IFJÚ FIZIKUSOK NEMZETKÖZI VERSENYE 2018 – MAGYAR SZEMMEL – 2. rész

Gyulai Márton – Földes Ferenc Gimnázium, Miskolc
Kadlecsik Ádám – Tatai Eötvös József Gimnázium és Kollégium, Tata
Vavrik Márton – Berzsenyi Dániel Gimnázium, Budapest
Hömöstrei Mihály – Budapesti Német Gimnázium, ELTE TTK
Ispánovity Péter Dusán – ELTE TTK
Vincze Miklós – ELTE TTK
Jenei Péter – ELTE TTK

A cikk első részében már beszámoltunk 3 érdekes fizikai probléma vizsgálati eredményeiről az Ifjú Fizikusok 31. Nemzetközi Versenyéről. Most 3 újabb kis tanulmányt közlünk. A fejezetek szerzői most is versenyzőink. Minden fejezet egy problémát mutat be és közvetlenül az elején, dőlt betűvel szedve található a versenykiírásban szereplő eredeti problémaleírás.

Tesla-szelep

A Tesla-szelep egy állandó geometriájú, passzív, egyirányú szelep. A Tesla-szelep egyik irányban sokkal nagyobb ellenállást fejt ki az áramlással szemben, mint a másikban. Készíts egy ilyen eszközt és vizsgáld meg a releváns paramétereit!

A feladat egy olyan, mozgó alkatrészek nélküli szerkezet megalkotása volt, amelyben víz vagy egyéb folyadék két irányban is – az egyikben lényegesen nagyobb ellenállásba ütközve, mint a másikban – áramolhat. Nevéből sejthetjük, hogy *Nikola Tesla* találta fel 1920-ban [6] és előnye, hogy konstans geometriája miatt a konvencionális szelepeknél nehezebben hibásodik meg és kiválóan alkalmazható nehezen elérhető kutakban. Tesla eredetileg forró, oszcilláló gőz egyenirányítására használta, manapság pedig a mikrofluidikában tűnt fel. Feladatom volt a szelep előállítása, vizsgálata és optimalizálása.

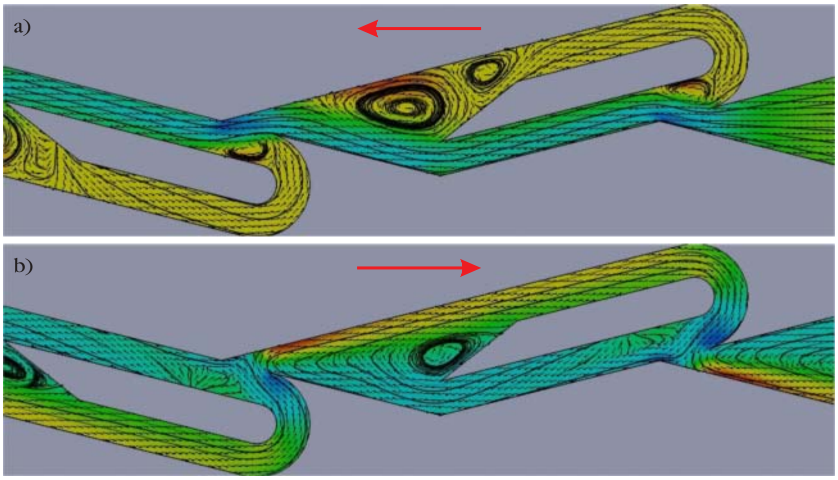
Mint minden áramlástani problémában, az elrendezés geometriája fontos szerepet játszik. A szelep, ha gyors irányban folyik át rajta a folyadék (*16.a ábra*), alig fejt ki ellenállást, enyhén cikk-cakkozó mozgást végez.

Érezhető, hogy minél többet kell fordulnia az áramló közegnek, annál több energiát veszít, éppen mintha egy mozgó autóval kanyarodnánk. Ez az effektus még számottevőbb a lassú irányban, ahol esetenként teljesen meg is fordítjuk a folyadékot, „összeütköztetve” az egyenesen haladó anyagárammal (*16.b ábra*).

