurópai gazdasági célfüggvény definiálatlan, számos politikai kérdés megoldatlan, a magországok és a peremországok közötti egyenlőtlenség és a kisebb gazdasági erejű országok kiszolgáltatottsága tovább nőhet. Ahogy a korábbiakban említettük, az Európai Unió egésze definiálatlan, a belső feszültségek centrifugális erőként hatnak, az Energia Unió diffúz gondolat. Hogyan lehetne Energia Unió, amikor a politikai és gazdasági unió sem létezik a szó őszinte szemantikai tartalma szerint? Az Energia Unió víziójáról kiszivárgó gondolatok, a tervezetések arra utalnak, hogy a nemzetek szuverenitása rovására folyik a játék. Unió az Unióban?

Az energia szállítását fizikai törvények szabják meg, amelyeket illik tekintetbe venni. A határkeresztező kapacitások végesek, növelésüknek fizikai és gazdasági korlátai vannak. Régiós együttműködések, forrástervezések, létesítménytervezések összehangolása hosszú távú kereskedelmi szerződésekkel szabályozott, határokon átnyúló ellátási kölcsönösségek indokoltak lehetnek, mint ahogy ilyenek voltak és ma is vannak.

Magyarország többé-kevésbé elavult, nem karbon-szegény termelési móddal előállított villamosenergia-importból elégíti ki szükségletének 30-35%-át. De meddig, és ki fog új erőművet építeni? Mindenki várakozik, és a meglévő energetikailag elavult kapacitások időntúli kihasználása folyik. Hosszú távon nincs alternatívája a nemzeti dimenziókban tervezett ellátási biztonság fenntartásának, és az érvek, ellenérvek csatájában a Paks II. terve győztes maradhat. Az állam nem nézheti tétlenül a várható ellátási problémákat, és nem lehet felkészületlen. Az sem tűrhető, hogy erősen támogatott megújuló energia kötelező átvételével összeroppanjon a hazai piac, és tervezhetetlen ellátási és kapacitásszituációk jelentkezzenek.

A transznacionális ellátás tervezése, szervezése, létesítése konfliktusmentes fenntartása illuzórikus, nem központi akarat kérdése. Volt ilyenre példa: a KGST, a szocialista országok egyesített villamosenergia-rendszere, de ilyet ma már senki nem akar, mert csak politikai diktatúrával lehet azokat egybe-, illetve

fenntartani. Állami akarat hiányában az energiapiac erre alkalmatlan, mert tervezhetetlen.

Az Energia Unió tudományos alapkérdése a következő: ki és kik mérik fel és valószínűsítik a várható energiaigényeket a tervezhetőség szintjén, ki és kik döntenek el, hogy hol és mikor kell erőműveket építeni a globális-uniós döntési térben? Válaszunk: nem oldható meg így a feladat. Csak nemzeti, esetleg szűk regionális térben kezelhető a probléma. A termelés és a szolgáltatás a fogyasztói igényekre hangolódás, az ellátás felelőssége nemzeti hatáskör. A kereskedelem transznacionális, de ha az versenyi elveken nyugszik, akkor ismét megjelenik a bizonytalanság, amely az energia drágulását eredményezi, amely visszahozhatja az ignorálni kívánt állami beavatkozást.

Nem hisszük, hogy Európa országai megegyezhetnek valaha is abban, hogy igényeik közép- és hosszútávon stabil ellátására ellátási felelősséggel, kitüntetett földrajzi telephelyeken csak egyes államok építenek erőműveket, a többi állam pedig bízik az ellátás megvalósulásában, fennmaradásában, irányíthatóságában, figyelembe véve a bizonytalanságokat az igények napi és szezonális lefutásában, az igények alap- és csúcsteljesítményét és a váratlan kiesések tervezhetetlenségét. E problémát illetően egyrészt mindig megjelenik a bizalmatlanság, a szuverenitás feladása, az állami akaratok történelmileg nem tapasztalt összehangolásának szükségessége, az állami tervezhetőség igénye és a szabadpiac elveinek összeférhetetlensége. Az Európai Energia Unió víziója, annak működtetése minden tudományos elvnek ellentmond. A nagy, komplex rendszerek tervezéséhez és működtetéséhez kapcsolható matematikai, rendszerelméleti és döntéelméleti módszerek mind-mind dekompozíciós elveken nyugszanak, a részrendszerek optimumainak összefűzését vallják, köznapi nyelven az alulról építkezés elvét kell, hogy keressék.

Az Energia Unió célfüggvénye – a matematika nyelvén – a nemzeti célfüggvények kompozíciója. Az európai célfüggvényhez társított, úgynevezett mellékfeltételek a nemzeti modellek célfüggvényeihez tartozó mellékfeltételek egyesítése. A célfüggvények és a mellékfeltételek egyesítésével új és e pillanatban még ismeretlen egyéb feltételek is megjelenhetnek, másrészt a jog területére is átlépünk, amelyek a nemzeti, a nemzetközi és az európai jog ütközését is eredményezhetik. Az európai egyesített modell célfüggvényéből származtatott optimum elméletileg jobb is lehet, mint a nemzeti célfüggvények optimumainak összege. Ez természetesen még vizsgálendő kérdés, hiszen a belépő új feltételek korlátozhatják az optimumban figyelembe vehető stratégiák számosságát. Feltéve és megengedve azonban, hogy az egyesített modell optimuma jobb, mint a nemzeti optimumok összege, a kérdés az, hogy a haszon, illetve többleteredmény hogyan oszlik meg a nemzetek között. Egyes országok rosszabbul is járhatnak nemzeti stratégiájukhoz képest, míg más országok többlethaszonnal tehetnek szert. Az összeurópai modell optimumát keresve, erős konszenzusra és az energetikailag, illet-

ve gazdaságilag erős országok önmérsékletére van szükség. Mindegyik országnak ismernie kell nemzeti modellje optimumát, az egyesített modell optimumát és a várható többlethaszomból való méltányos részesedésre való jogosultságát. A nemzeti stratégiákban való gondolkodás még abban az esetben is matematikai szempontból egyedül adekvát megközelítés, ha az Európai Unió politikai és szervezeti struktúrája közelít a konföderatív berendezkedéshez. Ahogy *Jean Monnet* mondta, az Unió folyamata: „Ever closer union”, aminek helyességében erősen kételkedünk.

Összefoglalás

A megújuló energiákra alapozott ellátás közeli megvalósítása hiú és szakmailag, valamint gazdaságilag kártekonny ábránd. Az organikus fejlődéssel egyetértünk, sőt a fejlesztés mértéktartó támogatását is elfogadjuk. Tudomásul kell venni, hogy a megújuló energiaforrások rendelkezésre állása matematikailag definiáltan valószínűségi jellegű. Csaknem azonos mértékű társ-, illetve tartalékkapacitások meglétét kívánják, amelyek egyelőre vagy „karbonbázisúak”, vagy az atomenergia továbbélésével, sőt bővítésével járnak együtt.

A villamosenergia-tárolás lehetőségeit tovább kell kutatni és fejleszteni, új technológiák kifejlesztését várhatjuk a kutatóktól. Egyet kell értenünk Mackay megállapításaival, amely szerint: „Az energiatakarékosság és energiahatékonyság növelése minden mérnöknek, tervezőnek, üzemeltetőnek, gyártónak kötelessége. Igen hatékony és hatalmas, jó irányba tett lépés a közel zéró energiafelhasználású épületek megvalósításának jogi kényszerítése.” Mackay vizsgálatai nyomán, de a mi megítélésünk szerint is csak az javasolható, hogy szigorú és sikeres energiahatékonysági és energiatakarékossági intézkedéseket kell végrehajtani, új civilizációt, új életmodellt, új ipargazdasági szerkezetet kell az emberiségnek kialakítania. E nélkül a megújuló energiák részaránya „az energiamezékben” globálisan nem fogja meghaladni a 40-50%-ot.

A megújuló energiafelhasználás növelése óriási területfelhasználással járna, amely az iparilag fejlett és a nagy népsűrűségű országokban nem találna megértésre és nem alakulna ki a szükséges közmegegyezés.

Irodalom

1. David J. C. Mackay: *Fenntartható energia mellébeszélés nélkül*. Vertis Zrt. és Typotex Kiadó, Budapest 2011, ISBN 978-963-279-575-1
2. Gács I. és társai: Az új magyar energiastratégia. in *Új Széchenyi Terv*. Budapest 2010 (készült Magyarország Kormányának megbízásából)
3. Gerse K.: Regionális piacok, importforrások, kapacitásigény. *Magyar Energetika XXIII/6* (2016) 2–18.
4. Gerse K.: Mekkora a valódi villamosenergia-árak? Ki fizeti őket? Kiadatlan kézirat.
5. Molnár L.: A klímaváltozás elleni politikák és következményeik az energetikára. *Energiagazdálkodás 59/1–2* (2018) 3.
6. Molnár L.: Villamosenergia-ellátásbiztonság az EU-ban a 2020-as években. *Energiagazdálkodás 59/3–4* (2018) 62.

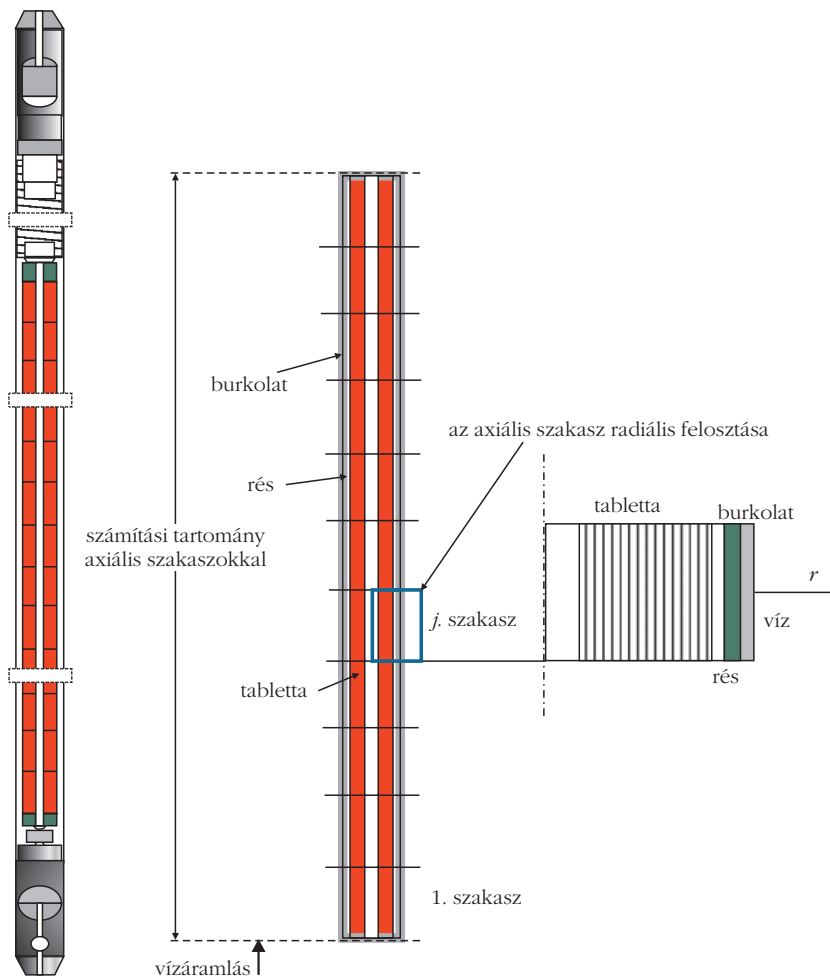
A REAKTORBELI FŰTŐELEMÉK VISELKEDÉSÉNEK MODELLEZÉSE

Gadó János
MTA Energiatudományi Kutatóközpont

Köztudomású, hogy gyakorlatilag valamennyi nukleáris reaktor fűtőelemekből áll, ezekben helyezkedik el a hasadóanyag és a fűtőelemeket körülvevő hűtőközeg szállítja el a fűtőelemekben megtermelt hőt. A legtöbb, energiatermelésre használt nukleáris reaktorban a fűtőelemek pálcák kinézetű, kis átmérőjű fémcsövek, amelyek tartalmaznak a kerámiatablettákba rendezett hasadóanyagot (lásd 1. ábra). A fűtőelem-pálcák szabályos négyzet- vagy hatszögös rácsba vannak elrendezve és általában 100-400 pálcát együtt mozgatható kötegbe gyűjtenek össze. A paksi atomerőműben például a pálcák aktív hossza 2420 mm, átmérője 9,1 mm, a pálcák burkolatának anyaga cirkónium-ötvözet, a tabletták átmérője 7,6 mm, hosszuk körülbelül 10 mm, a hatszögös pálcarács rácsosztása 12,2 mm és 127 pálcapozíciót fognak össze egy kötegbe.

A reaktorok fontos meghatározója a hűtőközeg. A leggyakoribb hűtőközeg a víz, de alkalmazható a nehézvíz, az olvadt nátrium vagy ólom és gáz is. Amennyiben a hűtőközeg víz vagy nehézvíz, akkor a hasadásban keletkező nagyenergiájú ($E = 1-10$ MeV) neutronok termikus energiákra ($E < 1$ eV) lassulnak, és jórészt ezen energiákon váltanak ki újabb maghasadást. E reaktorokat nevezük termikus reaktoroknak. Lehetséges a hűtőközeg és a lassító közeg szétválasztása is: miközben víz a hűtőközeg, a neutronok lassulása grafiton történik. Gyorsreaktorokban a nagyobb tömegszámú (Na, Pb) vagy kis sűrűségű (He) atomokból álló hűtőközegen a neutronok a nagy energiákon maradván okoznak újabb hasadást.

Amikor a reaktorokban lejátszódó folyamatokat akarjuk leírni, akkor modelleznünk kell a neutronok



1. ábra. A fűtőelem-pálcák sématis rajza.

fázistérbeli eloszlását, valamint a hűtőközeg áramlását és a hőmérsékleti viszonyokat. Erre a célra csatolt számítógépi neutronfizikai-termohidraulikai programrendszerek alkalmasak. Az adott problémát, például a reaktor tartós, folyamatos működését, vagy egy reaktorbeli üzemzavar időbeli lefolyását a fent vázolt bonyolult geometriában kell leírni és számítógépen lehet modellezni. Ezekben a modellekben a fűtőelem-pálcák kiemelt szerepet játszanak, hiszen bennük zajlik a maghasadás, azaz a hőenergia termelése, és a hűtőközegen el kell szállítani ezt a megtermelt hőt úgy, hogy a hőátadás a pálcák felületén keresztül történik. Nyilvánvalóan éppen eléggé bonyolult ez a probléma akkor is, ha a fűtőelem-pálcák anyagi paramétereinek – a változó besugárzási és hőmérsékleti körülmények miatti – változásaitól eltekintünk.

Ténylegesen azonban a fűtőelem-pálcák anyagi paramétereinek változása jelentős és komolyan hat a csatolt neutronfizikai-termohidraulikai probléma megoldására. Ezért alakult ki a neutronfizika és a ter-



Gadó János 1969-ben végzett az ELTE TTK fizikus szakán, az MTA doktora (1999). 1969-től az MTA KFKI Atomenergia Kutatóintézet munkatársa, 1990–2013-ig igazgatója, illetve az MTA EK főigazgatója. 2013-tól emeritus professzor. Kutatási területei: reaktorfizika, fűtőelemek viselkedése, számítógépes szimulálása. Vezette a Paksi Atomerőmű biztonságát újraértékelő AGNES projektet, majd a főkonzulensi testületet. Elnöke a V4G4 szervezetnek, amelynek célja egy héliumhűtésű gyorsreaktor megépítése.

mohidraulika mellett a nukleáris reaktorok modellezésének harmadik diszciplínája: a fűtőelempálcák termomechanikai viselkedésének leírása. Kétségtelen, hogy ez a diszciplína csak jelentős időkéssel fejlődött az 1950-es években már nagyon jó modellalkotással rendelkező neutronfizikához képest, hiszen a neutronfizika fejlesztését az atombombaprogramban nevelkedett, élenjáró tudósok végezték. A termohidraulikai modellek fejlődése lassabb volt, mert a termohidraulika matematikája bonyolultabb és a modellek rengeteg empirikus tudásra, azaz számtalan kísérleti eredményre épülnek. Ennek ellenére az 1970-es, 1980-as években a termohidraulika már a neutronfizika egyenrangú párja lett. A fűtőelemek tanulmányozása ehhez képest is késett. Egyrészt a kísérleti munka ezen a területen nagyon nehéz: ismert körülmények között kell besugározni anyagokat és lehetőség szerint a besugárzás során, vagy legalább utána kell mérni a különböző anyagi paraméterek változását, betartva az összes sugárvédelmi előírást. A késésben azonban szerepet játszott az is, hogy a fűtőelempálcák gyártói mindenképpen tudáselőnyt akartak maguknak biztosítani a felhasználókhöz képest, ezért méréseik általában nem voltak hozzáférhetőek, ráadásul a mérések eredményeinek kizárólag békés célú felhasználása a hidegháborús viszonyok közt indokoltan vagy indokolatlanul megkérdőjeleződött (gondoljunk például arra, hogy a besugárzott urán-dioxid fűtőelemekben jelentős mennyiségű plutónium is található). A fűtőelem-viselkedési kísérletek fő centruma a norvégiai Haldenben működő reaktor volt, amelynek munkájában 1995-től kezdve az MTA EK munkatársai is részt vettek. (A haldeni reaktor nehézvíz hűtésű és moderálású volt, ezért a fűtőelempálcák rácstávolságát jóval nagyobbra méretezték, mint vizes reaktorokban, és így mód nyílt a kísérleti anyagok reaktorzónába való behelyezésére és körülöttük a kívánt körülmények megvalósítására.)

Az anyagok (legyen szó akár az urán-dioxidról vagy más, hasadóanyagot tartalmazó kerámiáról, akár a burkolatanyagként használt cirkónium-oxidokról vagy acélokról) mechanikai tulajdonságai függvényei a hőmérsékletnek és a besugárzás mértékének, ezért a tabletták és a burkolat reaktorbeli mechanikai változásainak modellezése igencsak bonyolult. Az alábbiakban áttekintjük, hogy milyen jelenségeket kell leírni ahhoz, hogy a fűtőelempálcák reaktorbeli viselkedését viszonylag valóságosan lehessen modellezni.

Alapvető kérdés a hőmérséklet eloszlása a pálcában. Tétélezzük fel, hogy a csatolt probléma megoldásának valamely pillanatában a termohidraulika megadja a hőmérséklet axiális eloszlását a pálcát körülvevő közegben és a probléma tengelyszimmetrikus. Tegyük fel továbbá, hogy a neutronfizika ugyanabban a pillanatban megadja a hőtermelés ugyanakkor a pálcát burkolata és a hűtőközeg közti hőátadást, majd a burkolat és a tabletták hővezetési tényezőjének ismeretében meg kell határozni a hőmérséklet eloszlását.

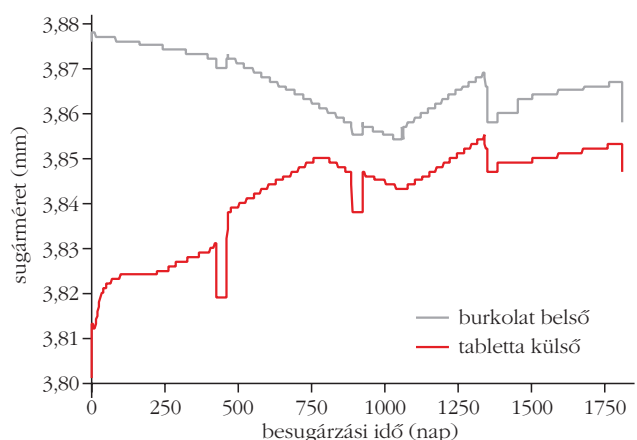
Sajnos, a hővezetési egyenlet megoldásához még valamit tudnunk kell. A tabletták és a burkolat között kezdetben rés van, a tabletták nem érnek hozzá a burkolathoz. E rés hővezetése erősen befolyásolja a tablettán belüli hőmérsékleteket. A rés hővezetése persze érzékenyen függ a résmérettől, de a pálcában lévő gázkeverék hővezetési tényezőjétől is.

Jöllehet a résméret kezdetben adott (a gyártási tolerancián belül, ami a számítási bizonytalanság jelentős forrása), de a besugárzás során változik. Kicsit egyszerűsítve a képet: a tabletták a besugárzás, a sugárkárosodás következtében nőnek, átmérőjük egyre nagyobb lesz. További növekedést okoz a tabletták hőtágulása is. Ugyanakkor a burkolatot befelé nyomja a nyomás, mert normális körülmények között a hűtőközeg nyomása meghaladja a pálcában lévő gáz nyomását. (A kezdeti belső gáznyomást a töltőgáz nyomása adja. A pálcát éppen ezért töltik fel héliummal, hogy a külső nyomás következtében ne roppanjon össze. A belső nyomás részben a hőmérséklet növekedése, részben a hasadásokban keletkező és a tablettákból kiszökő gázok megjelenése következtében nő, de általában nem éri el a hűtőközeg nyomását.) A tartós nyomáskülönbség miatt a burkolat nemcsak rugalmasan deformálódik, hanem a kúszás jelensége is fellép (a kúszást a besugárzás is elősegíti). A kúszás önmagában véve is komplex jelenség, paramétereinek mérése és a folyamat modellezése nem könnyű. Bonyolítja a helyzetet a burkolat hőtágulása, valamint a besugárzás következtében fellépő irreverzibilis térfogat-növekedése is.

Amikor egy adott axiális szakaszon a tabletták külső sugara (az érdesség figyelembe vételével) eléri a burkolat belső sugarát, akkor a két anyag között kontaktus lép fel, amely gyorsan meghaladja a belső gáznyomás értékét és ettől kezdve a gyakorlatilag rugalmatlan tabletták méretnövekedése szabja meg a rugalmas burkolat méretváltozását, amely így kifelé kúszik. Természetesen ilyenkor a rés hővezetése és így a hőmérséklet-eloszlás lényegesen változik.

A 2. ábra ezen folyamatok eredőjét szemlélteti. Az ábrán a tabletták sugara időnként jelentősen visszaesik: ekkor a reaktort – a fűtőelemkötegek rendszeres évi átrendezésére – leállították.

2. ábra. A burkolat belső és a tabletták külső sugarának időfüggése egy tipikus teljesítménytörténet esetén.



Akinek ez a jelenségsorozat nem eléggé bonyolult, annak érdemes arra is odafigyelnie, hogy a tabletták gyártása szintereléssel történik, amelynek során folyamatosan nő a szemcsékből álló tablettá sűrűsége, de értéke a szinterelés végén sem éri el az urán-dioxid elméleti sűrűségét. A reaktorbeli besugárzás kezdetén a hőmérséklet meghaladja a szinterelési hőmérsékletet és a tablettá porozitása tovább csökken, sűrűsége pedig nő. Viszonylag hamar azonban a tabletták besugárzás miatti növekedése lesz a meghatározó folyamat, de a porozitás ekkor is változik. Mindez nem csak a méretváltozások miatt érdekes, hanem azért is, mert a tablettá hővezetési tényezője többek közt a porozitástól is függ. Függ persze a hőmérséklettől és a besugárzás mértékétől is, így a pálca különböző pontjaiban a hővezetési tényező jelentősen eltérő értékeket vehet fel. A hővezetési tényező és paraméterektől való függésének mérése nem könnyű feladat és a mérési bizonytalanság komolyan befolyásolja az eredmények valóságosságát is.

Hogy ne legyen minden ilyen világos és egyszerű, a hasadás következtében jelentős mennyiségű hasadási gáz (elsősorban kripton és xenon) keletkezik. A keletkező izotópok jelentős része gyorsan bomlik, ezért ezek egyensúlyban vannak, a pálca gázterében mennyiségük csak keveset változik. A közvetlenül, vagy a bomlási sorokban keletkező stabil izotópok azonban felhalmozódnak. A gázterbe való kiszökés mértéke erősen függ a hőmérséklettől, azután a gáz mennyisége és minősége erősen befolyásolja a rés hővezetését, ami visszahat a hőmérséklet-eloszlásra...

Ismeretes, hogy termikus reaktorokban a tabletták besugárzás miatti átalakulása elsősorban a tablettá külső pereme közelében történik meg, ugyanis itt a legnagyobb az urán-238 neutronbefogása, azaz itt keletkezik a plutónium javarésze. A tablettában befelé egyre terjedő peremréteg szerkezete ennek hatására megváltozik, a nagyobb szemcsékből kisebbek lesznek és így az itt keletkező hasadási gázok könnyen a gázterbe kerülnek. Ezt a jelenséget mindenképpen figyelembe kell venni.

Talán érdemes megemlíteni, hogy bár a mechanikai jelenségek és a hőmérséklet eloszlása axiális szakaszonként követhető nyomon, a pálca gázterében természetes módon összekeveredő gáz összecsatolja ezeket az egyébként axiális szakaszonként követhető jelenségeket is.

Mielőtt rátérnénk a fűtőlempálcák biztonsági kérdéseire, érdemes pár szót szólni a gyorsreaktor-fűtőelemek viselkedéséről is. A gyorsreaktorok pálcáiban a hőmérséklet jóval magasabb lehet, mint a termikus reaktorokban (1800-2000 °C az 1200-1400 °C helyett). Magas hőmérsékleteken további problémák lépnek fel és a helyzet nem olyan egyszerű, mint a termikus reaktorokban.

Az elérhető nagyon magas hőmérsékleteken az urán-dioxid vagy a vegyes urán-plutónium-oxid (MOX) átkristályosodik. Az átkristályosodás következtében a lokális sűrűség megnő, mert a pórusok a leg-

melegebb hely, azaz a pálca középvonala felé vándorolnak. Ennek következtében az eredetileg tömör tablettákban egy középső lyuk is kialakulhat. Az átkristályosodás csak a tablettá azon belső részére terjed ki, ahol a hőmérséklet elegendően (>1800 °C) magas.

A magas hőmérséklet hatására nem csak a pórusok, hanem a plutónium is migrálni kezd. A gyártáskori egyenletes eloszlás megváltozik, a plutóniumatomok a magasabb hőmérséklet felé vándorolnak. Is-tenigazában ezt a jelenséget a neutronfizikai számításokban is követni kellene, hiszen ennek hatására a hőtermelés eloszlása is változik.

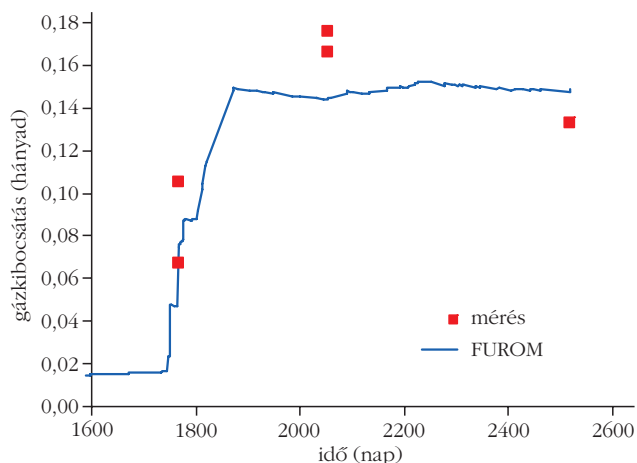
További tényező a sztöchiometria változása. A MOX üzemanyagú gyorsreaktor tablettáit úgy gyártják, hogy bennük az oxid-fém arány (O/M) valamivel kisebb, mint a sztöchiometria szerinti kettő. Mindenképpen el kell kerülni, hogy a burkolat mellett, az azzal esetleg érintkező tablettá szélén az O/M meghaladja a 2 értéket, mert ez a burkolat belső oxidációjára vezethetne. Az O/M arány lokálisan változik, de ennek hajtóereje nem a hőmérséklet, hanem a plutónium vegyértékének lokális különbsége. Az O/M arány a tablettá szélén mindaddig növekszik, amíg a tablettában a helyzet kiegyenlítődik és az anyagban mindenütt O/M = 2 valósul meg.

A fentiek során mindvégig azzal a hallgatólagos feltételezéssel élünk, hogy a hőteljesítmény nem változik. Amikor a pálca hosszútávú viselkedését vizsgáljuk, akkor ez többé-kevésbé igaz is, csak a teljesítményreaktorokban időről időre szükségessé váló átrakások előtti leterhelést és az átrakások utáni felterhelést kell modellezni. Érdemes tudni, hogy a felterhelési sebességet éppen a pálcák felterhelés során bekövetkező hőmérséklet-növekedés miatti mechanikai változásai korlátozzák.

A felterhelés, azaz a lineáris hőteljesítmény gyors növekedése persze megnöveli a gázkibocsátást. Erre mutat példát a 3. ábra, amelyen az látható, hogy egy azzaleni gyors felteheléses tesztben miként változik a gázkibocsátás a mérések és számításaink szerint.

Eddig egy olyan esettel foglalkoztunk, amikor a pálca teljesítménytörténete, valamint a hűtőközeg

3. ábra. Gázkibocsátás a felterhelési teszt alatt.



hőmérséklet- és forgalomtörténete rendelkezésre áll. Ténylegesen ezek a VVER-440 reaktor összes pálcájára elérhetőek, akár Pakson a VERONA rendszerben kiértékelt üzemi mérésekből, akár az MTA EK-ban a KARATE programrendszerrel végzett reaktorfizikai-termohidraulikai számítások alapján. A pálcák nagy száma miatt a fűtőelem-viselkedési számításokat azonban csak a legterheltebb 100-200 pálcára szokás elvégezni. Manapság, a nagykapacitású, gyors számítógépek birtokában a számításokat a reaktorzóna valamennyi pálcájára el lehet végezni.

Mi a célja ezen számításoknak? Az egyik cél az, hogy amiképpen a pálcákat a gyártó cég (az orosz TVEL cég) fejleszt, úgy az új pálcátípusok bevezetéséhez hatósági engedély szükséges. Bár a fűtőelem-viselkedési számítások tekintetében az engedélykérelem alapját a gyártó cég számításai adják, e számítások ellenőrzésére alkalmas az MTA EK-ban kifejlesztett FUROM kód [1]. A FUROM számításokat ugyancsak felhasználják az MVM Paksi Atomerőmű Zrt. reaktorfizikusai és elemzői is, amikor javaslatot tesznek továbbfejlesztési irányokra, vagy egy-egy kialakult problémát vizsgálnak.

A hatósági engedélykérelem pozitív elbírálása akkor lehetséges, ha a fűtőelemek az összes biztonsági kritériumot kielégítik. Ezek egy része a gyártással közvetlenül kapcsolatos, teljesülésüket nem modellezéssel-számítással, hanem laboratóriumi tesztekkel igazolja a gyártó. A kritériumok másik része a pálcák hosszútávú viselkedésére vonatkozik, amelynek során nem csak a normál üzemben kialakuló viszonyokat, hanem a feltehetőleg viszonylag gyakran (100 évenként egyszer) bekövetkező kisebb üzemzavarok során kialakuló viszonyokat is fel kell tételezni. E vizsgálatokra lehet felhasználni a FUROM kódot. A kritériumok harmadik része azoknak a ritka üzemzavarok elviselésére vonatkozik, amelyek a reaktor egész élete során csak 10^{-2} – 10^{-5} /év gyakorisággal következhetnek be. Ezek vizsgálatával ebben a cikkben nem foglalkoztunk, a feladatot az MTA EK az amerikai eredetű, de a VVER-reaktorokra módosított FRAPTRAN kóddal [2] tudja ellátni.

Az alábbiakban felsoroljuk azokat a második részhez tartozó biztonsági kritériumokat, amelyek teljesülését a FUROM kóddal kell/lehet vizsgálni. A kritériumok teljesítése révén különböző szilárdsági, de-

formációs, hőfizikai és korróziós biztonsági célok elérése tekinthető biztosítottak.

- Ki kell zárni a burkolatban a feszültségkorrózió miatti repedésterjedést. Ezért korlátozni kell a burkolatban ébredő tangenciális feszültséget.

- Normál üzemben ki kell zárni a burkolat képlékeny alakváltozását, ami a burkolatban ébredő effektív feszültséget korlátozza, illetve a kismértékű képlékeny alakváltozás csak rövid ideig léphet fel.

- A burkolatot érő tartós és ciklikus hatások nem vezethetnek a burkolat anyagának fáradási határértéke túllépéséhez.

- A megbízható hőátadás fenntartása, a pálcá meg-bízható rögzítése a távtartó rácsokban és a burkolat dörzsölés általi kopásának megakadályozása érdekében a pálcá átmérőváltozásának a határértéken belül kell maradnia.

- A pálcá feje nem ütközhet fel a felső tartórácson, ezért a burkolat axiális nyúlása nem haladhat meg egy határértéket.

- A tabletták anyaga sehol sem olvadhat meg.

- A pálcá belső nyomása nem haladhatja meg a hűtőközeg nyomását.

- A megfelelő hőátadás és a burkolat rugalmasságának megőrzése érdekében a pálcá burkolatának oxidációja nem haladhat meg egy bizonyos mértéket.

Belátható, hogy e kritériumok teljesülésének ellenőrzéséhez a fent vázolt termomechanikai modellezés teljes egészében szükséges.

Természetesen egy új fűtőelemtípus bevezetése csak akkor engedélyezhető, ha valamennyi kritérium teljesül. Az engedélyezésnek további lépése tesztkötegek üzemeltetése, és csak ennek sikere után lehetséges az új típusú kötegek tömeges használata.



A cikk célja az ismeretterjesztésen túl annak bemutatása is volt, hogy tudomány és a gyakorlat néha egészen közel tud kerülni egymáshoz. Ez sokszor van olyan érdekes és izgalmas, mint egy abszolút új ismeret feltárása.

Irodalom

1. J. Gadó, Á. Griger, K. Kulacsy: The fuel behaviour code FUROM and its high burn-up simulation capabilities. *Nuclear Engineering and Design* 327 (2018) 274.
2. K. J. Geelhood et al.: FRAPTRAN-2.0: A Computer Code for the Transient Analysis of Oxide Fuel Rods. *PNNL-19400* 1/2 (2016).

Jobb egy mentőötlet mint öt mentő egylet

– írta Karinthy Frigyes az egyletistápolás margójára.

Most Társulatunk kér egyletmentő ötleteket!



Ezek az ötletek nem vesznek el,

ha a <http://forum.elft.hu>

linken, az ELFT stratégiai vitafórumán adjuk elő.



TRANZIENS KÁOSZ ÉS KÁOSZKONTROLL A FÖLD–HOLD RENDSZER L5 LAGRANGE-PONTJA KÖRNYEZETÉBEN

Slíz-Balogh Judit – ELTE, Csillagászati Tanszék

Kovács Tamás – ELTE, Elméleti Fizika Tanszék

Süli Áron – ELTE, Csillagászati Tanszék és

MTA CSFK, Konkoly Thege Miklós Csillagászati Intézet

A múlt század végén kezdődött az a folyamat, amikor a kutatók és a mérnökök az űrhajók mozgásának és pályán tartásának dinamikájához a dinamikai rendszerek elméletében megismert sokaságképpel kezdtek el foglalkozni. Az első ilyen módszert egy Földről indított űreszköz Hold körüli pályára állítására *Belbruno* publikálta [1]. Munkája során meghatározta a Föld–Hold rendszer fázisterében azt a tartományt (gyenge stabilitási határ), amelyen belül üzemanyag felhasználása nélkül lehetséges egy űreszköz Hold körüli pályára állítása. Ez a módszer nagy lépést jelentett az alacsony energiájú pályák meghatározása irányába.

Az effajta új dinamikai megközelítés hasznosnak bizonyult az űrkutatás számára, főleg a pályaszámítás esetében. Több jelenlegi űrmissziót (Genesis [2], MAP [3] és a Herschel–Planck [4] már ezzel az úgynevezett űrsokaságok dinamikájával (space manifold dynamics, SMD) terveztek [5, 6].

A módszer fő célja, hogy egy űreszközt a lehető legalacsonyabb költséggel, azaz kevés energia/üzemanyag

felhasználásával juttassanak célba, vagy egy stabil periodikus pálya közelében tartsanak. Az SMD-t főleg a korlátozott háromtestprobléma (K3TP) modelljére alkalmazzák, például a Nap–Föld–űrhajó vagy Föld–Hold–űrhajó rendszer esetében, az adott feladattól függően.

A korlátozott háromtestproblémában (K3TP) – amely két, a közös tömegközéppontjuk körül keringő tömeggel bíró égitestből (a mi esetünkben ezek a Föld és a Hold) és egy elhanyagolható tömegű próbarészecskéből áll – öt egyensúlyi pont van, ahol a gravitációs erők kiegyenlítik egymást, azaz ha ezen pontokra egy harmadik kis testet helyezünk, az a két égitesttel szinkronban, együtt keringve nem változtatja meg relatív helyzetét: ezek a Lagrange-pontok.¹ Ezt az 5 pontot L1-től L5-ig jelöljük. Az egy egyenesre eső (kollineáris) L1, L2 és L3 pontok instabilak, míg az L4 és L5 (trianguláris) pontok lineárisan stabil egyensúlyi pontok. Egy nem elhanyagolható tömegű harmadik test jelenléte, mint például a Föld–Hold rendszer esetében a Nap, azonban elronthatja ezt a stabilitást, de a trianguláris Lagrange-pontok környezetében rövidebb-hosszabb ideig ekkor is lehetséges korlátozott mozgás.

Tanulmányunkban a Föld–Hold rendszer L5 pontjának környezetét – a kaotikus dinamika módszereivel, sokaságokat alkalmazva – vizsgáltuk. A tranziens káosz fogalma és jellemzői (túlélési valószínűség, szökési ráta, kaotikus nyereghalmaz stb.) nélkül nehéz magyarázatot adni bizonyos jelenségekre (például az alkalmazott energiabefektetés nagyságára, vagy a mozgás stabilizálására).

A pályák L5 pont környezetéből történő szökésének vizsgálatára valós síkbeli korlátozott háromtest- (K3TP), illetve korlátozott síkbeli és térbeli négytestmodell (K4TP) alkalmaztunk, amelyek két (K3TP, Föld és Hold) vagy három (K4TP, Nap, Föld, Hold) nagy töme-

A cikk forrása: J. Slíz, T. Kovács, Á. Süli: Chaos Control with Ion Propulsion. *Astron. Nachr./AN* 338 (2017) 536–549., DOI: 10.1002/asna.201713222 és J. Slíz, Á. Süli, T. Kovács: Control of chaos in the vicinity of the Earth–Moon L5 Lagrangian point to keep a spacecraft in orbit. *Astron. Nachr./AN* 336/1 (2015) 23–31., DOI 10.1002/asna.201412132

K. T. hozzájárulását a munkához az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-18-4 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programja támogatta.



Slíz-Balogh Judit a BME-n végzett matematikus-mérnökként, majd menedzserként dolgozott a Graphisoft SE szoftverfejlesztő cégnél. Azután az ELTE-n szerzett csillagász diplomát, ahol jelenleg doktorjelölt a Fizika Doktori Iskola Részecskefizika és Csillagászat programjában. Kutatási területe az égi mechanika, azon belül a Naprendszer trianguláris Lagrange-pontjainak kaotikus dinamikája és képkalkotó polarimetriája.



Kovács Tamás csillagász, az ELTE Elméleti Fizikai Tanszékének munkatársa. Doktori értekezését égi mechanikából írta. Jelenlegi érdeklődési területei a nemlineáris dinamikai rendszerek, idősor-analízis, komplex hálózatok, valamint fázistérbeli transzport statisztikus fizikai leírása és ezek csillagászati alkalmazásai. Bolyai ösztöndíjas. A Fizika Tanítása Doktori Iskola aktív témavezetője.



Süli Áron az Eötvös Loránd Tudományegyetemen 1998-ban végzett csillagász szakon, 2004-ben doktori fokozatot szerzett fizika, részecskefizika-csillagászat szakterületen. Kutatási területe elsősorban az égi mechanika, azon belül bolygórendszerek vizsgálata numerikus módszerekkel.

¹ Négytestproblémára centrális konfiguráció esetén a közelmúltban újabb egyensúlyi helyeket talált *Érdi Bálint* és *Czirják Zalán* (Central configurations of four bodies with an axis of symmetry. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 125 (2016) 33–70.).

gű égitestet és egy kis tömegű (vagyis, amelynek gravitációs hatása praktikusán elhanyagolható a nagy tömegű égitestekre) próbarészecskét tartalmaznak. A valós modellen azt értjük, hogy a mozgásegyenletek kezdőfeltételeit és a bennük szereplő paramétereket a NASA JPL adatbázisából² vettük JD = 2455999,5 (2012. március 13. 00:00 UT) epochára (1. táblázat). Mivel a Föld–Hold rendszer Lagrange-pontjait vizsgáljuk, geocentrikus ekliptikai koordináta-rendszerben dolgoztunk. A mozgásegyenleteket dimenziótlantottuk, a hosszegység $4 \cdot 10^5$ km, az időegység 1 nap. Runge–Kutta–Fehlberg 7(8) integrátort [7] alkalmaztunk, ahol az aktuális lépés hosszát az előre definiált $\varepsilon = 10^{-16}$ megengedett relatív hiba határozta meg. A próbarészecske tömegét 1 kg-nak vettük, hogy nagyságrendi becslést adhassunk a mozgásához szükséges energiára.

Tranziens káosz az L5 pont környezetében

Amikor a kaotikus mozgás csak véges ideig tart, tranziens káoszlól³ beszélünk. A tranziens káosz mind disszipatív, mind konzervatív rendszerben felléphet. Mindkét rendszer esetében egy nem vonzó (taszító) kaotikus tartomány, a kaotikus nyereghalmaz felelős a tranziens káosz jelenségéért. E nyereghalmaz egy nullmértékű halmaz, amelyet a hosszabb ideig kaotikus pályák nagyon megközelítenek. Ha a pályákat sikerül a nyereghalmazt befoglaló tartományból indítani, akkor a nem elsőfajú pályák száma exponenciálisan lecseng. E lecsengés mérőszáma a τ átlagos élettartam és reciproka, a κ a szökési ráta. Kis κ érték a tipikus pályák nyereghalmaz által történő gyenge taszítását mutatja, míg a nagy κ érték erős taszítást jelez [8–11].

A mozgás dinamikájának vizsgálatához először egyetlen próbarészecskét indítottunk az L5 pontból. Az 1. ábra világosan megmutatja a Nap szerepét a próbarészecske pályájának alakulásában: a K3TP modellben az L5 pontból indított részecske szabályos pályán mozog, míg a K4TP modellben a pálya kaotikus, és a részecske kevesebb mint 1 éven belül elszökik.

A jelenség tranzienskáosz-jelleget mutat, amelynek meghatároztuk a jellemzőit (itt már sokaságképet alkalmazva, amihez a pályák kezdőpontjait a 2. ábrán

² <http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>

³ A tranziens káosz a káosz megjelenési formája olyan rendszerekben, amelyekben létezik nem vonzó kaotikus tartomány, a kaotikus nyereghalmaz (például a kaotikus szórás jelenségéhez kötődően). Ilyenkor a tipikus kezdőfeltételekből indított mozgás csak véges ideig kaotikus, a káosz élettartama véges. Ezután vagy szabályossá válik a mozgás, vagy – mint esetünkben is – a próbarészecske elszökik a végtelenbe.

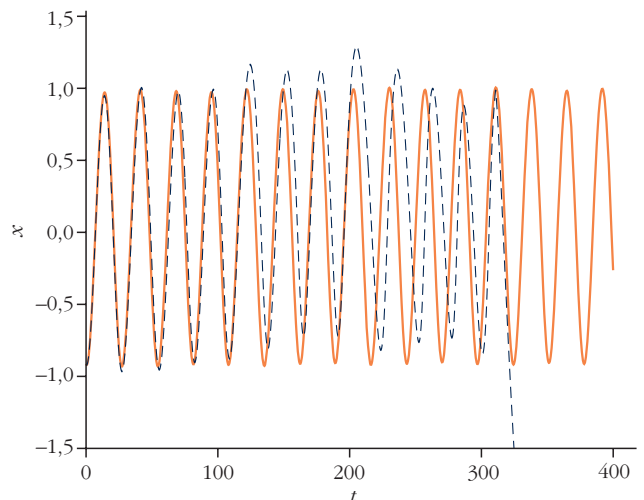
	Nap	Hold	Föld–Hold L5, innen indul a próbarészecske (űrszonda)
x_0	368,66644026568872	-0,5166166629896271	-0,9141820107443692
y_0	-47,60083686893512	-0,7573376905382426	0,0687343088982397
v_{x0}	0,9306857451293241	0,185382724767311	-0,0252733218674244
v_{y0}	6,4039891664344024	-0,1362138844144604	-0,2286530912785001

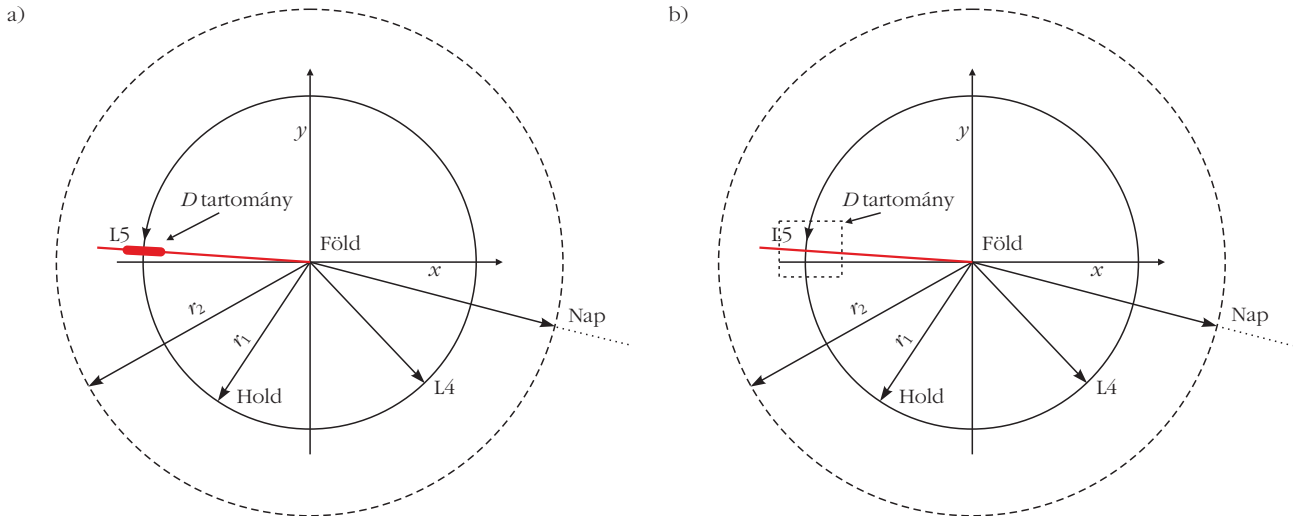
látható tartományokból vettük): a próbarészecskék szökési rátáját és átlagos élettartamát, azaz benntartózkodási idejét. E mutatók megerősítették a tranziens káoszra vonatkozó feltételezésünket, és fontosak a próbatest pályájának és pályán tartásának megtervezéséhez. A κ szökési ráta a logaritmikusan ábrázolásban megjelenő egyenes negatív meredeksége, ennek τ reciproka pedig az átlagos élettartam (3. ábra).

A hamiltoni rendszerekben a nem elsőfajú pályák száma rövid távon exponenciális, hosszabb távon pedig hatványfüggvény szerint csökken [12]. A rövid távú szökésért a nyereghalmaz stabil és instabil sokaságainak merőleges kereszteződése a felelős, amikor a dinamika hiperbolikus, ezzel szemben a hosszabb távon megmutatkozó hatványfüggvény szerinti fogyást a fenti sokaságok érintőleges kereszteződése okozza. Ez utóbbi jelenség a reguláris tóruszok közelében, mint a ragadósság (stickiness) jelensége ismert. Ezért, ha a kaotikus fogyás mérőszámát, a szökési rátát akarjuk meghatározni, akkor elegendő csak a görbék elejére illeszteni.

Ahhoz, hogy meghatározhassuk a szökés mutatóját, a szökési rátát, a D tartományból (2.a ábra) egyenletesen elosztva N_0 darab részecskét indítottunk el, majd követtük mozgásuk pályáját. A részecskét bennmaradónak tekintettük (pontosabban nem első-

1. ábra. A Föld–Hold rendszer L5 pontjából indított próbarészecske x irányú kitérés ($4 \cdot 10^5$ km) – idő (nap) diagramja a K3TP modellben (folytonos vonal) és a síkbeli K4TP modellben (pontozott vonal). A próbarészecske a Föld–Hold rendszer L5 pontjából indult.





2. ábra. A Föld középpontú síkbeli rendszer konfigurációja. A Hold és a Lagrange-pontok helyzete méretarányos, a Nap irányát nyíl jelöli. a) A kezdeti értékeket a tranzienst káosz jellemzőinek meghatározásakor az L5 pont irányába mutató egyenes vastagon jelzett szakasza által meghatározott D tartományból vettük. A D tartomány az x - y síkban a Földet és az L5 pontot összekötő egyenes $x \in [-1,014, -0,7142]$ szakasza. Az innen indított pályák x irányú v_{x0} kezdősebessége $v_{x0} \in [-0,2128, 0,21082]$, az y irányú v_{y0} kezdősebesség pedig az L5 pont y irányú kezdősebessége, $v_{y0} = -0,22865$. b) A káoszkontroll esetében a kezdeti értékeket a szaggatott téglalap által jelölt F tartományból vettük. Az F tartomány az x - y síkban felvett $x_0 \in [-1,15, -0,7]$, $y_0 \in [-0,4, 0,3]$ téglalap, amelyből induló pályák kezdősebessége megegyezik az L5 pont kezdősebességével, $v_{x0} = -0,02527$, $v_{y0} = -0,22865$. A szaggatott vonallal a Föld köre rajzolt $r_2 = (x^2 + y^2)^{1/2} = 1,5$ sugarú kör jelzi azt az R tartományt, amelyen belül szeretnénk tartani a próbatestet (üreszközt). A Hold Földtől vett névleges távolsága $r_1 = 1$.

kőnek), ha 1300 napig nem hagyja el az $R = r_2 \leq 1,5 r_1$ sugarú kört, térbeli esetben gömböt (2. ábra). Az R sugarú tartományból történt elszökés átlagos idejét a κ szökési ráta mutatja meg:

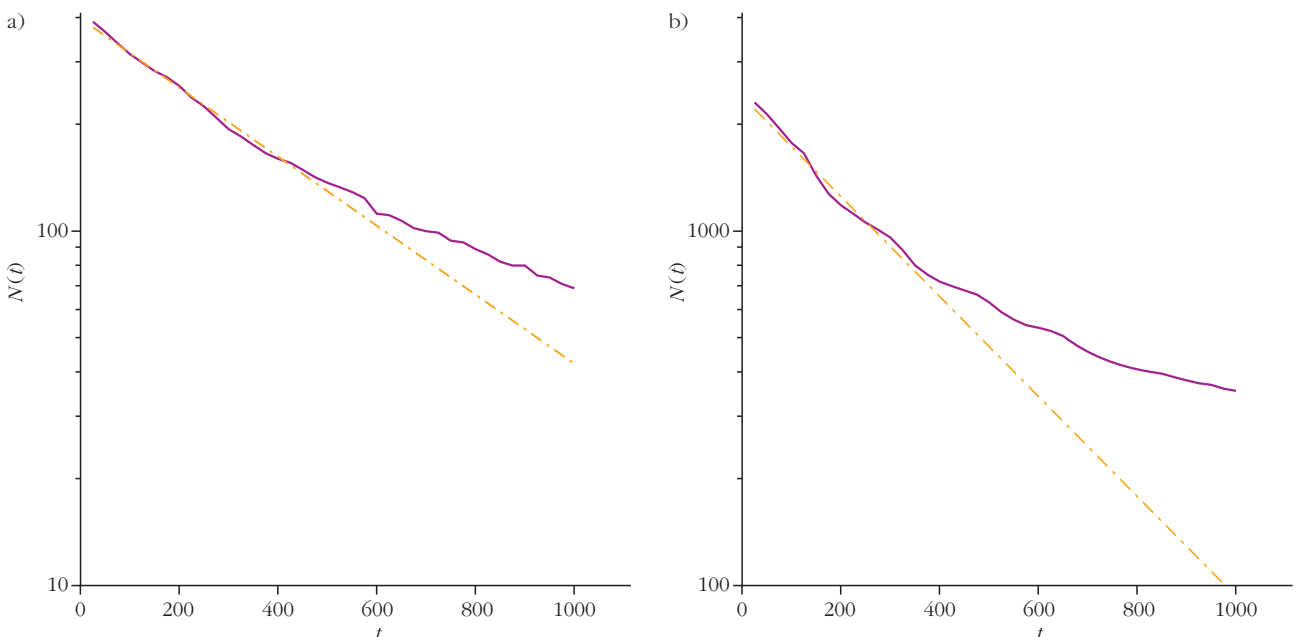
$$N(t) = N_0 e^{-\kappa(t-t_0)},$$

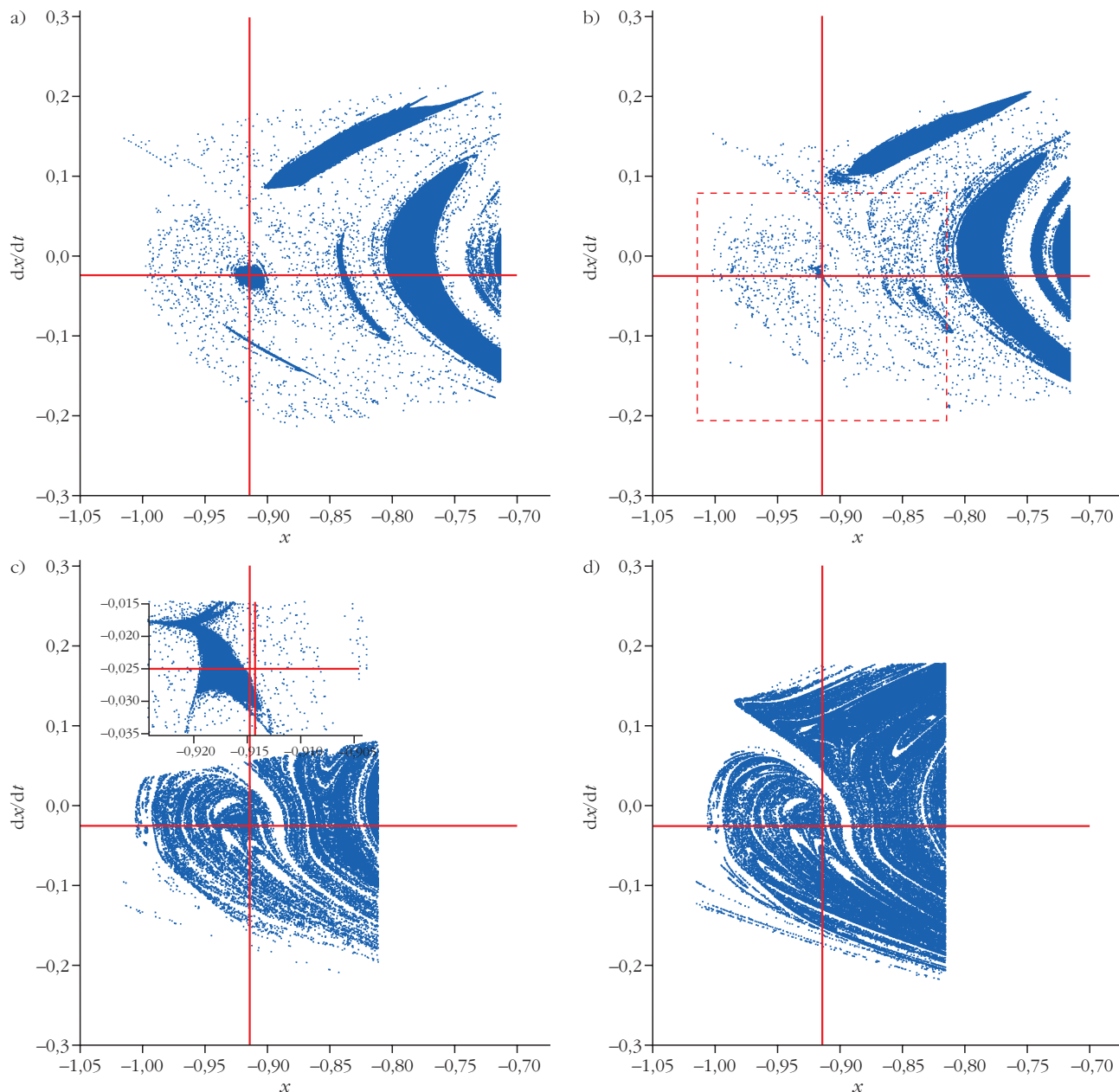
ahol $N(t)$ a t idő múlva még mindig az R tartományban tartózkodó részecskék száma.

Az egyenletesen felosztott D tartományból indított részecskék pályáját 1000 napig követtük mind a

K3TP, mind a K4TP modellben. A K3TP modellben $N_0 = 400$, a K4TP modellben $N_0 = 10\,000$ részecskét vizsgáltunk. Fő modellünk a K4TP modell, ezt vizsgáltuk először, és ezért itt több részecskével számoltunk. Az átlagos benntartózkodási idő $\tau = -1/B$. Az $y = A + Bt$ lineáris modellt a szimulációból származó adatokra illesztett $\{t_p, \ln N(t_p)\}$ adatpárokból kaptuk. Az egyenes meredeksége a κ paraméter, reciproka pedig az átlagos benntartózkodási idő. A részecskék átlagos benntartózkodási ideje 440 nap (a Hold keringési idejének körülbelül 16-szorosa, K3TP), illetve 310 nap

3. ábra. Az ábráról leolvasható a szökési ráta a K3TP és a K4TP esetére. A folyamatos görbe a mért adat, a szaggatott vonal az illesztett $N(t) = A + Bt$ egyenes. a) K3TP: $A = 5,985850$, $B = -0,002242$, $\tau = 446,126$ nap; b) K4TP: $A = 7,784847$, $B = -0,003248$, $\tau = 307,83$ nap ($\tau = -1/B$).





4. ábra. Az x - v_x fázistér. A pontok azon pályák kiindulási értékeit tartalmazzák, amelyek 1300 napig nem hagyják el az R tartományt: a) 2D, K3TP, $N_0 = 10^6$; b) 2D, K4TP, $N_0 = 10^6$; c) 2D, K4TP, $N_0 = 4 \cdot 10^6$; d) 3D, K4TP, $N_0 = 4 \cdot 10^6$. Az L5 pont helyzetét a nagy szálkereszt jelzi.

(≈ 11 Hold-keringési idő, K4TP). Jól látható, hogy a K4TP esetében lényegesen rövidebb, mint a K3TP problémában. Az eredmények a 3. ábrán láthatók.

Az átlagos benntartózkodási időre kapott eredmények alapján a további vizsgálatokhoz a szimulációs időt a gyakorlatnak megfelelően $(4-6) \cdot \tau$ -nak választottuk [8, 12], ezért a további vizsgálatokban a T integrációs időt 1300 napnak ($\approx 4\tau$) rögzítjük.

Az eredményeket a 4. ábra mutatja. Az ábrák kezdetifeltétel-térképek (KFT), azaz azokat a kiindulási (x, v_x) pontpárokat tartalmazzák, amelyekből indított pályák az adott időn (esetünkben 1300 napon) belül nem hagyják el az R tartományt. Az L5 pont helyét a nagy szálkereszt jelzi. Az ábrákon a vízszintes tengelyen a próbarészecske kiindulási x koordinátája sze-

reper, a függőleges tengely pedig a v_{x0} kezdősebessége. A 4.a és b ábra esetén $N_0 = 10^6$ próbarészecskét indítottunk, míg a 4.c és d ábra esetében $4 \cdot 10^6$ részecskét.

Stabilnak tekintettük azt a területet, ahonnan indítva a próbarészecske 1300 napig nem hagyja el az R tartományt. Először a K3TP modellt (4.a ábra) vizsgáltuk. Világosan látható, hogy – mint várható is volt – az L5 körüli tartomány stabil (kék zóna), és más stabil területek is vannak (összefüggő, kékkel jelölve).

A következő futtatáskor a Napot is bevontuk a modellbe, és a síkbeli modellt vizsgáltuk (4.b ábra). A legszembevetőbb különbség, hogy az L5 pont körül szinte teljesen eltűnt a stabil tartomány. A Nap perturbációs hatása teljesen szétrombolja ezt a stabil tarto-

mányt, és kaotikussá változtatja. Az L5 ponttól balra maradt csak egy kis sziget. Az is megfigyelhető, hogy más, nagyobb méretű stabil tartományok túlélték a Nap perturbáló hatását, és struktúra- és méretváltozás nélkül megmaradtak. A szaggatott vonallal határolt terület mutatja a több próbarészecskével részletesebben tanulmányozott, a 4.c ábrán mutatott területet.

A 4.d ábra a 3. dimenzióval kiegészített térbeli esetet mutatja. Látható a rendkívül összetett, fázistérbeli komplex struktúra, amely szintén a kaotikus dinamika velejárója, és azt is meg kell jegyezni, hogy az átlagos benntartózkodási idő a 3. dimenzió bevezetésével növekszik.

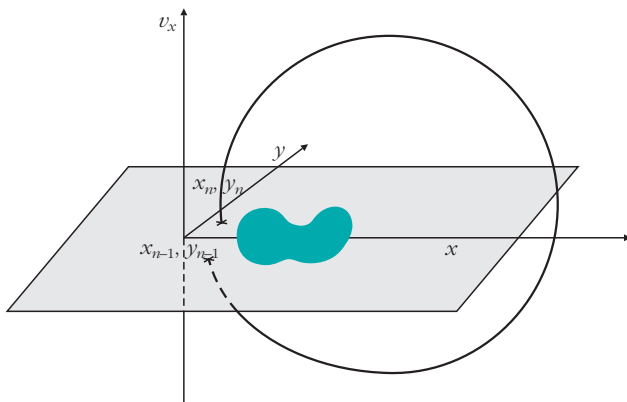
Káoszkontroll

A kaotikus rendszerek fázistérszerkezete lehetővé teszi, hogy nagyon kis erőbefektetéssel rövidebb-hosszabb ideig regulárisra, vagy akár csak nem elszökővé, korlátossá tegyünk egy kaotikus mozgást. Ezt nevezzük káoszkontrollnak.

Most a fázistérről térjünk át a szemléletesebb x - y fizikai síkon történő vizsgálatokra! Az 1.b ábrán szaggatott téglalappal jelzett területről az L5 pont sebességével $3,6 \cdot 10^5$ próbarészecskét elindítva megvizsgáltuk, hogy megfelelő módszert alkalmazva, miként tarthatunk egy részecskét az R tartományon belül. A létező káoszkontrollmódszerek nagy része úgy működik, hogy egy meglévő rendszerparamétert nagyon kis mértékben megváltoztatnak annak érdekében, hogy a próbarészecske dinamikája rendezetté váljon. Módszerünk ismertetése előtt először röviden vázoljuk azt a két káoszkontrollmódszert, amelyeket kombinálva elérjük célunkat [13, 14].

Az OGY-módszer (Ott, Grebogi és York nevéből) lényege az, hogy megkeres egy, a kaotikus halmazba (disszipatív rendszer esetén a kaotikus attraktorba, konzervatív esetben a kaotikus nyereghalmazba) beágyazott, alacsony periódusú instabil pályát, majd az

5. ábra. A P pálya $v_x = 0$; $v_y < 0$ feltételhez tartozó $(n-1)$ -edik és n -edik Poincaré-metszete. Esetünkben P az $n = 10$ esetén tartózkodott legközelebb a vele azonos sebességű, de a kívánt feltételnek (az innen induló pályák 400 napig bent maradnak az x - y sík R tartományában) megfelelő kezdőpontokból álló összefüggő tartományhoz, a zöld „átoltni” a pályát.



egyik rendszerparamétert kismértékben úgy változtatja meg, hogy a stabilizálni kívánt pályát ehhez közelíti [13]. A stabilizáció ebben az értelemben gyakorlatilag azt jelenti, hogy a kiválasztott pályát az instabil periodikus pálya stabil sokaságának olyan közelségébe hozzuk, amennyire csak lehetséges. Lai módszere a több kaotikus attraktorral jellemezhető dinamikai rendszerekben egy kiválasztott attraktorra tereli a pályákat, kismértékű visszacsatolásos kontrollt alkalmazva [14]. Ez a módszer csak akkor alkalmazható, ha az attraktorok vonzási határa fraktálszerkezetű, és a kontrollálni kívánt pályák erről a fraktálvonzási határról indulnak, mivel a nem kívánatos attraktorok vonzási tartományából kis perturbációkkal nem lehet átvinni a pályát a kiválasztott attraktorra.

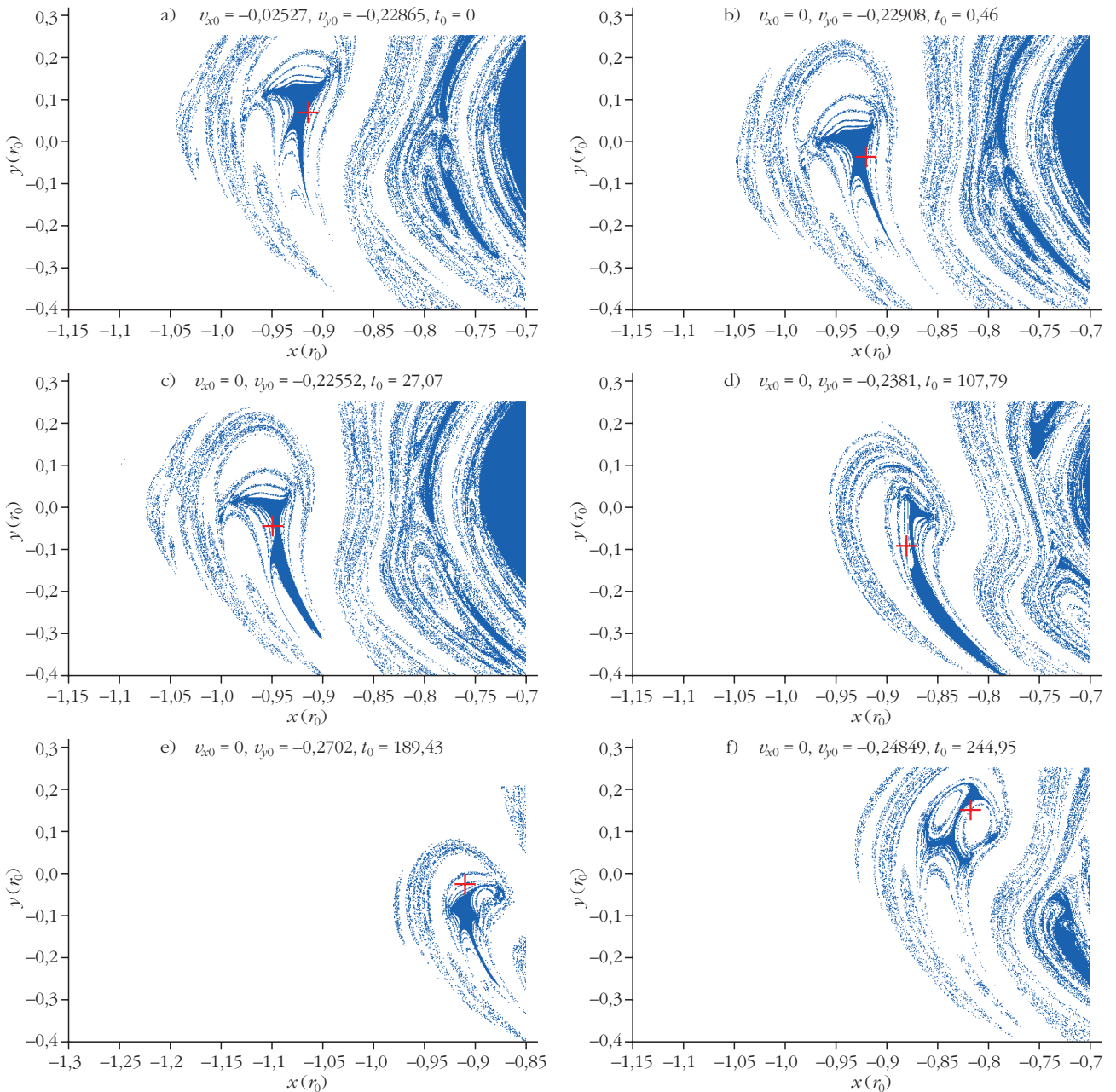
A következőkben megmutatjuk, hogy ezt a két módszert kombinálva miként alkalmaztuk a K4TP modellre. Habár sok paraméterünk van (tömegek, a nagy égitestek excentricitása), ezeket nem tudjuk változtatni. Mivel a próbatesszt pályáját szeretnénk korrigálni, ezért egy időben folyamatosan ható tangenciális tolóerőt vezetünk be a próbatesszre. A kontroll lépéseit és az eredményeket itt is, mint az előző fejezetben, mindig az adott időpontban felvett kezdetifeltétel-térképeken (KFT) ábrázoljuk, de azok a továbbiakban azt mutatják meg, hogy az adott időpontban, adott kezdősebességgel indított nagyszámú részecske esetén – a vizsgált 400 napon belül – mely (x_0, y_0) kezdőpontokból indított részecskék nem szöknek el a kijelölt tartományból.

Hogyan tarthatunk egy űreszközt egy kívánt tartományban?

Bemutatjuk azt a stratégiánkat, amellyel egy részecskét a rendszerben tarthatunk, vagyis megakadályozhatjuk, hogy r értéke meghaladjon az $1,5 \cdot r_1$ -et. A pályát teljesen meghatározzák a kezdeti feltételek, így módszerünk nem tesz lehetővé szigorú pályán tartást, hanem a mozgást nagyon kis mértékben befolyásolva korlátossá, azaz nem elszökővé teszi.

A kontroll alapötlete az, hogy a kontrollálni kívánt P (kontrollálandó pálya, amelyet a $t = 0$ -ban az L5 pontból indítottunk az L5 pont kezdősebességével) $v_x = 0$, $v_y < 0$ feltételnek megfelelő Poincaré-metszeteihez⁴ tartozó aktuális sebességeket kezdősebességnek, az adott időpontot pedig kezdeti időpontnak véve elkészítjük a rendszert, esetünkben most $T = 400$ napig nem elhagyó pályák kezdőpontjait tartalmazó KFT-eket. Vagyis megnézzük, hogy az adott időpontban, az adott helyen, adott sebességgel haladó P érzékel-e valahol a közelben összefüggő, esetünkben 400 napig nem elszökő tartományt, netán eleve egy ilyenben tartózkodik. Ha éppen egy ilyenben tartózkodik, akkor nincs szükség kontrollra, a pálya 400 napig nem fog elszökni (5. ábra).

⁴ A fázistérbeli folytonos, periodikus pályát egy rá merőleges felülettel elmszük.



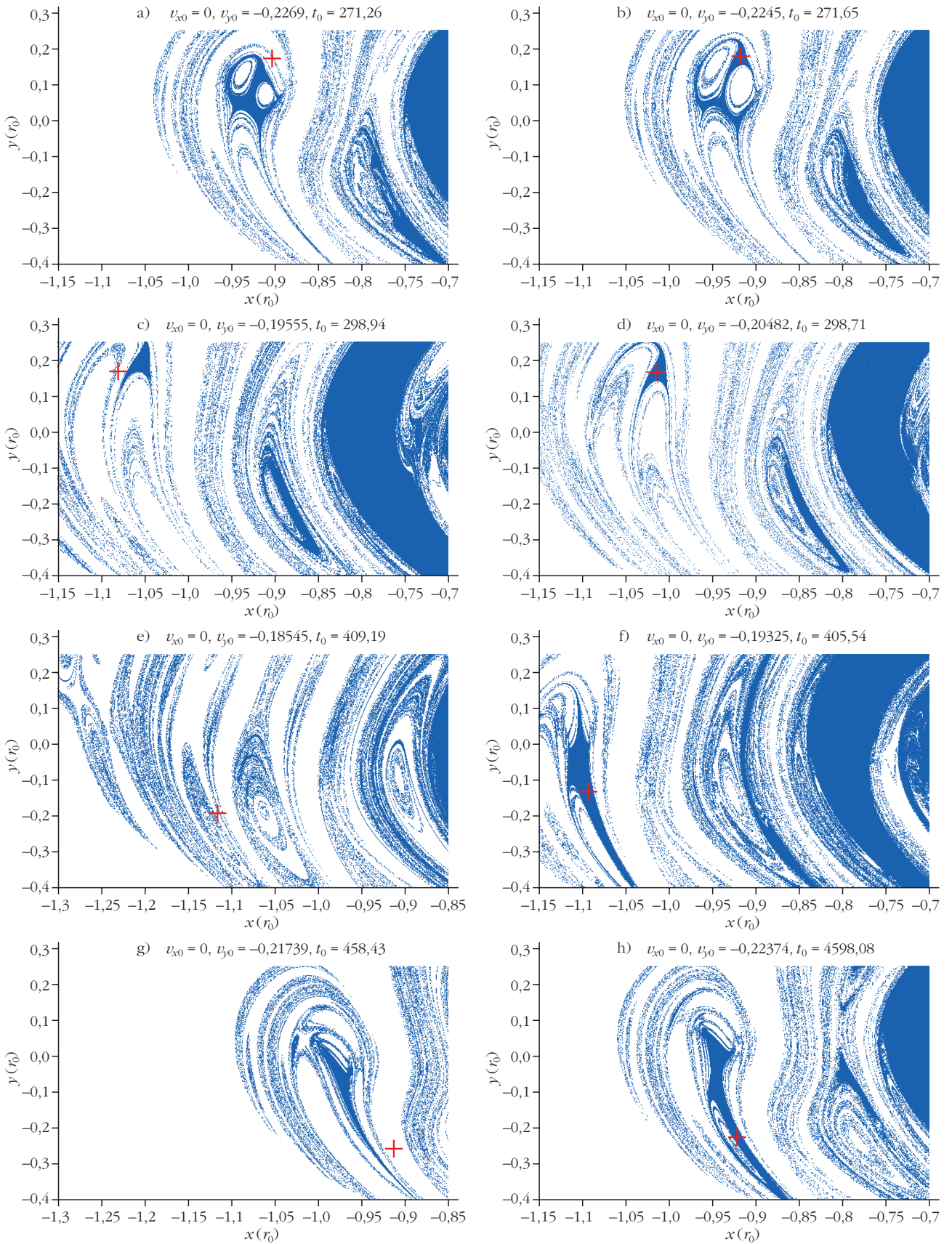
6. ábra. Síkbeli K4TP: Kezdetfeltétel-térképek (KFT) $t = 400$ napig tartó benmaradásra. a) A $t_0 = 0; v_{x0} = -0,02527, v_{y0} = -0,22865$ induláshoz tartozó (0. KFT, az L5 pont kezdeti koordinátái). Az ábra többi része a $P v_{x0} = 0; v_{y0} < 0$ feltételhez tartozó Poincaré-metszeteit mutatja. b) Az első metszéspont $t = 0,46$ nap múlva (1. KFT), majd c) $t = 27,07$ nap (2. KFT), d) $t = 107,79$ nap (5. KFT), e) $t = 189,43$ nap (7. KFT) és f) $t = 244,95$ nap (10. KFT). A P -t a metszeteken keresztül jelzi. Nem alkalmaztunk kontrollt a mozgás során.

Így az 1., 2. stb. Poincaré-metszetre egy ábrásorozatot kapunk (6. és 7. ábra). Valamennyi ábra úgy készült, hogy az adott időpontban a P -t magában foglaló tartományból $3,6 \cdot 10^5$ részecskét – valamennyit a P adott időpontbeli sebességével, mint kezdősebességgel – indítottunk el. Ezután megnézzük, hogy P hol van ezen a térképen. Ha összefüggő tartományra esik, akkor biztos, hogy P a következő 400 nap alatt nem szökik el. Ha üres területre vagy fraktálszerkezetre esik, akkor nem marad bent 400 napon át, így pályakorrekciót kell alkalmazni.

A 6.a ábra ilyen KFT-t mutat $3,6 \cdot 10^5$ részecskére, amelyeket az $x_0 \in [-1,15, -0,7], y_0 \in [-0,4, 0,3]$ (1.b

ábra, szaggatott téglalap) tartományból indítottunk, valamennyit az L5 pont $t_0 = 0$ időponthoz tartozó sebességével, ami a P pálya. Jól látható az egymás utáni KFT-ken (6.b-f, 7.a, c, e, g ábrák), amelyek az egymás utáni Poincaré-metszeteik időpontjában készültek a P aktuális sebességével, mint kezdősebességgel, hogy beavatkozás nélkül a P az átlagos élettartamnak megfelelő $t \approx 450$ nap múlva elszökik az R tartományból.

A fentiekben ismertetettek szerint elkészítve a szóké előtti metszeteiket, megállapíthatjuk, hogy a P -t a fraktálszálakról – a lehető legkisebb energiabefektetéssel – „át kell tolni” egy összefüggő tartományra, egy „szigetre”.



7. ábra. Síkbeli K4TP: KFT-k ($t = 400$ napig), mutva a beavatkozás hatását. A bal oldali oszlop (a, c, e, g) a 6. ábra folytatása, $t = 271,26$ és $458,43$ nap között (11., 12., 16., 18. metszéspont.) A kereszt a P -t jelöli, kontroll nélkül. A jobb oldali oszlop (b, d, f, h) a KFT-eket (11., 12., 16., 18.) mutatja a beavatkozás után. A kontroll után készített metszetek a beavatkozás nélküliekhez képest időben kissé eltolódtak, $t = 271,65$ és $459,08$ nap között. Megfigyelhető, hogy a kontroll után a P -t jelző kereszt a kék szigeteken marad $t \approx 460$ napig.

Két alapvető kérdés merül fel.: a) hogyan és b) mikor tegyük?

Először a második kérdésre válaszolunk. Nyilvánvalóan azt megelőzően kell beavatkozni, mielőtt a P elhagyja a „szigetet”. A beavatkozás időpontjának meghatározásához segítségül használhatjuk az átlagos benntartózkodási idő felét, a kaotikus viselkedés középidejét, ami ≈ 220 nap. Mivel ekkor jár a pálya legközelebb a nyereghalmazhoz, feltehetően ezen időpont környékén kell megtenni a beavatkozást.

Most rátérhetünk az első kérdés tárgyalására. Mivel csak diszkrét esetekben ismerjük a rendszer dinamikáját, két KFT között alkalmazzuk a következő f tangenciális tolóerőt.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{F_x v_x}{|\mathbf{v}|}, & \text{ha } t \in [t_n, t_n + \Delta t], \\ \frac{F_y v_y}{|\mathbf{v}|}, & \text{ha } t \in [t_n, t_n + \Delta t], \\ 0 & \text{egyébként,} \end{cases} \quad (1)$$

ahol F_x , F_y és v_x , v_y rendre az alkalmazott \mathbf{F} tolóerő és a \mathbf{v} sebesség x és y irányú komponense, t_n az az időpillanat, amikor a kontroll elkezdődik, Δt pedig a kontrollbeavatkozás időtartamát jelöli.

Nézzük most a 220 naphoz legközelebb eső, $t = 244,95$ -höz tartozó KFT-t, amely a 10. KFT $t = 0$ után (6.f. ábra)! Ebben az időpontban kezdjük el alkalmazni a kontrollt egészen a következő metszéspont idejéig. Láthatjuk, hogy a P -t jelző kereszt a következő metszésponthoz tartozó KFT-n „szigetre” esik (7.b ábra), míg kontroll nélkül már eltávolodott onnan (7.a ábra). (A kontrollhoz szükséges erő becslése a következő fejezetben olvasható).

Becslés a controllerő nagyságára

A 7. ábra bal és jobb oldali oszlopait összehasonlítva megállapíthatjuk, hogy a P -t egy kicsiny Δr mértékben a KFT egy olyan területére kell tolni az x - y síkban, ahol összefüggő tartomány található. Hangsúlyozzuk, hogy kicsi, de viszonylag hosszú ideig tartó erőt alkalmazunk a kontrollhoz, és a kontrollbeavatkozást követő KFT szerkezete függ az alkalmazott erőtől. Ezért szükség van a beavatkozás nagyságrendjére vonatkozó kezdeti becslésre. Ehhez egy egyszerű, a kéttestprobléma energiamegmaradásán alapuló számítást használtunk.

$$\Delta E = 0,5 m \Delta v^2 - \frac{GM}{\Delta r} = \int F ds, \quad (2)$$

$$\text{ahol } \Delta v^2 = v_{n+1}^2 - v_n^2 \text{ és } \Delta r = \frac{r_n r_{n+1}}{r_n + r_{n+1}}$$

mennyiségeket az n -edik és az $(n+1)$ -edik KFT-ből kapjuk, m és M a próbatest és a Hold tömege, G a gravitációs állandó. Az $n+1$ index a KFT-n a P kontroll végét jelentő Poincaré-metszet hely- és sebesség-

koordinátáit jelzi, míg az n index az előző KFT-re vonatkozik, ahol a kontrollt kezdtük. A (2) egyenlet adja meg a kontrollhoz szükséges erő nagyságrendjét, amelyre körpályán keringő 1 kg-os próbatest esetére $F \approx 10^{-6}$ N értéket kaptunk. A kontroll energiaigénye $F \cdot 2\pi r$, r a holdpálya Földtől mért távolsága, F pedig a controllerő abszolút értéke.

Záró gondolatok

A fentiekben ismertetett káoszkontrollmódszer nemcsak pályán tartásra, hanem egy űreszköz célba juttatására is alkalmas, és megvalósítható – akár napenergiával működtetett – ionmeghajtással.⁵ Folyamatosan ugyan, de nagyon kis erő kifejtést igényel (mikronewton nagyságrendben). Igaz, hogy ebben az esetben a beavatkozás ideje hosszabb, mint rakétameghajtás esetén, de az ionmeghajtás sokkal jobb hatásfoka jelentősen csökkenti a költségeket és pontosabb is, mint egy lökészerű tolóerő alkalmazása.

Ezt a káoszkontrollmódszert nemcsak égi mechanikai problémákra lehet alkalmazni, hanem egyéb tudományterületeken is, akár a mérnöki gyakorlatban vagy a biofizikában is, mindenütt, ahol a kaotikus jelenség mögött időfüggő matematikai modell húzódik meg. Az égi mechanikában pedig további kihívás lehet például a Marsra vagy más bolygókra való eljutás kidolgozása és/vagy a „bolygóközi szupersztráda” megtalálása.