Először a Tesla által használt geometriát valósítottam meg (*17.a ábra*) a Solidworks szilárdtest-modellező és tervező programmal, amelyben végestest-ana-

Vavrik Márton 2018-ban végzett a Berzsenyi Dániel Gimnázium speciális matematika szakán, jelenleg a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem fizika szakos hallgatója, és ugyanitt több, mint egy éve foglalkozik fúziós plazmafizikával. A 2017 áprilisában megrendezett Ifjú Fizikusok Osztrák Versenyén (AYPT) a magyar csapattal I. díjat szerzett. 2018 júliusában Pekingben, a bronzérmes magyar csapat tagjaként vett részt az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyén (IYPT).

A versenyre való felkészülés és a versenyen való részvétel anyagi hátterét a MOL Nyrt., az Audi Hungaria és az Emberi Erőforrások Minisztériuma biztosította, valamint a nemzeti tehetség program NTP-NTMV-17-B-0001 számú pályázata. A tanulmány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Tantárgy-pedagógiai Kutatási Programja támogatta. Köszönettel tartozunk a BME Polimertechnikai Tanszékének a Tesla-szelepek legyártásáért.



16. ábra. Szimulációs kép a szelep jellemző áramlása (a) gyors, illetve (b) lassú irányban.

lízissel szimulálni is tudtam az áramlást, és 3D nyomtatásra is alkalmas modelleket tudtam készíteni.

Egy szelep jósági tényezője a diodicitása, vagyis lassú és gyors irányban, egy bizonyos v sebesség fenntartásához szükséges nyomásváltozások aránya:

$$D_i = \left(\frac{\Delta p_{lassú}}{\Delta p_{gyors}}\right)_v . \tag{21}$$

Ez a Tesla-féle geometria esetében 1,7-nek adódott. A továbbiakban az volt a célunk, hogy ezt az értéket minél tovább növeljük.

Észrevehetjük, hogy egy terelő él (piros) az áramlás jó részét a főcsatornába tereli (lásd *17.a ábra*). Ha ezt az élt az *17.b ábrán* vázolt módon megfordítjuk, az áramlás a visszaforgató ágba fog koncentrálódni, ahol több energiát veszít. A szimulációk azt mutatták, hogy ez a módosítás valóban jelentősen javította a szelepet. Ha csökkentjük a T-kereszteződés kimenetének hosszát (vízszintes fekete nyíl), jobban egymásnak szorítjuk a két, ellentétes áramot, amelyek így még több energiát veszítenek. Az így optimalizált szelep szimulált diodicitása 3,22.

Az optimalizált szelepet a BME Polimertechnikai tanszékén Polyjet technológiával nyomtattuk, és konstans nyomás alá helyeztük, amelyet egy 107 cm magasan lévő túlfolyós tartállyal biztosítottunk.

Az első mérésekben 2 liter víz lefolyási idejét mértem. Innen meg tudtuk határozni az átlagsebességét. De a diodicitást a nyomások arányaként definiáltuk, és ebből a mérésből csak sebességarányt tudunk számolni. A kettő közötti átváltásra *Bardell* [7] adott egy mélyebb bizonyítást, de ha végiggondoljuk, hogy a belépő p nyomás munkájából a folyadéknak v^2-tel arányos mozgási energiája lesz, beláthatjuk: $p \sim v^2$.

Ezt az összefüggést a szimulációk is megerősítik. Ezáltal a mért 1,8-as sebességarányból a diodicitás 3,24±0,02, amely hibán belül azonos a szimulált értékkel (3,22).

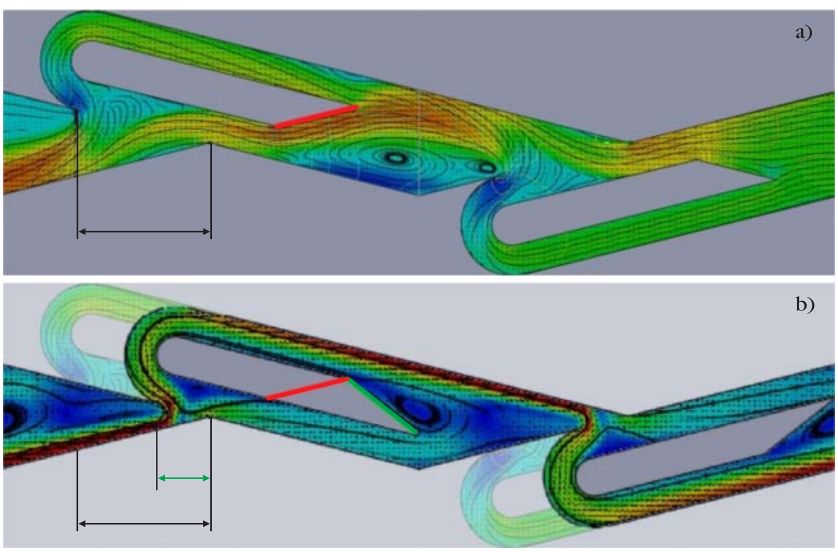
Az energia elvesztésében igen fontos a turbulencia szerepe is. Ismerhetjük, hogy ezt az *Re* Reynolds-szám [8] írja le, ami kiszámolható például a szelep bármelyik belső felületére, amely egy *a-b* oldalhosszúságú téglalap:

$$Re = \frac{\rho\, v\, D_H}{\mu}, \tag{22}$$

ahol

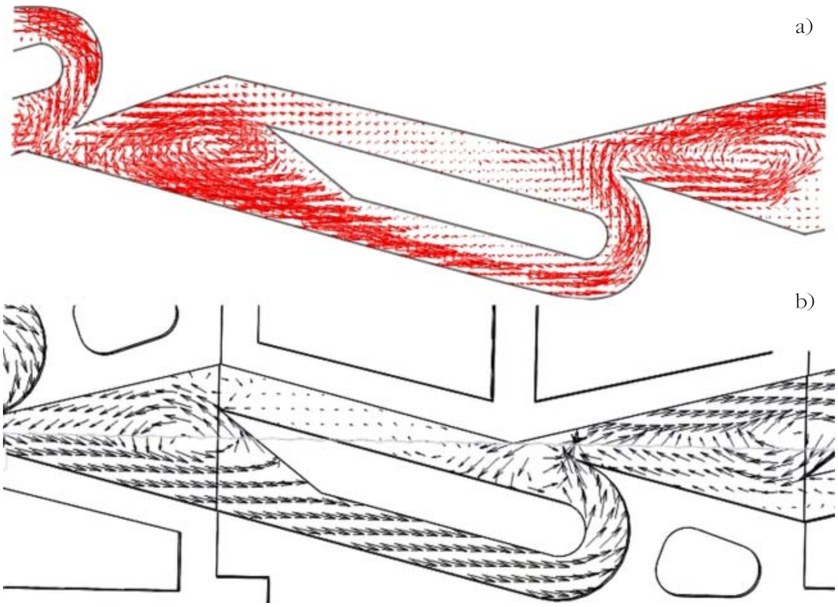
$$D_H = \frac{4\, a\, b}{a + b}. \tag{23}$$

17. ábra. (a) Tesla eredeti terveinek megfelelő áramlási szimuláció (pirossal kijelölve a terelő él, a vízszintes nyilak a T-kereszteződés hosszát jelölik), valamint (b) az általam módosított verzió.

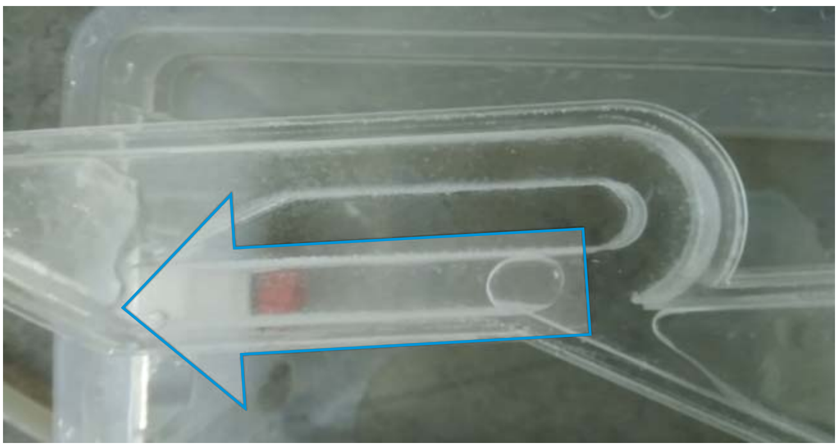


Esetünkben a = 1 cm és b = 0,5 cm a legszélesebb részen, a = 0,3 cm és b = 0,5 cm a legszűkebb részen. A kísérleteinkben kapott értékek *Re* = 700 és 5800 között szóródnak, amelyre a sebességen kívül az is hatással van, hogy melyik keresztmetszetre számoljuk ki, így van, ahol akár kétszeres lehet, mint máshol a szelepben. A lamináris-turbulens átmenet jellemző határszámát a szakirodalom sokféleképpen határozza meg, jellemzően 2000 és 13 000 közötti értékeket találhatunk. Ezek szerint az áramlás általában a lamináris-turbulens átmenet közelében van, olykor egészen lamináris.

Ám, ha az áramlás lamináris lenne, akkor sebessége független lenne az irányától. Tehát a diodicitásnak



18. ábra. Vektormező (a) PIV módszerből és (b) szimulációból.



19. ábra. Egy képkocka az általunk készített videóból [9], amely azt mutatja, hogy lassú irányban középen a víz fő áramlással ellentétesen, a nyíl irányában mozog.

1-nek kellene lennie. De nyilván nem ez történik! Léteznie kell – legalább az áramlási tér bizonyos részein – turbulens disszipációnak is, és ennek a lassú irányban kell erősebbnek lennie. Ha ezt akarjuk vizsgálni, időben és térben kevésbé átlagolt sebességmérésre van szükségünk.

Erre egy lehetőség, hogy adott magasságból vízszintesen folyattatjuk ki a szelepből a vízsugarat. Ekkor – ha időnként lefotózzuk, majd a pálya egyenletéből meghatározzuk a kiindulási sebességét – a sebesség időbeli változását követhetjük.

Talán a legpontosabb, ha a PIV (Particle Image Velocimetry) módszert használjuk. Az eljárás lényege, hogy a vízbe apró poliamidrészecskéket helyezünk, és egy lézersíkkal felülről megvilágítjuk a szelepet, majd egy kamerával képkockapárokat veszünk fel, amelyek készítése között 1 ms telik el. A képeken a poliamidszemcsék mozgásából keresztkorrelációval meghatározható mindegyik pontban a folyadék sebességvektora. Ehhez a módszerhez egy ötször nagyobb (3 eleme tartalmazó 80 cm hosszú) szelepet vágattunk ipari lézerrel, plexiből. Ezt a módszert – többek között – a turbulencia vizsgálatára használtuk.

A PIV módszer másik előnye, hogy vektormezőt ad, és ilyent a szimulációból is tudunk exportálni. Így össze tudjuk hasonlítani a kettőt, mintegy leellenőrizve a szimulációk valóságtartalmát (vesd össze *18.a* és *18.b ábrát*). Ha ezt megtesszük, láthatjuk, hogy valóban hasonló az örvénylés és a visszaforgatás mechanikája, ugyanúgy látunk egy visszafelé folyást a középső csatornában (*19. ábra*), és úgy általában hasonló a sebességvektorok iránya és mérete.

A folyadék viszkozitása is hatással van a turbulenciára, ezért diodicitást különböző koncentrációjú glicerin-víz keverék átfolyatásával is mértük, és azt vettük észre, hogy nagy viszkozitásnál a diodicitás szinte 1-nek adódott.

Összességében többféle módon építettem és elemeztem a szelepeket, amelyekben fontos a geometria és a viszkozitás szerepe, és sikerült előállítanom 3,24-es diodicitású szelepet is, amely igen közel áll az elméleti jóslatokhoz.