Irodalom

1. Belbruno, E. A.: Lunar capture orbits, a method of constructing earth moon trajectories and the Lunar GAS mission. *AIAA*'87 (1987).
2. Howell, K. C., Barden, B. T., Wilson, R. S., Lo, M. W.: Trajectory design using a dynamical systems approach with application to GENESIS. *Adv. Astronaut. Sci.* 97(1998) 1665.
3. Bennett, C. L.: The Microwave Anisotropy Probe (MAP) Mission. *AAS* 28 (1996) 1391.
4. Rosa, F., Miniscalco, R., Rame, F., Torchia, F.: An On-Board Software Approach to Managing a Complex Space Mission and its FDIR: The Herschel–Planck Case Study. *ESASP* 602 (2005) 37.
5. Belló, G., Gómez, G., Masdemont, J.: *Space Manifold Dynamics*. Springer, New York (2010) 1–96.
6. Belbruno, E.: *Space Manifold Dynamics*. Springer, New York (2010) 133–148.
7. Fehlbeg, E.: Classical fifth-, sixth-, seventh-, and eight-order Runge–Kutta formulas with stepsize control. *NASA TR R-287* (1968).
8. Tél T., Gruiz M.: *Kaotikus dinamika*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest (2002).
9. Kovács, T., Érdi, B.: Transient chaos in the Sitnikov problem. *Celest. Mech. & Dyn. Astron.* 105 (2009) 289.
10. Slíz J.: Tranziens káosz a helyfüggő amplitúdóval gerjesztett oszcillátor példáján. *Fizikai Szemle* 61/1 (2011) 6–11.
11. Kovács T.: Egyszerűen bonyolult – a Sitnikov-probléma. *Fizikai Szemle* 61/1 (2011) 15–19.
12. Lai, Y., Tél, T.: *Transient Chaos*. Springer, New York (2011).
13. Ott, E., Grebogi, C., Yorke, J. A.: Controlling Chaos. *PhRevL* 64 (1990) 1196.
14. Lai, Y.-C.: Driving trajectories to a desirable attractor by using small control. *Phys. Lett. A* 221 (1996) 375.

⁵ Az ionhajtómű űreszközök, főleg űrszondák meghajtására szolgál, a legegyszerűbb és leggyakoribb elektromos hajtómű, amely nagyon kis, 0,09 N gyorsító erővel és nagyon jó, 60%-os hatásfokkal működik.

EXTRÉM NAGY TÉRERŐSSÉGŰ TERAHERTZES IMPULZUSOK ELŐÁLLÍTÁSA LÍTIUM-NIOBÁTBAN

Pálfalvi László,¹ Fülöp József András,^{2,3} Tóth György,¹
Almási Gábor,^{1,3} Hebling János^{1,2,3}

¹Pécsi Tudományegyetem, TTK Fizikai Intézet

²MTA–PTE Nagy Intenzitás Terahertzes Kutatócsoport

³Pécsi Tudományegyetem, Szentágotthai János Kutatóközpont

Az elektromágneses spektrum távoli infravörös, vagy más néven terahertzes (THz-es) tartománya az infravörös és a mikrohullámok közt helyezkedik el. A THz-es sugárzás előállításával kapcsolatos kutatások és fejlesztések az utóbbi két évtizedben kiemelten fontossá váltak olyan alkalmazási lehetőségeknek köszönhetően, mint például a képalkotás. A tudományos kutatásban a kis intenzitású THz-es sugárzás fő felhasználási területe a lineáris spektroszkópia [1]. Nagy intenzitású THz-es nyalábok pedig olyan ultragyors folyamatok vizsgálatát lehetővé tevő pumpa-próba méréseknek lehetnek eszközei, melyben a pumpaimpulzus a THz-es tartomány-

ba esik. A legnagyobb (1 MV/cm-t meghaladó) csúcs elektromos térerősségű THz-es impulzusok számára ígéretes alkalmazások a részecskegyorsítás [2–4], illetve a stabil vívő-burkoló fázisú egyciklusú attoszekundumos impulzusok Thomson-szórással történő keltése [5].

A THz-es fizika időszámításának kezdetét a THz-es impulzusok jelalakjának első méréséhez köthetjük. A pikoszekundumos nagyságrendű tartományba eső impulzushosszú hullámforma detektálását az elektrooptikai mintavételezés teszi lehetővé. A számos fontos ipari, gyógyászati és kutatási alkalmazás lehetősége miatt a nagy energiájú THz-es forrásfejlesztés stratégiai fontosságú feladat.

Nagy energiájú, egyciklusú THz-es impulzusok keltésére hatékony módszer az ultrarövid impulzusok nemlineáris kristálybeli optikai egyenirányítása. Nemlineáris optikai folyamatról lévén szó kézenfekvőnek tűnik, hogy a kitűnő nemlineáris optikai tulajdonságokkal rendelkező lítium-niobátot (LiNbO₃, a továbbiakban LN) használjuk e célra. Ahhoz, hogy hatékony THz-keltés valósulhasson meg, elvárt kritérium, hogy a keltő optikai impulzus és a keltett THz-es jel együtt haladjon a közegben, azaz biztosított legyen a sebességillesztés. LN esetén azonban a törésmutató jelentősen eltér az optikai és a THz-es tartományon, ami a sebességillesztést ellehetetleníti.

A munkát az EFOP-3.6.2-16-2017-00005 azonosító számú, *Ultragyors fizikai folyamatok atomokban, molekulákban, nanoszerkezetekben és biológiai rendszerekben* című projekt és a Bolyai János Kutatási Ösztöndíj (T. Gy.) támogatta.



Pálfalvi László egyetemi tanulmányait a PTE fizika szakán végezte. Jelenleg a PTE Fizikai Intézet Kísérleti Fizika Tanszékének tanszékvezető egyetemi tanára, az MTA doktora. Kutatási területe a távoli infravörös (terahertzes) impulzusforrások fejlesztéséhez kapcsolódó elméleti számítások végzése, illetve kristályminősítő eljárások módszertani fejlesztése. Számos hazai és nemzetközi szabadalomban társfelaláló.



Fülöp József András 2003-ban szerzett PhD fokozatot lézerfizikából a Szegedi Tudományegyetemen. Az MTA–PTE Nagy Intenzitású Terahertzes Kutatócsoport tudományos tanácsadója, az MTA doktora. Részt vett az ELI-ALPS felépítésében, ahol jelenleg csoportvezetői feladatot lát el. Kutatási területe nagy intenzitású optikai és terahertzes impulzusok előállítása és alkalmazásai.



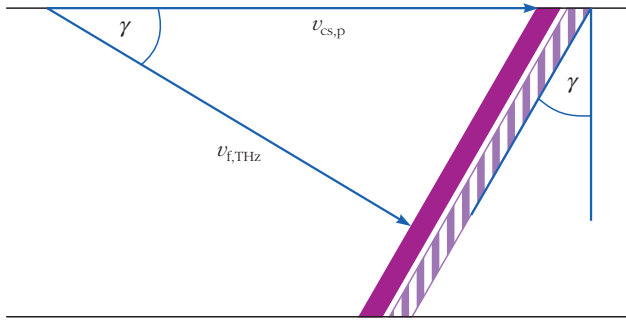
Tóth György egyetemi adjunktus fizika-matematika szakos diplomát 2011-ben, doktori fokozatot 2016-ban szerzett a Pécsi Tudományegyetemen. 2014–2017 között az MTA–PTE Nagy Intenzitású Terahertzes Kutatócsoport, 2018-tól a Pécsi Tudományegyetem munkatársa. 2019-ben elnyerte az MTA Bolyai János Kutatási Ösztöndíját. Fő kutatási területei ultrarövid fényimpulzusok előállításához, azok nemlineáris terjedésének modellezéséhez, valamint terahertzes impulzusok hatékony előállításához köthetők.



Almási Gábor egyetemi docens, a PTE Fizikai Intézet igazgatója fizikus diplomáját 1984-ben a József Attila, doktori fokozatát 2000-ben a Szegedi Tudományegyetemen szerezte. Kutatási tevékenysége a nagy impulzusenergiájú, közel egyciklusú terahertzes impulzusok keltése, illetve azok alkalmazásainak számítógépes modellezése felé irányul. Az ELI számára készülő terahertzes műszeregyüttes kifejlesztését végző csoport egyik irányítója. Több oktatás- és tudomány-szervezési tevékenységben vesz részt.



Hebling János egyetemi tanár, Széchenyi-díjas lézerfizikus, a PTE Fizikai Intézetének igazgatója 2008–2017-ig. Kutatási területe ultrarövid lézerimpulzusok előállítása és alkalmazása, különös tekintettel a nagyenergiájú terahertzes impulzusok előállítására és ultragyors folyamatok vizsgálatára, valamint részecskék gyorsítására történő felhasználására. Optical Society of America Fellow, a *JOSA B* folyóirat szerkesztője, az EPS QEOD Board tagja.



1. ábra. A döntött impulzusfrontú sebességillesztés elvét szemléltető ábra. Az optikai impulzus intenzitásfrontját a vastag vonal jelzi. A keltett THz-es impulzus egy fázisfrontját a sávozott alakzat mutatja.

Az általunk kifejlesztett, 2002-ben demonstrált, döntött impulzusfrontú gerjesztési módszer lehetőséget biztosít a sebességillesztési nehézségek leküzdésére [6]. A módszer lényege a pumpáló lézerpulzus intenzitásfrontjának (impulzusfrontjának) megdöntése a fázisfronthoz képest (1. ábra). Döntött impulzusfrontú pumpálónyalábbal történő gerjesztés során a sebességillesztés feltétele úgy teljesül, hogy az optikai impulzus $v_{cs,p}$ csoportsebességének a THz terjedési irányra vett vetülete egyenlő lesz a THz-es impulzus $v_{f,THz}$ fázissebességével, ahogy azt az 1. ábra szemlélteti, azaz

$$v_{cs,p} \cos \gamma = v_{f,THz}, \quad (1)$$

ahol γ az impulzusfront dőlésszöge, amelynek értéke LN esetén körülbelül 63° . A keltett THz-es sugárzás az impulzusfrontra merőlegesen terjed. Ezért, a reflexiós veszteségek minimalizálása, illetve a kilépő THz-es nyaláb szögdiszperziójának elkerülése érdekében a kristály kilépő síkját annak belépő síkjával γ szöget bezáróan kell kialakítani.

Egyszerűen levezethető általános érvényű tény, hogy az impulzusfrontdőlés szögdiszperzióval jár együtt, ahogy azt a

$$\text{tg} \gamma = - \frac{n_{f,p}}{n_{cs,p}} \lambda_0 \frac{d\epsilon}{d\lambda} \quad (2)$$

összefüggés kifejezi [7], amelyben $n_{f,p}$ és $n_{cs,p}$ a pumpálásra vonatkozó fázis- és csoport-törésmutató, λ_0 a vákuumbeli központi hullámhossz, $d\epsilon/d\lambda$ pedig a szögdiszperzió.

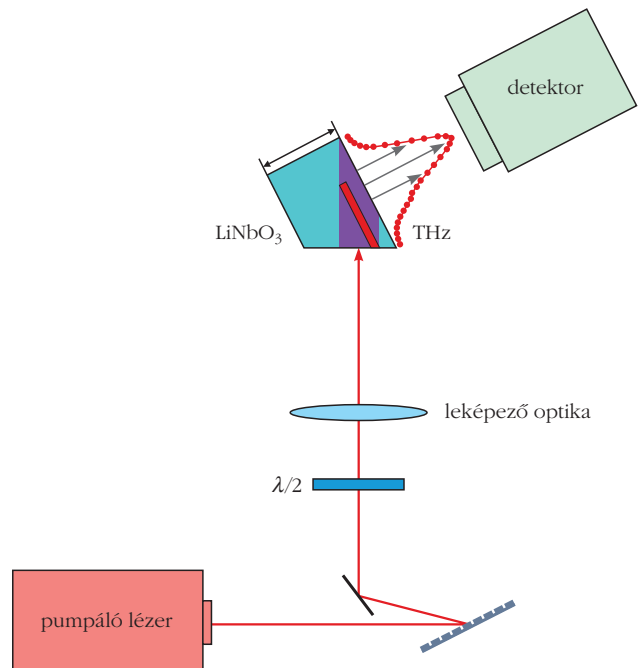
Szögdiszperzió létrehozására spektrális bontóelemek használhatók. Viszonylag nagymértékű impulzusfrontdöntés esetén erre az optikai rács a legalkalmasabb. Az első demonstrációs kísérletünk után világszerte egyre több kutatócsoport kezdte el használni a 2. ábrán látható, mára hagyományosnak mondható döntött impulzusfrontú gerjesztési sémát. Az elrendezésben a pumpáló nyaláb egy reflexiós rácson diffrakciót szenved, amely során szögdiszperzió jön létre. Ezután a nyalábot leképező optikán (lencsén vagy teleszkópon) keresztül a kristályba – annak belépő síkjára merőlegesen – vezetjük. A diffrakció geometriáját, illetve a leképezést úgy kell beállítani, hogy egyrészt a kristálybeli impulzusfront dőlésszöge eleget tegyen az

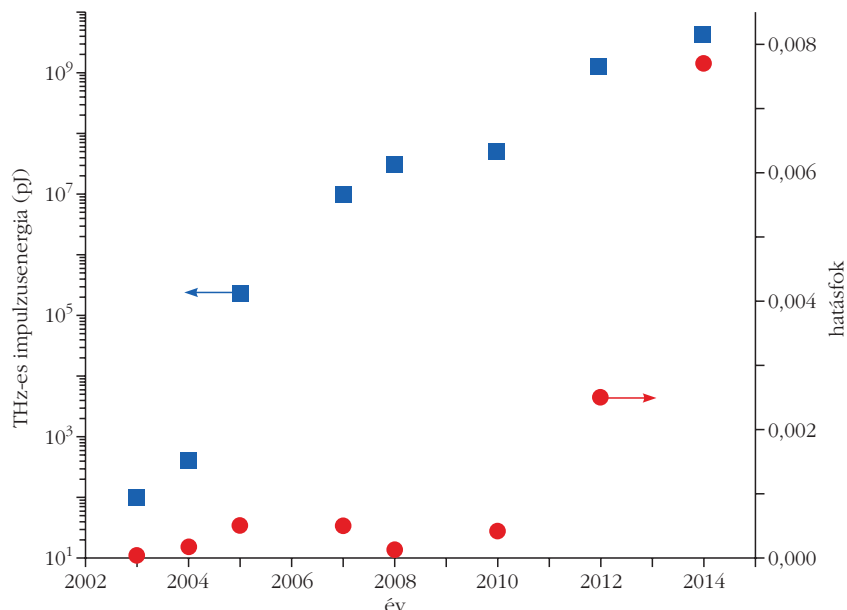
(1) egyenletnek, másrészt a rács képe az impulzusfronttal párhuzamosan keletkezzen a kristályban. Az első feltétel teljesülése biztosítja a sebességillesztést. A második pedig a keltési folyamat kellő hatékonyságát és homogenitását biztosítja, ugyanis az impulzusfront mentén mindenütt ekkor rekonstruálódik az eredeti Fourier-transzformáció limitált impulzushossz.

A döntött impulzusfrontú gerjesztési módszer teljesítőképességét jelzi, hogy folyamatos, tudatos optimalizálásnak köszönhetően egy évtized alatt a THz-es impulzusenergia hét nagyságrendet meghaladó növekedését sikerült elérnünk LN-ot használva, ahogy azt a 3. ábra mutatja a konverziós hatásokkal együtt. A grafikon utolsó pontpárja $430 \mu\text{J}$ THz-es impulzusenergiát, illetve $0,77\%$ konverziós hatásfokot jelöl [8]. Mindezt 1030 nm központi hullámhosszú, nem transzformációlimitált 780 fs impulzushosszú pumpálással, szobahőmérsékleten érték el. Abban az időben ez az impulzusenergia világrekordként volt számon tartva, LN-tal ezt az értéket azóta sem sikerült túlszárnyalni. A LN-tal előállítható közel egyciklusú impulzusok elektromos térerősségének csúcserőssége a MV/cm -es tartományba esik, ami elegendő ahhoz, hogy töltött részecskék gyorsításával kapcsolatos alkalmazások felvetődjenek. Kihívás olyan módszerek kifejlesztése, amelyekkel a térerősség tovább növelhető.

A 3. ábrán látható látványos energiabeli növekedés egyik oka az adalékoltalan LN kristályról a THz-es abszorpció szempontjából kedvezőbb $0,7 \text{ mol}\%$ magnéziummal adalékolt sztöchiometrikus LN-ra való áttérés volt. E kristályokat a Wigner Fizikai Kutatóintézetben növesztik. A másik nagyon fontos tényező a pumpálás jellemzőinek – különös tekintettel a pum-

2. ábra. A hagyományos, döntött impulzusfrontú gerjesztési elrendezés fő komponensei a pumpáló lézer, az optikai rács, a leképező optika és a nemlineáris kristály.

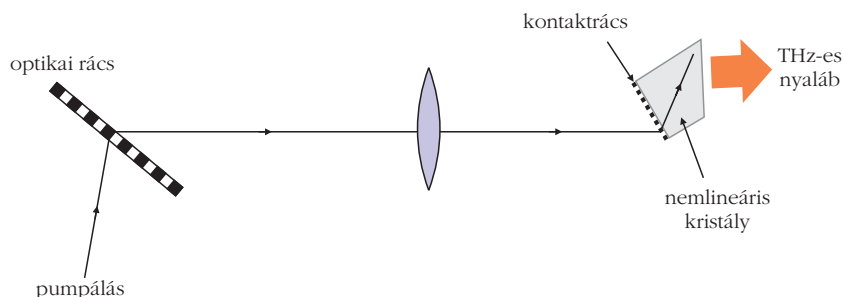




3. ábra. A THz-es impulzusenergia (bal oldali logaritmusos skála) és THz-keltés hatásfokának (jobb oldali skála) evolúciója.

páló impulzushosszra – alkalmas megválasztása volt. A THz-keltés (lokális) hatásfoka fordítottan arányos a (lokális) pumpáló impulzushosszal. E tényből viszont korántsem szabad arra a következtetésre jutni, hogy annál effektívebb a keltés minél rövidebb transzformációlimitált pumpáló lézerpulzust használunk. A szögdiszperzió jelenléte ugyanis a pumpáló impulzushossz terjedéssel történő kiszélesedését okozza. Rövid transzformációlimitált impulzushossz esetén ez a változás a terjedéssel gyorsan bekövetkezik, vagyis rövid lesz az a térbeli tartomány, ahol az átlagos impulzushossz kicsi, azaz ahol intenzív a THz-keltés. Hosszú transzformációlimitált impulzushossz esetén a szögdiszperzió okozta változás lassabb, viszont a túl hosszú impulzushossz eleve kedvezőtlen. Modellszámításokkal optimalizáltuk a pumpáló impulzushosszértéket. Eredményeink az mutatták, hogy a korábban használt tipikusan 100 fs-os Ti:zafír impulzusok helyett célszerű jóval hosszabb impulzusokat használni a THz-keltésre. A 430 μ J energiájú THz-es impulzusok demonstrálásához tartozó kísérletek már az optimálishoz közeli impulzushosszú pumpáló impulzusokkal, illetve THz-es abszorpció szempontjából optimalizált kristályösszetétellel történtek. A

4. ábra. A hagyományos, döntött impulzusfrontú gerjesztésű THz-es sugárforrás és a kontaktrács ötvözetű: a hibrid sugárforrás.



hatásfok további jelentős növeléséhez vezet a kristály kriogénikus hűtése a THz-es abszorpció csökkenésének köszönhetően.

A terahertzes energia felskálázásához kézenfekvőnek tűnik a pumpáló energia növelése. Ez egyben a pumpanyaláb szélesítését is jelenti (jellemzően a pár mm-es tartományról akár néhány cm-esre), ugyanis ügyelni kell arra, hogy a pumpáló intenzitás ne érje el a LN kristály roncsolási küszöbértékét. A széles pumpanyalábok használatának azonban a hagyományos döntött impulzusfrontú THz-es gerjesztési séma két esszenciális jellemzője korlátot szab. Egyik a leképezési hibák jelenléte, ez a nagy szögdiszperzióval rendelkező pumpanyaláb impulzusainak a transzverzális koordinátáival növekvő impulzushosszabbodásában mutatkozik meg, ami a konverziós hatásfok telítődéséhez vezet. A másik korlátozó tényező a nemlineáris kristály prizmaalakja. Azon kristályoknál, amelyeknél az ékszög jellemzően nagy (ilyen a LN) a hatásfokromlás mellett a nyaláb minőségének romlásával is szembe kell nézni. Széles pumpanyaláb esetén ugyanis a pumpanyaláb keresztmetszetben átellenes két oldalán keltett THz-es nyaláb jelentősen eltérő hosszon keltődik, így a LN kristályban eltérő mértékű abszorpciónak és diszperzióknak van kitéve és a nemlineáris hatások is különbözők. Emiatt a pumpanyaláb két oldalán szimmetrikusan elhelyezkedő részekén keltett THz-es impulzusok intenzitása, valamint az impulzusokban az elektromos tér időbeli lefutása jelentősen különbözik egymástól, azaz gyengébb koherenciájú, erősen aszimmetrikus THz-es nyaláb keletkezik. Emiatt a THz-es nyaláb nem lehet erősen (a diffrakció által meghatározott korlátnak megfelelően) fókuszálni. Ez ellehetetlenít olyan fontos alkalmazásokat, mint a THz-es térrel történő részecskegyorsítás.

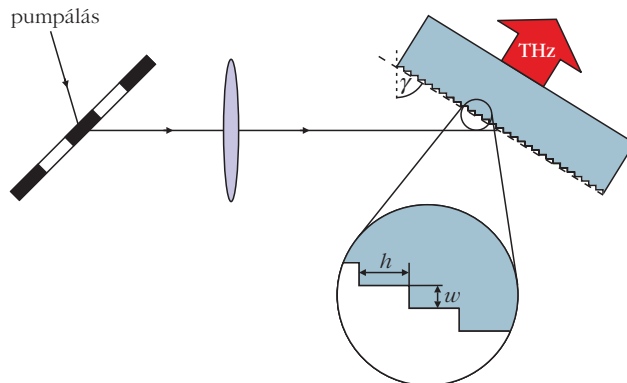
Olyan elrendezéseket kerestünk, amelyekkel leképezés nélkül (vagy redukált leképezési hibákkal), illetőleg plánparalel (vagy kis ékszögű) LN kristállyal lehet megvalósítani a THz-keltést.

Javasoltunk egy úgynevezett kontaktrács-sugárforrást, amely a leképező optika kiiktatásával kompakt módon egyesíti a szögdiszperziót (és azon keresztül az impulzusfrontdőlést) létrehozó rácsot és a nemlineáris kristályt. A diffrakciós rács a kristály bemeneti felületén van kialakítva, praktikusán a kristály anyagából. Egy előnyös kiviteli alak a bináris négyszögrács. Azonban a rács finomszerkezetére is kiterjedő elméleti szimulációk sorozatainak és

a gyártási próbálkozásoknak konklúziói LN esetén nem voltak biztatóak. A jó diffrakciós hatásfokú becsatoláshoz egyrésztől ugyanis olyan nagy, körülbelül 3000 1/mm-es modulációsűrűség szükséges, ami az ionmaratásos technológia precizitásának határait átlépi. Kísérleti próbálkozások eredményeként a derékszögű bináris profil helyett csak trapézprofil sikerült létrehozni. Ez pedig drasztikus diffrakciós hatásfokcsökkenéshez vezet. Másrésztől továbbra is prizma alakú LN kristályra van szükség, bár a hagyományos esethez tartozónál kisebb (körülbelül 45° -ra csökkent) ékszöggel. Szükséges továbbá a belépő oldalon törésmutató-illesztő köze alkalmazása is.

E problémákat jelentősen redukálja egy, a 4. ábrán látható hibrid séma, amely a hagyományos elrendezés és a kontaktrács ötvözet. A sebességillesztéshez szükséges szögdiszperzió két lépésben jön létre: egyrészt az optikai rácson, másrészt a LN kristály bemenetén lévő kontaktrácson. Ebből következően a leképezési hibák okozta impulzustorzulások a hagyományos elrendezéshez képest redukálódnak, mivel a leképező optikát érő nyaláb szögdiszperziója csökken. Másrésztől az optikai rácscsal történő impulzusfront „elődöntésnek” köszönhetően kisebb feladat hárul a kontaktrácsra, a szükséges karcolatsűrűséget ezáltal olyan értékre redukálva, ami jelentősen csökkenti a gyártástechnológiai nehézségeket. Harmadrésztől a szükséges ékszög értéke is mintegy 30° -ra csökkent. Ezen hibrid séma kísérleti megvalósítása előkészítés alatt van.

A hagyományos gerjesztési sémával szembeni egyik fő kritika, hogy a nagy szögdiszperzió a széles spektrummal rendelkező pumpaimpulzus gyors időbeli szétfolyását eredményezi a kristályban. Ennek kiküszöbölésére *Ofori-Okai* munkatársaival [9] a döntött impulzusfrontú terahertzességkeltés egy olyan, a szögdiszperzió hátrányos hatásaitól mentes változatát javasolja, amely a pumpanyaláb impulzusfront döntését a mikrométeres nagyságrendbe eső periódusú diffrakciós rács helyett egy nagyságrendileg nagyobb, körülbelül száz mikrométeres periódusú lépcsős struktúrán való reflexióval valósítja meg (reflexiók echelle rácst alkalmazó keltési elrendezés). Elemi megfontolások szerint a reflexió során az impulzusfront finomszerkezete szintén lépcsős lesz, amelynek mélysége a lépcsős rács lépcsőmélységének kétszerese, magassága a lépcsős rács lépcsőmagasságával azonos lesz. Az impulzusfront átlagos dőlésének mértékét a lépcsős struktúra lépcsőinek magassága és mélysége határozza meg. A keltési módszer hátránya a lépcsős szerkezetű impulzusfront periodikus fázistoló hatása, ami túl durva lépcsős struktúra esetén a keltett THz térre nézve destruktív interferenciát eredmé-

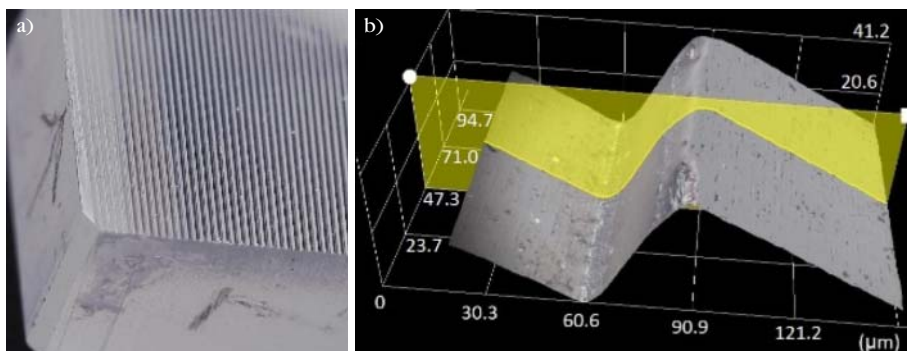


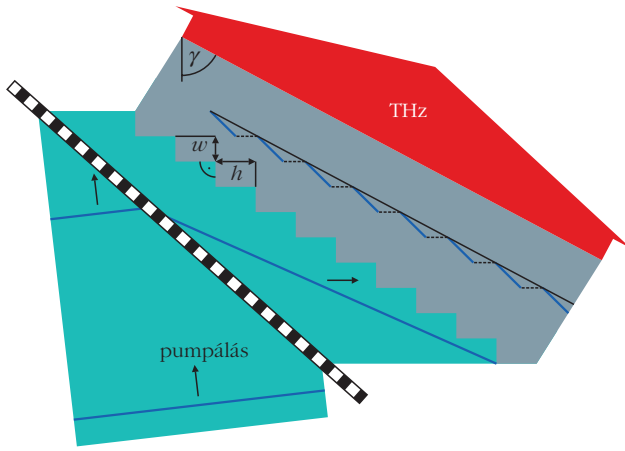
5. ábra. Az optikai rácst, leképező optikát és plánparalel lépcsős rácsot tartalmazó THz-es sugárforrás.

nyez. A sebességillesztés által megkövetelt mértékű impulzusfrontdőlés a pumpanyaláb terjedési útjában elhelyezett leképező optikával kerül beállításra. A keltett THz-es sugárzás a kristálybeli lépcsős impulzusfront burkolójára merőlegesen terjed. Ennélfogva a THz-es sugárzás kristályból történő kicsatolásához pontosan olyan (LN alkalmazásakor $\gamma = 63^\circ$ -os) ékszöggel kialakított prizma szükséges, mint a konvencionális esetben, ami – mint fent kifejtettük – komoly korlátozó tényező a THz-es energia felskálázásában.

Sikerült olyan megoldást találnunk, amely lépcsős rácsot alkalmaz, de lehetővé teszi plánparalel kristály használatát. A 4. ábrán bemutatotthoz hasonlóan, első lépésben optikai rácst és leképezést használunk, a hibrid kontaktrács helyett viszont lépcsős rács bemenettel rendelkező plánparalel nemlineáris kristályt. Megmutattuk, hogy a sebességillesztett, maximalizált hatásfokú THz-es impulzusokeltés egy jól definiált gerjesztési geometriával valósítható meg. Nevezetesen, a kristály belépő felülete burkolójának normálisa a beeső nyalábbal γ szöget kell, hogy bezárjon (lásd 5. ábra). A képsíknak, illetve az elődöntéssel rendelkező impulzusfrontnak pedig szintén γ szögben kell dőlnie, azaz párhuzamosak kell legyenek a belépőfelület burkolójával. Ekkor ugyanis a belépést követően szegmentálttá vált impulzusfront burkolója (amelyre merőlegesen terjed a keltett THz-es nyaláb) párhuzamos lesz a kristály be- és kilépőfelületével. Széles paramétertartományra kiterjedt szisztematikus modellszimulációk konk-

6. ábra. A plánparalel LN kristályon kialakított lépcsős rács prototípusának mikroszkópos képe (a). Egyetlen lépcső és annak profilja (b).





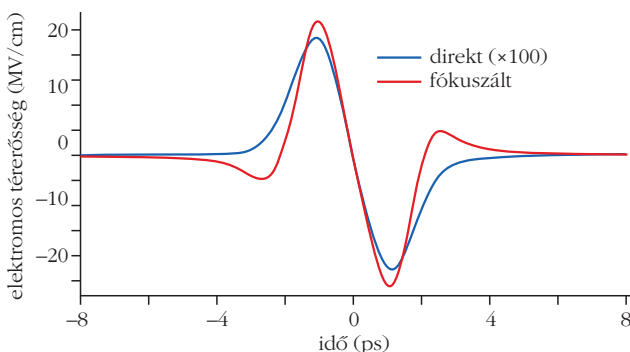
7. ábra. Az optikai rácsot és kis ékszögű lépcsős rácsot tartalmazó, leképező optikától mentes THz-es sugárforrás elvi vázlatja.

lúziói alapján 1% körüli konverziós hatások mellett több száz kV/cm-es csúcs elektromos térerősséget várhatunk. Centiméteres szélességű pumpálónyalábal pedig megközelíthető a mJ-os THz-es impulzusenergia-szint.

A lépcsős struktúra száz mikrométeres tartományba eső, w lépcsőszélességű lépcsőinek optikai minőségű mikromegmunkálása nem magától értetődő feladat. Az ipari partner (KUGLER GmbH) által ultraprecíz gyémántmaróval megmunkált mintadarabbal (amelynek mikroszkópos felvételei a 6. ábrán láthatóan) összeállított THz-es forrással sikerült THz-keltést demonstrálni. Hatásfokot tekintve szerényebben teljesített a forrás annál, ahogy azt előzetesen jósoltuk. Ennek oka többek közt a lekerekített lépcsőfok (6. ábra). Tervezzük a kristály nagyobb méretben való előállítását, és a technológia finomítását. Az impulzusalakot tekintve viszont az elméletileg jósolttal szinte tökéletesen megegyező, gyakorlatilag egyciklusú THz-es impulzusokat sikerült detektálnunk.

Az 5. ábrán látható leképezés elhagyásával még egyszerűbbé, kompaktabbá tehető az elrendezés, sőt a leképezési hibák korlátaitól is mentesülünk. Ennek ára viszont, hogy fel kell adnunk a kristály plánpáralel jellegét (7. ábra). Elméleti megfontolások és szimulációsorozatok eredményei alapján megmutattuk, hogy optimális (Littrow-elrendezésben használt rács) geometriával, kis értékű (jellemzően 10° alatti) ékszög

8. ábra. Terahertzes impulzusalak közvetlenül a kristályból történő kilépés után (kék), illetve fókuszálást követően (piros).



kialakításával néhány százalékos hatásokkal jó nyálábminőségű THz-es sugárzás kelthető [10].

A közelmúltban javasolt, úgynevezett hátoldali reflexiós lépcsősrács-sugárforrásunk [11] hatalmas előnye, hogy kompaktságában túlszárnyal valamennyi korábit. Egyetlen komponensből áll ugyanis, egy plánpáralel kristályból, amelynek hátoldala reflexiós lépcsős rácsként van megmunkálva. A működés alapelve hasonló a fent bemutatott lépcsős rácsokéhoz. További előnye, hogy a tökéletes THz-es nyálábminőség mellett biztosítja az energia feliskálázhatóságát. A 8. ábra mutatja a THz-es impulzus numerikus szimulációval meghatározott térerősségfutását közvetlenül a kristályból történő kilépés után, illetve fókuszálás után a fókuszban. A 6 cm átmérőjű (FWHM) THz-es nyalábot 5 cm-es fókusztávolságú lencsével 1 mm átmérőjűre fókuszálva a fókuszbeli csúcs térerősségre 25 MV/cm-t kapunk, ami nagyságrendbeli növekedést jelent a korábbiakhoz képest. Az impulzus alakja tökéletesen alkalmas töltött részecskék gyorsítására.

E cikkben a történeti hűséget megőrizve prezentáltuk a döntött impulzusfrontú gerjesztési módszeren alapuló THz-es impulzusforrások fejlődését. A kutatófejlesztő munkát az alkalmazások igényei által vezérelt innovatív szemlélet uralta. A *Fizikai Szemle* későbbi számában e témához szorosan kapcsolódóan az extrém nagy elektromos térerősségű THz-es impulzusok részecskegyorsításra való alkalmazását szándékozzuk bemutatni.

Irodalom

- Buzády A., Tóth Gy., Unferdorben M., Hebling J., Oláh L., Hajdara I., Mező E., Lemli B., Kunsági-Máté S., Pálfalvi L.: Dielektromos jellemzők meghatározása a terahertzes frekvenciartományban. *Fizikai Szemle* 66/12 (2016) 413.
- Z. Tibai, M. Unferdorben, Sz. Turnár, A. Sharma, J. A. Fülöp, G. Almási and J. Hebling: Relativistic electron acceleration by focused THz pulses. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 51 (2018) 134004.
- L. Pálfalvi, J. A. Fülöp, Gy. Tóth, J. Hebling: Evanescent-wave proton postaccelerator driven by intense THz pulse. *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 17 (2014) 031301.
- D. Zhang, A. Fallahi, M. Hemmer, X. Wu, M. Fakhari, Y. Hua, H. Cankaya, A.-L. Calendron, L. E. Zapata, N. H. Matlis, F. X. Kärtner: Segmented terahertz electron accelerator and manipulator (STEAM). *Nature Photonics* 12 (2018) 336.
- Gy. Tóth, Z. Tibai, A. Sharma, J. A. Fülöp, J. Hebling: Single-cycle attosecond pulses by Thomson backscattering of terahertz pulses. *J. Opt. Soc. Am. B* 35 (2018) A103.
- J. Hebling, G. Almási, I. Kozma, J. Kuhl: Velocity matching by pulse front tilting for large area THz-pulse generation. *Opt. Express* 10 (2002) 1161.
- J. Hebling: Derivation of the pulse front tilt caused by angular dispersion. *Opt. Quantum Electron.* 28 (1996) 1759.
- J. A. Fülöp, Z. Ollmann, C. Lombosi, C. Skrobol, S. Klingebiel, L. Pálfalvi, F. Krausz, S. Karsch, J. Hebling: Efficient generation of THz pulses with 0.4 mJ energy. *Opt. Express* 22 (2014) 20155.
- B. K. Ofori-Okai, P. Sivarajah, W. Ronny Huang, K. A. Nelson: THz generation using a reflective staircase echelon. *Opt. Express* 24 (2016) 5057.
- Gy. Tóth, L. Pálfalvi, J. A. Fülöp, G. Krizsán, N. H. Matlis, G. Almási, J. Hebling: Numerical investigation of imaging-free terahertz generation setup using segmented tilted-pulse-front excitation. *Opt. Express* 27 (2019) 7762.
- Gy. Tóth, L. Pálfalvi, Z. Tibai, L. Tokodi, Z. Mártion, G. Almási, J. Hebling, *Opt. Express*, elbírálás alatt.

A korszakalkotó csillagászati űrtávcsövek listáján valószínűleg előkelő helyen szereplő *Kepler-teleszkóp* egy nemzedékeken átívelő sikertörténet főszereplőjeként alapjaiban változtatta meg a Naprendszeren kívüli planétákról alkotott nézeteinket. Kulcsfontosságú szerepe ugyan kétségtelen az exobolygók világának megismerésében és kiterjesztésében, jelentősége azonban nem szűkíthető be annak határai közé. Majd évtizedes küldetése során a Kepler – többek között – változócsillagokat, szupernóvákat, aktív galaxismagokat és naprendszerbeli égitesteket egyaránt vizsgált. Lehetetlen lenne áttekinteni azt a rengeteg tudományos cikket, amelyek megszületését a Kepler 2018 novemberéig tartó megfigyelési tettek lehetővé. A továbbiakban kiterjedt tudományos repertoárjának fontosabb pontjait ismerhetjük meg. Mindezek előtt érdemes áttekinteni, mi tette lehetővé, hogy a Kepler elérje a korábban példátlan teljesítményt.

Egy új korszak kezdete

A Kepler 2009. márciusi világűrbe juttatását – más NASA-projektekhez hasonlóan – több, mint egy évtizedes előkészületi munkálatok előzték meg. Nagyon téved az, aki úgy gondolja, a sikerhez vezető út sima és egyenes – a Kepler-projektet vezető *William Boruckinak* és csapatának is sok buktatón kellett átverekedni magát, míg javaslatukat végül elfogadták [1]. A Kepler eleinte inkább optimista fantasztikumnak tűnt, mint potenciálisan megvalósítható tudományos űreszköznek. Azonban a korábban lehetetlennek ítélt küldetés – a technológia fejlődésének hála – az új évezred beköszöntével mégis szabad utat kapott, és hamarosan megkezdhetette tudományos vizsgálatait.

A Kepler fő profilja egyértelműen a más csillagok körül keringő exobolygók felfedezése, azon belül is a Földhöz hasonló kőzetbolygók arányának meghatározása volt. A küldetés arra a kérdésre is próbált választ találni, hogy mennyire gyakoriak az ilyen típusú bolygók a Naphoz hasonló sárga törpecsillagok körül. Ezek mellett természetesen további, a Jupiterhez hasonló gázbolygók detektálását is várták a távcsőtől; valamint a csillagok belső szerkezetének feltérképezése



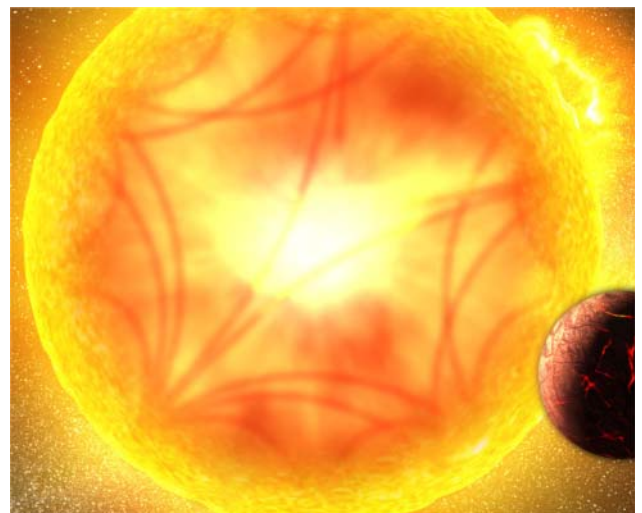
Boldog Ádám exobolygász. A csillagászat iránti szeretetet – mint valószínűleg sokan mások – a science fictionnek köszönheti. Ez is motiválta, hogy kutatási területként a tudományos-fantasztikumhoz jelenleg legközelebb álló témát válasszon: a Föld-típusú exobolygók lakhatóságának vizsgálatát. Jelenleg a TRAPPIST-1 rendszer planétáinak mágneses terét igyekszik kiszámítani, hogy kiderítse, milyen mértékű védelmet nyújtanak a bolygók számára.