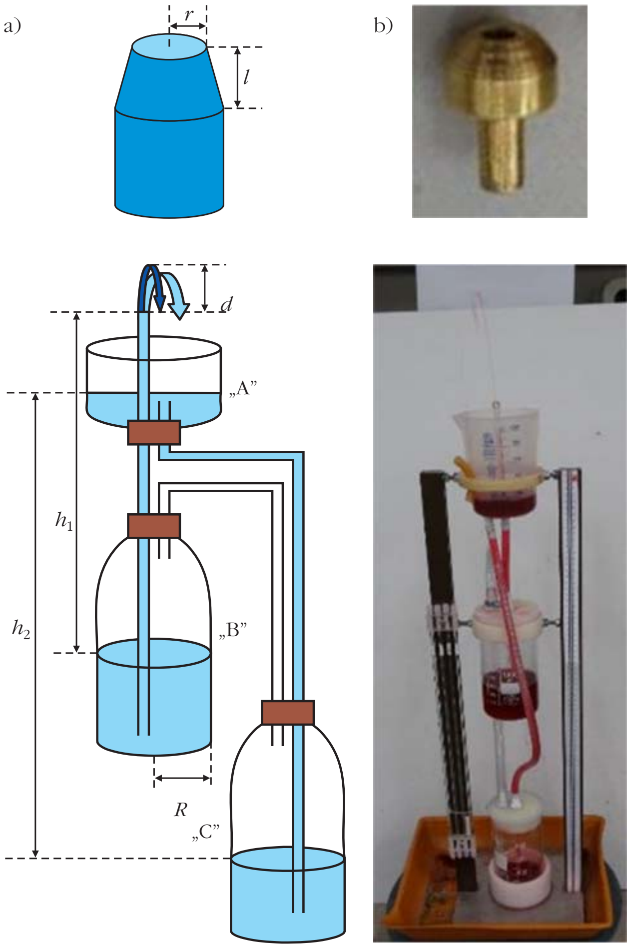
Vavrik Márton

Hérón szökőkútja

Építs egy Hérón-szökőkutat és magyarázd meg hogyan működik! Vizsgáld meg, hogy a releváns paraméterek miként befolyásolják a vízoszlop magasságát!

Hérón szökőkútja (*20. ábra*) a következőképp épül fel: három tartályból áll, amelyeket csövek kötnek össze. A legfelső, „A” tartályból egy cső indul a legalsó, „C” tartályba. Ezt egy másik cső a középső, „B” tartállyal köti össze. A „B” tartályból indul a kimeneti cső, amin keresztül a vízsugár kilövell. Az „A” tartály teteje nyitott, a többi hermetikusan le van zárva. A kék színnel jelzett csövekben víz folyik, a fehérben levegő áramlik.

Kadlecsik Ádám 2015 óta a Tatai Eötvös József Gimnázium és Kollégium tanulója. A 2018-ban megrendezett Ifjú Fizikusok Osztrák Versenyén (AYPT) a magyar csapat tagjaként 2. helyezést ért el. A 2019-ben megrendezett Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyén (IYPT) a bronzérmes magyar csapat tagja volt.



20. ábra. Hérón-szökőkút (a) sematikus képe és (b) fényképe. Felül a kimeneti cső végére illeszthető szűkítő látható. Kicsi r a szűkítő sugarát, nagy R a középső tartály sugarát, l a szűkítő hosszát, d a vízsugár hosszát, h_1 és h_2 a két fontos vízoszlop magasságát jelöli.

A jelenség folyamata: töltsük meg a „B” tartályt, ezután öntsünk vizet az „A” tartályba. Az „A” tartályból a víz lefolyik „C”-be, ott összenyomja a bent lévő levegőt, így nyomása megnő. A levegő egy része átáramlik „B” tartályba. Itt a megnövekedett belső nyomás kinyomja a vizet a kimeneti csövön keresztül.

Két vízoszlopot vehetünk észre, h_1-et, és h_2-t. Könnyen belátható, hogy míg a h_2-es vízoszlop hidrosztatikai nyomása kinyomja a vizet a „B” tartályból, addig a h_1-es nyomása ennek ellen tart. Ebből az következik, hogy a rendszer által létrehozott, a „B” tartályban levő folyadékra ható nyomás:

$$p_{hid.} = \rho g h_2 - \rho g h_1 = \rho g d, \qquad (24)$$

ahol d a vízsugár – elvi, maximálisan elérhető – magassága. Ezzel az egyenlettel már becslést adhatnánk a szökőkút várható magasságáról, viszont ne feledkezzünk meg a különböző, nyomásveszteséggel járó folyamatokról. Ilyen folyamatok például a viszkózus súrlódás, esetleges turbulens áramlások stb. Ezen p_v nyomásveszteségek levezetése nagyon hosszú, ezért nem részletezzük, de feltehetjük, hogy az összes veszteség nagysága arányos a folyadék v_B középső tartálybeli áramlási sebességével, a folyadék ρ sűrűségével és a nehézségi gyorsulással:

$$p_v = C \rho g v_b, \qquad (25)$$

ahol C a kút ellenállását jellemző – méréssel meghatározható – konstans és v_B a középső tartálybeli vízszintváltozás sebessége, azaz a rendszer egy tipikus áramlási sebessége. A feladat megoldása során azt a lehetőséget is vizsgáltuk, amikor a kimeneti cső végére szűkítőt helyeztünk. Az ottani nyomásveszteség értékét a Hagen–Poiseuille-törvény segítségével közelítettük:

$$p_{sz} = \frac{8 \mu l v_k}{r^2}, \qquad (26)$$

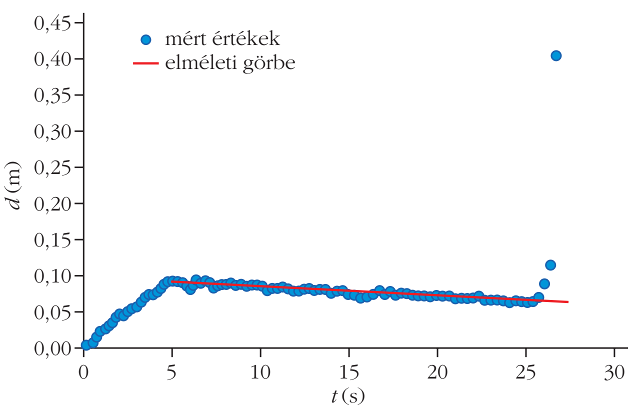
ahol μ a dinamikai viszkozitás, l a szűkítő hossza, v_k a vízsugár sebessége, r a szűkítő sugara. A (24)-es egyenletet a (25)-ös és (26)-os egyenletekkel – mint negatív előjelű tagokkal – kiegészítve, d-re, azaz a vízsugár magasságára átrendezve, kiegészítve egy légellenállás hatását leíró empirikus C_{le} konstanssal, a következő egyenletet kapjuk:

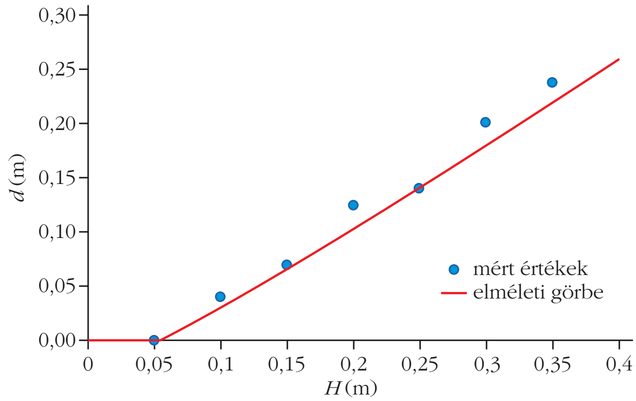
$$d = C_{le} \frac{1}{2g} \left(-\left(\frac{8 \nu l}{r^2} + C g \frac{r^2}{R^2} \right) + \sqrt{\left(\frac{8 \nu l}{r^2} + C g \frac{r^2}{R^2} \right)^2 + 2 g H} \right)^2, \qquad (27)$$

ahol ν a kinematikai viszkozitás, R a középső tartály sugara és nettó vízszintkülönbség $H = h_2 - h_1$. A (7) egyenlet magában foglalja az összes fontos paraméter hatását d-re.

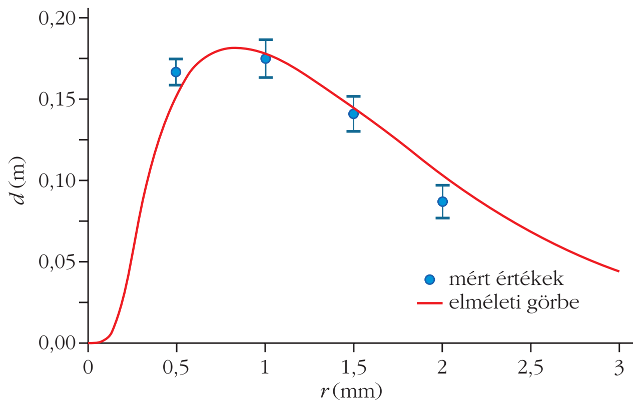
A *21. ábrán* egy tipikus mérési eredményt láthatunk a szökőkút d magasságára az idő függvényében. A függvény alapján a folyamat három szakaszra bontható: kezdetire, középsőre és végsőre. A kezdetiben d folytonos

21. ábra. A szökőkút (kiáramló vízoszlop) d magassága az idő függvényében, amely jól láthatóan 3 szakaszra különül el. Elméletünk a középső, leghosszabb szakaszra érvényes. Erre a részre az elmélet által jósolt egyenest is berajzoltuk.





22. ábra. A szökőkút (kiáramló vízoszlop) d magassága a H nettó vízszintkülönbség függvényében.