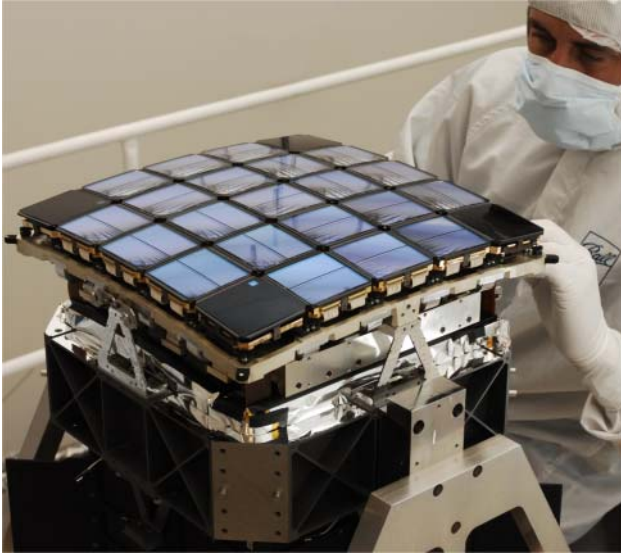


A Kepler-űrtávcső (forrás: NASA Ames, JPL Caltech).

zése az *asztroszeizmológia* módszerével szintén a Kepler feladatkörébe tartozott – először csak mint a bolygók gazdacsillagai jobb megismerésének kiegészítő eszköze, később önálló, épp a Kepler (és korábban az európai CoRoT) segítségével megszülető tudományágként. Ennek lényege, hogy a csillag belső szerkezetéről annak „csillagregnései” hordoznak információt (csakúgy, mint bolygónk esetében a földrengések), amelyek a csillag fényességének kismértékű változásában nyilvánulnak meg (1. ábra). A csillag rezgése által generált hullámok terjedésének sebessége függ a hullám típusától, valamint azon közeg sűrűségétől, amelyen áthalad [1]. Csillagok esetén kétféle hullámtípust különböztetünk meg: a csillagok külső rétegeiben bekövetkező változásra érzékenyebb *p-módusokat*, illetve a belső, a csillag magjához közeli régióról információt hordozó *g-módusokat*. Az oszcillációs módusok elnevezése azok természetére utal: a „p” az angol *pressure*, a „g” pedig a *gravity* szóból ered

1. ábra. A csillagokban terjedő és felszínüket elérő rezgések információt hordoznak a csillagok belsejéről (forrás: G. P. Diaz/IAC).





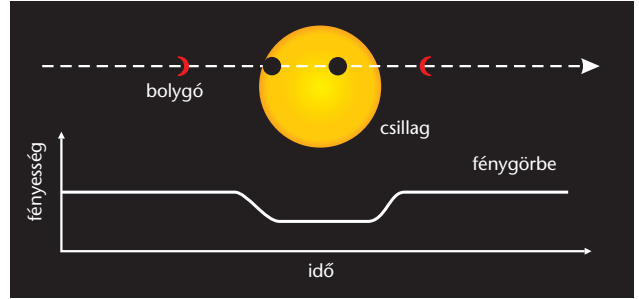
2. ábra. A Kepler-űrtávcső detektorrendszere a laboratóriumban (forrás: NASA, Ball Aerospace).

(nem azonos a gravitációs hullámokkal [gravitational waves!]). Mivel a csillagokban jelen lévő nyomási hullám a hanghullám, a p-módusú hullámokat szokás akusztikus oszcillációknak is nevezni. Ebben az esetben a csillaggáz összenyomását és tágulását a konvekció által gerjesztett rezgések keltik. A Naphoz hasonló típusú és vörös óriás – vagyis kiterjedt konvekciós zónát tartalmazó – csillagok esetében a bennük terjedő hanghullámok a csillagot pulzációra kényszerítik. A g-módusú rezgések esetében a visszatérítő erő szerepét nem a nyomás, hanem a felhajtóerő tölti be. Az asztroszeizmológia módszere ezen hullámok felszíni oszcillációinak alapján képes megközelítést adni a csillagok sugarára, tömegére és korára is.

A küldetés eszköze

A Kepler 1,4 méter átmérőjű, Schmidt-típusú tükrös távcsöve az égbolt 105 négyzetfokos területét vizsgálta. A misszió első 4 évében a Kepler a Tejútól északra, a Hattyú és a Lant csillagkép határán húzódó területet tartotta folyamatos megfigyelés alatt. Látómezejében egyszerre 150 000 csillag fényességét mérte. A célterület kiválasztásában fontos szempont volt, hogy az az ekliptikán kívül essen, ezáltal egész évben megfigyelhető legyen.

A távcső célja az exobolygók fotometriai úton történő detektálása volt. Amikor egy bolygó elhalad csillaga előtt, kitakarja annak egy részét. Ezt a csillag fényességének csökkenéseként érzékeljük abban az esetben, ha a bolygópálya síkja közel a látóirányunkba esik. Ahhoz, hogy egy Föld méretű kőzetbolygó által okozott fényességcsökkenést érzékeljünk egy Nap-típusú csillag körül, 10^{-5} – 10^{-6} relatív pontosságú fotometriai eszközre van szükségünk. A Kepler 42 darab CCD-ből összeállított detektora képes volt ilyen mértékű precizitásra (2. ábra). Ez a rendkívüli pontosság tette lehetővé azt is, hogy a csillagok belső



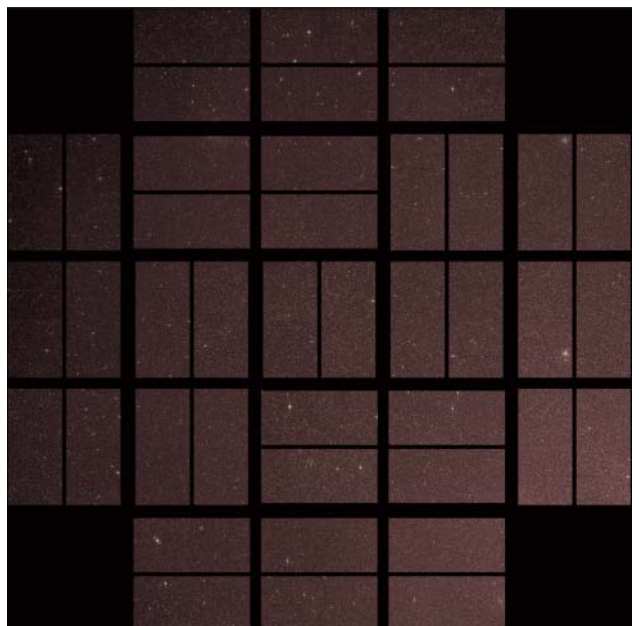
3. ábra. Az exobolygó a tranzit során kitakarja a csillagkorong egy részét, ami a rendszer fényességének csökkenését okozza (forrás: NASA Ames).

szerkezetét is vizsgálni lehessen [1]. A Kepler heliocentrikus pályán keringett 372,5 napos periódussal, energiaellátása napelemek segítségével történt. Azért, hogy ezeket folyamatosan fény érje, a teleszkópot negyedévente elforgatták 90 fokkal a látóirány mentén. A távcső így ugyanazt a területet figyelhette egész évben, pusztán az változott háromhavonta, hogy melyik CCD-egység méri az égbolt adott részét.

A sárga köves út – a Kepler első négy éve

A Kepler az exobolygók felfedezésére a tranzitmódszert alkalmazta [2]. Egy csillag fényességének periodikusan visszatérő csökkenéséből következtethetünk egy körülötte keringő bolygóra (3. ábra). Ez a fényességcsökkenés a Földről csak akkor észlelhető, ha a bolygópálya kedvezően áll (ha inklinációja közel 90 fokos), vagyis keringése során elhalad a csillaga és a Föld között. Emiatt az ilyen típusú detektálási mód elsősorban a csillagokhoz közel keringő bolygók felfedezésére érzékeny. Minél távolabb kering egy exobolygó csillagától, annál kisebb valószínűséggel áll fenn a kedvező pályakonfiguráció.

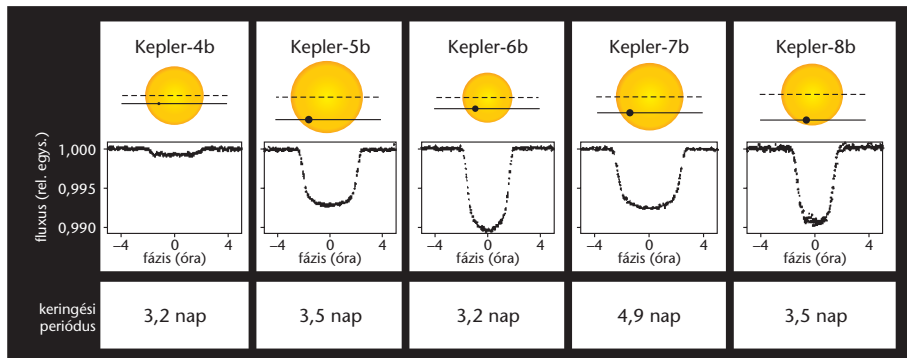
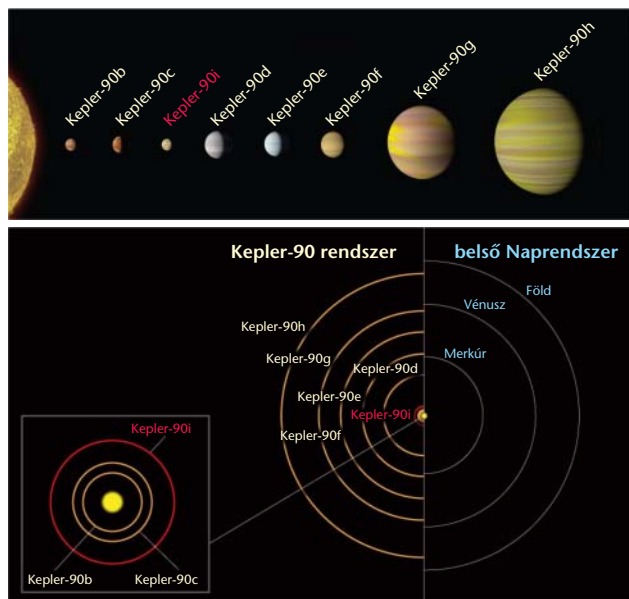
4. ábra. A Kepler első képe (forrás: NASA/Ames/J. Jenkins).



A Kepler első képe 2009 áprilisában született (4. ábra), és nem kellett sokáig várni az első felfedezésre sem. 2010 januárja jelentette a jég megtörését: a távcső által detektált első exoplanéta egy Jupiter típusú gázóriás volt (5. ábra). Egy év múlva sor került az első kőzetbolygó felfedezésére is: ez volt a Kepler-10b. A Kepler ezt követően szinte „futószalagon” szállította az újabb exobolygókat: az első kettőscsillag körül keringő bolygót 2011-ben fedezte fel (Kepler-16b [3]), amelyet később több (a Csillagok háborújából ismert bolygó mintájára tatóoine-oknak keresztelt) hasonló égitest követett. Ugyanazon év decemberében felfedezte első, egy csillag lakhatósági zónájában keringő bolygóját is.

A Kepler mérési adatai alapján rengeteg új ismeretet szereztünk a bolygórendszerek világával kapcsolatban: konvenciók dőltek meg, új hipotézisek születtek; meglepő eredmények hada került át a köztudatba. Kiderült, hogy az exobolygók nem pusztán gyakoriak a galaxisunkban, de számuk még a csillagokét is felülmúlja. A korábbi elképzelésekkel ellentétben arra is fény derült, hogy a Földhöz hasonló típusú kőzetbolygók szintén nagy számmal találhatóak más csillagok körül. A Kepler által elérhetővé vált pontosság nélkül korábban elsősorban a nagy tömegű gázóriások felfedezése dominált, ez a kiválasztási effektus pedig erősen befolyásolta az exobolygókkal kapcsolatos feltételezéseinket.

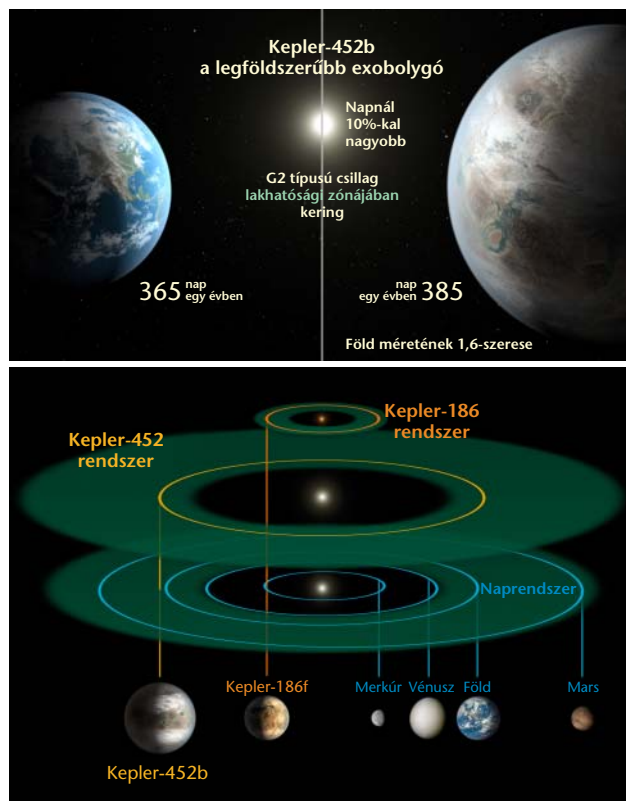
6. ábra. A legtöbb planétát tartalmazó ismert exobolygórendszer, a Kepler-90 bolygói és azok pályái. A rendszer igen kompakt, legtovábbi bolygója is 1 csillagászati egységben belül kering (forrás: NASA/Ames Research Center/W. Stenzel).

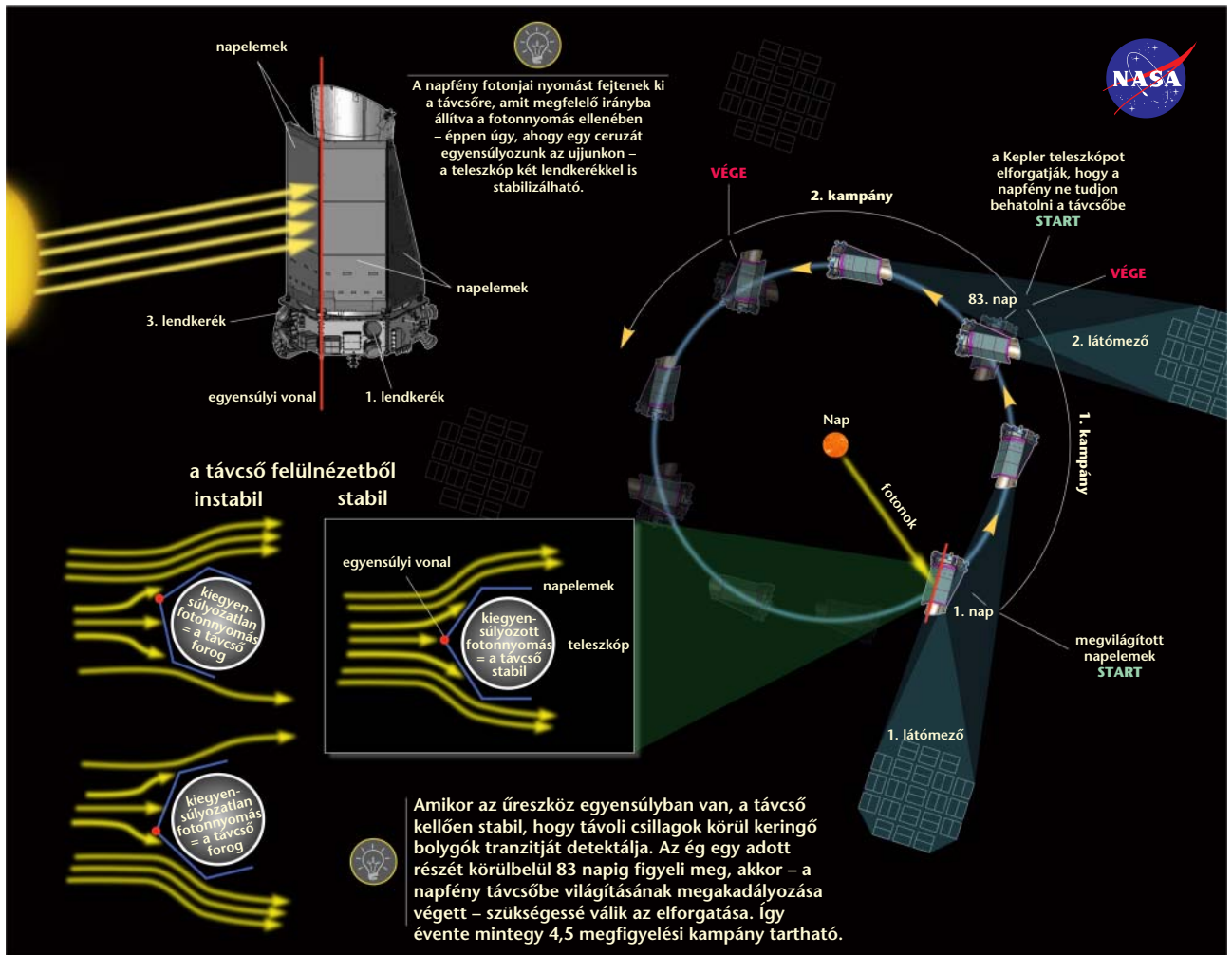


5. ábra. A Kepler által felfedezett első exobolygók Neptunusz és Jupiter méretű gázóriások voltak. A fénycsökkenés mértéke arányos a bolygó által kitart terület méretével (forrás: NASA/Kepler Mission).

A küldetés során olyan égitestek felfedezésére is sor került, amelyekre nem található példa a Naprendszerünkön belül [4]. Ilyenek a „szuperföldek” vagy a „mini-neptunuszok”, amelyek méretüket tekintve a Föld és a Neptunusz közötti tartományban találhatóak. Annak megállapítására, hogy gáz- vagy kőzetbolygóról van-e szó, az átlagsűrűségük, vagyis sugaruk és tömegük együttes ismeretére van szükség. A fotometriai úton detektált exobolygók esetében a fedés mélységéből a bolygósugár kiszámítható. Ehhez pusztán a csillag rádiuszának pontos ismeretére van szükség. Elméleti számítások szerint a kőzetbolygók mérete körülbelül 1,6 Föld-sugárig terjed, efelett inkább gázbolygó valószínűsíthető. A fotometriai méréseket a

7. ábra. A Föld „unokatestvére” tőlünk körülbelül 1400 fényévre kering egy, a Napunkhoz hasonló típusú, de annál 10%-kal nagyobb csillag körül. Zöld szín jelöli a lakhatósági zónát (forrás: NASA Ames/JPL-Caltech/T. Pyle & W. Stenzel).





8. ábra. A K2 küldetés látómezőjének kiválasztása mögött fizikai megfontolások álltak (forrás: NASA Ames/W. Stenzel).

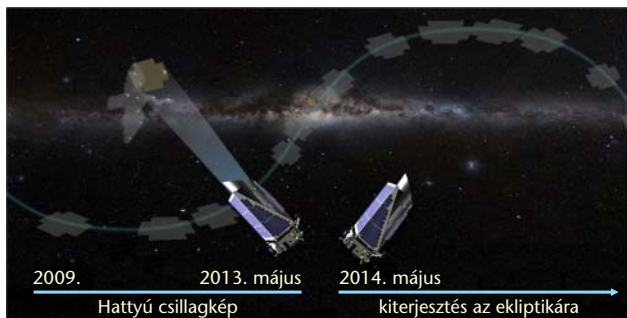
látóirányú (radiális) sebesség mérésével kiegészítve a bolygó tömegéről, ezek ismeretében pedig sűrűségéről is információt szerezhetünk. A Kepler nemcsak a bolygók, hanem a bolygórendszerek méretét illetően is sokrétű eredménnyel szolgált: skálája az egybolygóstól a nyolc planétát tartalmazó rendszerekig terjed (6. ábra) [5].

A NASA 2015-ben jelentette be egy olyan exobolygó felfedezését, amely hamarosan elnyerte a „Föld unokatestvére” címet. A Kepler-452b mérete és pályája sok hasonlóságot mutatott bolygónkéval. Földünkénél 1,6-szer nagyobb, amivel így a szuperföldek/mini-neptunuszok kategóriájába tartozik [6]. Csillaga a Napnál alig 10%-kal nagyobb és körülbelül 1 milliárd évvel idősebb. Az újonnan talált bolygó e – Napunkhoz hasonló – sárga törpecsillag lakhatósági zónáján belül kering, 385 napos periódussal (7. ábra). A két bolygó tehát sok mindenben hasonlít egymáshoz, azonban egy lényeges tulajdonságról még nincs információ: mégpedig arról, hogy a Kepler-452b a Földhöz hasonló kőzetbolygó-e, vagy sűrűsége alapján inkább a gázbolygókhoz hasonlatos. Lakhatósága szempontjából márpedig nem mellékes, hogy szuperföldről vagy mini-neptunusról van-e szó. Ezt az enigmát a bolygó detektálása óta nem sikerült feloldani.

A rendkívüli sikerek fényében a NASA 2012 áprilisában négy évvel meghosszabbította a küldetés időtartamát. A folytatás azonban nem úgy alakult, ahogyan bárki várta volna: 2013 tavaszára a távcső stabil pozicionálásáért felelős négy lendkerék közül kettő tönkrement, így a Kepler már nem tudta külső segítség nélkül az eredetileg kiválasztott terület megfigyelését végezni. Szükségessé vált a küldetés újragondolása, a megfigyelési mód totális átalakítása. E – kutatókat világszerte bevonó – szellemi erőfeszítés terméke lett a K2 küldetés.

Letérés a járt útról – a K2 misszió

A Kepler csapatára váró feladat egyszerűen megfogalmazható: egyensúlyban kell tartani a távcsövet, hogy az további mérések kivitelezésére alkalmas maradjon. Olyan módszer kiötlésére volt szükség, amely nem igényel mást, csupán a meglévő két lendkerék alkalmazását, lehetőleg minimális üzemanyag használatával. A megoldás pedig ott volt közvetlen a szemük előtt – mindössze 150 millió kilométerre. Egy leleményes elképzelés fogant meg a kutatók elméjében. A Nap fotonjai nyomást fejtenek ki az űreszközre, amely



9. ábra. A Kepler és a K2 küldetés során megfigyelt égiterek (forrás: NASA/ W. Stenzel).

forgatónyomatékok és a távcső elfordulását eredményezi. A távcső forgása azonban elkerülhető és a Kepler egyensúlyban tartható, ha a távcsövet olyan helyzetbe forgatják, hogy ez a forgatónyomaték minimális legyen [7]. Ahhoz hasonlatos manőver ez, mint amikor valaki ceruzát próbál egyensúlyozni az ujján. Ezt a konfigurációt akkor lehet megvalósítani, ha a Kepler tükrét elfordítja az első négy évben vizsgált terület felől – éppen az ekliptika síkjának irányába (8. ábra). Az egyensúly fenntartásához továbbá szükség volt a megfigyelési terület bizonyos időszakonként (körülbelül háromhavonta) történő megváltoztatására annak érdekében, hogy a távcső folyamatosan fenntarthassa kényes egyensúlyát. Ezenkívül, mivel instabil egyensúlyi állapotról beszélünk, a távcső lassan, majd egyre gyorsulva elkezdi kitérni ebből az állapotból, amit hatóránként kompenzálni kellett a fedélzeti hajtóművek begyújtásával. A Kepler ilyenformán az ekliptikát pásztázta végig, minden 83 napos kampány során más területre fókuszálva (9. ábra).

Ebben a felállásban a távcső üzemanyaga még évekig elegendő maradt – változtatni kellett azonban a tudományos stratégián, hiszen a csillagjuktól távol (több hónapos, éves periódussal) keringő bolygók felfedezése gyakorlatilag lehetetlenné vált. Így az „egyszerű” exobolygóvadász Keplerből egy szerteágazó tudományos palettát átfogó, temérdek kérdéskört vizsgáló űreszköz lett.

A K2 programja

Ahol egy ajtó bezárul, ott egy másik kinyílik – tartja a mondás, és ez a Kepler esetében is igaznak bizonyult. Nem is egy, hanem temérdek új lehetőség előtt nyílt meg az út az új küldetéssel: a kutatók fantáziája volt az egyetlen, ami határt szabhatott. A K2 programjának meghatározásához a tudományos közösségből bárki pályázatot nyújthatott be. Ezen kutatási javaslatok közül választották ki az adott negyedévre vonatkozó mérési irányelveket, amelyek immáron nem korlátozódtak az exobolygók felfedezésére. Az új néven elstartoló K2 misszió céljai között egyaránt szerepeltek változócsillagok fényességmérései, fiatal csillagok és nyílthalmazok vizsgálata, naprendszerbeli objektumokat célzó felmérések, csakúgy, mint csillagok és galaxisok aktivitását vizsgáló mérések, csillagok belső

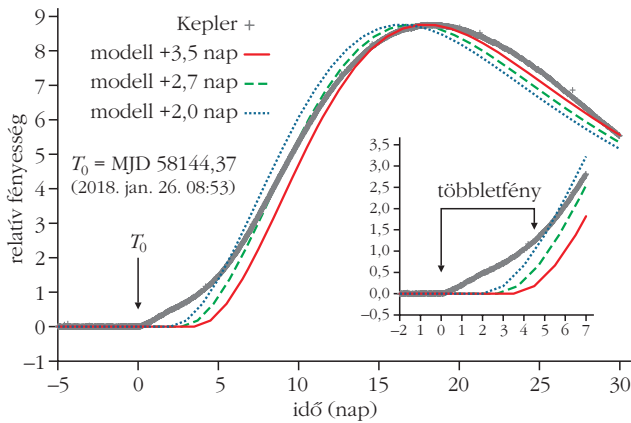
szerkezetét feltérképező asztroszeizmológiai kutatások, valamint szupernóva-robbanások fotometriai tanulmányozása. Magyar kutatók szorgalmazására került sor a Naprendszerünkben található, Neptunuszon túli kisbolygók fotometriai megfigyelésére [8]. Mindezek mellett természetesen továbbra is várták az újabb bolygók detektálását a Keplertől. A K2 során ugyanúgy fókuszba kerültek a fényes csillagok körül keringő planéták, mint az alacsony hőmérsékletű vörös törpecsillagok lakhatósági zónájában található exobolygók.

Élhető bolygók – haldokló csillagok

A Kepler a K2 során a lakható világok mellett ezek drasztikus ellentétét is vizsgálta: csillagok halálakor bekövetkező szupernóva-robbanásokat. Ezen folyamatoknak több fajtáját ismerjük: a nagy tömegű csillagok pusztulásakor végbemenő II-es típusú, valamint egy fehér törpecsillag felrobbanását kísérő Ia típusú szupernóvákat. A kozmológusok számára az utóbbiak kulcsfontosságú szerepet játszanak az Univerzum tágulási ütemének meghatározásában. Az Ia típusú robbanások eredete legalább egy, kettős rendszerben keringő fehér törpecsillaggal hozható összefüggésbe. A fehér törpék kis tömegű ($M < 8 M_{\text{Nap}}$) csillagok szénből és oxigénből álló maradványai, amelyek belsőjében a hőmérséklet nem éri el a szén begyulladásához szükséges értéket. A gyenge fúzióból származó sugárnyomás értéke nem elegendő, hogy egyensúlyt tartson a gravitációs összehúzóerővel. Az ilyen típusú objektumokban az elfajult elektrongáz nyomása kompenzálja a gravitáció kontrakciós hatását. Ia típusú szupernóva esetén egy fehér törpecsillag tömege valamilyen módon (például egy Roche-lebenyét kitöltő kísérőcsillagon keresztül, 10. ábra) akkorára nő, hogy megközelíti a Chandrasekhar-határt ($1,44 M_{\text{Nap}}$). E tömeg felett az ilyen csillagok nem maradhatnak egyensúlyban. Az egész objektum szétesésével és erős fényjelenséggel járó termonukleáris folyamat megy végbe. A tömeget felhalmozó fehér törpében beindul a szén égése, ami tovább növeli a maradványcsillag hőmérsékletét. Mivel az anyag elfajult (az

10. ábra. Az Ia típusú szupernóva-robbanás egyik lehetséges eredete egy Roche-lebenyét kitöltött vörös óriás kísérőről hidrogént akkretáló fehér törpe (forrás: NASA, JPL-Caltech).





11. ábra. A 2018oh jelű szupernóva korai időszakában detektált felfényesedés utalhat egy tárcsillag jelenlétére (forrás: csillagaszat.hu).

elektronok nyomása nem függ a hőmérséklettől), a fehér törpe nem tudja szabályozni saját fúziós folyamatait a tágulás és az ezzel járó hűlés útján. Ennek következtében – pozitív visszacsatolással – további fúziós reakciók indukálódnak. A folyamat végigsöpör az egész fehér törpén, és végül az objektum teljes felbomlásához vezet. Mivel az Ia típusú szupernóvák mindig hasonló tömegnél következnek be, a robbanás luminozitása (abszolút fényessége) is azonos. Emiatt *standard gyertyaként* (azaz az objektum távolságának meghatározására) alkalmazhatók. A valóság ennél természetesen bonyolultabb – nem ismerjük például pontosan a detonáció kiváltó okát –, így a szupernóvák fénygörbéinek minél precízebb kalibrációjára van szükség.

Az ilyen tranzienis jelenségek bekövetkeztének megjósolása jelenleg nem lehetséges. Éppen emiatt folyamatos, hosszan tartó megfigyelésre van szükség a szupernóvák detektálásához. Az is lényeges, hogy ezeket a jelenségeket minél korábban, a robbanás kezdetétől tudjuk megfigyelni, a fényesség változását pedig minél precízebben legyünk képesek megmérni. Így lehetőség nyílna a felrobbanó rendszerre vonatkozó ismereteink bővítésére is. Kepler/K2 éppen ilyen adatokat volt képes szolgáltatni. Jelenleg két domináns elmélet vetekedik egymással, amelyek alapfeltevései az alábbiak:

- Egy vörös óriáscsillagból és egy fehér törpéből álló kettős rendszerben az óriáscsillagról a törpecsillagra áramló anyag idézi elő a robbanást.
- A szupernóvát két fehér törpe összeolvadása okozza.

Annak reményében, hogy bepillantást nyerhetünk ezen egzotikus folyamatok hátterébe, a Kepler-űrtávcső rendkívüli pontosságú fotometriai méréseit földi távcsövek megfigyeléseivel egészítették ki. Ez utóbbi vizsgálatok a rendszer kémiai összetételéről és színéről nyújtottak információt a robbanás során. Ezzel olyan tudás birtokába juthattunk, amely – ha nem is oldja fel véglegesen a rejtélyt – segítséget nyújthat az Ia szupernóvák természetének megismeréséhez.

A 2018oh jelű szupernóva fénygörbéjét tanulmányozva egy különös jelenségre lettek figyelmesek a

kutatók. Míg egy hasonló robbanás felfényesedése körülbelül három héten keresztül zajlik, addig a 2018oh esetén ez mindössze néhány napba telt (11. ábra). A földi megfigyelések azt is kiderítették, hogy ebben az időszakban a szupernóva kék színben fénylett (ez a magasabb hőmérsékletek indikátora). A Kepler mérései alapján már a robbanás első pillanataitól kezdve rendelkezünk információval a szupernóva fényességéről. Adatokban tehát nem volt hiány – a következő lépés az elmélet megalkotása volt. Néhány kutató arra az eredményre jutott, hogy a megfigyeléseket alátámasztaná a vörös óriás kísérőcsillagot számításba vevő elképzelés. Feltevésük szerint a felrobbanó fehér törpétől származó lökeshullám nekiütöközt a tárcsillagnak, ezzel rendkívüli módon felmelegítve annak anyagát: ez magyarázza a tapasztalt magas hőmérsékletet és erős fényjelenséget [9]. Más kutatók viszont nagy mennyiségű radioaktív nikkelt bomlásával magyarázták a tapasztalt felfényesedést. Habár a Kepler sem hozott döntő bizonyítékot az Ia szupernóvák eredetéről zajló vitában, egy lépéssel mégis közelebb kerülhettünk ezen egzotikus jelenségek működésének megértéséhez.

Az amatőr légió

A Kepler-misszió lehetőséget biztosított arra is, hogy ne csak a hivatásszerűen csillagászokként dolgozó kutatók nyerjenek bepillantást a távcső által mért adatokba, hanem bárki, aki részese kívánt lenni az exobolygókra irányuló kutatásoknak. E „Citizen Scientist” program keretén belül a lelkes amatőrök akár otthonról vizsgálhatták a fénygörbéket. A program a Planet Hunters nevet kapta [10]. Mindennek azért volt jelentősége, mert a bolygókereső algoritmusok sem képesek kiszűrni minden tranzitot. Az algoritmusok által nem észlelt, de a fénygörbében valójában jelen lévő bolygóátvonulások detektálásához – a nagy adatmennyiséghez mérten – nagy számú kutató közreműködésére volt szükség. Kiváló megoldásnak bizonyult erre a Planet Hunters kezdeményezés, amely lehetővé tette a rengeteg fénygörbe emberi átvizsgálását. A program sikerét mutatja, hogy mindössze két héttel az indítása után, a Föld különböző tájairól már több mint tízezren vettek részt az exobolygó-vadászatban. E kezdeményezés érdeme a K2-128 sokbolygós rendszer felfedezése is, amelynek csillaga körül 5 planéta kering. A detektálás 2017-ben történt, és ez volt az első, teljes mértékben a publikum segítségével felfedezett multiplanetáris csillagrendszer.

A fényesség csökkenését természetesen más jelenség is okozhatja egy csillaga körül keringő exobolygón túl. Ilyen lehet például egy pulzáló változócsillag, amelynek fényessége a csillag sugarának növekedése-csökkenése hatására változik, vagy egy kettős csillagrendszer is. Sőt olyan eset is előfordulhat, amikor a fényesség változása nem sorolható be semmilyen általunk ismert folyamat közé. Ezek a jelenségek, habár a csillagászat más tájékán fontos mérési alapot szolgál-

tathatnak a kutatáshoz, az exobolygósűrítő programok számára észrevétlenek maradnak. Érdekes példa volt erre a – szintén közösségi erőfeszítések segítségével felfedezett – „Boyajian-csillag”. Ennek különös viselkedésére a bolygóvadászok bukkantak rá (12. ábra). Különlegessége abban rejlett, hogy a fényesség napokig tartó, drasztikus csökkenését nem lehetett megmagyarázni sem egy exobolygó, sem egy társ-csillag keringésével, de a csillag pulzációjából fakadó változást is ki lehetett zárni. Sorra születtek a jelenséget magyarázni próbáló elméletek: egyesek üstökösrajjal, míg mások egy gyűrűs bolygó és aszteroidák jelenlétével igyekeztek indokolni a furcsa fényességcsökkenéseket. A legextrémebb magyarázat egy idegen megastruktúra (úgynevezett Dyson-szféra) létezését okolta a látottakért. Egy sokkal valószínűbb elmélet szerint a különös viselkedést a csillag körüli porgyűrű jelenléte okozhatja [11]. A konklúzió egyelőre várat magára, ám egy biztos: ez a rejtély is megbűjt volna az algoritmusok radarja alatt a lelkes amatőr kutatók segítségével nélkül.

A Kepler évtizede

A Kepler több mint kilenc és fél éven át tartó, korszakalkotó felfedezésekben és meglepő eredményekben egyaránt bővelkedő mérési időszaka 2018. október 30-án ért véget. Ezen a napon végleg kifogyott a távcső pozíciójának tartásáért felelős rakéták üzemanyaga és megkezdődött a teleszkóp leállításának folyamata. A NASA november 15-én – éppen *Johannes Kepler* halálának évfordulóján – küldte el a Kepler számára utolsó, úgynevezett „Jó éjt!” parancsát. Működése során a távcső összesen több mint 2700 exobolygó detektálását tette lehetővé (ebből 360-at a K2 misszió során találtak), és ezek száma a mai napig nő, amint egyre több bolygójelölt kerül át a „megerősített” kategóriába. A küldetés egy évtizede alatt bolygók és bolygórendszerek széles skálájába engedett betekintést nekünk a Kepler, és választ hozott az exobolygók kutatók legégetőbb kérdéseire is [12]. Hála a távcső példátlan pontosságának, a misszió mögött álló fáradhatatlan kutatógárdának és a lelkes amatőr résztvevők tevékenységének, a Kepler megreformálta az exobolygókról alkotott nézeteinket és egy új korszak kapuját nyitotta meg előttünk. A küldetés eredményezte a Naprendszeren kívül ismert legtöbb bolygót tartalmazó bolygórendszer felfedezését is, ahol a központi csillag körül nyolc bolygó kering. Rendkívül pontos fotometriai képességeinek és a kutatók leleménységének köszönhetően



12. ábra. A Boyajian-csillag furcsa fényességváltozását egy csillagtól távoli porgyűrű okozhatja, ami egy szétesett bolygóból származhat (forrás: NASA, JPL-Caltech).

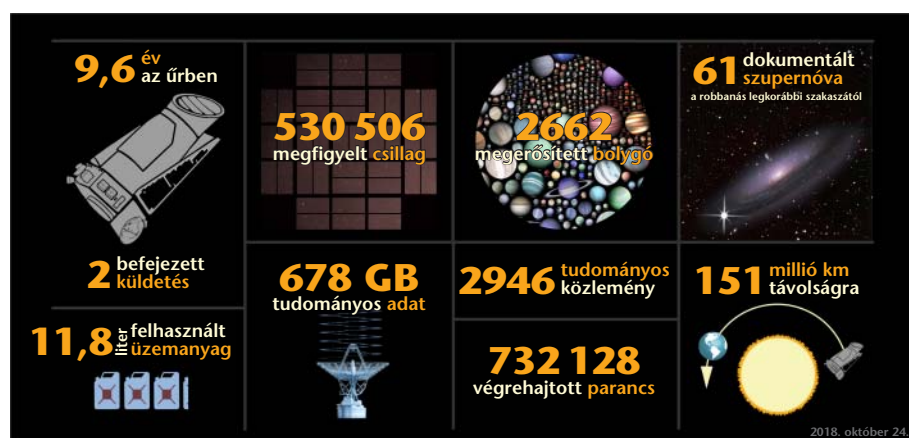
kitűzött célját többszörösen felülmúlva szupernóvakat, naprendszerbeli objektumokat, távoli kvazárokat, változó, aktív és kettőscsillagokat érintő kérdésekben is nagy jelentőséggel bíró adatokhoz juthattunk hozzá (13. ábra). A K2 küldetés kiváló példája volt annak, hogyan képes a kutatóközösség előnyt kovácsolni egy előre nem látott problémából.

A Kepler története azonban még nem ért véget, terjedelmes mennyiségű adatának és az idáig meg nem erősített több mint 2000 bolygójelöltjének analízisére továbbra is zajlik. A Kepler álomba szenderülése után is megoldandó rejtélyek és újabb kihívások elé állítja a kutatókat. Az exobolygók felfedezése sem ért a végére, sőt még csak a legelején járunk e generációkon átívelő történetnek. A stafétát a TESS űrtávcső vette át nagymúltú elődjétől, amely 2019 júliusában fejezte be a déli égbolt feltérképezését, és kezdte az északi területek átfésülését. Ám akárhová vezesse is a világ kutatóit ez a feltérképezetlen útvesztő, akármilyen megdöbbentő eredmények birtokába jussunk is az exobolygók változatos világával kapcsolatban, mindenki emlékezni fog rá: a Kepler járt itt először.

Irodalom

1. Szabó R.: Bolygóáradat és asztroszeizmológia – Elindult a Kepler-űrtávcső. *Fizikai Szemle* 59/4 (2009) 121–126.
2. Szabó M. Gy., Simon A., Szalai T.: Újdonságok az exobolygók világából. *Fizikai Szemle* 61/7–8 (2011) 217–222.

13. ábra. A Kepler kilenc és fél éves küldetésének összegzése számokban (forrás: NASA/Ames Research Center/W. Stenzel).



3. L. R. Doyle, J. A. Carter, D. C. Fabrycky és mtsai.: Kepler-16: A Transiting Circumbinary Planet. *Science* 333 (2011) 1602–1606.
4. Szabó R., Szabó M. Gy.: Kepler-bolygók kavalkádja. *Fizikai Szemle* 63/7–8 (2013) 217–222.
5. C. J. Shallue, A. Vanderburg: Identifying Exoplanets with Deep Learning: A Five Planet Resonant Chain around Kepler-80 and an Eighth Planet around Kepler-90. *The Astronom. J.* 155 (2018) ID 194, 21 pp.
6. J. M. Jenkins, J. D. Twicken, N. M. Batalha és mtsai.: Discovery and Validation of Kepler-452b: A $1.6 R_{\oplus}$ Super Earth Exoplanet in the Habitable Zone of a G2 Star. *The Astronom. J.* 150 (2015) ID56, 19 pp.
7. Molnár L.: Kepler: a kötéltáncos űrtávcso. *Fizikai Szemle* 64/6 (2014) 182–187.
8. A. Pál, R. Szabó, M. Gy. Szabó és mtsai.: Pushing the limits: K2 observations of the trans-Neptunian objects 2002 GV₃₁ and (278361) 2007 JJ₄₃. *The Astrophys. J. Lett.* 804 (2015) L45, 5 pp.
9. W. Li, X. Wang, J. Vinkó és mtsai.: Photometric and Spectroscopic Properties of Type Ia Supernova 2018oh with Early Excess Emission from the Kepler 2 Observations. *The Astrophys. J.* 870 (2019) ID12, 33 pp.
10. Planet Hunters: <https://www.zooniverse.org/projects/nora-dot-eisner/planet-hunters-tess>
11. H. Y. A. Meng, G. Rieke, F. Dubois és mtsai.: Extinction and the Dimming of KIC 8462852. *The Astrophys. J.* 847 (2017) ID131, 10 pp.
12. T. Bovaird, C. H. Lineweaver, S. K. Jacobsen: Using the inclinations of Kepler systems to prioritize new Titius–Bode-based exoplanet predictions. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 448 (2015) 3608–3627.

A FIZIKA TANÍTÁSA

AZ ORTVAY-VERSENY FELADATMEGOLDÁSAI ELÉ

A ma *Ortvay Rudolf Fizikai Feladatmegoldó Versenynek* nevezett versenysorozatot 1970 őszén indította útnak – még ifjú oktatóként – *Tichy Géza* és a közülünk már sajnos eltávozott *Major János* (1945–2015). A versenyen fizikával foglalkozó egyetemi hallgatók és doktoranduszok indulhatnak, a szokásos egyetemi anyagnál nagyobb kihívást jelentő, általában igen érdekes feladatok megoldásával. (Néha előfordul, hogy lelkes, a fizikát szerető középiskolások is beneveznek, olykor igen szép eredményt érve el.) A kezdetben stencilezett, az egyetem faliújságjára kiakasztott feladatok ma már az interneten (www.ortvay.elte.hu) jelennek meg, a magyar mellett angol nyelven is, mert a verseny immár húsz éve nemzetközi, jelentős számú külföldi résztvevővel.

A verseny idővel komoly rangot vívott ki, a doktori programokra vagy külföldi ösztöndíjakra való je-



Ortvay Rudolf (1885–1945) az elméleti fizika professzora volt a Pázmány Péter Tudományegyetemen (a mai Eötvös Loránd Tudományegyetem korábbi neve) a harmincas-negyvenes években. A korábban meglehetősen provinciális magyar elméleti fizikát működése során bekapcsolta a nemzetközi tudományos élet vérkeringésébe. Meghívására az éppen zajló tudományos forradalom vezető egyéniségei (például *Paul Dirac*, *Wigner Jenő*) látogattak Budapestre. Ortvay előadásain és szemináriumain a magyar egyetemi hallgatóság és a kutató közösség naprakész tudósításokat kapott a modern fizika frontvonalából. A későbbi tudósgeneráció sok tagja neki köszönheti tudományos indíttatását, a fizikai gondolkodás alapjainak és rugalmas felhasználásának megismerését. Érthető, hogy az ifjú tehetségek fizikai gondolkodásának fejlesztését célként kitűző versenysorozat Ortvay Rudolf nevét viseli.

lentkezésnél nagy súllyal esik latba az Ortvayn elért helyezés vagy dicséret (amelyet egy díszes oklevéllel igazolunk, és némi pénzjutalommal is megtámogatunk – köszönet az aktuális szponzoroknak!). A verseny egykori résztvevő közül ma már sokan komoly kutatóként dolgoznak magyar vagy külföldi egyetemeken, kutatóhelyeken.

A verseny eddigi 49 éve összes feladatának szövege megtalálható weblapunkon – a régi, stencilen megjelent feladatok átgépelve, a későbbi, már LaTeX-ben készült anyagok az eredeti pdf-verzióban. Igen, a feladatok szövege elérhető – de a megoldások nem! Pedig komoly igény mutatkozna rá: a szervezők évente körülbelül egy tucat kérelmet kapnak a világ minden tájáról, hogy küldjék el ennek vagy annak a feladatnak a „hivatalos” megoldását. A szokásos válasznak az, hogy a feladatok épp az önálló munka, a megoldás saját kitalálása és kidolgozása céljára szolgálnak, oldd meg te is! – másrészt nincs is „hivatalos” megoldásuk: sok feladat esetén a kitűző sem ismeri előre a választ, és érdeklődéssel várja a versenyzők megoldásait.

Az ötvenedik évforduló alkalmából némileg változtatunk ezen a politikán. Az évek során összegyűlt sok olyan érdekes és tanulságos Ortvay-feladat, amelynek megoldása, az alkalmazott váratlan ötlet vagy szellemes számítási módszer túlmutat magán a kitűzött problémán, más, hasonló jellegű feladatok megoldásához, és ezzel a fizikai gondolkodás mélyítéséhez is hozzájárulhat.

Megkezdjük tehát a *Fizikai Szemlében* az Ortvay-versenyek (szerintünk) legérdekesebb és legtanulságosabb feladataihoz kapcsolódó megoldások publikálását. A válogatás vállaltan szubjektív – és jelentős részben azon is múlik, találunk-e olyan lelkes szerzőt, aki vállalja az adott probléma részletes kidolgozását és újságban is közölhető megírását. A közölt megoldások egy része az adott feladat legsikeresebb megoldójától származik, de megjelenés előtt ellenőrizte a feladat kitűzője, esetleg kiegészítéseket és kommentárokat fűzött hozzá. A megoldások másik része egyenesen a feladat kitalálójának és kitűzőjének műve. A megoldások harmadik csoportját olyan lelkes egyetemi hallgatók dolgozták ki, akik ugyan az adott feladat megjelenésének évében még nem foglalkoztak a problémával (például mert akkoriban épp óvodába jártak), de később a weblapon megtalálták azt, beleszerettek, megoldották és kidolgozták. Az ilyen esetekben is igyekszünk megkeresni a feladat kitűzőjét bírálóat vagy kommentár begyűjtése céljából (már ha tudjuk, ki volt a kitűző – az első huszonegy évben ugyanis a szerző megjelölése nélkül jelentek meg a szervezők által összegyűjtött feladatok).

Megjegyezzük, hogy *Gombkötő Ákos* szegedi fizikus doktorandusz megkezdte az Ortvay-feladatok sokkal nagyobb körének feldolgozását és a megoldások publikálását egy weblapon. Ezek a megoldások azonban egyelőre nem tekinthetők végleges, a kitűző által jóváhagyott verzióknak. A *Fizikai Szemlében* viszont csak ilyen többszörösen ellenőrzött megoldásokat fogunk közölni.

Vállalkozásunk nem példa nélküli. Az első években (1971–74) az ELTE TTK Fizikus Diákkörének kiadásában kis füzet alakjában megjelentek az előző évi ver-

seny feladatai és megoldásuk. 1984-ben pár lelkes fizikus hallgató *Pótl János* szervezésében stencilezett formában adott ki néhány megoldást. A *Fizikai Szemle* 1993/3. számában pedig megjelent az 1991-es verseny egyik nevezetes, *Bibary Zsolt* által kitűzött patkányelméleti feladata *Károlyi Antal* és *Peták Attila* kidolgozásában, amelyből kiderült, hogy megfelelő körülmények között a patkányok gáza is mutat nyugodt/agresszív fázisátalakulást...

Terveink szerint egy-két havonta jelenik majd meg egy-egy Ortvay-probléma feldolgozása (a mostani első, kedvcsináló cikk kissé hosszabbra sikeredett – később már egyszerűbb és rövidebb megoldások következnek). A keményebb, mélyebb fizikai tudást mozgósító feladatok mellett igyekszünk sok egyszerűbb, középiskolai ismeretekkel is követhető, ám váratlan, szellemes megoldása vagy egy frappáns ötlet miatt mégis különösen érdekes problémát is bemutatni. A feladat tényleges megoldása mellett törekszünk hangsúlyozni az adott probléma vagy a megoldás során alkalmazott módszerek tanulságait, kapcsolódását más érdekes témákhoz, esetleg a fizika más területeihez, valamint az egykori megoldók által elkövetett, mások számára is tanulságos hibákra is felhívjuk a figyelmet. A közölt feladatok kiválasztásának épp ez, a saját magukon túlmutató kapcsolódási lehetőség lesz az egyik fő szempontja. Így – reményeink szerint – a megoldások megjelentetése nemcsak a potenciális Ortvay-versenyzők pusztá feladatmegoldó rutinját edzi, hanem általános fizikai érzékük és műveltségük gyarapítását is szolgálja.

Ebben a reményben indítjuk útjára a *Szemlében* a jubileumához érkező Ortvay-verseny megoldásainak rovatát.

Az Ortvay-versenyek szervezői

A SZUPERSZONIKUS MENTŐAUTÓ

Dávid Gyula
ELTE, Atomfizikai Tanszék

A probléma

A 2016. évi verseny 9. feladata. Kitűzte: Dávid Gyula

Számos fizikakönyv magyarázza a Doppler-effektust a mentőautó példáján: figyeljük meg a nyílegyenesen felénk közeledő mentőautó hangjának magasságát, majd tegyük meg ugyanezt a tőlünk távolodó mentőautóval is! Ám akik ezt a kísérletet a valóságban is végre akarták hajtani, rosszul jártak, mert a mentőautó elgázolta őket. Legyünk hát mi óvatosabbak! Álljunk félre a $V < c$ sebességgel (ahol c a hang sebessége a levegőben), egyenes vonalban mozgó mentőautó útjából, az úttól H távolságra! Számítsuk ki az állandó ω_0 frekvenciával szirénázó mentőautó észlelt



**ORTVAY
MEGOLDÁSOK**

hangjának frekvenciáját az észlelési idő függvényében! Ábrázoljuk a függvényt! Vizsgáljuk meg a szuperszonikus, $V > c$ sebességgel közlekedő mentőautó esetét is!

A gondos fizikus persze nem csak a mentőautó hangjának magasságát, hanem irányát is megfigyeli. Ugyanakkor optikai eszközökkel (például a szemével) is követi a mentőautó helyzetét (a fénysebességet jelen esetben végtelennek tekinthetjük). Ábrázoljuk a látott mentőautó irányszögének függvényében a hallott mentőautó irányszögét! Diszkutáljuk a szubszonikus ($V < c$), a szuperszonikus ($V > c$) és a kritikus ($V = c$) sebességű mentőautók esetét!

Köszönetemet szeretném kifejezni *Cserti Józsefnek* az ábrák elkészítéséért és a kézirat gondos átnézéséért.

Dávid Gyula bemutatását lásd e számunk 219. oldalán.

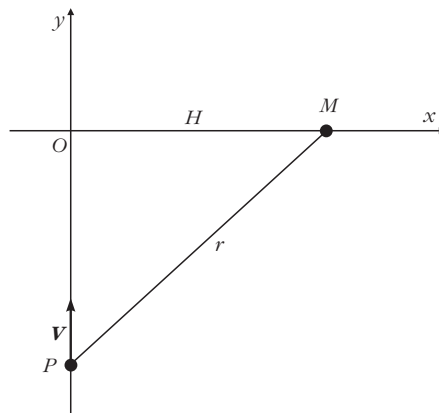
Általános megjegyzések

A feladatra 14 megoldás érkezett, ebből 4 volt majdnem teljes (a magyar versenyzők közül *Takátsy János*, akkor harmadéves fizikus hallgató kapott maximális pontszámot), 3 nagyrészt helyes, a többiek súlyos elvi hibákat követtek el. Az ember azt hinné, hogy ilyen egyszerűen érthető, akár középiskolás szinten is megoldható klasszikus fizikai feladatok esetén nem lehet „súlyos elvi hibákat” elkövetni – pedig dehogy nem...

Az utóbbi évek Ortvay-versenyeinek egyre általánosabb tapasztalata, hogy a korszerű számítógépek, numerikus és szimbolikus programok birtokában a fizikával foglalkozó hallgatók jelentős része úgy véli: a gépek és a programok minden problémát megoldanak, belegendolásra, a kérdések értelmezésére már nincs is szükség. Első – gyakran hibás – ötleteiket azonnal beütik a gépbe, az hamarosan igen tetszetős képletekkel vagy görbékkel válaszol, a fizikus pedig azt hiszi, hogy már készen is van a megoldás. Mások pedig a hagyományosabb utat követve több-kevesebb kézi vagy gépi számolással eljutnak egy bonyolult, áttekinthetetlen képlethez, és boldogan felsóhajtva azt adják be megoldásként. Pedig a feladat neheze még csak most következne: az eredmények, számadatok, grafikonok értelmezése, fizikai interpretációja, érvényességi határának megállapítása, a következtetések levonása... Persze ez csak akkor lehetséges, ha a számítási, numerikus és grafikus munka előtt a megoldó a feladat előzetes végiggondolását sem mulasztotta el. Ez az Ortvay-feladat tipikus példája volt a fentieknek. A beérkezett megoldások jelentős részében csak egy előzetes vázlat (lásd az 1. ábrát), majd a számítógép által kinyomtatott görbék fénymásolata következett – gyakran koordinátatengelyek, skálázás és bármiféle értelmezés nélkül. A megoldás javítója azt sem tudta, mit ábrázolt a szerző minek a függvényében, miért éppen négy, egymáshoz nagyon hasonló görbét küldött be, miben különbözött az egyes ábrákon vizsgált fizikai helyzet, és milyen következtetéseket lehet az eredményekből levonni. Mit jelent például az, ha egy Doppler-effektusra vonatkozó feladat számítógép által kiadott megoldásgörbéjén a frekvencia bizonyos esetekben mínusz végtelenhez tart? Vajon mi ennek a fizikai értelme? Sajnos a megoldásokból ez nem derült ki... Mások pedig egy másfél soros képlet birtokában, minden értelmezés és magyarázat nélkül vélték megoldottnak a feladatot. Az alábbiakban nem akarunk ezekbe a hibákba esni, ezért a képletek durrale felírása helyett előbb megpróbáljuk a feladatot fizikai háttérét alaposan végiggondolni.

Fizikai alapok

Kezdjük egy szubjektív megjegyzéssel. Amikor gyerekkoromban egy ismeretterjesztő fizikakönyvben először megláttam a Doppler-effektus észlelője felé száguldó mentőautót, majd a másik képen a már távolodó kocsit, biztos voltam benne, hogy a mentő viszi magával az elgázolt észlelőt is. De nem, az ábrán a



1. ábra. Az y tengely mentén V sebességgel mozgó mentőautó a τ időpontban a P pontban van. Az x tengely M pontjában nyugvó megfigyelő a t időpontban észleli a P pontban kibocsátott hangot. A c sebességű hang $(t - \tau)$ idő alatt teszi meg az r távolságot.

megfigyelő továbbra is ott állt, a mentőautó után bámulva. Ha viszont az észlelő nem pontosan az autó útjának egyenesében állt, akkor a közölt számolás nem lehet teljesen helyes... Ez a kérdés azóta is izgatott, és amikor először utánaszámoltam, meglepő mélységeket fedeztem fel benne. Mai ésszel azt mondom: ezt a problémát *Newton* és *Doppler* is Ortvay-feladatnak teremtette.

Első ránézésre a megoldás nagyon egyszerűnek tűnik. A mentőautó állandó V sebességgel mozog, helyzete ezért a τ idő lineáris függvénye (a τ jelölésnek nincs köze a relativitáselméletben használt sajátidőhöz, csupán a jel kibocsátásának τ pillanatát kívánjuk megkülönböztetni a jel észlelésének t pillanatától). Azt gondolhatjuk, hogy csak meg kell határoznunk, egy adott pillanatban milyen messze van az autó a megfigyelőtől, majd meg kell állapítanunk e távolság idő szerinti deriváltját, azaz a sebességvektor megfigyelő irányú komponensét, azután alkalmazhatjuk a Doppler-eltolódás szokásos formuláit. Az első bökkenő abban rejlik, hogy ekkor a keresett mennyiségeket a hang kibocsátása pillanatának függvényében kapjuk meg – a feladat pedig a megfigyelés pillanatának időadatai szerinti függvényekre kérdez rá (logikusan, hiszen a megfigyelő nem tudja közvetlenül, legfeljebb kikövetkeztetheti, mikor indult el az adott pillanatban észlelt hangjel). Az első feladat tehát annak kiszámítása, hogy a megfigyelő a t pillanatban a mentőautó melyik korábbi τ időpontban kibocsátott hangjelét észleli, azaz a $\tau(t)$ függvény meghatározása. Ez a matematikai probléma a fizika számos területén (akusztika, elektrodinamika, optika, kvantumelmélet) felbukkan – mindenhol, ahol egy időben változó helyzetű objektum által kibocsátott véges sebességű jel (hang, fény, elektronhullám stb.) terjedését kell vizsgálni. A feladat a „retardált” (magyarul késleltetett) beérkező jel kibocsátási időpillanatának meghatározása a beérkezés idejének függvényében. Ez a „retardálási” probléma általános esetben (ha a forrás elegendően komplex mozgást végez) bonyolult implicit egyenlethez vezet, amely zárt alakban nem, csak numerikus módszerekkel oldható meg. Szerencsénkre az egyenes vonalban,

állandó sebességgel mozgó hangforrás az analitikusan kezelhető esetek közé tartozik, és később meg is adjuk a megoldást. (Meg kell jegyeznünk, hogy a feladat megoldásával próbálkozóik közül többen nem is vettek tudomást erről a kérdésről, egyszerűen a jel kibocsátásának idejével számoltak.)

A második kérdés az, hogy mit is kezdünk a továbbiakban a kiszámított $\tau(t)$ függvénnyel. Hogyan lesz ebből Doppler-effektus? A szokásos tárgyalás során más-más Doppler-képletet alkalmaznak közeledő és távolodó források frekvenciájának kiszámítására. (Arról nem is beszélve, hogy további képletek érvényesek abban az esetben, ha nem a forrás, hanem a megfigyelő mozog a hanghullám hordozójához, a levegőhöz képest. Esetünkben ezzel nem kell foglalkoznunk, hiszen a feladat kikötötte, hogy a megfigyelő nyugszik.) De mi a helyzet akkor, ha a hangforrás nem nyílegyenesen közeledik a megfigyelőhöz, vagy távolodik tőle, hanem ferde vonalban, a forrást és a megfigyelőt összekötő szakasszal mindig más szöveget bezárva mozog? Ennek megértéséhez vissza kell mennünk a monokromatikus hullám matematikai leírásához.

Egy ω_0 frekvenciájú monokromatikus hangforrás által kibocsátott jel a τ időpont függvényében a következő alakba írható:

$$f(\tau) = A \sin(\omega_0 \tau + \varphi),$$

ahol A a hullám amplitúdója, φ pedig a kezdőfázisa. Ebbe a képletbe kell behelyettesíteni a geometriai és kinematikai alapon kiszámított $\tau(t)$ függvényt, így kapjuk meg a megfigyelő által a t pillanatban észlelt jel alakját. Emellett még figyelembe kell venni a jel amplitúdójának $1/r^2$ -tel arányos gyengülését is, ahol r a kibocsátás és az észlelés pontjának az időtől ugyancsak függő távolsága. A $\tau(t)$ és az $r(t)$ függvény általában igen bonyolult, nemlineáris alakú, így a megfigyelő által észlelt

$$F(t) = \frac{A \sin(\omega_0 \tau(t) + \varphi)}{r^2(t)}$$

jelalak egyáltalán nem monokromatikus, egyetlen ω frekvenciával jellemezhető függvény lesz. Ha nagyon precízek akarnánk lenni, kiszámíthatnánk e jel Fourier-transzformáltját, meghatározva spektrumát, azaz az egyes frekvenciákhoz tartozó monokromatikus komponensek relatív súlyát (ez talán a következő évek egyik Ortway-feladata lesz...).

Mégis van rá mód, hogy ezt az $F(t)$ függvényt – legalább a t pillanat egy rövid Δt környezetében –

$$F(t) = A' \sin(\omega(t) \Delta t + \psi)$$

alakba írjuk, ha az időtől függő $\omega(t)$ pillanatnyi frekvenciát így értelmezzük:

$$\omega(t) = \omega_0 \left| \frac{d\tau}{dt} \right|.$$

Ekkor a $\tau(t)$ függvény t körüli sorba fejtésével a szinuszfüggvény argumentuma valóban Δt lineáris függvénye lesz. Az abszolútérték-jelre azért van szükségünk, mert előfordulhat – és mint látni fogjuk, elő is fordul –, hogy a $\tau(t)$ függvény nem monoton, deriváltja előjelet vált. Viszont a szinusz argumentumában továbbra is pozitív frekvenciát szeretnénk látni. A fentiek alapján a beérkező jel pillanatnyi frekvenciája a $\tau(t)$ függvény deriválásával megkapható. Első lényeges megállapításunk tehát az, hogy a Doppler-effektusnak a nyugvó megfigyelő és tetszőlegesen mozgó forrás esetére vonatkozó általános képlete a következő:

$$\frac{\omega(t)}{\omega_0} = \left| \frac{d\tau}{dt} \right|, \quad (1)$$

ahol ω_0 a forrás által kibocsátott rezgés frekvenciája, $\omega(t)$ a nyugvó megfigyelő által a t időpontban észlelt jel pillanatnyi frekvenciája, a $\tau(t)$ függvény pedig a forrás retardált τ ideje a jel beérkezésének t időpontjával kifejezve.

Ennek az eljárásnak természetesen csak akkor van értelme, ha a hullám belső változásaira jellemző $1/\omega(t)$ nagyságrendű idő jóval rövidebb, mint az $\omega(t)$ függvény változására jellemző „külső” karakterisztikus időtartamok. Ez a feltétel nem teljesül például abban az esetben, amikor a formális számolásból $\omega \rightarrow 0$ adódik. Másrészt a sorfejtéses eljárás az $\omega \rightarrow \infty$ határesetben sem működik – ilyenkor a beérkező jel alakja annyira távol van a harmonikus rezgéstől, hogy semmiféle értelmes módon nem rendelhető hozzá pillanatnyi frekvencia. Látni fogjuk, hogy a szuperszonikus mentőautó fizikájának tanulmányozása során ebbe a jelenségbe is belebotlunk.

A részletes számolás előtt még néhány szót kell szólnunk arról, mit is jelent a mentőautó „hang alapján történő észlelése”. Az embernek két füle van, ezért az észlelt hanghullámok fáziskülönbsége alapján az agy meg tudja határozni a beérkező hang forrásának irányát. Ez a képesség gyakorlással jól fejleszthető. Ideálisnak feltételezett megfigyelőnk tehát úgy képzelhetjük el, hogy rögzített megfigyelőhelyén állva folyamatosan arra fordul, amerről a mentőautó éppen beérkező hangját hallja. Ha rálát a mentőautó által bejárt országútra, akkor látóvonalát meghosszabbítva ki tudja metszeni az út azon pontját, ahol az autó az általa éppen meghallott hangot kibocsátotta. Ez lesz tehát a mentőautó adott t pillanathoz tartozó látszólagos, vagyis inkább „hallatszólagos” helye. (Ha megfigyelőnk fülének intenzitás-érzékelése is elég kifinomult, akkor standard mentőautó-hangerő ismeretében a hangerősség változása alapján, az $1/r^2$ -es képletet felhasználva távolságot is tud becsülni, így közvetlen vizuális kapcsolat híján, pusztán az észlelt hang elemzésével is meg tudja állapítani a hang forrásának helyét.)

A feladat második kérdése a „látott” és a „hallott” mentőautó helyének összehasonlítására vonatkozik. Mivel a fénysebességet végtelennek vehetjük, a mentőautó „látott” helye megegyezik a t pillanatbeli valódi

helyével. A „hallott” mentőautó helyét pedig az előbbiek alapján a beérkező hang irányából meghatározhatjuk, ezzel (tudván, hogy a mentőautó állandó sebességgel mozog) egyben a beérkező hang kibocsátásának τ pillanatát is megtudhatjuk. Jó fülű megfigyelőnek a hallott hang irányába fordulással tehát tulajdonképpen a $\tau(t)$ függvény mérését végzi el. A gondolatmenetet megfordítva: ha elméleti úton kiszámítjuk a $\tau(t)$ függvényt, akkor ezzel reprodukáljuk a megfigyelő mérését, és máris válaszoltunk a feladat második kérdésére. (Pontosabban: a feladat szövege a „látott” és a „hallott” mentőautó irányszögére kérdez – a lineáris koordináták szögekre való átszámításának és újbóli ábrázolásának triviális feladatától megkíméljük az olvasót.) Másrészt – mint fentebb láttuk – e $\tau(t)$ függvény deriváltja egyben választ ad a feladat első, az észlelt frekvencia változására vonatkozó kérdésére is.

A retardált helyzet meghatározása

Számításaink első lépéseként helyezük el szereplőinket egy koordináta-rendszerben. Mozogjon a mentőautó a sík y tengelye mentén, pozitív irányba. A megfigyelő helyezkedjen el az x tengelyen, az origótól H távolságra levő M pontban. Az időszámítás nulla pontját válasszuk meg úgy, hogy a mentőautó éppen a $\tau = 0$ pillanatban legyen az origóban. Ezzel a mentőautó út-idő függvénye igen egyszerű alakú lesz: $y(\tau) = V\tau$. Az y tengely P pontjában levő mentőautó és a megfigyelő távolságát jelöljük r -rel. Mindezt az 1. ábrán vázoltuk fel.

A mentőautó egyszerű út-idő kapcsolatának ismeretében a feladatunkban keresett $\tau(t)$ függvény helyett az $y(t)$ függvényt is vizsgálhatjuk. A továbbiakban ennek meghatározására koncentrálnunk.

Ábránkról látható, hogy a Pitagorasztétel alapján

$$r = \sqrt{H^2 + y^2}.$$

A P pontban a τ pillanatban kibocsátott hangjel a t pillanatban érkezik meg a megfigyelő M pontjába, tehát az r távolságot $t - \tau$ idő alatt teszi meg, miközben a hang c sebességével mozog. Ezért $r = c(t - \tau)$. Ebben a képletben a τ időt kifejezhetjük a P pont y koordinátájával: $\tau = y/V$. Behelyettesítve az r távolság korábbi kifejezését az alábbi összefüggést kapjuk:

$$\sqrt{H^2 + y^2} = c \left(t - \frac{y}{V} \right). \quad (2)$$

Egyenletünk az y és a t változó közti kapcsolatot fejezi ki implicit formában, azaz megadja, hogy a megfigyelő a t pillanatban az y tengely mely pontjából érkező hangot hallja meg. Az egyenletet négyzetre emelve és rendezve y -ban és t -ben is másodfokú egyenletet kapunk, amelyet akár kézzel is megoldhatunk. Eddig az eredményig sok megoldó eljutott – csak éppen a lényeg, a kissé ijesztő kifejezés fizikai interpretációja maradt el.

Az olvasók elborzasztására mi is ideillesztjük a másodfokú egyenlet megoldásával kapott $y(t)$ függvény érdemi vizsgálatra és diszkusszióra teljesen alkalmatlan alakját:

$$y(t) = \frac{Vc^2 t \pm V\sqrt{V^2 c^2 t^2 + (c^2 - V^2) H^2}}{c^2 - V^2}. \quad (3)$$

Ígérjük, hogy a későbbiekben egy betűt sem használunk fel belőle.

Persze a képlet csak akkor értelmes, ha $V \neq c$, ezért külön meg kellene vizsgálni a $V = c$ esetet, kideríteni, mikor lesz nemnegatív a gyök alatti kifejezés értéke, mit jelent a két megoldás, melyik előjelet kell választani, lehet-e esetleg fizikai értelme mind a két megoldásnak.

A fentieket természetesen mind megtehetjük, de ez reménytelenül fáradságos, unalmas – és legfőképpen egyáltalán nem szemléletes.

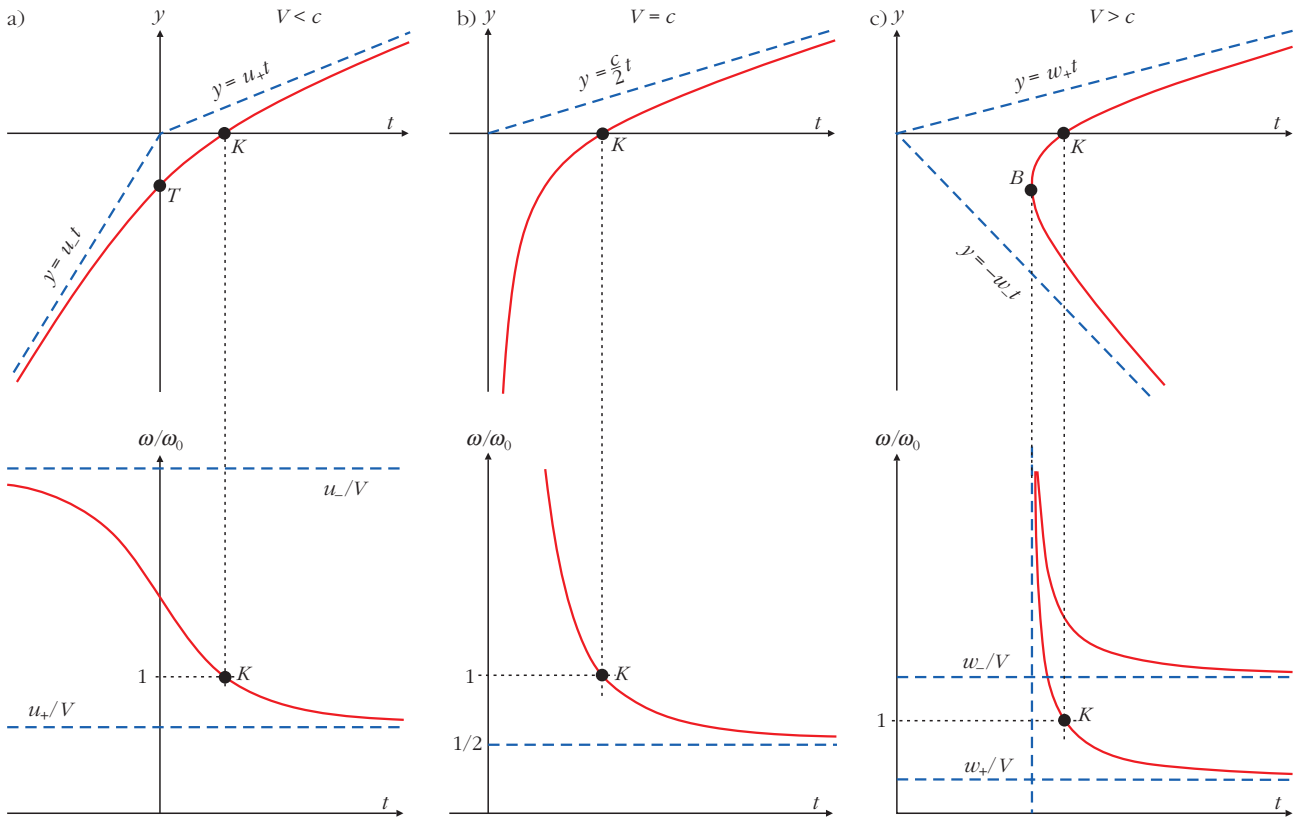
Ehelyett egészen más utat választunk az eredmény elemzésére. Visszatérünk a retardálás fizikai feltételét kifejező (2) egyenlethez. Ezt négyzetre emelve y -ban és t -ben is másodfokú egyenletet kapunk. Ez az egyenlet a (t, y) síkon egy másodrendű görbe, azaz kúpszelet egyenlete. Vajon milyen fajta kúpszelet lehet? Mivel a feladat fizikai feltevései alapján tudjuk, hogy az y változó, azaz a mentőautó helyzete a mozgás során $-\infty$ -tól $+\infty$ -ig változik, ezért görbénk két irányban is a végtelenbe nyúlik, így a kúpszeletek közül csak a hiperbola jöhet szóba.

Egy hiperbolát egyértelműen meghatároz, ha megadjuk egy pontját és két aszimptotáját. A keresett görbe, azaz az $y(t)$ függvény egy pontját könnyen megtalálhatjuk. Van olyan időpillanat, amikor a mentőautó hangját a megfigyelő éppen az x tengely irányából hallja. Ezt a hangot a mentőautó az O ponton áthaladva bocsátotta ki, az időmérés nulla pontjában. A hang innen a megfigyelő M pontjáig H távolságot futott be, ehhez H/c időre volt szükség. Van tehát a keresett $y(t)$ függvénygörbén egy K pont, amelynek koordinátái: $y = 0$ és $t = H/c$ (a pont K jele a pálya M -hez legközelebbi pontjára utal).

Már csak a hiperbola aszimptotáit kell meghatározunk. Amikor az y koordináta a negatív vagy a pozitív végtelenbe tart, a (2) egyenlet bal oldalán a gyök alatt a véges H mennyiség elhanyagolhatóvá válik, a gyök értéke pedig $|y|$ lesz. A hiperbola aszimptotáinak egyenlete tehát

$$|y| = c \left(t - \frac{y}{V} \right). \quad (4)$$

Ezt az y változóban elsőfokú egyenletet lényegesen könnyebb diszkutálni, mint a görbe másodfokú egyenletének (3) megoldását. Az $|y|$ értéket aszerint kell szétválasztani, hogy a mentőautó az y tengely negatív vagy pozitív részén jár. Másrészt azt is meg kell különböztetnünk, hogy szubszonikus ($V < c$), szuperszonikus ($V > c$) vagy kritikus sebességű ($V = c$) mentőautóval van dolgunk.



2. ábra. A felső ábrásor a szubszonikus (a), kritikus sebességű (b), illetve szuperszonikus (c) mentőautók esetében ábrázolja az $y(t)$ függvényt, azaz az autó „hallatszólagos” helyzetét a megfigyelő észlelési időpontjának függvényében. Az ábrákon szaggatott vonallal jeleztük a hiperbolák aszimptotáit, ezek meredeksége a $t \rightarrow -\infty$ és $t \rightarrow +\infty$ határesetben érvényes látszólagos sebességnek felel meg. Az alsó ábrásor a megfigyelő által a t pillanatban észlelt $\omega(t)$ frekvencia és a mentőautó által kibocsátott ω_0 frekvencia arányát ábrázolja. Az alsó ábrák görbéi a felső görbék deriváltjának abszolút értékével arányosak (lásd az (1) képletet). A K „központban” a mentőautó hangja az x tengely mentén, az O origóból érkezik, ekkor a megfigyelő által észlelt hang frekvenciája megegyezik az eredeti ω_0 frekvenciával.

Először vizsgáljuk meg a hangsebességnél lassabban mozgó mentőautó esetét! Az y tengely negatív tartományában a (4) egyenlet

$$-y = c \left(t - \frac{y}{V} \right)$$

alakú lesz, amelyet y -ra megoldva megkapjuk az aszimptota egyenletét:

$$y = \frac{Vc t}{c - V}.$$

Az y tengely pozitív tartományában az

$$y = c \left(t - \frac{y}{V} \right)$$

egyenletet kapjuk, amelynek megoldása:

$$y = \frac{Vc t}{c + V}.$$

Az eredmény áttekinthetőbb lesz, ha külön jelölést vezetünk be a két aszimptotikus egyenes sebességdimenziójú meredekségére, melyeket kissé más alakba írunk át:

$$u_- = \frac{V}{1 - V/c}, \quad u_+ = \frac{V}{1 + V/c}. \quad (5)$$

A ($V < c$) feltétel miatt mindkét sebesség pozitív, és az is könnyen belátható, hogy $u_- > V > u_+$. Az y tengely (és így egyben a t tengely) negatív felén tehát az $y(t)$ függvényt ábrázoló hiperbola aszimptotája az $y = u_- t$ egyenes, a pozitív felén pedig az $y = u_+ t$ egyenes. Ezeket az aszimptotákat szaggatott vonallal berajzoltuk a 2. ábra a) részén, a felső grafikonon. Ugyanezen az ábrán feltüntettük a korábban meghatározott K pontot is. Ezután már könnyű megrajzolni a K ponton átmenő, az előbbi két aszimptotához simuló hiperbolaággat, ami a felső ábrákon vastagon rajzolt görbe lesz.

Hasonló számolás végezhető el a c hangsebesség-nél gyorsabb mentőautó esetében is. Az aszimptoták egyenlete és a megoldás azonos a szubszonikus esettel, de a ($V > c$) feltétel miatt a meredekségekre más jelöléseket vezetünk be:

$$w_- = \frac{V}{V/c - 1}, \quad w_+ = \frac{V}{V/c + 1}. \quad (6)$$

Mindkét bevezetett mennyiség pozitív, és az is könnyen belátható, hogy $w_- > c > w_+$. Az y tengely pozitív felén az aszimptota egyenlete $y = w_+ t$, amely a t tengelynek is a pozitív feléhez tartozik. Az y tengely negatív oldalán azonban az aszimptota egyenlete $y = -w_- t$ lesz, ami egy jobbra lefelé mutató félegyenesnek jelent. A 2. ábra c) részén, a felső grafikonon ezeket az aszimptotákat is berajzoltuk, majd a K ponton

átmenő hiperbolaágat is ábrázoltuk. Ez most az előző esettel szemben teljes egészében az ábra jobb alsó és felső síknegyedébe esik. Az eredmény fizikai értelmezésével a következő alfejezetekben foglalkozunk.

Hátra van az az eset, amikor a mentőautó V sebessége pontosan megegyezik a kibocsátott hang c sebességével. Ekkor az y tengely pozitív felén a (4) egyenlet

$$y = c \left(t - \frac{y}{c} \right)$$

alakú lesz, amelynek megoldása

$$y = \frac{ct}{2}$$

lesz – ez az eredmény $V = c$ behelyettesítésével közvetlenül is megkapható az előző két eset megfelelő formuláiból. Érdekesebb az y tengely negatív felének vizsgálata. Ekkor a (4) egyenlet

$$-y = c \left(t - \frac{y}{c} \right)$$

alakú lesz, amelynek megoldása $t = 0$. Ez azt jelenti, hogy a keresett hiperbola egyik aszimptotája maga az y tengely, pontosabban annak negatív fele. A 2. ábra b) részén, a felső grafikonon berajzoltuk ezeket az aszimptotákat, majd a K ponton átmenő hiperbolaágat is ábrázoltuk. (Megjegyezzük, hogy fáradságos munkával természetesen ugyanezeket a hiperbolaágakat kaptuk volna a (3) függvény gondos elemzésével is.)

Látható, hogy a szubszonikus ($V < c$) esetről a szuperszonikus ($V > c$) esetre való áttérés során az $y(t)$ függvényt ábrázoló hiperbola bal oldali aszimptotája mintegy „átfordul” az ábra bal alsó negyedéből a jobb alsó negyedbe, és a kritikus sebességnél ($V = c$) az aszimptota éppen megegyezik az y tengellyel.

Megoldottak tehát a bevezetőben kijelölt első feladatot. A kapott három görbe (a 2. ábra három felső részében) a fizikailag különböző három esetben megadja a megfigyelő t idejének függvényében az abban a pillanatban beérkező hangot kibocsátó mentőautó y koordinátáját a jel kiindulásának τ pillanatában.

Megjegyezzük, hogy mindhárom ábránkon a K pont t koordinátája arányos a H értékkel, ami a megfigyelő távolságát jelöli a mentőautó útjának egyenesétől. Ha a megfigyelő egyre közelebb húzódik az úthoz, akkor a hiperbolaágak egyre közelebb kerülnek az aszimptotákhoz, míg végül a $H \rightarrow 0$ határesetben azonossá válnak velük – ekkor az $y(t)$ függvényt ábrázoló „görbe” a két aszimptota megfelelő félegyenesből álló törött vonal lesz.

Fizikai értelmezés – a Doppler-effektus újragondolása

A 2. ábra felső sorában a három vastagon kihúzott görbe az $y(t)$ függvényt ábrázolja – ez a mentőautó „hallatszólágos” út-idő diagramja, amit a megfigyelő a

beérkező hangjelek alapján kikövetkeztet. Ezen görbe t időpontbeli meredeksége jelenti tehát a mentőautó pillanatnyi sebességét a hang kibocsátásának időpontjában – megint csak a megfigyelő véleménye szerint. Hangsúlyozzuk, hogy ez a kikövetkeztetett sebesség nem egyezik meg a mentőautó valódi sebességével, annál kisebb és nagyobb, sőt a c esetben negatív is lehet.

Alkalmazzuk most az (1) egyenletet. A képletben szereplő τ változót a mentőautó mozgását leíró $y = V\tau$ egyenlőség alapján kicseréljük y -ra, így megkapjuk a Doppler-effektus esetünkre alkalmazott képletét:

$$\frac{\omega(t)}{\omega_0} = \frac{1}{V} \left| \frac{dy(t)}{dt} \right|. \quad (7)$$

Kimondhatjuk tehát, hogy az egyenes vonalban mozgó mentőautó esetén a megfigyelő által észlelt $\omega(t)$ frekvencia és a mentőautó által kibocsátott valódi ω_0 frekvencia aránya megegyezik a t pillanatbeli látszólagos sebesség (dy/dt) abszolút értéke és a valódi V sebesség arányával. A 2. ábra alsó három grafikonján az $\omega(t)/\omega_0$ értéket ábrázoltuk a megfigyelő t idejének függvényében, a felső ábrásor $y(t)$ görbéinek deriváltjai alapján. Szaggatott vonallal berajzoltuk a frekvenciagörbék aszimptotáit is – ezek vízszintes egyenesek, amelyek függőleges koordinátája a felső ábrásor aszimptotáinak meredeksége osztva a V sebességgel.

Először vizsgáljuk meg a hagyományos, hangnál lassabb mentőautó esetét (a 2. ábra a) oszlopa)! Ha megnézzük a hiperbola két távolba vesző ágát, azt látjuk, hogy egyre közelednek az aszimptotákhoz (a $H \rightarrow 0$ határesetben egybe is esnek velük.) A $t \rightarrow \pm\infty$ határesetekben tehát a mentőautó látszólagos sebessége állandó értékhez tart, ami megegyezik az aszimptoták meredekségével, a $t \rightarrow -\infty$ esetben ez a sebesség u_- , a $t \rightarrow +\infty$ esetben pedig u_+ . A megfigyelő közelében a látszólagos sebesség folytonosan csökken u_- -ről u_+ -ra. Ezt mutatja a 2.a ábra alsó része, ahol a vastag görbe az $y(t)$ függvény deriváltjával arányos. Ha a megfigyelő nem az út mellett áll, hanem az úton (azaz $H = 0$), akkor a hiperbola egybeesik az aszimptotával, az alsó ábra ereszkedő görbéje pedig az u_- és u_+ magasságban meghúzott két félegyenesből álló lépcsős függvényre redukálódik.