23. ábra. A szökőkút (kiáramló vízoszlop) d magassága a szűkítő sugarának függvényében.

növekedését láthatjuk, hiszen ebben a fázisban folyik le a víz „C” tartályba, és alakítja ki a h_2-es vízoszlopot a csőben. Ebben a szakaszban is érvényesek a korábban bemutatott megfontolásaink, ám azokat még a levegő közel adiabatikus összenyomódásával – amelyet már numerikus módszerekkel számoltunk – is ki kell egészítenünk. A középső szakaszra azonban egzaktul igaz a (27)-es egyenletünk, ami az idő függvényeként

$$d(t) = C_{le}\frac{1}{2g}\left(-\left(\frac{8\,\nu\, l}{r^2} + C g\frac{r^2}{R^2} + 2g\frac{r^2}{R^2}t\right) + \sqrt{\left(\frac{16\,\nu\, l}{r^2} + C g\frac{r^2}{R^2} + 2g\frac{r^2}{R^2}t\right)^2 + 2gH_0}\right)^2 \tag{28}$$

alakban írható fel, ahol H_0 a középső szakasz kezdetén mért nettó vízszintkülönbség. A *21. ábrán* látható, hogy ez nagy pontossággal becsli meg a szökőkút magasságát a középső szakaszban. A végső szakaszban egy heves kilövellést tapasztalunk. Ennek oka, hogy a kísérlet végénél a középső tartály szinte üres, és a kimeneti csőbe levegőbuborékok kerülnek, amik megtörik a h_1-es vízoszlopot, így megszüntetve annak az ellennyomását.

Nézzünk meg néhány paramétert közelebbről. A *22. ábrán* a szökőkútból folyamatosan kiáramló vízoszlop d legnagyobb magasságát – eltekintve a végső kilövellléstől – láthatjuk a két tartály H nettó vízszintkülönbségének függvényében. A függvényen jól látható, hogy addig nem keletkezik vízsugár, amíg $H < 5$ cm. Ez azért van, mert a kimeneti cső végén egy vízbuborék keletkezik, aminek felületi feszültsége akadályozza a folyadék kiáramlását, ennek az értéke megegyezik 5 cm magas vízoszlop hidrosztatikai nyomásával.

A *23. ábrán* a szűkítő r sugarának függvényében láthatjuk a szökőkút magasságát. Vegyük észre, hogy a túl keskeny és a túl vastag szűkítő is alacsonyabb vízsugarat eredményez. Az egyenletről az ideális méretet is leolvashatjuk, ami – a mi esetünkben – körülbelül 0,75 mm.

Hogyan érjük el a legmagasabb szökőkutat? A „B” és „C” tartály között minél nagyobb távolságot kell tartanunk. Az optimális szűkítő mellett – a viszkozitás csökkentésének érdekében – használjunk forró vizet, vagy akár más anyagokat is. Használjunk vastag csöveket, amelyek ne csavarodjanak, hogy p_v-t a lehető legjobban lecsökkentsük.

Kadlecsik Ádám

Palackdobálás („Bottle flip”) játék

A „Bottle flip” játék során egy részben töltött műanyag palackot a levegőbe dobunk, úgy, hogy egy bukfenc után egy vízszintes felületen stabil álló helyzetben landoljon. Vizsgáld meg a jelenséget és határozd meg milyen paraméterek mellett lesz a dobás sikeres!

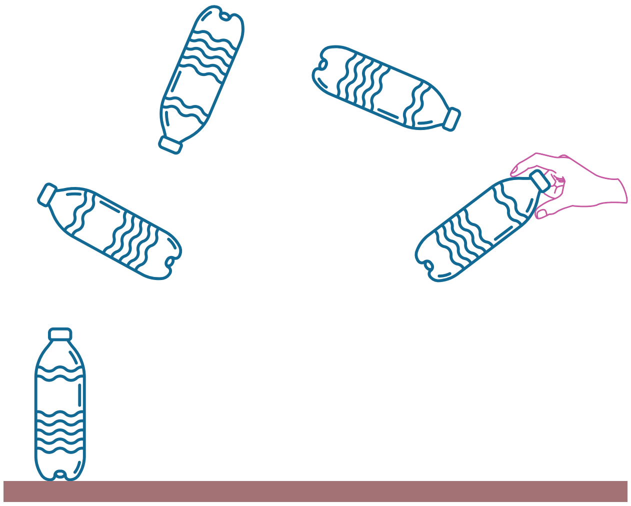
A palack sematikus mozgását a *24. ábra* mutatja.

Kísérleteink során rengeteg dobást végeztünk, amelyeket nagysebességű kamerával (500-1000 fps) rögzítettünk [10]. A kiértékelés egy általunk írt követőprogram segítségével történt. Ez Python nyelven íródott az OpenCV könyvtárat felhasználva, amely képkockáról képkockára képes volt megállapítani a palack térbeli pozícióját és szögelfordulását.