De vajon mi okozza a mentőautó „hallatszólágos” sebességének a valódi sebességhez képesti megnövekedését, illetve csökkenését? Ennek megértéséhez érdemes egy téridő-diagramot készíteni, amin a megfigyelő és a mentőautó mozgása mellett a hangjelek terjedését is feltüntetjük (3. ábra). Az egyszerűség kedvéért csak a $H = 0$ esetet ábrázoltuk, ekkor egy kétdimenziós ábra is jól jellemzi a helyzetet. Az ábrán a vízszintes időtengely és a függőleges y tengely egy-egyét úgy választottuk meg, hogy $c = 1$ legyen, azaz a hangjelek terjedését $+45^\circ$ vagy -45° meredekségű egyenesek ábrázolják (ilyenek a PP' , QQ' , RR' és SS' szakaszok). Az M jelzésű vízszintes egyenes a

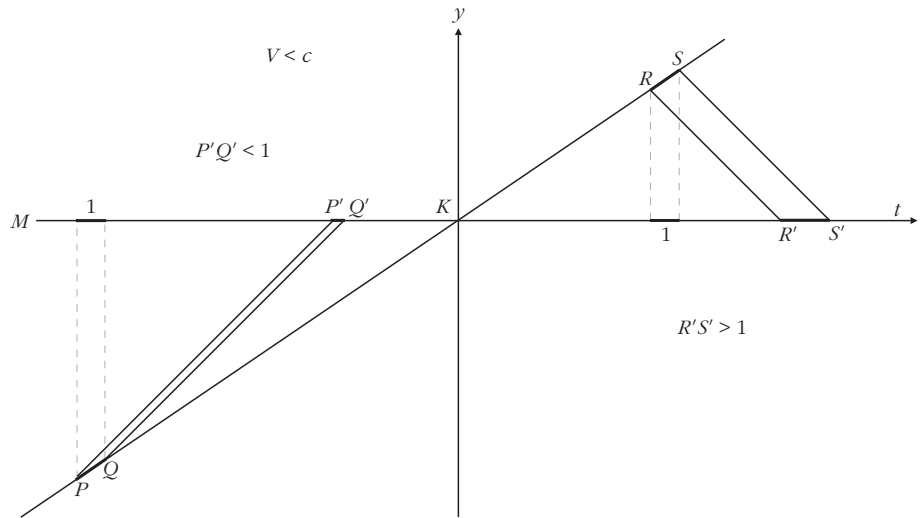
megfigyelő „világvonalát” ábrázolja: az idő múlik, de a megfigyelő y koordinátája folyamatosan 0 marad. A felfelé emelkedő egyenes a mentőautó világvonalja. Ennek meredeksége kisebb 1-nél, hiszen $V < c$.

Vegyünk fel az M jelű vízszintes egyenes $t < 0$ felén egy egységnyi hosszúságú szakaszt (az ábrán 1 jelöli, és vastag vonallal kihúztuk). Ez a megfigyelő történetének két egymást egységnyi idővel (például 1 másodperccel) követő eseményét jelöli. Az időszakasz kezdő és végpontjával egyidejű események a mentőautó világvonalának P és Q pontjai. Vizsgáljuk meg az e pillanatokban kibocsátott

hang terjedését! Ehhez a P és Q pontokból $+45^\circ$ meredekségű egyeneseket indítunk. Ahol ezek az egyenesek metszik a megfigyelő világvonalát (P' és Q' pontok), ott hallja meg a megfigyelő a P , illetve a Q pontokban elindult hangjeleket. Az ábrán világosan látszik (de természetesen számítással is követhető), hogy $P'Q' < 1$, azaz a közeledő mentőautó által egységnyi időkülönbséggel kibocsátott hangjelek beérkezése között egységnyinél kisebb időszakasz telik el.

A mentőautó világvonalja a $t = 0$ pillanatban a K „központban” metszi a megfigyelő világvonalát (mivel most feltevésünk szerint $H = 0$, ezért a 2.a ábra hiperboláján a K és az O pont egybeesik). Ismételjük meg az előbbi konstrukciót az időtengely pozitív felén! Itt is bejelöltünk egy egységnyi hosszúságú időszakaszt, majd megkerestük ennek megfelelőjét a mentőautó világvonalán, ezek az R és S pontok. Az innen kiinduló hangjeleket most -45° meredekségű egyenesek ábrázolják, hiszen a mentőautó már túlhaladt a megfigyelőn, és ő csak a „visszafelé” terjedő hangot hallhatja meg. Az R és S pontokból kiinduló hangjelek a megfigyelőt az R' , illetve S' pontban érik el. Ismét jól látszik (és természetesen ki is számítható), hogy $R'S' > 1$, azaz a távolodó mentőautó által egységnyi időkülönbséggel kibocsátott hangjelek beérkezése között egységnyinél nagyobb időszakasz telik el.

Megtaláltuk tehát a jelenség leglényegesebb vonását: a mentőautó történetének időegységnyi hosszúságú PQ , illetve RS szakaszát a véges sebességű hangjelek az álló megfigyelő történetének egységnyél rövidebb időtartamú $P'Q'$, illetve egységnyél hosszabb időtartamú $R'S'$ szakaszába képezik le. Hangsúlyozni kell, hogy ez tisztán kinematikai effektus: sehol sem használtuk fel, hogy a P pontból a P' -be az információt éppen a hullámjellegű hang viszi – az információ hordozója lehetett volna puskagolyó, lovasfutár vagy bármi más.



3. ábra. A vízszintes egyenes a megfigyelő, a ferde egyenes a szubszonikus mentőautó tér-időbeli világvonalja. A $\pm 45^\circ$ meredekségű egyenesek a hangjelek terjedését ábrázolják, ezek a jelek a mentőautó történetének egységnyi hosszúságú PQ , illetve RS időszakaszait a megfigyelő történetének egységnyinél rövidebb $P'Q'$, illetve egységnyinél hosszabb $R'S'$ időintervallumába képezik le.

A relativitáselméletéről szóló könyveken edződött olvasóban persze felmerül a kérdés, mit is jelent a fenti megfogalmazásban az „álló” kifejezés. Természetesen arról van szó, hogy a hang (vagy a lovasfutár) esetén létezik egy kitüntetett inerciarendszer (amelyben a levegő, illetve a préri nyugalomban van), ehhez képest a hang (vagy a futár) terjedési sebessége a különböző irányokban (jelen esetben előre és hátra) ugyanaz. Ezt a rendszert nevezhetjük „állónak”: kiinduló feltevésünk szerint a megfigyelő ehhez a rendszerhez képest nyugszik, azaz „áll”.

Képzeljük most el, hogy az egész időtengely fel van osztva egységnyi hosszúságú szakaszokra. A c sebességgel haladó hang ezek mindegyikét leképezi a megfigyelő történetének egy egységnyél rövidebb, illetve hosszabb szakaszára – attól függően, hogy a $t = 0$ pillanat előtt vagy után kibocsátott jerről van szó. A mentőautó által időegységnyi alatt megtett $s = V$ útról tehát a megfigyelő azt gondolja, hogy $t < 0$ esetben $s/V = 1$ időegységnyél rövidebb, $t > 0$ esetben pedig ennél hosszabb idő alatt tette meg a mentőautó. Az időszakaszoknak ez a furcsa transzformációja okozza azt, hogy a közeledő mentőautót $u_+ > V$, a távolodót pedig $u_- < V$ sebességűnek „hallja” a megfigyelő. A kétféle sebesség közt a $t = 0$ pillanatban hirtelen a váltás: az $y(t)$ függvény két félegyenesből álló grafikonja az origóban megtörik.

Most már végiggondolhatjuk, mit is jelent a mentőautó monokromatikus, ω_0 frekvenciájú hangkibocsátása. A hangforrás periodikus jele egyforma ($T = 2\pi/\omega_0$) szakaszokra osztja az időt, és a terjedő hang ezeket a szakaszokat képezi le a megfigyelő történetének hasonlóképpen egyforma, de $t < 0$ esetben T -nél rövidebb, $t > 0$ esetben pedig T -nél hosszabb szakaszokra. A megfigyelő tehát a közeledő autó esetében rövidebb periódusidőt, azaz nagyobb frekvenciát, a távolodó autó esetén pedig hosszabb periódusidőt, tehát kisebb frekvenciát észlel. Ha visszalapozunk az (5)

definíciókhoz, láthatjuk, hogy a közeledő mentőautó u_- sebességéből kiszámítható

$$\frac{\omega(t)}{\omega_0} = \frac{u_-}{V}$$

frekvenciaarány éppen megegyezik a Doppler-effektus hagyományos tárgyalásakor megkapott

$$\frac{1}{1 - V/c}$$

értékkel, a távolodó autó esetében

$$\frac{\omega(t)}{\omega_0} = \frac{u_+}{V}$$

pedig megadja az ismert

$$\frac{1}{1 + V/c}$$

értéket.

Eredményünk szerint tehát a Doppler-effektus egyáltalán nem hullámtani jelenség, hanem *kinematikai*: a lényeg az, hogy a véges sebességű információterjedés a mozgó test történetének egyforma időszakaszait az álló megfigyelő történetének más hosszúságú szakaszaira képezi le. A mozgó test által kibocsátott periodikus, monokromatikus hullám pusztán segédeszköz: arra szolgál, hogy kényelmesen „megcímkézhessük” a test történetének ezeket az egyforma időszakaszait, illetve hogy a megfigyelő könnyen (akár füllel is) észrevehesse az időszakaszok hosszának megváltozását.

A 3. ábrán alapuló fenti az elemzés a $H = 0$ esetre vonatkozott. Ha a megfigyelő kissé távolabb áll az úttól, azaz $H \neq 0$, akkor az $y(t)$ függvényt törött vonal helyett hiperbola ábrázolja, ennek deriváltja, azaz a hangforrás látszólagos sebessége pedig folytonosan csökken az u_- értékről az u_+ -ra. Ezért a megfigyelő által észlelt hang frekvenciája – amely a (7) egyenlőség szerint arányos a látszólagos sebességgel – sem pillanatszerűen változik, hanem folytonos függvény szerint csökken a közeledő autó aszimptotikusan magas hangjáról a távolodó autó aszimptotikusan mélyebb hangjára. A 2. ábra alsó részén az is látszik, hogy az $\omega(t)/\omega_0$ arány épp a K „központban” veszi fel az 1 értéket – az O pontban kibocsátott, a megfigyelőhöz a mentőautó útjára merőlegesen beérkező hang éppen az eredeti, ω_0 frekvenciával észlelhető. Röviden: nincs „transzverzális” Doppler-effektus.

Miért kell ezt hangsúlyozni? Mert tudjuk: a speciális relativitáselméletben transzverzális Doppler-effektus is fellép. Ezért szólnunk kell néhány szót az eddig elmondottak és a relativitáselmélet viszonyáról. Röviden: az olykor hasonló kinézésképek és „az időintervallumok transzformációja” ellenére tárgyalásunknak semmi köze a relativitáselmülethez! Ha ugyanezt a gondolatmenetet a relativitáselmület keretei között próbálnánk végigvinni, az érvelés ott

bicsaklana meg, amikor az M megfigyelő világvonalán felvett egységnyi időszakaszt leképezzük a mozgó test világvonalára, és a kapott PQ szakaszt ugyancsak egységnyi hosszúnak tekintjük. A relativisztikus fizikában ez az azonosítás nem áll fenn, nincs abszolút idő, és a különböző inerciális mozgású testek (itt a megfigyelő és a mentőautó) által mért időintervallumok között egy relativisztikus szorzótényt kell alkalmaznunk. Mindazonáltal a bemutatott kinematikai érvelés a relativitáselmélet keretei közt is érvényes, csak a PR , illetve az RS szakaszok mérőszámát nem szabad egységnyinek tekintenünk. A relativisztikus Doppler-effektusnál fellépő frekvenciatorzulási arány tehát két tényező szorzata: az egyik a relativisztikus idődilatació, a másik pedig az itt kiszámított kinematikai faktor. (A képletet szándékosan nem írjuk fel. Ne felejtjük el, hogy eddigi tárgyalásunkban c mindig a hang sebességét jelentette, ami a hangot hordozó közeg tulajdonságaitól függően igen különböző értékű lehet. A relativisztikus faktorokban szintén fellép egy – szokás szerint – ugyancsak c -vel jelölt paraméter. Ez azonban nem anyagfüggő, hanem univerzális állandó, és – melleslegesen – megegyezik az elektromágneses hullámok vákuumbeli sebességével. A hangterjedés Doppler-effektusának relativisztikus képletében gondosan meg kellene különböztetnünk a kétféle c paramétert.) A K közelponton való áthaladáskor a kinematikai tényező 1, de a relativisztikus idődilatació továbbra is fennáll – ez okozza a transzverzális Doppler-effektust.

Korábban láttuk, hogy a közeledő mentőautó látszólagos u_- sebessége nagyobb a valódi V sebességénél. De vajon hogyan viszonylik a hang c sebességéhez? Nos annál sokkal nagyobb is lehet! Könnyen kiszámítható, hogy az

$$u_- = \frac{V}{1 - V/c}$$

sebesség nagyobb lesz c -nél, ha $V > c/2$. Sőt u_- a hangsebesség N -szeresénél is nagyobb lesz, ha

$$V > \frac{Nc}{N+1},$$

ahol N akármilyen nagy szám lehet. Ha tehát a közeledő mentőautó sebessége eléggé megközelíti a c hangsebességet, akkor a látszólagos, a megfigyelő hangélményéből kikövetkeztetett sebessége akár a hangsebesség százszorosát is meghaladhatja! Ezért, ha pusztán az álló megfigyelő által begyűjtött hangok hordozta információra szorítkozunk, igen furcsa elképzeléseink támadhatnak a mentőautók közlekedési szabályaira vonatkozóan: egy hangsebességnél lassabban mozgó járművet szupersonikusnak, sőt szuper-szupersonikusnak vélhetünk. Megnyugtatóan megjegyezzük, hogy a távolodó mentőautó aszimptotikus u_+ sebessége mindig kisebb V -nél, ezért c -nél is – lásd az (5) képletet utáni megjegyzést.

Fentebb megemlégtettük, hogy az információt hang helyett akár lovasfutár is továbbíthatja. Ez viccnek

hangzik, de nem az, sőt véresen komolyan vehető. Képzeljük el a következő szituációt: Napóleon serege állandó sebességgel közeledik Moszkva felé (az alkalmi pihenőktől és csatáktól most tekintsünk el), naponta 45 mérföldet téve meg. Az orosz sereg óvatos távolságból követi a támadókat, és minden reggel egy lovasfutárt indítanak a fővárosba, hogy beszámoljon az ellenség helyzetéről. A lovasfutárok sebessége legyen naponta 54 mérföld. Az (5) egyenlőségek első képlete szerint ekkor $u_- = 270$ mérföld/nap – amire az akkori viszonyok szerint persze semmilyen sereg sem lenne képes (egyébként a lovasfutárok sebességét is jelentősen meghaladja). Hogyan magyarázható meg ez a hihetetlen számadat? Tegyük fel, hogy Napóleonnak 2700 mérföldet kell megtennie az indulástól a Moszkvába érkezésig, ehhez a fentiek szerint 60 napra van szüksége. Az első nap elindul a futár a 2700 mérföldet 54 mérföld/napos sebességgel 50 nap alatt teszi meg. Az ellenséges had elindulása utáni első 50 napban tehát a fővárosban semmilyen hírt nem kapnak a közeledő seregről. Ekkor viszont megjelenik az első futár, a Napóleon érkezéséig hátralevő 10 nap alatt pedig sorra befut a később elindult többi futár is, mind a hatvan. Az utolsó tíz napon tehát naponta hat futár érkezik, négy óránként egy. És mindegyik azt az üzenetet hozza: az ellenség az előző futár jelentette helyzethez képest 45 mérfölddel közelebb van! Egy nap alatt hat ilyen jelentés: egy nap alatt az ellenség 270 mérfölddel közeledett... Ebből a példából világos, hogy az így kiszámolt, és a megfigyelők által érzékelt u_- érték a valóságban semmiféle fizikai objektum sebességét sem jelenti, ez csak a véges jelterjedési sebesség okozta torzulás miatt kialakuló hamis adat. Ha a jelentések (majdnem) végtelen sebességgel mozognának (például futárok helyett mobiltelefont használnának), akkor a fővárosban *real time* tudnák követni az ellenség mozgását.

Ez a nem hullámtani jellegű példa a Doppler-effektus szokásos tárgyalásának még egy sajátosságára is rávilágít. Mi felel meg a fizikai feladatokban az első ötven napnak, amikor semmiféle hír nem érkezett Moszkvába? Semmi – mert a fizikai feladatokban általában stacionárius esetekkel számolunk. Azaz a vizsgált viszonyok a $t = -\infty$ -től kezdve változatlanul fennállnak – mintha Napóleon is az idő és a tér messzi végtelenjéből érkezne seregével. A valóságban persze semmilyen fizikai folyamat nem tart örökké, a hullámtanban vizsgált jelenségek is csak véges idővel ezelőtt kezdődtek el. Ezért a folyamat elején a történelmi példához hasonló átmeneti jelenségek („tranziensek”) észlelhetők, csak ezeket az egyszerűbb tárgyalás érdekében nem szoktuk figyelembe venni. Mintha a moszkvai eseményeket a történészek csak az első futár beérkezése után kezdték volna rögzíteni. Ekkor valóban ijesztő lenne folyamatosan azt hallani, hogy az ellenség négy óránként 45 mérfölddel került közelebb – igencsak szélesebb hadseregről lenne szó...

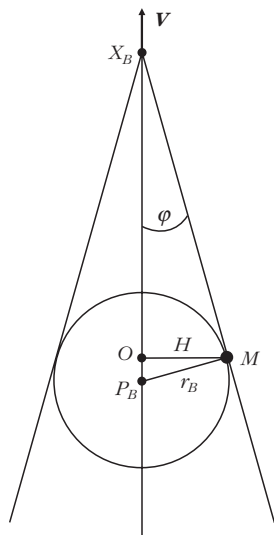
Ha viszont figyelembe vesszük a kezdeti információcsend, a látszólagos sebességnövekedésnek na-

gyon egyszerű és szemléletes magyarázatát kapjuk: sokáig nem jött semmi hír, aztán befutott az összes futár, a legutolsó csak néhány órával a megérkező ellenség előtt. Tehát az összes jelentés a had mozgásáról erre az utolsó néhány napra koncentrálódik – ezért, aki szó szerint veszi a jelentéseket, és nem számol a futárok retardálásával, azt gondolhatja, hogy a sereg is ezalatt a néhány nap alatt tette meg a teljes utat.

Az olvasóra bízunk annak végiggondolását, hogy a Moszkvából menekülő Napóleon esetében (feltéve, hogy a sereg és a futárok sebessége ugyanaz, mint a közeledő sereg esetében) hogyan lehet köznapin nyelven, képletek nélkül elmagyarázni a sebesség látszólagos lecsökkenését, és kihozni a képletből adódó u_+ látszólagos sebességet. Vajon a távolodó sereg esetében mikor és milyen jellegű tranziensek lépnek fel?

Ha a Doppler-effektus ennyire kinematikai jellegű, és teljesen független az információhordozó fizikai jellegtől, akkor óhatatlanul felmerül a kérdés: vajon fellépnek-e a fentebb tárgyalt jelenségek akkor is, ha hang helyett fényvel továbbítjuk az információt? Első ránézésre a válasz: nem – hiszen a fényterjedés a relativitáselmélet hatáskörébe tartozik, és már láttuk, hogy magyarázataink kihasználták a klasszikus fizika „abszolút idő” fogalmát, azaz a 3. ábrán a megfigyelő világvonalán 1-gyel jelölt időszakasz és a mentőautó világvonala PQ szakaszának egyforma hosszúságát – ez pedig a relativitáselméletben nem áll fenn. Igen, a magyarázatnál felhasználtuk az abszolút időt – de korábban, a (2) egyenlet levezetésénél és megoldásánál nem! E lépések során végig egyetlen inerciarendszerben, a megfigyelő rendszerében gondolkodtunk és számoltunk, minden számadat ebben a rendszerben volt érvényes. Ezért az ott leírtak és eredményeik, a 2. ábra görbéi, valamint a látszólagos aszimptotikus sebességre vonatkozó (5) képletek változatlanul érvényesek akkor is, ha a képletekben c nem a hang, hanem a fény sebességét jelenti! (A 2. ábra c) oszlopát és a (6) képletet természetesen nem kell figyelembe vennünk, hiszen a c fénysebességnél gyorsabb mentőautó vagy űrhajó nem létezik.)

Emlékezzünk vissza viszont arra, hogy a jelforrás u_- látszólagos közeledési sebessége nagyobb lehet a valóságos jelterjedési sebességnél, azt akárhányszorosan meghaladhatja. Előfordulhat tehát, hogy egy fényt kibocsátó objektum közönséges, c -nél lassabb, de $c/2$ -nél gyorsabb sebességgel közeledik hozzánk – ekkor képleteink szerint az u_- látszólagos közeledési sebesség nagyobb lesz a fénysebességnél. Ilyen jelenséget a csillagászok valóban tapasztaltak már: bizonyos aktív galaxismagok robbanása nyomán a látóirányunkhoz képest ferde szögben kibocsátott gázcsóvák a fénysebességnél látszólag nagyobb sebességgel mozognak felénk. Ezt a megfigyelést egyes felületes értelmezők mint a relativitáselmélet cáfolatát emlegették a sajtóban – holott csak a közönséges klasszikus kinematikát kellett volna alaposan megtanulniuk, vagy Napóleon kalandjainak utána számolni a fenti számpélda alapján...



4. ábra. A szuperszonikus V sebességgel mozgó hangforrás Mach-kúpja, amely a különböző pillanatokban kibocsátott, gömbszimmetrikusan terjedő hanghullámok burkolófelülete (kausztikája). A kúp φ félnyílásszögét a sebességek aránya határozza meg: $\sin\varphi = P_B M / P_B X_B = c/V$.

A szuperszonikus eset

Vizsgáljuk meg a valóban szuperszonikus, azaz a hangsebességnél gyorsabb mentőautó esetét! Igaz, hogy ilyenek manapság nem szaladgálnak az utcákon, de gondolhatunk mentőautó helyett mentőrepülőgépre is, esetleg arra, hogy a mentőautó egy másik bolygón száguld, amelynek légköre nehéz gázmolekulákból áll, ezért a benne terjedő hang sebessége jóval kisebb a földi légkörben érvényesnél, így egy közönséges autó is könnyen le hagyja a hangot. A fizikusi és matematikai képzeletet semmi sem korlátozza, és látni fogjuk, hogy ez az eset is igen érdekes fizikai tanulságokat tartogat.

A 2. ábra c) részén, ami a szuperszonikus esetben ábrázolja az $y(t)$ függvényt, azaz a mentőautó „hallatszólagos” helyzetét a megfigyelő idejének függvényében, igen furcsa dolgot vehetünk észre. A görbe teljes egészében a $t \geq t_B > 0$ tartományban húzódik, ott viszont két ága van, egy növekvő és egy csökkenő. Azaz egy bizonyos (pozitív) időpont előtt a megfigyelő egyáltalán nem hallja a mentőautót, a B esemény jelenti a mentőautó hangjának első észlelését. A semmiből hirtelen megjelenő erős hang miatt nevezik ezt a jelenséget hangrobbanásnak ($B = \text{Bumm}$). Később viszont a megfigyelő már két „virtuális” mentőautó hangját hallja, egy közeledőt, majd később pozitív irányban távolodót, illetve egy másikét, ami a B eseménytől indulva az ellenkező irányba távolodik, arra, amerről az „igazi” mentőautó érkezett. A korábbi fejezetben ábrázolt egyenleteink, mind a (2) alapegyenlet, mind a (3) másodfokú függvény ehhez a furcsa állású hiperbolához vezet. De mi lehet ennek a fizikai jelentése?

Közismert, hogy a hangsebességnél gyorsabban mozgó test körül egy „hangkúp” jön létre, a testtel

együtt mozgó kúp alakú hullámfront, amelynek mentén a hanghullámok összetorlódnak (hivatalos tudományos nevén Mach-kúp). Ezt ábrázoltuk vázlatosan a 4. ábrán. (Hasonlóképp rajzolható le a közegben, például vízben a vákuumhoz képest lecsökkent fénysebességnél gyorsabban mozgó elektronok által kibocsátott elektromágneses sugárzás Mach-kúpja is – ez okozza az úgynevezett Cserenkov-sugárzás jelenségét, amely az atomreaktorok hűtővizében mozgó gyors elektronok okozta kékes derengés formájában figyelhető meg.) A hangforrás a t pillanatban a kúp csúcsában, az X_B pontban van. Útjának egy előző, τ időpontjában felvett helyzetét jelzi az ábra P_B pontja. Az ekkor kibocsátott hanghullám a P_B ponttól gömbszimmetrikusan távolodik (ne feledjük, hogy választott koordináta-rendszerünk a levegőhöz képest nyugodalomban van, ezért a hang minden irányban egyformán c sebességgel terjed), így $t - \tau$ idő elteltével egy $r_B = c(t - \tau)$ sugarú gömbfelületet alkot, ennek síkmetrátétét jelzi az ábrán az r_B sugarú kör. Adott t pillanatban ezt a szerkesztést tetszőleges korábbi τ időponthoz elvégezhetjük. Az így megrajzolt körök burkológörbéje az ábra két egyenese – a térben a gömbök burkolófelülete (szakszóval: a hullámok kausztikus felülete) egy X_B csúcsú kúppalást. A kúp geometriai adatai az ábrából könnyen kikövetkeztethetők. Látuk, hogy $t - \tau$ idő alatt a P_B pontból kiinduló hang $r_B = c(t - \tau)$ utat tesz meg, és épp eléri az ábra M pontját. Ugyanennyi idő alatt a hangforrás a P_B pontból V sebességgel az X_B pontba jutott, így megtett útja $V(t - \tau)$. A két út hányadosa épp az ábrán berajzolt φ szög szinusza:

$$\sin\varphi = \frac{P_B M}{P_B X_B} = \frac{c}{V},$$

ami a szuperszonikus esetben kisebb 1-nél. Ez az érték független a τ időponttól – épp ez bizonyítja, hogy a különböző pillanatokban kibocsátott gömbhullámok burkolója egy φ félnyílásszögű kúp lesz. Ha az M pontot azonosítjuk megfigyelőnk helyzetével, akkor ábránk azt a helyzetet mutatja be, amikor a hangkúp éppen eléri a megfigyelőt. A korábbiak szerint a megfigyelő H távolságra van a mentőautó útvonalától, ezért az ábrán az OM szakasz hossza épp H lesz. Az ábrán szereplő számos, egyaránt φ szögű derékszögű háromszög lehetővé teszi, hogy az összes bennünket érdeklő szakasz hosszát kifejezzük H és φ segítségével:

$$r_B = \frac{H}{\cos\varphi}, \quad OP_B = r_B \sin\varphi,$$

$$P_B X_B = \frac{r_B}{\sin\varphi}, \quad OX_B = H \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}.$$

Mivel megállapodásunk szerint a hangforrás a $t = 0$ időpontban haladt át a megfigyelőhöz legközelebbi O ponton, ezért az OX_B távolságot az autó V sebességével osztva megkapjuk azt a t_B időpontot, amelynek pillanatfelvételét látjuk az ábrán:

$$t_B = \frac{OX_B}{V} = \frac{H \cos \varphi}{V \sin \varphi} = \frac{H \sqrt{V^2 - c^2}}{Vc}.$$

A B esemény y_B helykoordinátája pedig egyszerűen az OP_B szakasz hossza negatív előjellel:

$$y_B = -r_B \sin \varphi = -\frac{Hc}{\sqrt{V^2 - c^2}}.$$

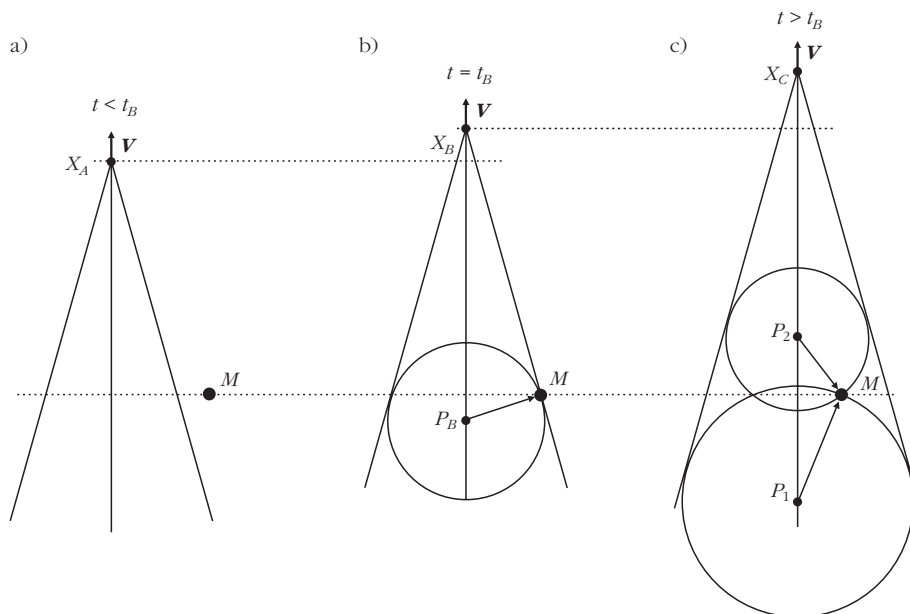
Mindkét képletben az utolsó lépésben a szögfüggvényeket kifejeztük a sebességekkel. Így megkaptuk $2.c$ ábra B pontjának, a hiperbola „csúcának” t_B és y_B koordinátáit.

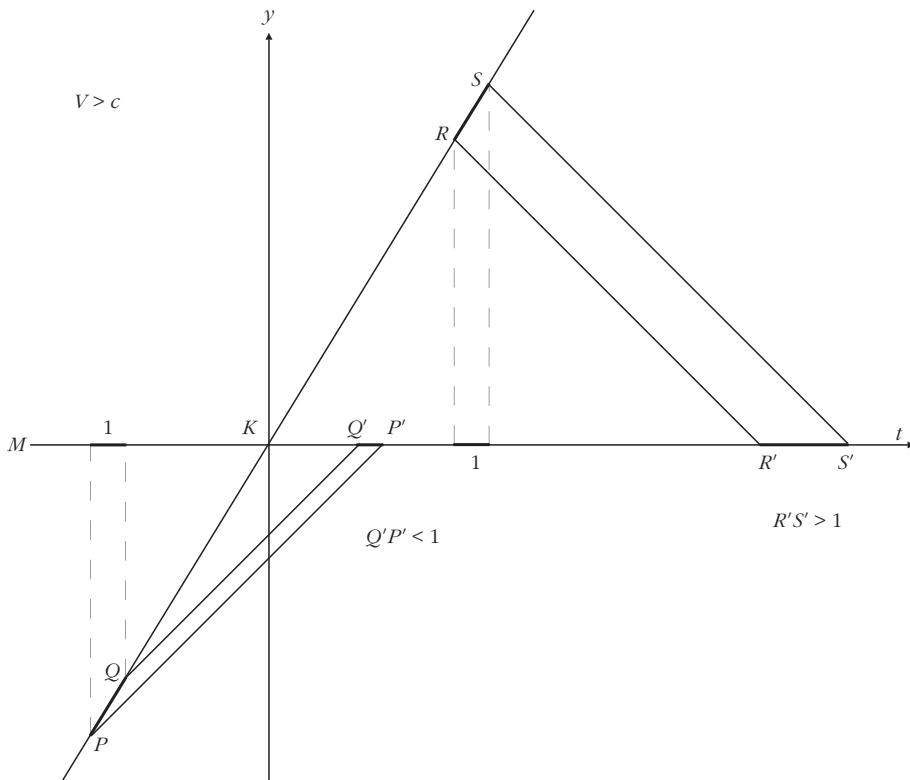
Az eddig vizsgált $4. \text{ ábra}$ a t_B pillanatban érvényes helyzetet mutatta be. Lépjünk most egy kicsit hátra, illetve előre az időben! Ezt mutatja be az $5. \text{ ábra}$. A mozgó test magával viszi a φ szögű Mach-kúpot. Amikor tehát a mentőautó egy korábbi $t_A < t_B$ pillanatban az X_A pontban volt, akkor a hangkúp is egy kicsit lejjebb helyezkedett el, a megfigyelő M pontja pedig teljesen kívül esett a kúpon. Ezért nem hall hangot a megfigyelő a t_B időpont előtt: a különböző korábbi időpontokban kibocsátott hangjelek a kúp palástján járnak, és még egyikük sem érte el a megfigyelőt ($5.a$ ábra). A középső ábrán $t = t_B$, a helyzet megegyezik a $4. \text{ ábrával}$: a kúppalást átmegy az M ponton, ezért a P_B pontban kibocsátott hangjel éppen eléri a megfigyelőt: ezt jelzi a $P_B M$ nyíl. Az ábra c) része egy későbbi $t_C > t_B$ pillanatot mutat be. A hangforrás már az X_C pontban jár, a kúp feljebb toldott, a megfigyelő M pontja a kúp belsejébe került. Ekkor viszont érdekes új helyzet áll elő: két olyan pontot is találunk (az ábrán a P_1 és P_2 pontokat), ahonnan az ott kibocsátott hangjel épp a vizsgált t_C pillanatban éri el a megfigyelőt. Geometriailag ez úgy jelenik meg, hogy egyszerre két olyan kört is szerkeszthetünk, amelyek belülről érintik a kúppalástot jelző két egyenest, és átmennek az M ponton. A $P_1 M$ és $P_2 M$ nyilak jelzik a két beérkező hangjelet. Az $5.c$ ábrán az is látszik, hogy míg a P_2 pont az ábra b) részén szereplő P_B fölött van, tehát y koordinátája nagyobb y_B -nél, addig a P_1 pont P_B alatt van, ezért y koordinátája kisebb y_B -nél. Így érthetjük meg, miért kapunk a $2. \text{ ábra}$ c) részén a $t > t_B$ pillanatokra két hiperbolaívét: ezek a két különböző beérkező hangjelnek felelnek meg, az egyik a B eseménynél későbbből, a másik viszont korábbiából származik. A t_B pillanat előtt a

megfigyelő egyáltalán nem hallotta a mentőautó hangját – de ezek a hangjelek nem vesztek el, ők is elérik a megfigyelőt, csak a t_B időpont után, egyszerre egy másik hangjellel, ami viszont a hangforrás pályájának későbbi szakaszáról származik.

Érdeemes megismételni a szubszonikus mentőautó esetére vonatkozó $3. \text{ ábra}$ szerkesztését a szuperszonikus esetre is (lásd a $6. \text{ ábrát}$). A hangjelek terjedését továbbra is $+45^\circ$, illetve -45° meredekségű egyenesek jelzik, a mentőautó mozgását ebben az esetben viszont egy 45° -osnál meredekebb világvonal ábrázolja. Az egységnyi hosszúságú időtartamoknak a hangforrás világvonalán megfeleltethetjük a PQ , illetve RS szakaszokat, majd ezeket hangjelekkel leképezzük a megfigyelő világvonalát ábrázoló M vízszintes egyenesre. A távolodó mentőautó esetében ugyanazt kapjuk, mint a $3. \text{ ábrán}$: az $R'S'$ szakasz hosszabb lesz egy egységnél, azaz a megfigyelő úgy látja: adott s útszakasz megtételéhez a forrásnak több időre van szüksége, mint s/V , tehát a mentőautó látásólag V -nél lassabban távolodik. A közeledő mentőautó esetében viszont új, érdekes jelenséget vehetünk észre: a PQ szakasz hangjelekkel való leképezésénél a P és Q pontok sorrendje megfordult, a Q' esemény korábbi, mint a P' esemény. Azaz a közeledő mentőautó által később kibocsátott jel korábban érkezik meg a megfigyelőhöz, mint a korábban kibocsátott jel. Ez a szerkesztés mutatja meg, miért tart lefelé $2.c$ ábra hiperbolájának alsó ága: ha a korábban, azaz még a megfigyelőtől távolabb kibocsátott jel később érkezik meg, mint a később, azaz a megfigyelőhöz közelebb kibocsátott jel, akkor ezt a megfigyelő úgy fogja interpretálni, hogy a hangforrás távo-

$5. \text{ ábra}$. A szuperszonikus hangforrás Mach-kúpjának három helyzete az M pontban álló megfigyelőhöz képest. A t_A időpontban (a) a hangkúp még nem érte el az M pontot: a megfigyelő nem hall hangot. A t_B időpont (b) a hangrobbanás pillanata: a kúp palástja épp átmegy az M ponton, a megfigyelő a $P_B M$ vektor irányából hirtelen erős hangot hall. A t_C időpontban (c) az M pont már a Mach-kúp belsejébe került. A megfigyelő ugyanabban a pillanatban egyszerre két különböző, P_1 és P_2 pontból érkező hangot észlel.





6. ábra. Ugyanaz, mint a 3. ábra, de szuperszonikus mentőautó esetére. A korábban vizsgált kinematikai eredetű időintervallum-torzuláson túl új jelenség a közeledő mentőautó PQ időszakaszának a hangjelekkel való leképezés során bekövetkező megfordulása a $Q'P'$ szakaszba.

lodik tőle – mégpedig visszafelé, arra, amerről az igazi mentőautó érkezett. (Ezen az ábrán a B pont, a hangrobbanás eseménye nincs külön jelölve. Ennek oka az, hogy a 3. és a 6. ábrák az egyszerűbb ábrázolás kedvéért a $H = 0$ feltételezéssel készültek, ekkor viszont a 2. ábra hiperbolái egybeesnek az aszimptotáikkal, 2.c ábra B pontja pedig egybecsúszik a K közelponttal és az O origóval.)

Ha most a szubszonikus esethez hasonlóan elképzeljük, hogy az időtengelyt valamilyen módon – például egy monokromatikus hangforrás periodikus jeleivel – egyforma szakaszokra osztjuk, akkor a szuperszonikus mentőautó útja közeledő részének minden ilyen időintervalluma a PQ szakaszhoz hasonlóan leképeződik a megfigyelő világvonalának egy fordított irányú szakaszára. Az időszakasz „előjelváltását” a megfigyelő nem észleli: egy szinuszjel visszafelé lejátszva is szinuszjel marad. Ezért kellett az (1) képletbe beírni az abszolút érték jelét. A megfigyelő tehát egyszerűen egy periodikus jelet, monokromatikus hangot hall, amelynek frekvenciája a w_- látszólagos sebesség és a V valódi sebesség arányából számolható ki (ez az arány kisebb és nagyobb is lehet 1-nél). Ezt a hangot a megfigyelő azonban csak a t_B időpont után kezdi hallani – ugyanakkor, amikor a hiperbola másik ágának megfelelően beérkezik a w_+/V arányban torzult frekvenciájú másik hang is. A hangnak a B pontban bekövetkező hirtelen megjelenése után a megfigyelő tehát egyszerre két különböző magasságú hangot észlel, a két irányban távolodó látszólagos mentőautóknak megfelelően.

Ha a 6. ábrán feltételezettel szemben $H \neq 0$, azaz a megfigyelő kissé odébb áll, akkor a frekvenciamenet a 2.c ábra alsó részének megfelelően alakul. A hangrobbanás pillanatában a frekvencia formálisan végtelennek adódik – korábban láttuk, hogy ekkor valójában nem értelmezhető a hanghatás frekvenciája. Utána a két látszólagos mentőautó hangjának frekvenciája gyorsan csökkenni kezd, és tartanak az w_-/V , illetve w_+/V arányok által meghatározott értékekhez.

Foglaljuk össze a szuperszonikus mentőautót kellő H oldaltávolságból észlelő megfigyelő tapasztalatait! Sokáig egyáltalán nem hall semmit, majd a $t_B > 0$ pillanatban (amikor a mentőautó már ténylegesen túljutott pályájának a megfigyelőhöz legközelebb eső O pontján) egy $y_B < 0$ koordinátájú pontból hirtelen erős hang érkezik hozzá

(amelynek nincs egyetlen jól meghatározott frekvenciája), majd a hang látszólagos forrása kettéválik. Az egyik pozitív irányba mozog, közben folyamatosan lassul, áthalad a megfigyelő melletti K közelponton (ekkor egy pillanatra a valódi ω_0 frekvenciájú hang érkezik), továbbhaladva sebessége aszimptotikusan a (6) egyenletben meghatározott $w_+ < c$ sebességhez tart – azaz a valójában a hangnál gyorsabban távolodó mentőautót a megfigyelő a hangsebességnél lassabban távolodónak hallja. Ugyanakkor a hangrobbanás pillanatában elindul visszafelé egy másik látszólagos (vagy inkább „hallatszólagos”) mentőautó is, sebességének abszolút értéke egyre csökken, és aszimptotikusan a $-w_-$ értékhez tart. A visszafelé távolodás látszólagos sebességének w_- értéke nagyobb a c hangsebességnél (V -nél viszont kisebb és nagyobb is lehet). Megjegyezzük, hogy mindkét látszólagos mentőautó hangjának erőssége az $1/r^2$ -es törvénynek megfelelően gyengül, tehát a megfigyelő nemcsak fejének forogtatásával, hanem a gyengülő hang alapján is reálisnak érezheti a két távolodó hangforrás helyzetét.

Végül röviden kitérünk a kritikus sebességű, azaz a hangéval megegyező sebességgel mozgó mentőautó esetére, amely az előzőleg tárgyalt két eset speciális keverékének fogható fel (erre vonatkoznak a 2. ábra b) részének görbéi). Látszik, hogy most is van egy olyan kritikus pillanat ($t = 0$), ami előtt a megfigyelő nem észlel semmiféle hangot. Most nem lép fel a visszafelé haladó látszólagos mentőautó furcsa jelensége, az egyetlen látszólagos mentőautó viszont a $t = 0$ pillanat után nagyon gyorsan lelassítja a „végtelen” sebesség-

ről, majd a megfigyelő mellett a közelponton túlhaladva a $c/2$ látszólagos sebességre lassul, miközben folyamatosan csökkenő frekvenciájú hangot bocsát ki.

A 2. ábra b) és c) részeinek végtelenből érkező görbeágaival kapcsolatban ismételten felhívjuk a figyelmet arra, hogy ezek az ágak a mentőautó által a $t \rightarrow -\infty$ körül kibocsátott hang beérkezését dokumentálják. Mivel a valóságos mentőautók (még a szuperszonikusok is) nem a tér és idő végtelenjéből, hanem csak véges távolságból érkeznek, a görbék végtelenbe szakadó ágainak nincs fizikai értelme – e görbék igen nagy, de véges értéknél kezdődnek. Ennek tényleges meghatározása azonban csak a mentőautó indulási körülményeinek pontos ismeretében lehetséges.

Tanulságok

A Doppler-effektust a szokásos elemi tárgyalás egydimenziós jelenségként kezeli: a mozgó forrás és a megfigyelő egy egyenes mentén helyezkedik el. Elemzésünk megmutatta, hogy ezzel az egyszerűsítéssel a jelenség lényeges vonásait hanyagoltuk el. Ha a megfigyelőt kiemeljük a mozgás egyeneséből, rájöhettünk, hogy a mozgó forrás beérkező hangja irányának észlelése fontos információkhoz juttatja a megfigyelőt: ennek alapján rekonstruálhatja a mentőautó „hallatszólagos” mozgását, amely két aszimptotikusan állandó sebességű mozgásból és a közöttük való sima átmenetből tevődik össze. Minél közelebb van a megfigyelő a mentőautó útvonalához, annál rövidebb és élesebb ez az átmeneti szakasz – a $H = 0$ határesetben végtelenül éles, egyetlen pillanatban megvalósuló sebességválto-

zást kapunk. A közeledés látszólagos sebessége meghaladhatja a hang (vagy más esetben a fény) sebességét, szuperszonikus esetben pedig negatív is lehet. Ha ragaszkodnánk az egydimenziós tárgyaláshoz, észre sem vennénk, hogy a két látszólagos mentőautó ellentétes irányban távolodik – csak a két irányból érkező különböző frekvenciájú hangokat rögzítenénk.

A megfigyelő által észlelt hang frekvenciája a (7) képletnek megfelelően a látszólagos sebességgel arányos, és szintén sima átmenetet mutat. Szuperszonikus vagy kritikus sebességű mentőautó esetében a hang megjelenésének pillanatában a frekvencia formálisan végtelenhez tart – ennek fizikai értelmezhetlenségéről is ejtettünk néhány szót.

Leglényegesebb eredményünk az, hogy a Doppler-effektus nem hullámtani jelenség, hanem tisztán kinematikai: lényege az időintervallumoknak a véges sebességű jelterjedés általi leképezése okozta hosszúságtorzulása. A mozgó test által kibocsátott monokromatikus jel frekvenciaeltolódása csak „megcímkezi” és könnyen észlelhetővé teszi a jelenséget.

Végző tanulságként leszögezhetjük, hogy még egy ilyen egyszerű, jól ismert(nek vélt) jelenség, mint a Doppler-effektus esetén sem árt néha kimozdulni a szokásos megfigyelői pozícióinkból, szemléletmódot váltani, és új szemszögből szemügyre venni a fizikai jelenségeket. Ezzel (amellett, hogy nem üt el a mentőautó) meglepő, érdekes és messzire mutató értelmezéseknek, analógiáknak, a fizika más területeivel való kapcsolatoknak juthatunk nyomába.

Nem mellékesen pedig száz pontot is szerezhettünk az Ortvay-versenyen (melyek közül az ötvenedikre 2019. október 25. és november 4. között kerül sor).

A NUKLEÁRIS ENERGIA ELFOGADÁSA A TANULÓIFJÚSÁG KÖRÉBEN

Radnóti Katalin
ELTE TTK Fizikai Intézet

Az energetika stratégiai szerepet tölt be hazánk gazdasági életében. Az ezzel kapcsolatos döntések hosszú távon éreztetik hatásukat a gazdaságban és a környezetben egyaránt, így azokat ma már csak a lakossággal, illetve az önkormányzatokkal egyetértésben



Radnóti Katalin az ELTE TTK-n végzett kémia–fizika szakos tanárként. Több éves középiskolai tanári munkája mellett egyetemi doktorátust szerzett fizikából, majd az ELTE Tanárképző Főiskola oktatójaként a neveléstudomány kandidátusa lett a fizika tanítása témaköréből. Jelenlegi munkahelye az ELTE TTK Fizikai Intézet, főiskolai tanár. Több mint 200 publikációja van, tanári segédletek, tanulmányok, könyvek, könyvfelvezetek. Kutatási területe a fizika és a természettudományok tanításának módszertana.

lehet meghozni. Ezért fontos, hogy a társadalom széles rétegeihez közérthető tájékoztatás jusson el e témában. Azonban ezek a kérdések összetettek, azokat nemcsak műszaki-tudományos értelemben, hanem a gazdaság, a társadalom és a környezet egymásra hatásának viszonylatában is tárgyalni kell.

Ha végigtekintjük hazánkban a különböző energia-előállítási lehetőségeket, beláthatjuk, hogy az atomenergia használata ideális egy nyersanyagban szegény, jól képzett munkaerőben viszont gazdag ország számára. A kőolajszállítás akadozhat az aggasztó nemzetközi helyzet miatt, a magyar szén nem jó minőségű és – magas kén tartalma miatt – használata erősen környezetszennyező. A megújuló energiaforrások, bár súlyuk növekszik energiaellátásunkban nem lesznek képesek fedezni a jövőben megjelenő energiaszükségleteinket.

A környezetvédelmi kérdések jelentős részéről elmondhatjuk, hogy napjainkra már beépültek a különböző nevelési programokba. Az iskolákban gondot fordítanak a szelektív hulladék-gyűjtésre, a gyerekek szívesen vállalnak részt a legkülönfélébb környezetvédelmi megmozdulásokban. A kifejezetten környezetbarát energiaelőállításra lehetőséget adó atomenergiaának viszont hangos ellenzéke van hazánkban is, amelynek okait fel kell tárni.

Eddigi tapasztalataink alapján ma hazánkban a villamos energiát legolcsóbban, a legmegbízhatóbban és környezetvédelmi szempontból a legtisztábban a Paksi Atomerőmű termeli. 2018-ban az összes hazai villamosenergia-előállítás mintegy 40%-át adta. Mivel a jelenleg üzemelő 4 darab 500 MW teljesítményű blokk meghosszabbított üzemideje kevesebb, mint 20 éven belül lejár, ezért hazánkban új villamosenergia-termelő erőművet, azaz új atomerőművi blokkokat kell építeni.

Egy adott téma oktatása-feldolgozása előtt a diákok előismereteiről, témával kapcsolatos érzelmi viszonyulásairól tájékozódni az osztályban kiosztott kérdőívekkel lehet. A kiértékelés után látható, hogy a tananyag melyik részével kell, érdemes többet foglalkozni, miként is szervezze meg a tanár a tanulási folyamatot.

A vizsgálat célja

Nukleáris témában az 1986-os csernobili balesetet követő évben, 1987-ben végeztem első felmérésemet több száz gimnazista és általános iskolai tanuló körében, akik még szervezett, iskolai körülmények között *nem tanultak* a témáról. Vagyis a tanulók kifejezetten máshonnan (újságok, TV műsorok, szülők, politikusok, az utóbbi években az internet, illetve közösségi felületek) szerzett előzetes tudására, illetve a témához való *érzelmi viszonyulására* voltam kíváncsi. A vizsgálatot 1993-ban – a megváltozott társadalmi viszonyok közt – megismételtem. 2007-ben és 2018-ban ismét felmérést végeztem a témában (*1. táblázat*), ezek célja a vélemények alakulásának immár több évtizedes figyelemmel kísérése [1–3].

Célkitűzésem volt, hogy eredményeink közzétételével segítsen a tájékoztatási stratégia alakítását, továbbá az iskolai oktatás számára is tanácsokkal szolgáljak.

Jelen írásban a 2018-as felmérést részletesen ismertetem. A kérdések egy része teljesen azonos mind a négy felmérésben, így a válaszok összehasonlíthatók,

1. táblázat				
Az egyes években megkérdezett diákok száma.				
dátum	1987. év	1993. év	2007. év	2018. év
kérdezettek	652 fő	578 fő	395 fő	524 fő

folyamatok, tendenciák vizsgálatára nyílik lehetőség. Azon esetekben, ahol ez lehetséges – sajnos a korábbi felmérések összes dokumentációja már nem fellelhető – a korábbi évek tapasztalataira is kitérek.

A 2018-as vizsgálat

Kérdések és hipotézisek

Kérdés 1: Felfedezhető-e jelentős különbség a fiúk és a lányok válaszaiban?

Hipotézis 1: Korábbi vizsgálataink eredményei alapján azt gondoltuk, hogy igen, a fiúk minden bizonnyal többet tudnak a témáról és elfogadóbbak is.

K2: Miként befolyásolja a témával kapcsolatos tudásrendszer a nukleáris technika elemei felhasználásának elfogadottságát? Változik-e ez az évek során?

H2: Feltételezésünk szerint minél több ismerete van valakinek a témáról, annál kedvezőbben ítéli meg. Továbbá a magasabb évfolyamra járó tanulók többet tudnak a nukleáris energiáról és kedvezőbben is ítéli meg.

K3: Felfedezhető-e különbség a fővárosi és a vidéki diákok tudása és a nukleáris energia elfogadottsága között?

H3: Azt gondoltuk, hogy ebben nem lesz különbség.

K4: Változott-e a diákok tudásszintje az eltelt évtizedek alatt?

H4: Azt gondoltuk, hogy a diákok tudásszintje körülbelül azonos lesz.

A minta kiválasztása

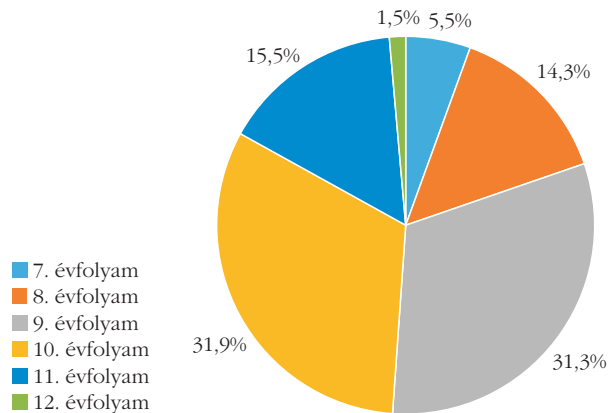
Mind a négy esetben arra törekedtünk, hogy a megkérdezett minta, a vizsgáltba bevont diákok az ország több régiójából kerüljenek ki. A válaszadás önkéntes, név nélküli volt.

A 2018-as felmérés esetében 20 különböző iskolából gyűjtöttünk adatokat. Ez azért volt lehetséges, mert az ELTE TTK fizika tanárszakos hallgatói számára képzésük utolsó éve részben külső iskolai helyszíneken történik, így 20 kihelyezett hallgatónk volt az ország különböző iskoláiban. A kérdőívet, amelyet Nukleáris totónak neveztünk, hiszen 13+1 kérdést tartalmazott, kitöltő diákok a hallgatók által tanított osztályokból kerültek ki.¹

A kérdőív szerkezete

A kérdőív elején demográfiai kérdéseket – a tanuló neme, hányadik évfolyamra jár, illetve lakhelye – tettem fel. Ezt az érdemi, összesen 14 darab (13+1) kérdés követte.

¹ Az adatgyűjtésben résztvevő hallgatók: *Tabler Adrienn, Szferle Tamás, Pécsi Ágnes, Schön Tímea, Sudár Mariann, Pintér Petra, Lakatiné Kulcsár Kitti, Tamás Klára, Tóth István, Bíró Anna, Jurasits Júlia, Molnár Tamás, Zámbo Gyöngyvér, Androvits Edina, Varsányi Éva, Böszörményi Balázs, File Ágnes, Szegedi Gábor, Kindl Eszter, Szeibert Janka.*



1. ábra. A vizsgálatban részt vett tanulók évfolyamonkénti megoszlása.

A kiértékelés módja

A kiértékelés számítógépes feldolgozással történt, Excel táblázatkezelő program felhasználásával. Egy számsor került beírásra, majd az egyes választott lehetőségek számszerű összeszámlálása és azok százalékos megjelenítése. A válaszokat szűrni is tudtuk különböző szempontok szerint, mind a kitöltők neme, lakhelye, évfolyama, illetve bármelyik kérdésre adott válasz szerint.

Demográfiai jellegű kérdések

A kérdőív első kérdései a megkérdezettek területi, életkori és nemenkénti megoszlására vonatkoznak.

A nemenkénti megoszlás mind a négy esetben közel fele-fele volt.

A területi megoszlás a négy esetből háromban hasonló, egyszer eltérő volt. Míg 1987-ben, 1993-ban és 2018-ban zömmel fővárosi diákok, közel háromnegyed részben töltöttek ki kérdőívet, addig 2007-ben ez az arány éppen fordított volt.

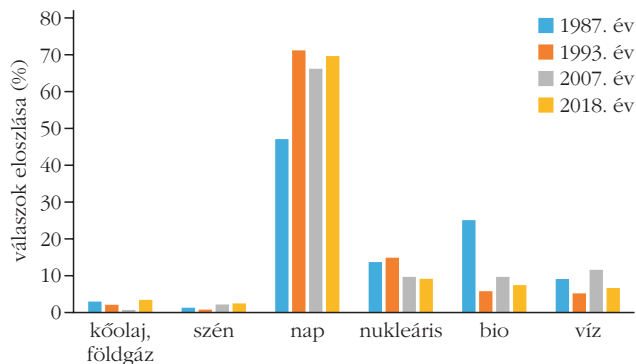
Mindegyik esetben igyekeztünk általános iskolai felsős és középiskolás tanulókat kérdezni. A legtöbb diák a 9. és a 10. évfolyamról került ki. Ennek oka az, hogy a hallgatók nagy része ezen évfolyamokon tanított a külső iskolai gyakorlat során. A 2018-as felmérésben részt vett tanulók évfolyamonkénti megoszlása az 1. ábrán látható.

Néhány nukleáris témájú kérdés megoldottságának elemzése

Jelen írásban a diákok számára feltett 14 kérdésre adott válaszokból válogatva mutatok be néhány jellegzetes összefüggést. A részletes kiértékelés a Magyar Nukleáris Társaság honlapján olvasható.²

Alább három olyan kérdéssel és a rá érkezett válaszokkal foglalkozom, amelyek mind a négy felmérésben változatlan formában szerepeltek.

² http://www.nuklearis.hu/sites/default/files/nuklearis2018-totoelemzes_RadnotiK.pdf



2. ábra. Hogyan elégténeék ki a diákok a jövő energiaigényét?

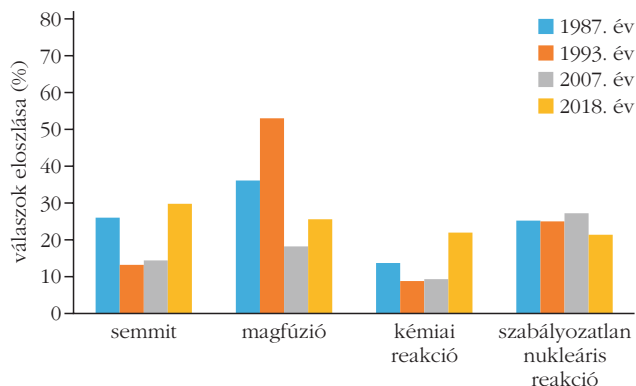
Milyen megoldást javasolsz a jövő energiaigényének kielégítésére?

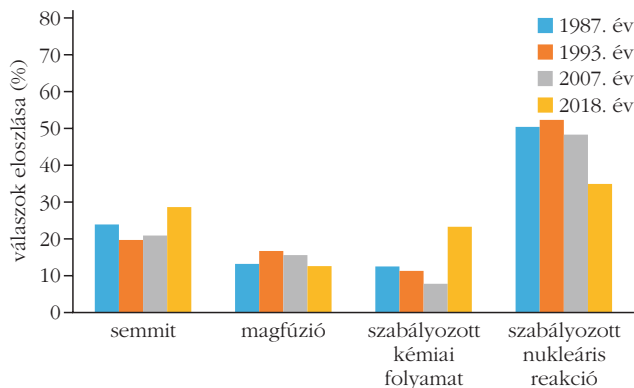
1. napenergia
2. szénenergia
3. kőolaj, földgáz
4. nukleáris energia
5. bioenergia
6. vízenergia

2018-ban legnagyobb arányban a napenergia felhasználását javasolták a diákok, mintegy 70%-ban. Ezt messze lemaradva követi csak a nukleáris energia 9%-kal. A kérdésről a korábbi években is hasonlóan gondolkodtak a diákok (2. ábra).

Ez valószínűleg azért van, mert az emberek a napenergia felhasználását tartják a legveszélytelenebbnek. Az átlagember nem gondolja végig, hogy ez mennyire szétszórt energia, és viszonylag kis hatáskkal hasznosítható. A berendezések költségesek, nagy területet foglalnak el, állandó tisztítást igényelnek, ráadásul energiatermelése nagy mértékben függ az időjárástól. Kiegészítő energiaforrásként, olyan földrajzi helyeken, ahol magas a napsütéses órák száma (például Dél-Európában) családi házak, kisebb üdülők energiaellátása ilyen módon megoldható. Kiválóan hasznosítható továbbá az úrállomáson, műholdakon, ami viszont nagyon speciális, nem mindennapi gyakorlat. Azonban nagy mennyiségű, megbízhatóan és hosszú ideig folyamatosan energiát biztosító, egy ország energiaigényének jelentős részét kielégítő naperőművek építése a jelenlegi feltételek mellett –

3. ábra. Az atombombában végbemenő folyamatokról alkotott tanulói elképzelések.





4. ábra. Az atomerőműben végbemenő folyamatokról alkotott tanulói elképzelések.

függetlenül attól, hogy világszerte egyre több naperőművet építenek és egyre több házra szerelnek fel napkollektorokat – ábránd marad. Továbbá az is látható, hogy a 2007-es és a 2018-as felmérés esetében kisebb arányban választják a diákok a nukleáris energiát.

(A szélenergia nem szerepelt a választható elképzelések között. Az első és a második felmérés idején gyakorlatilag még nem jelentett alternatívát, így a két utóbbi esetben már nem akartam változtatni a kérdésem.)

A következő két kérdés arra vonatkozott, hogy a diákok milyen mértékben rendelkeznek helyes ismeretekkel a nukleáris folyamatokkal kapcsolatban.

Mit tudsz az atombombában végbemenő folyamatokról?

1. szabályozatlan nukleáris reakció
2. kémiai reakció
3. magfúzió
4. semmit

2018-ban a diákok legnagyobb része semmit sem tudott erről, vagy téves elképzeléseik vannak. A diákok mindössze 21%-ának vannak helyes elképzelései. A korábbi évtizedekben kicsit jobb volt a helyzet (3. ábra).

Mit tudsz az atomerőműben végbemenő folyamatokról?

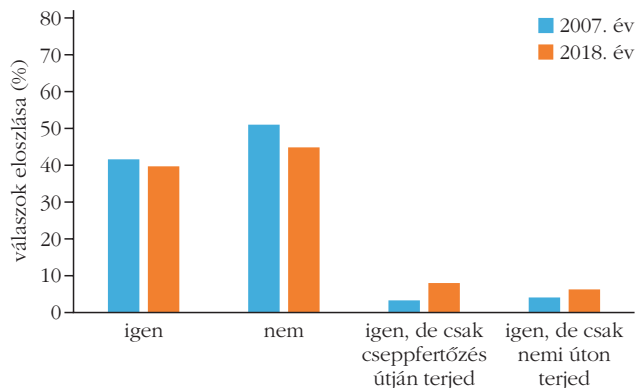
1. szabályozott nukleáris reakció
2. szabályozott kémiai folyamat
3. magfúzió
4. semmit

2018-ban erre a kérdésre kicsit többen, a tanulók 35%-a tudta a jó választ, mint az atombomba esetében (4. ábra). Sajnos az előbbi kérdéshez hasonlóan, itt is azt kell megállapítanunk, hogy a 2018-as felmérésben kisebb, sőt, sokkal kisebb arányban született jó válasz, mint az elmúlt évtizedekben.

A továbbiakban néhány új kérdést mutatok be.

Szerinted fertőző a sugárbetegség?

1. Igen.
2. Nem.
3. Cseppfertőzés útján.
4. Igen, de csak nemi úton terjed.



5. ábra. Fertőző-e a sugárbetegség?

A kérdés korábban csak 2007-ben szerepelt, és akkor a diákok 51%-a gondolkodott helyesen a témáról. 2018-ban már csak a diákok 45%-a tudta, hogy a sugárbetegség nem fertőző (5. ábra). A többieknek tévképzetük van, tehát ebben az esetben is visszaesést láthatunk.

Szerinted a Paksi Atomerőművet érheti-e a csernobilihoz hasonló katasztrófa?

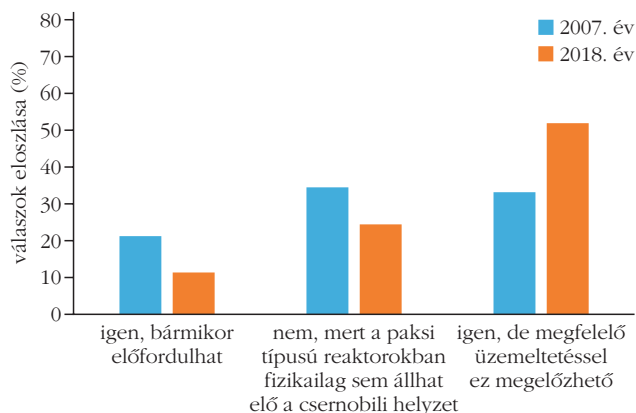
1. Igen, bármikor előfordulhat.
2. Nem, mert más típusú reaktorok üzemelnek Pakson, amelyekben reaktorfizikailag sem állhat elő a csernobilihoz helyzet.
3. Igen, de megfelelő üzemeltetéssel ez megelőzhető.

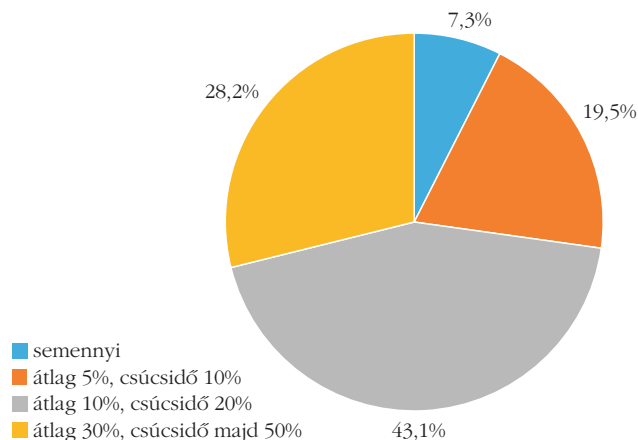
Szerencsére kevesen gondolják azt, hogy bármikor előfordulhat. De kár, hogy sokan nem tudják, hogy Pakson más típusú reaktorok üzemelnek (6. ábra). Sajnos ezen a téren elég komoly a tévképzetek jelenléte, amely nem csökkent az évek során. A helyes irányba terelés mindenképpen a fizikaoktatás fontos feladata kell legyen.

Szerinted Magyarország villamosenergia-szükségletének bányászaléka származik importból?

1. Semmi, minden szükséges villamosenergia-mennyiséget elő tudunk állítani hazai erőművekben.
2. átlag 5%, csúcsidejében 10%
3. átlag 10%, csúcsidejében 20%
4. átlag 30%, csúcsidejében majdnem 50%

6. ábra. Paks és Csernobil.





7. ábra. Mekkora lehet az import villamos energia százaléka?

A diákoknak csak negyede gondolja a helyes választ, hogy hazánkban a villamosenergia-felhasználás több, mint 30%-át importból kell beszerezni. A legtöbben 10–20%-ra vagy annál is kevesebbre tippelnek (7. ábra). Ez a kérdés először szerepelt a felmérésben.

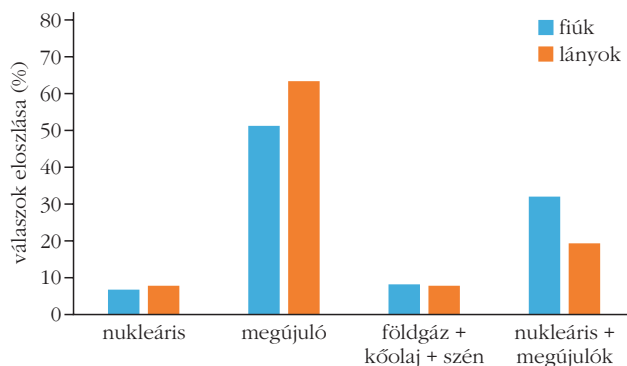
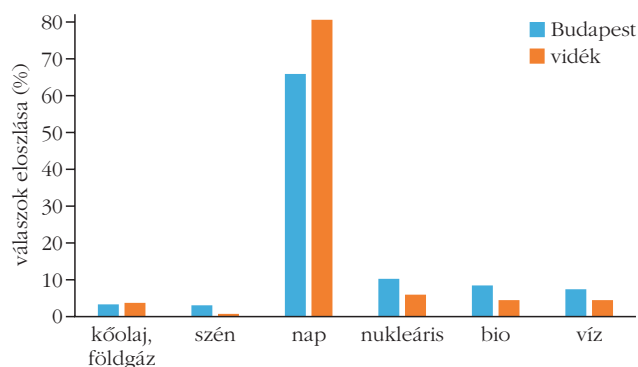
Néhány esetben megvizsgáltuk, hogy találunk-e szignifikáns különbségeket egyes tanulói csoportok tudása között. A szignifikanciát 5%-os szinten vizsgáltuk. Ehhez a totóból kivettük azokat a kérdéseket, amelyek tudás jellegű elemekre kérdezett rá. A kérdésekre adott jó válaszokhoz 1-1 pontot rendeltünk.

A következőkben megnézzük, hogy kimutatható-e szignifikáns különbség a *fiúk és lányok*, a *fővárosi és vidéki* tanulók tudása és véleménye között. Továbbá megnézzük, hogy az egyre *magasabb évfolyamra* járó diákok válaszai hogyan alakultak.

Van-e különbség a fiúk és a lányok tudása és attitűdje között?

Az előző három felmérés eredményeihez hasonlóan a 2018. évben is jelentős különbségek tapasztalhatók a fiúk és lányok nukleáris technika alkalmazásáról alkotott véleménye-tudása között. A tudáselemeken alapuló kérdések megoldottsága a fiúk esetében 33,8% (szórása 19,5%), míg a lányoknál 28,5% (szórása 17,5%). A különbség szignifikáns. Általánosságban elmondható, hogy a fiúk többet tudnak a témáról, és

9. ábra. A fővárosi és vidéki diákok megoldási javaslatai a villamosenergia-szükséglet kielégítésére.



8. ábra. A fiúk és lányok megoldási javaslatai a villamosenergia-szükséglet kielégítésére.

valószínűleg ennek következtében kedvezőben ítélik meg. Ennek demonstrálására nézzük meg a következő kérdésre adott válaszokat!

Mivel oldanád meg a villamosenergia-szükségletet?

A fiúk nagyobb arányban választanák a nukleáris energiát, míg a lányok inkább megújuló pártiak (8. ábra).

Területi megoszlás szerinti elemzés

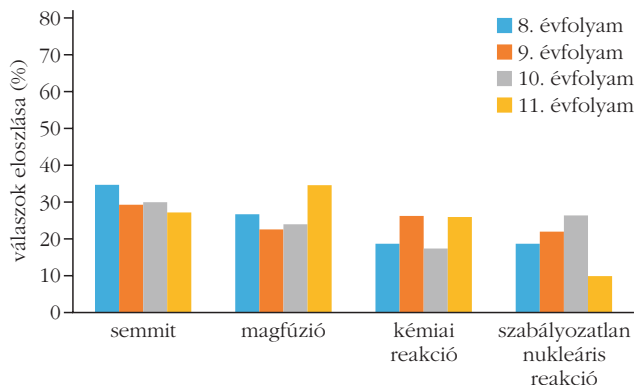
Kíváncsiak voltunk, vajon befolyásolja-e a diákok tudását, illetve a nukleáris energiával kapcsolatos véleményét az, hogy a fővárosban vagy vidéken élnek. A totóból a tudáselemekre vonatkozó kérdések megoldottsága a következőképp alakult a fővárosi és a vidéki tanulók esetében: a fővárosi diákok teljesítménye 34,2%-os, szórása 18,1%, míg a vidékieké 28,9%-os, szórása 17,4%. A különbség szignifikáns. Általánosságban elmondható, hogy a fővárosi diákok többet tudnak a témáról, és valószínűleg ennek következtében kedvezőben ítélik meg. Ennek demonstrálására nézzük meg a „Milyen megoldást javasolsz a jövő energiaigényének kielégítésére?” kérdésre adott válaszokat!

A vidéki diákok sokkal inkább napenergia-pártiak, mint a fővárosiak. Azonban meg kell említeni, hogy fiúk és lányok aránya közel 50-50% volt, addig a vidéki tanulók vizsgált minta mindössze negyedét tették ki (9. ábra).

Évfolyamonkénti elemzés

A 8., a 9., a 10. és a 11. évfolyamos diákok válaszait összehasonlítottuk, mivel kíváncsiak voltunk, hogy változik-e és ha igen, akkor hogyan, a tanulók tudása, illetve véleménye az életkor előrehaladtával. A 7. és a 12. évfolyamra járó és kérdőívet kitöltő tanulók csekély száma miatt ezt a két évfolyamot kihagytuk az összehasonlításból. Néhány esetben érdekes különbségeket találtunk.

Érdekes a „Mit tudsz az atombombában végbemenő folyamatokról?” kérdésre adott válaszok évfolyamonkénti vizsgálata. Az évek előrehaladtával növekszik a helyes válaszok aránya, míg a 11. évfolyamosok esetében az hirtelen lecsökken. Vagyis fiatalabb tár-



10. ábra. Milyen folyamat megy végbe az atombombában?

saiknál jóval kisebb arányban tudják, hogy szabályozatlan nukleáris reakcióról van szó (10. ábra).

Az előzőhöz nagyon hasonlókat mondhatunk el, a „Mit tudsz az atomerőműben végbemenő folyamatokról?” kérdésre adott válaszok esetében. Mintha a diákok visszafejlődnének, hiszen a 11.-ben visszaesés van (11. ábra). A magfúzió választása nő az évfolyammal, holott hasadásról van szó.

A várakozással ellentétben a tudásszint évfolyamonkénti emelkedése nem minden esetben következett be, sőt, vannak esetek, amikor visszaesést tapasztaltunk. Sok esetben stagnálással talákoztunk a külön nem elemzett kérdésekre adott válaszokban.

A fenti eredményekből nem szeretnék általános következtetéseket levonni, ugyanis a 11.-es diák jóval kevesebb, mindössze három osztálynyi volt, azaz a népesebb 8., 9. és 10. évfolyam körülbelül fele. Az elkövetkezendőkben további vizsgálatokat tervezek.

A feltárt jelentősebb összefüggések

A feltárt összefüggéseket a tanulmány elején megfogalmazott kutatási kérdések és hipotézisek alapján vesszük sorra.

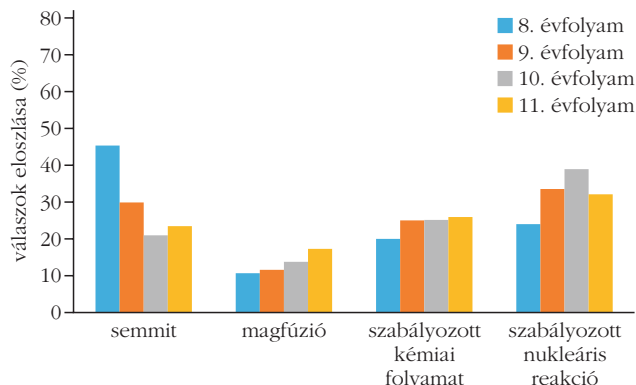
K1: Felfedezhető-e jelentős különbség a fiúk és a lányok válaszaiban?

H1: Korábbi vizsgálataink eredményei alapján azt gondoltuk, hogy igen, a fiúk minden bizonnyal többet tudnak a témáról és elfogadóbbak is.

Hipotézisünknek megfelelően szignifikáns eltérés van mind tudásszintben, mind a nukleáris energia megítélését illetően a fiúk és a lányok között. A fiúk *tájékozottabbak és kedvezőbben* is ítélik meg a nukleáris energiát.

K2: Miként befolyásolja a témával kapcsolatos tudásrendszer a nukleáris technika elemei felhasználásának elfogadottságát? Változik-e ez az évek során?

H2: Feltételezésünk szerint minél több ismerete van valakinek a témáról, annál kedvezőbben ítéli meg. Továbbá a magasabb évfolyamra járó tanulók többet tudnak a nukleáris energiáról és kedvezőbben is ítélik meg.



11. ábra. Milyen folyamat megy végbe az atomerőműben?

Egyértelmű kapcsolat állapítható meg abban a tekintetben, hogy *akik többet tudnak a témáról, azok kedvezőbben is ítélik meg* a nukleáris energiát, ahogy azt előzetesen gondoltuk. Azonban a diákok témával kapcsolatos tudása nem növekszik az évek során., illetve növekedés mutatható ki a 8–9–10. évfolyamok között, ami a 11. évfolyamon visszaesik, amely további vizsgálatokat igényel.

K3: Felfedezhető-e különbség a fővárosi és a vidéki diákok tudása és a nukleáris energia elfogadottsága között?

H3: Azt gondoltuk, hogy ebben nem lesz különbség. Nem túl nagy – de szignifikáns – különbség van a fővárosi diákok javára.

K4: Változott-e a diákok nukleáris technikával kapcsolatos tudásszintje az eltelt évtizedek alatt?

H4: Azt gondoltuk, hogy a diákok nukleáris technikával kapcsolatos tudásszintje körülbelül azonos lesz, nem változik az évtizedek során.

Ezzel szemben *2018-ban mintha kevesebbet tudnának a diákok, mint korábban!* Ez már annak a következménye lehet, hogy hazánkban a folyamatos óraszámcsökkentésekkel visszaszorult a természettudományos oktatás. Így a diákok természettudományos szemlélete nem megfelelően alakul, kevésbé érdeklődnek a műszaki-természettudományos kérdések iránt, holott napjainkat sokkal jobban átszövik a technikai eszközök használata, és sokkal több információhoz lehet jutni, mint az emberiség korábbi teljes történetében.

A kapott adatokat elemezve jelen felmérés során is megállapítható, hogy nukleáris energia megítélése ugyan nem túl kedvező, de szerencsére egyértelmű elutasítás sem tapasztalható. A diákok inkább, mint egyik lehetőséget tartják fontosnak.

Az előző, az 1987-es, az 1993-as és a 2007-es adatgyűjtések eredményeivel jelen felmérésünk eredményei összhangban vannak, vagyis azok megbízhatónak tekinthetők. Több kérdést szándékosan azonos, vagy majdnem azonos formában tettünk fel, amelyekre adott válaszokból a vélemények alakulásáról is képet kaphattunk az elmúlt három évtized során.

javaslatok az oktatás számára

A különböző médiumok előszeretettel kínálnak modern fizikai témákat, sokszor, mint érdekességet, sokszor, mint szenzációt. A nukleáris energia felhasználási lehetőségeiről, a felhasználás során bekövetkező eseményekről is előszeretettel szólnak a különböző híradások. Az iskola tehát nem teheti meg, hogy ezek tudományos igényű fogadására nem készíti fel a leendő választópolgárokat. A továbbiakban javaslatokat írunk le a nukleáris témák feldolgozási lehetőségeihez, amelyek nem feltétlenül csak a tanórákhoz kötődnek.

Azt gondoljuk, hogy az iskolának nagyobb szerepet kellene vállalnia a nukleáris technikával kapcsolatos ismeretek közvetítésében. A fiúk – a szerény tanórai kereteket meghaladva – lényegesen több ismeretet „szedtek” fel a témában, mint a lányok. Ez is mutatja, hogy fontos az iskola szerepe. A megfelelő tanítási órákon, mint fizika, kémia, földrajz, át kell tekinteni a különböző energiaátalakítási lehetőségeket, az azokhoz kapcsolódó kockázati tényezőket. Meg kell értetni a tanulókkal, hogy az egyre nagyobb létszámú emberiség energiaigénye fokozódik, és ennek előállítása bizonyos veszélyeket is hordoz magában. Természetesen az energia hatékony felhasználása, a takarékoság szükségszerű, de az egyre bővülő elektromos berendezéseink – amelyek modern életmódunk szükségszerű velejárói, például számítógép, klímaberendezés, mikrohullámú sütő, mobiltelefon stb. – napi használatáról nem szeretnénk lemondani! Az energiahány és ezen belül a villamos energia hiánya, illetve csökkentett elérési lehetősége, mai életmódunk hanyatlásával járna, továbbá csak jóval kevesebb ember életlehetőségét tudná biztosítani a Földön!

Különböző szinteken tanítható, osztálytermi környezetben feldolgozható energetikával és azok környezeti hatásaival foglalkozó modulokat, tanítási egységeket lehet kidolgozni. Az általános iskolai korosztály számára is feldolgozhatók az ilyen témakörök, természetesen egyszerűsített formában.

Amennyiben erre lehetőség van, érdemes kirándulás keretében megtekinteni a MVM Paksi Atomerőmű Zrt. Látogató Központját, amely rendkívül jó összefoglalást ad a témával kapcsolatban. A látogatást érdemes előre bejelenteni, ha nagyobb csoportot visznek a kollegák. A bemutató megtekintése, a szakszerű vezetés díjtalan és bárkinek lehetősége van rá, gyerekeknek is, mivel nem tartozik az erőmű területéhez [4]. Szintén könnyed, látványos formában van lehetőségük a diákoknak megismerkedni az atomenergiával és az új blokkok létesítését jelentő Paks II. projekttel a Paks II. Zrt. tájékoztató kamionján. Az interaktív kiállítás országjárása során felkeresi az ország 5000 főnél nagyobb lélekszámú településeit és a nagy nyári fesztiválokat egyaránt [5].

A továbbiakban lehetséges tanulói tevékenységek listáját közöljük a témakör önálló vagy csoportos tanulói feldolgozásához:

- Készítsen listát a mindennapi életben használható olyan eszközökről, amelyek működése alapvetően a modern fizika eredményein alapul!

- Vizsgálja át a televízió egy heti programját és gyűjtse ki azokat a műsorokat, amelyek témája a modern fizikával kapcsolatos!

- Gyűjtson olyan ismeretterjesztő könyveket, amelyek a modern fizika eredményeit mutatják be 12–16 éves gyerekek számára!

- Vizsgáljon át napilapokat, különböző folyóiratokat, internetes híradásokat! Milyen a modern fizikát érintő cikkek találhatóak bennük? Mennyire megbízható információkat közvetítenek a különböző cikkek a nagyközönség felé? Csoportosítson aszerint, hogy melyeket tartja megbízhatónak, s melyeket nem!

- Végezzen adatgyűjtést a nukleáris energia elfogadását illetően diákok és/vagy a nagyközönség körében!

- Készítsen felmérést a modern fizika kidolgozásában részt vett magyar tudósok ismertségére vonatkozóan!

- Készítsétek el a magfúzió, a maghasadás és a láncreakció képi illusztrációját!

- Modellezzétek a láncreakciót!

- Hasonlítsátok össze az energia nukleáris erőműben való előállításával kapcsolatos környezeti problémákat az energia egyéb előállítási lehetőségei során felmerülő problémákkal!

- Gyűjtsetek cikkeket, különböző helyen megjelent írásokat a nukleáris energia felhasználási lehetőségeivel kapcsolatban! Készítsetek tablót ezekből!

- Készítsetek beszámolót a magyar tudósok szerepéről az atomenergia felszabadításának témakörében! A beszámoló alapján készítsetek tablót is!

- Mely országokban milyen típusú atomerőművek működnek, és mekkora az ország villamosenergia-termelésében a nukleáris energia részesedése? Ábrázoljátok térképen is a nukleáris erőművek helyét!

- Milyen hazai és nemzetközi szervezetek foglalkoznak a nukleáris technikával?

- Mely országokban fejlesztik a nukleáris energiát és mely országokban szorul vissza? Mi lehet e jelenségnek az oka?

- Kutatási témák (elsősorban lányok számára). A következő személyek életét lehet feldolgozni: *Marie Curie, Irène Curie, Lise Meitner*. De kereshetnek magyar vagy magyar származású kutatónőket is, továbbá interjúkat lehet készíteni a napjainkban a nukleáris technika területén dolgozó nőkkel.

A diákok érdeklődése szerint bármelyik téma akár önálló projektté is kibővíthető. A gyűjteményekből kiállítás szervezhető, vitanap rendezhető esetleg más osztályok tanulóinak bevonásával stb.

Elektronikai érdeklődésű diákok részére szakkörökön például *detektorok építése* és azokkal mérések végzését ajánljuk [6].

A fizika jellegű számítások iránt érdeklődők számára *modellszámítások* végzését és a Szilárd Leó Verseny feladatainak tanulmányozását, illetve a versenyen való részvételt ajánljuk [7].

Akik szeretik a *szimulációkat*, azok számára is széleskörű lehetőségek vannak, mint például *Sükösd Csaba* és *Jarosievitz Beáta* szimulációi [8].

Továbbá érdemes az atomerőmű működéséről [9], az urán útjáról [10], illetve a témával kapcsolatban filmeket keresni.

Irodalom

1. Radnóti K.: Milyen napjainkban Magyarországon a tizenévesek atomenergiához való viszonya. Egy felmérés eredményeinek áttekintése. *Fizikai Szemle* 38/4 (1988) 157–160.
2. Radnóti K.: Az atomenergia elfogadása a tanulóiifjúság körében. *Fizikai Szemle* 50/7 (2000) 251–253.
3. Radnóti K.: A nukleáris technikával kapcsolatos gondolkodás múltja, jelene, jövője. *Nukleon 1/1* (2008) http://nuklearis.hu/sites/default/files/nukleon/nukleon1_1_radnoti.pdf

4. MVM Paksi Atomerőmű Tájékoztató és Látogatóközpont honlapja: <http://www.atomeromu.hu/hu/latogatoknak/ErkezesElott/Lapok/default.aspx>
5. Paks II. Atomerőmű Zrt. interaktív tájékoztató kamionja. <http://www.paks2.hu/hu/Media/Interaktiv-tajekoztato-kamion/Lapok/default.aspx>
6. Garamhegyi G.: Safecast-projekt megvalósítása az Isaszegi Gábor Dénes Gimnázium és Szakgimnáziumban. *Fizikai Szemle* 69/1 (2019) 30–36., http://fizikaiszemle.hu/uploads/2019/01/fizszem-201901-garamhegyigabor_14_47_53_1548942473.1417.pdf
7. Szilárd Leó Verseny honlapja: <http://www.szilardverseny.hu>
8. Sükösd Csaba szimulációi: <http://oldweb.reak.bme.hu/munkatarsak/dr-suekoesd-csaba/letoletes/ismeretterjeszto-es-oktatasi-anyagok.html>
9. https://www.youtube.com/watch?time_continue=5&v=QILQiyHbfFA
10. https://www.youtube.com/watch?time_continue=177&v=mDpiK7xUchE

MILYEN GYORSAN HALADJUNK ESŐBEN, HOGY MINÉL KEVÉSBÉ ÁZZUNK EL?

Egy elmélet és egy kísérlet ellentétes eredményeinek igazságtartalmáról

Horváth Gábor, Szferle Tamás Áron
ELTE Fizikai Intézet, Biológiai Fizika Tanszék

Esőben gyakran futni kezdünk, hogy minél előbb egy esőmentes helyre érjünk, mert a lehető legkevesebbet akarunk elázni. Egy speciális esetben csak a fejünk és vállunk ázik el, máskor főleg a fejünk, vállunk és testünk eleje, vagy leginkább a fejünk, vállunk és testünk hátsó felülete. Vajon mikor melyik? Mekkora sebességgel érdemes haladnunk, hogy minél kevésbé legyünk vízesek? Hogyan függ mindez az esőcseppek sebességétől és irányától? Mit mond erről a videomédia? Egy elmélet sze-

rint esőben futni érdemes, ha kevésbé akarunk vízesek lenni, egy kísérletben viszont arra jutottak, hogy inkább gyalogoljunk, ha kevésbé akarunk elázni. Mi az oka az elmélet és kísérlet ellentétes eredményeinek? Melyiknek van igaza? Cikkünkben e minden esőben mozgó embert érintő kérdéseket válaszoljuk meg.



Az esőben haladás egy speciális esetével meteorológusok foglalkoztak [1]. Ők azt a legegyszerűbb helyzetet vizsgálták, amikor függőlegesen és állandó sebességgel hulló, egyenletes térbeli és időben nem változó cseppeloszlású esőben egy téglatest konstans sebességgel tesz meg egy adott távolságot. Elemi számításokkal arra a következtetésre jutottak, hogy a téglatest vízszintes felső és függőleges mellső felületét együttesen annál kevesebb esőcsepp éri, minél nagyobb sebességgel mozog.

A videomédiát is foglalkoztatta a függőlegesen hulló esőben haladás optimális sebességének kérdése. Cikkünk végén egy magyar [2] és egy amerikai [3] videofilmet említünk és veszünk górcső alá. Cikkünkben a számításainkat azon általánosabb esetre végezzük, amikor az eső az x vízszintes és z függőleges síkkal párhuzamosan hullik a függőlegestől mért $-90^\circ \leq \theta \leq +90^\circ$ szögben, s egy téglatest az x tengellyel párhuzamosan mozog állandó v sebességgel az 1. ábra szerinti módon, nevezéktannal és jelölésekkel. A téglatestet érő eső mennyiségét számítjuk ki.

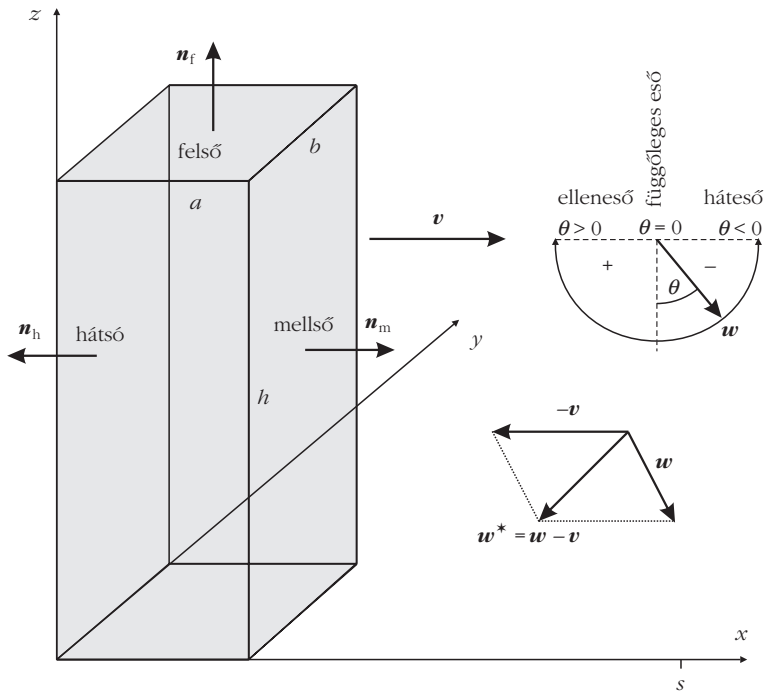
Téglatestünk legyen a z tengely mentén h magasságú, az x tengely mentén a hosszúságú és az y tengely mentén b szélességű (1. ábra), és mozogjon állandó



Horváth Gábor fizikus, az MTA doktora, egyetemi tanár, az ELTE Biológiai Fizika Tanszék Környezetoptika Laboratóriumának vezetője. A vizuális környezet optikai sajátosságait és az állatok látását tanulmányozza, továbbá biomechanikai kutatásokat folytat. Számos szakmai díj és kitüntetés tulajdonosa. Évtizedek óta aktív tudományos ismeretterjesztői munkát is folytat előadások és cikkek formájában.



Szferle Tamás Áron az ELTE fizika-földrajz tanárszakos hallgatójaként és amatőr rögbijátékosként BSc szakdolgozatát a rögbi fizikájáról írta, míg MA diplomamunkájának címe *Kísérleti fizika földrajzórán* volt Horváth Gábor vezetésével. 2019-ben szerzett tanári diplomát az ELTE-n. A budapesti Athéné Idegenforgalmi, Informatikai és Üzletemberképző Középiskolában tanít fizikát és földrajzot.



1. ábra. w sebességvektorral hulló esőben x irányú vízszintes állandó v sebességvektorral mozgó, abh méretű téglatest, ami s távolságot tesz meg, amíg esőmentes helyre nem ér.

$v = (v, 0, 0)$ sebességvektorral az x tengely mentén, ahol s utat kell megtennie, amíg egy esőmentes helyre ér

$$t = \frac{s}{v} \quad (1)$$

idő alatt. Az eső hulljon w állandó sebességgel lefelé az x - z síkkal párhuzamosan, a függőlegestől mért θ szögben úgy, hogy ellenesőben $\theta > 0$, hátesőben $\theta < 0$, és $\theta = 0$, amikor pont függőlegesen zuhog (1. ábra). Ekkor az esőcseppek sebességvektora $w = (-w \cdot \sin\theta, 0, -w \cdot \cos\theta)$. A téglatesttel együttmozgó koordináta-rendszerben az esőcseppek sebességvektora:

$$\begin{aligned} w^* &= w - v = (-w \sin\theta - v, 0, -w \cos\theta) = \\ &= (w_x^*, w_y^*, w_z^*). \end{aligned} \quad (2)$$

Csak a felső felületre hulló háteső ($\theta < 0$)

Az eső a téglatestnek csak a felső felületét éri, ha a vele együttmozgó koordináta-rendszerben az eső w^* sebességvektorának nulla a vízszintes irányú összetevője, azaz (2) alapján: $w_x^* = -w \sin\theta - v = 0$, ahonnan

$$v = -w \sin\theta = v_{\text{krit}} > 0, \quad (3)$$

ami csak $\theta < 0$ esetén valósulhat meg, vagyis kizárólag hátesőben. Ekkor (1), (2) és (3) fölhasználásával, a felső felületet érő eső mennyisége

$$\begin{aligned} N_f(v = v_{\text{krit}}) &= |w_z^*| t a b \rho = \frac{w a b \rho s \cos\theta}{v_{\text{krit}}} = \\ &= -a b s \rho \cotan\theta > 0, \end{aligned}$$

mert $\theta < 0$, ahol ρ a homogénnek feltételezett esőcseppeloszlásban az egységnyi térfogatban lévő eső mennyisége (esőcseppek száma vagy azok össztömege/légtérfogata). Ilyenkor, érthető módon, a téglatestet érő eső mennyisége csak a felső ab felületnagyságtól függ és független a h magasságtól.

A felső és mellső felületre hulló függőleges vagy elleneső ($\theta \geq 0$)

Ha függőleges vagy ellenesőben ($\theta \geq 0$, 1. ábra) a téglatesttel együttmozgó koordináta-rendszerben az eső w^* sebességvektorának vízszintes irányú összetevője $w_x^* < 0$, akkor $v > -w \sin\theta = v_{\text{krit}}$, s ekkor a téglatest

$$n_e = (1, 0, 0) \quad (4)$$

normálvektorú mellső $A_m = hb$ felületét és a tetejének $n_f = (0, 0, 1)$ normálvektorú $A_f = ab$ felületét éri csak eső.

A 2. ábra alapján a téglatesttel együttmozgó koordináta-rendszerben egy n normálvektorú, A nagyságú felületnek az eső w^* sebességvektorára merőleges homlokfelülete

$$A_{\text{homlok}} = A \cos\alpha, \quad \text{ahol} \quad \cos\alpha = \frac{|n \cdot w^*|}{w^*}.$$

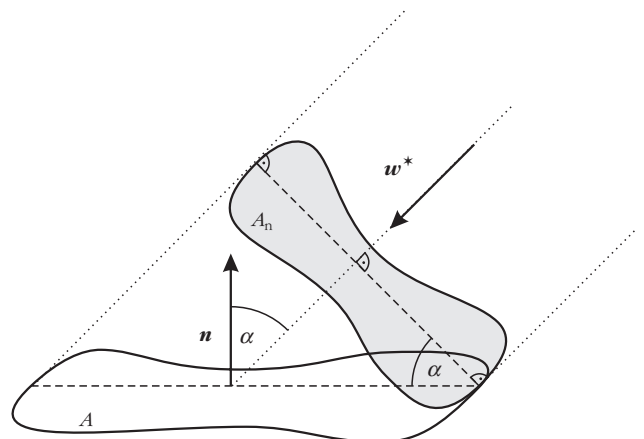
A téglatest mellső felülete esetén:

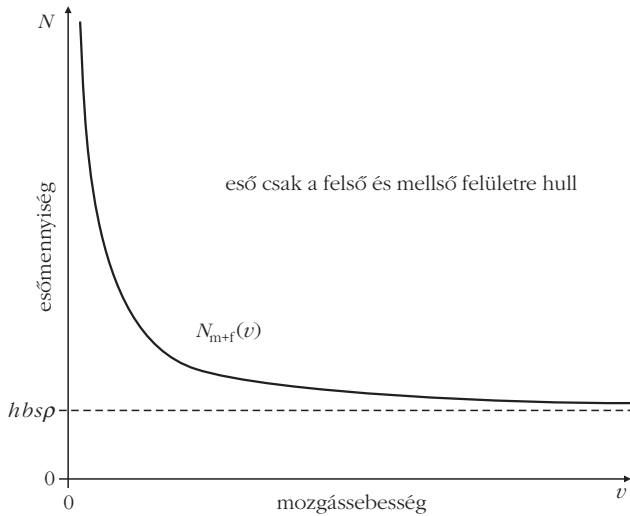
$$-n_m \cdot w^* = w^* \cos\alpha,$$

ahonnan

$$\cos\alpha = -\frac{n_m \cdot w^*}{w^*}. \quad (5)$$

2. ábra. A téglatesttel együttmozgó koordináta-rendszerben egy n normálvektorú, A felületnek az eső w^* sebességvektorára merőleges $A_n = A \cos\alpha$ homlokfelülete meghatározásához, ahol $\cos\alpha = |n \cdot w^*|/w^*$.





3. ábra. A függőleges vagy ellenesőben ($\theta \geq 0$) v sebességgel mozgó téglatestet s úton érő, (9) szerinti $N_{m+f}(v)$ esőmennyiség a v függvényében.

A (2) és (4) fölhasználásával:

$$\mathbf{n}_m \cdot \mathbf{w}^* = -(w \sin \theta + v). \quad (6)$$

Az (1), (5) és (6) fölhasználásával, a téglatest mellső felületét érő eső mennyisége:

$$\begin{aligned} N_m &= hb w^* \rho t \cos \alpha = hb w^* \rho s \frac{\cos \alpha}{v} = \\ &= hbs\rho \frac{v + w \sin \theta}{v}. \end{aligned} \quad (7)$$

Hasonlóan adódik a téglatest felső felületére hulló esőre, hogy

$$-\mathbf{n}_f \cdot \mathbf{w}^* = w^* \cos \alpha,$$

ahonnan

$$\cos \alpha = -\frac{\mathbf{n}_f \cdot \mathbf{w}^*}{w^*},$$

valamint

$$\mathbf{n}_f \cdot \mathbf{w}^* = -w \cos \theta,$$

így:

$$N_f = ab w^* \rho s \frac{\cos \alpha}{v} = abs\rho w \frac{\cos \theta}{v}. \quad (8)$$

Végül (7) és (8) fölhasználásával a téglatestet érő összes esőmennyiség:

$$\begin{aligned} N_{m+f}(v) &= N_m + N_f = \\ &= b s \rho \frac{hv + w(a \cos \theta + h \sin \theta)}{v}. \end{aligned} \quad (9)$$

A (9)-ből látható, hogy $N_{m+f}(v=0) = \infty$, $N_{m+f}(v=\infty) = hbs\rho$ és $N_{m+f}(v)$ deriváltja:

$$\frac{dN_{m+f}(v)}{dv} = -bs\rho w \frac{a \cos \theta + h \sin \theta}{v^2} < 0. \quad (10)$$

Függőleges vagy ellenesőben ($\theta \geq 0$) a 3. ábra mutatja a (9) szerinti $N_{m+f}(v)$ függvényt, aminek (10) szerinti deriváltja mindig negatív, azaz $N_{m+f}(v)$ monoton csökken végtelenről az $N_{m+f}(v=\infty) = hbs\rho$ értékig, amint a v sebesség 0-ról nő a végtelenig.

Konklúzió

Tehát függőleges vagy ellenesőben ($\theta \geq 0$) a téglatest minél nagyobb sebességgel teszi meg az s utat az esőmentes helyig, a felső és mellső együttes felülete annál kevésbé lesz vizes. Az összegyűjtött $N_{m+f}(v=\infty) = hbs\rho$ vízmennyiség alsó határértéke egyenesen arányos a hb mellső felülettel, a megteendő s távolsággal és az esőcseppek ρ térfogati sűrűségével.

A felső és hátsó felületre hulló háteső ($\theta < 0$)

Ha hátesőben ($\theta < 0$) a téglatesttel együttmozgó koordináta-rendszerben az eső \mathbf{w}^* sebességvektorának vízszintes irányú összetevője $w_x^* = -w \sin \theta - v > 0$, akkor $v < -w \sin \theta = v_{\text{krit}}$, és ekkor a téglatest felső felületét, valamint

$$\mathbf{n}_h = (-1, 0, 0) \quad (11)$$

normálvektorú hátsó $A_h = hb$ felületét éri csak eső. A téglatest hátsó felülete esetén:

$$-\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{w}^* = w^* \cos \alpha,$$

ahonnan

$$\cos \alpha = -\frac{\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{w}^*}{w^*}. \quad (12)$$

A (2) és (11) fölhasználásával:

$$\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{w}^* = w \sin \theta + v. \quad (13)$$

Az (1), (12) és (13) fölhasználásával, a téglatest hátsó felületét érő eső mennyisége:

$$N_h = hb w^* \rho t \cos \alpha = -hbs\rho \frac{v + w \sin \theta}{v}. \quad (14)$$

(8) és (14) fölhasználásával a téglatestet érő összes esőmennyiség:

$$\begin{aligned} N_{h+f}(v) &= N_h + N_f = \\ &= bs\rho \frac{w(a \cos \theta - h \sin \theta) - hv}{v}. \end{aligned} \quad (15)$$

(15)-ből $N_{h+f}(v=0) = \infty$, $N_{h+f}(v=v_{\text{krit}}=-w \sin \theta) = N_{\text{krit}} = -abs\rho \cotan \theta > 0$, mert $\theta < 0$, és $N_{h+f}(v)$ deriváltja:

$$\frac{dN_{h+f}(v)}{dv} = -bs\rho w \frac{a \cos \theta - h \sin \theta}{v^2} < 0. \quad (16)$$

Hátesőben ($\theta < 0$) a 4. ábra mutatja a (15) szerinti $N_{h+f}(v)$ függvényt, aminek (16) szerinti deriváltja negatív, azaz $N_{h+f}(v)$ monoton csökken végtelenről az $N_{h+f}(v_{krit}) = -w \sin \theta = N_{krit} = -absp \cot \theta$ értékig, amint a v sebesség 0-ról nő v_{krit} -ig. A 4. ábra a (9) szerinti $N_{m+f}(v)$ függvényt is mutatja, ami monoton csökken $N_{krit} = -absp \cot \theta$ -ról $hbsp$ -ig, amint a v sebesség v_{krit} -ről a végtelenig nő.

Konklúzió

Tehát hátesőben ($\theta < 0$) téglatestünket az elázás mértékének optimalizálása érdekében a következő stratégiákkal mozgathatjuk:

1. Ha hátesőben azt akarjuk, hogy a téglatestnek csak a felső felületét érje eső, akkor $v_{krit} = w \sin |\theta|$ sebességgel kell mozognia. Ez az eset csak hátesőben fordulhat elő.

2. Ha azt akarjuk, hogy a téglatest hátsó felszínét ne érje eső, a felső és mellső felülete pedig minél kevésbé ázzon el, akkor minél nagyobb $v (> v_{krit})$ sebességgel kell mozognia. A hátsó felületére csak akkor nem hull eső, ha $v > v_{krit}$.

3. Ha azt akarjuk, hogy a téglatest mellső felületét ne érje eső, de hátsó felszíne megázhat, akkor $v < v_{krit}$ sebességgel kell mozognia. Ha ilyenkor arra is törekszünk, hogy a felső és hátsó felület minél kevésbé ázzon el, akkor minél gyorsabban kell mozognia és lehetőleg közelítse meg a v_{krit} kritikus sebességet, amit ha elér, akkor csak a felső felülete ázik az 1. pont szerint.

Az esőben haladás optimális sebességéről szóló két videofilm ellentétes következtetéseinek oka

Egy magyar rövid videofilm [2] azt tisztázta egy elemi geometriai számítással, hogy függőlegesen hulló esőben futni vagy sétálni érdemes-e, ha minél kevésbé akarunk elázni. Itt is téglatestnek tekintették az esőben mozgó embert, és csak azon speciális esettel foglalkoztak, amikor függőlegesen ($\theta = 0$) esik az eső. Arra jutottak, hogy mellünk benedvesedése független a mozgás v sebességétől, míg a fejünk s vállunk annál kevésbé lesz vizes, minél nagyobb a v . E következtetések egyeznek a fönti általánosabb számításaink függőlegesen hulló ($\theta = 0$) esőre vonatkozó eredményeivel: (7) és (8) szerint $\theta = 0$ esetén a téglatest mellső felületét érő

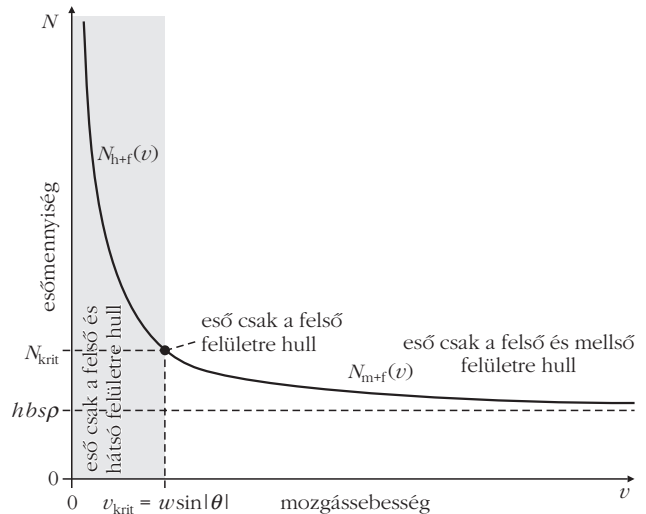
$$N_m(\theta=0) = hbsp \quad (17)$$

esőmennyiség független v -től, a felső felületet érő

$$N_f(\theta=0) = \frac{abspw}{v} \quad (18)$$

esőmennyiség pedig annál kisebb, minél nagyobb a v .

E következtetés azonban ellentétes az amerikai *MythBusters* (magyarul: mítoszrombolók) televíziós



4. ábra. A hátesőben ($\theta < 0$) v sebességgel mozgó téglatestet s úton érő, (9) szerinti $N_{m+f}(v)$ és (15) szerinti $N_{h+f}(v)$ esőmennyiség a v függvényében.

filmsorozat (magyar címe: *Állítólag Running in the Rain (Futás az esőben)*) epizódjának [3] kísérleti eredményével. Ezen epizódban az esőben haladás optimális sebességét vizsgálták kísérletileg: egy csarnok mennyezetéről egyenes mentén állandó távközökkel elosztott több zuhanyrózsából gyakorlatilag függőlegesen ($\theta = 0$) hullott a mesterséges eső, ami alatt egy adott távolságot változó sebességgel (gyalogolva vagy futva) tett meg két ember, akik egy gumi kezeslábas fölé húzott kezeslábas szövetruhát viseltek. A gumialosónak és a fölötte hordott szövetruhának az volt a szerepe, hogy az emberekre hulló víz ne tapadjon a bőrhöz, hanem a szövetruha minél többet szívjon magába. Az esőben mozgó emberek fejére hulló esőt figyelmen kívül hagyták, de a ruha fölfogta a vállat érő esőt is. A fejet nem borította a szövetruha, mert nem volt kapucnija, és máshogyan sem próbálták meg mérni a fejet érő esővíz mennyiségét. A mesterséges esőben egy adott táv adott sebességgel való megtétele előtt és után digitális mérleggel mérték meg a kezdetben száraz, majd nedves szövetruha súlyát, amely súlyok különbsége a szövet által fölszívott víz súlyát adta meg.

Arra az eredményre jutottak, hogy amikor gyalogoltak az esőben, akkor a szövetruha kevésbé lett vizes, mint amikor futottak. Ezzel azt a mítoszt vélték lerombolni, hogy esőben futni érdemes, ha kevésbé akarunk elázni. E kísérletből tehát azt a végkövetkeztetést vonták le, hogy függőlegesen hulló esőben ne fussunk, hanem gyalogoljunk, ha adott távon kevésbé akarunk vizesek lenni.

Míndez szöges ellentétben áll az [1] cikk, a [2] videofilm és a fönti számításaink (17) és (18) eredményeivel. A kísérletben a függőlegesen hulló esőben mozgó emberek fejére jutó esővel nem foglalkoztak, de a vállakra hulló eső súlyát belemérték a vászonruhába. Márpedig (17) jóslata alapján a mellét érő esővíz $N_m(\theta=0) = hbsp$ mennyisége nem függ a v -től, míg (18) szerint a vállakra hulló eső $N_f(\theta=0) =$

Egy téglatestet érő összes esőmennyiség a felső és mellső felületre hulló függőleges ($\theta = 0$) vagy elleneső ($\theta > 0$), valamint a felső és hátsó felületre hulló háteső ($\theta < 0$) esetén, $\theta = +90^\circ, +45^\circ, 0^\circ, -45^\circ, -90^\circ$ mellett, (9) és (15) felhasználásával.

a téglatest felső és mellső együttes felületére hulló függőleges ($\theta = 0$) vagy elleneső ($\theta > 0$)

$$(9): N_{m+f}(\theta) = b s \rho \frac{h v + w(a \cos \theta + h \sin \theta)}{v}$$

a téglatestet érő összes esőmennyiség

feltétel

$$N_{m+f}(\theta = +90^\circ) = h b s \rho \frac{v + w}{v}$$

–

$$N_{m+f}(\theta = +45^\circ) = b s \rho \frac{2 h v + \sqrt{2} w(a + h)}{2 v}$$

–

$$N_{m+f}(\theta = 0^\circ) = b s \rho \frac{h v + a w}{v}$$

–

a téglatest felső és hátsó együttes felületére hulló háteső ($\theta < 0$)

$$(15): N_{h+f}(\theta) = b s \rho \frac{w(a \cos \theta - h \sin \theta) - h v}{v}$$

a téglatestet érő összes esőmennyiség

feltétel

$$N_{h+f}(\theta = -45^\circ) = b s \rho \frac{\sqrt{2}(a + h)w - 2 h v}{2 v}$$

$$\sqrt{2}(a + h)w \geq 2 h v$$

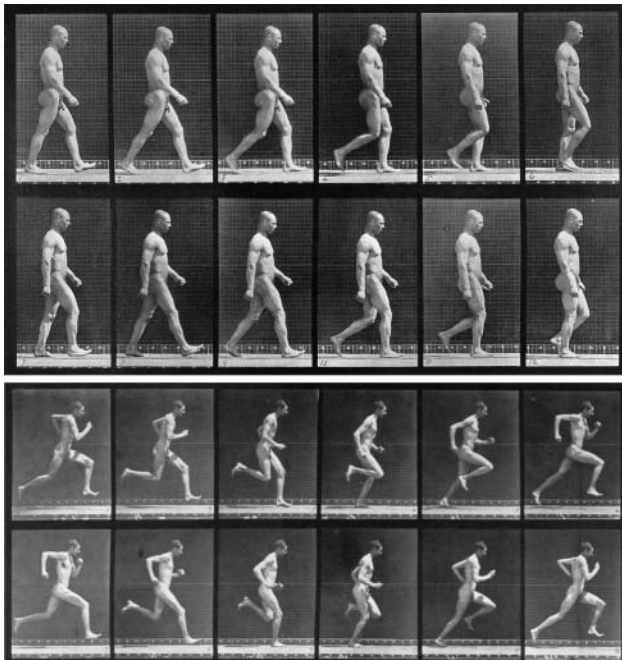
$$N_{h+f}(\theta = -90^\circ) = h b s \rho \frac{w - v}{v}$$

$$w \geq v$$

$abspw/v$ mennyisége fordítva arányos a v -vel, s nem egyenesen arányos vele, mint a kísérletben találták. Mi ennek az oka? Kinek van igaza?

Ezen ellentmondás oka, hogy a fönti számítások egy mozgás közben folyamatosan ide-oda lendülő

5. ábra. Eadweard Muybridge (1830–1904) híres fényképsorozata egy gyalogoló (fölül) és egy futó (alul) ember 12 mozdulatáról.



kéz és láb nélküli, esőben haladó merev téglatestre vonatkoznak, míg a mérésben a kezeiket és lábaikat lendítgető emberi testek gyalogoltak vagy futottak. Az 5. ábra Eadweard Muybridge (1830–1904) amerikai fotográfus gyalogló és futó emberek mozdulatainak híres képsorozatait mutatja. Jól látszik, hogy gyalogláskor a kezek és lábak jóval kisebb szögkitérésűek, mint futáskor, miáltal a függőleges eső kevésbé éri őket, mint futás közben. Ez a magyarázata annak, hogy a kísérletben függőlegesen hulló esőben gyalogló emberek szövetruhája kevésbé lett vízvesztés, mint a futóké. Ha a kísérletet v_1 kisebb és v_2 nagyobb sebességgel mozgó téglatestekkel végezték volna, akkor a fönti elméleti számításoknak megfelelően pont az ellenkező eredményre jutottak volna, mert ekkor a nagyobb v_2 sebességű téglatest vízszintes teteje lett volna kevésbé

vízvesztés, mint a kisebb v_1 sebességűé: mivel $v_1 < v_2$, ezért $N_{f1}(\theta=0, v_1) = abspw/v_1 > N_{f2}(\theta=0, v_2) = abspw/v_2$. Ugyanakkor mindkét téglatest mellső felületére egyformán nedvesedett volna be: $N_{m1}(\theta=0, v_1) = N_{m2}(\theta=0, v_2) = hbs\rho$, mert N_m független v -től.

Következtetések

1. Ha függőlegesen hulló esőben eltekintünk a fejünket érő esővíztől – mert például azt fejedővel védhetjük az esőcseppek ellen –, akkor az a kísérleti eredmény a helyes, hogy függőlegesen esőben inkább gyalogolni, mint futni érdemes, mert e kísérlet sokkal valóságosabban modellezte az esőben haladó dinamikus emberi testet, mint a számításokban vizsgált merev téglatest.

2. Ha a függőlegesen hulló esőben haladó embernek csak a gyakorlatilag állandó irányú, közel vízszintes és függőleges felületrészekkel bíró fejét, vállát, mellét és hátát vesszük figyelembe és eltekintünk a folyamatosan mozgó s ezért állandóan változó irányú felületrészekkel rendelkező kezeitől és lábaitól – mert például a végtagok viszonylag kisebb felületűek –, akkor azon elméleti jóslat a helyes, hogy függőlegesen hulló esőben inkább futni, mint gyalogolni érdemes. Mivel a kezeinket és lábainkat borító ruharezek elázása is általában kellemetlen, ezért az e következtetés alapjául szolgáló szituáció kevésbé életszerű, mint az előző, általánosabb érvényű helyzet.

3. Az 1. táblázat foglalja össze egy téglatestet érő összes esőmenyiséget a felső és mellső felületre hulló függőleges vagy elleneső ($\theta \geq 0$), valamint a felső és hátsó felületre hulló háteső ($\theta < 0$) esetén, $\theta = +90^\circ, +45^\circ, 0^\circ, -45^\circ, -90^\circ$ mellett, (9) és (15) felhasználásával.

Irodalom

1. J. J. Holden, S. E. Belcher, Á. Horváth, I. Pytharoulis: Raindrops keep falling on my head. *Weather* 50/11 (1995) 367–370.
2. Esőben futni vagy sétálni jobb? <https://www.youtube.com/watch?v=4GfQBvDB73A>
3. MythBusters: Running in the Rain. <https://www.youtube.com/watch?v=HtbJbi6Sswg>

2019 | 05 | 17

Magyar Tudományos Akadémia

ATOMMAGKUTATÓ INTÉZET – DEBRECEN

SAJTÓKÖZLEMÉNY

Világszínvonalú kutatói környezet kialakítása az MTA Atomki új Tandetron Laboratóriumában – GINOP-2.3.3-15-2016-00005



Európai Unió
Európai Strukturális
és Beruházási Alapok



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

SZÉCHENYI 2020

Az MTA Atommagkutató Intézetben 2014 májusában helyeztük üzembe a Tandetron típusú részecskegyorsítót, aminek beszerzését az MTA Infrastruktúra pályázatainak elnyert támogatások tették lehetővé.

A jelen projekt célja – és mára megvalósult eredménye – a Tandetron Laboratórium teljes kiépítése volt. Világszínvonalú, széles módszer- és eszközválasztékkal rendelkező, sokak számára hozzáférhető kutatóhelyet alakítottunk ki, amely ebben a tekintetben is kiválóssági centrummá teszi az Intézetet és Gyorsítóközpontját.

A Tandetron Laboratórium műszaki kiépítése során beüzemeltük a beszerzett eszközöket: nagy áramerősségű hidrogén- és héliumion-nyalábok előállítására alkalmas multicusp ionforrásokat, a nehézionok előállítására alkalmas cézium-sputter ionforrást és a 90° -os eltérítő-analizáló mágnezt. Egy röntgendetektor-rendszert installáltunk a levegőre kilépő nyalábbal végzendő mérések számára, végül a tervezett ionnyaláb-analitikai nyalábvéget is beüzemeltük és használatba vettük. Ezzel kiépült a teljes Tandetron Laboratórium és megvalósult a projekt célkitűzése.

A gyorsítóhoz kapcsolható laboratóriumi berendezéseket a jelenlegi és a potenciális felhasználók igényei alapján válogattuk össze. A tervezett felhasználási területek az alap- és alkalmazott kutatásban a következők: ionnyaláb-analitika, mikro-megmunkálás, nukleáris asztrofizika, magfizika, ionbombázással kiváltott sugárkárosodási folyamatok (molekulák ionizációja és fragmentációja) vizsgálata, légköri aeroszol vizsgálatok.

Az új Tandetron Laboratórium nemzetközi mércével mérve is kiemelkedő lehetőségeket biztosít a kutatási témák sokasága számára. Magas technikai színvonalat tudunk biztosítani, és olyan tudásszintű kutatói közösséggel tudunk együtt dolgozni, amelyek biztosítják, hogy a Laboratórium a nemzetközi (elsősorban európai) infrastruktúra-hálózatok fontos elemévé váljon, és lehetőséget biztosítson számos nemzetközi nagy projekteken való hatékony részvételre. Az első ilyen nemzetközi projektben – a RADIATE című EU-H2020-as konzorciumban – már hivatalos résztvevők vagyunk. Két másik, most beadott EU-H2020-as konzorciumi pályázatban – EUROPLANET és ERINS – európai partnerekkel közös projektek végrehajtásához biztosítunk kutatási infrastruktúrát.

A laboratórium a felsoroltak mellett további, előre nem látható kutatási témák számára is háttérrel és lehetőséget ad a következő évtizedekben. Számítunk rá, hogy mind a hazai, mind a nemzetközi kutatói közösség további projekkel jelentkezik a nemzeti laboratóriumként üzemelő Tandetron Laboratóriumában.

Időtartam: 2016. június 20. – 2019. június 20.

Bővebb információ: <https://www.atomki.mta.hu/infrastruktura-projektek>

myDAQ-pályázat a 2019–2020. tanévre

Az ELFT és az NI Hungary Kft. az idén is meghirdeti pályázatát fizikatanároknak.

A pályázat célja, hogy tanórákon, szakkörökön minél több iskolai kísérlet legyen elvégezhető a myDAQ eszköz használatával is.

A pályázati kiírás, a pályázat témája, a pályázati határidők és a jelentkezés feltételei megtalálhatók a <http://sukjaro.eu/ELFT-NI-palyazat> weblapon.

A pályázati regisztráció határideje:

2019. szeptember 14, 24:00 óra

Az elkészült pályamunkák leadási határideje:

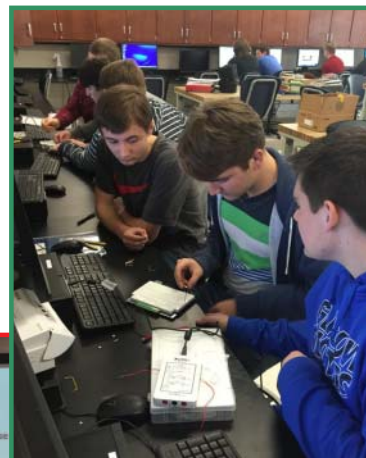
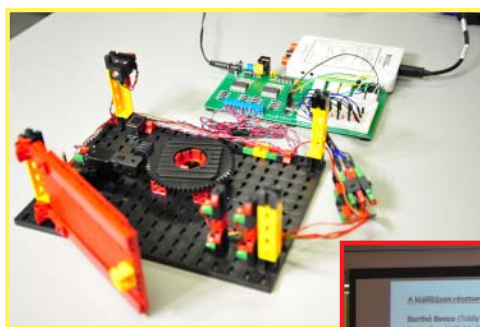
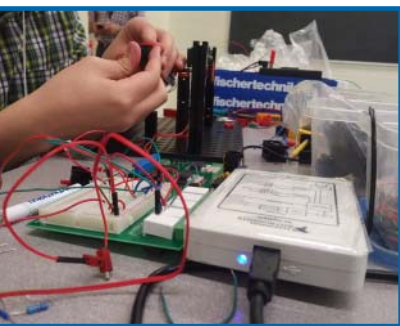
2020. január 17, 24:00 óra.

Az új pályázók bátorítása érdekében az idén **két kategóriában** lehet versenyezni: „Új pályázók” és „Tapasztalt pályázók”.

Díjazás:

- Mindkét kategória **első öt helyezettje tárgyjutalmat** kap.
- Mindkét kategória **első három helyezettje pénzjutalmat is** kap.

A szervezők fenntartják a jogot, hogy egy 11. helyezettet is díjazzanak, aki a legjobb, **általános iskolásokkal** induló pályázó lesz (amennyiben lesz ilyen induló).



www.ni.com



Meghívó, kicsiknek és nagyoknak!

Az Ericsson Magyarország Kft. **szeptember 27-én pénteken**, a Kutatók Éjszakáján, **15:00–23:50-ig** újra megnyitja kapuit, és szeretettel várja a kicsiket és nagyokat, diákokat és tanárokat és persze az egyéb résztvevőket. A helyszín a Rákóczi híd közelében nemrégiben birtokba vett új épület, **Ericsson Hungary Research and Development Center, 1117 Budapest, Magyar tudósok körútja 11.**

Az érdeklődők, diákok, tanárok megtekinthetik a laboratóriumokat, és megismerhetik a lelkes – Ericsson-díjas, vagy más rangos elismeréssel rendelkező – fizikatanárok legkedvesebb kísérleteit.

A laboratórium meglátogatása és az előadások ingyenesek. **A diákok saját maguk is kísérletezhetnek, részesei lehetnek az interaktív foglalkozásoknak.**

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat megbízásából, az Ericsson Magyarország Kft.-nek köszönhetően már nyolcadszor válhatunk Öveges József tanár úr utódaivá.

Program

15:00–15:15	Megnyitó – program felvezetése kísérletekkel	Jarosievitz Beáta & Sükösd Csaba, Budapest
15:20–15:50	ATOMTEAM kísérletei (7–12 éves diákok)	Balaton Tamás, Szigetszentmiklós
16:00–16:30	A partyszerviz előállt!	Hasznosi Tamásné, Budapest
16:40–17:10	Kedvenc lufis kísérleteim	Szabó László, Csongrád
17:20–17:50	A repülés fizikája	Tarján Péter, Nyíregyháza
18:00–18:30	Tudomány a porondon	Sinkó Andrea, Szombathely
18:40–19:10	Válogatás a fizika és a kémia látványos kísérleteiből	Tepliczky István, Miskolc
19:20–19:50	A levegő és a víz rejtett titkai	Borbély Venczel, Vác
20:00–20:30	Artista – Iskola	Kovacsics Bernadett, Szombathely
20:40–21:10	Vigyázz, kész, space!	Oláh Éva Mária, Törökbálint
21:20–21:50	Kísérletek otthon is megtalálható anyagokkal	Rudó József, Miskolc
22:00–22:30	Robotok a fizikában – fizika a robotokban	Barsy Anna, Budapest
22:40–23:10	„Múlt vagy jelen? Vigyázz mit kívánsz!” – Edison és Tesla összecsapása	Szamper Aranka, Oroszlány
23:20–23:50	Tegyük láthatóvá!	Piláth Károly, Budapest

Műsorvezetők, programgazdák: **Jarosievitz Beáta és Sükösd Csaba**

Élő közvetítés: www.galileowebcast.hu

A korábbiak – és később ezen éjszaka – megtekintése: <http://sukjaro.eu/node/72>