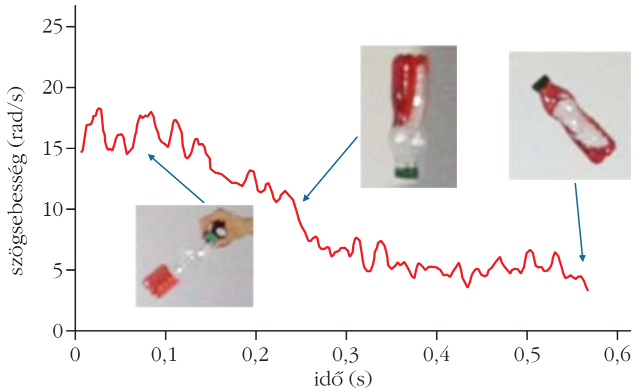
A jelenséget két fő részre lehet bontani: a palack levegőben repülésére és a földdel való ütközésre.

Az elengedés után a palack kezdeti ω_0 szögsebességgel kezd el forogni a tömegközéppontja körül, amely pedig egy parabola mentén halad (a közegellenállást a kísérleteink alapján elhanyagolhatónak találtuk). Megfigyelésünk az, hogy a szögsebesség jelentősen lecsökken, amire a palack földet ér (*25. ábra*).

Gyulai Márton idén fejezte be középiskolai tanulmányait a miskolci Földes Ferenc Gimnázium speciális matematika tagozatos diákjaként. 2018 júliusában Pekingben a bronzérmes magyar csapat tagjaként részt vett az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyén (IYPT). A 2019 áprilisában Malajziában megrendezett Ifjú Kutatók Nemzetközi Konferenciáján (ICYS) bronzérmet és különdíjat szerzett. A tavalyi fizika Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny (OKTV) 13., az idei 7. helyezettje.



24. ábra. A palack sematikus mozgása a palackdobálás-játék közben.



25. ábra. A palack szögsebessége az idő függvényében. A kis képek mutatják a folyadék elrendeződését a különböző fázisokban.

Ennek oka, hogy a víz szétterjed a palackban, így megnöveli a rendszer tehetetlenségi nyomatékát, következésképp lecsökken a szögsebesség. E komplex folyamat leegyszerűsítése végett az alábbi modellt alkottuk meg (*26. ábra*): legyen a palack szélessége $2a$, magassága b, a bele töltött vízmagasság c. A vizet N (körülbelül 100 db) diszkrét vízszintes rétegre osztjuk fel. A rendszer tömegközéppontját a *TKP* pont jelölje!

Ha a koordináta-rendszert a *TKP* ponthoz rögzítjük és ω-val forgatjuk, akkor a centrifugális erőnek köszönhetően valamennyi réteg tapasztalni fog egy origótól ellentétes irányba mutató gyorsulást, amelynek nagysága

$$\ddot{x} = \left(x - h_{TKP}\right)\omega^2, \tag{29}$$

ahol x a kijelölt réteg magassága a palack aljától, h_{TKP} a tömegközéppont magassága a palack aljától és ω a pillanatnyi szögsebesség. A modellben a rétegeket úgy fogtam fel, mintha súrlódás nélkül mozgó dugattyúk lennének.

A tömegközéppont magassága a rendszerben lévő tömegek súlyozott átlagaként kapható meg:

$$h_{TKP} = \frac{M\,h_{TKP0} + \sum\limits_{i=1}^{n} m_i x_i}{M + m}. \tag{30}$$

Ahol M az üres palack tömege, h_{TKP0} az üres palack tömegközéppontjának magassága, m_i és x_i az i-ik vízréteg tömege és magassága, m pedig az összes víz tömege.

A szögsebesség időfüggésének meghatározásához az impulzusmomentum-megmaradás tételét hívjuk segítségül:

$$\omega_0\,\theta_0 = \omega\,\theta, \tag{31}$$

ahol ω_0 a kezdeti szögsebesség, θ_0 a kezdeti tehetetlenségi nyomaték a *TKP* körül, ω és θ pedig a szögsebesség és tehetetlenségi nyomaték egy későbbi időpillanatban.

A rendszer tehetetlenségi nyomatéka a *TKP* körül az üres palack és az egyes rétegek tehetetlenségi nyomatékának összege:

$$\theta = \theta_{\text{palack}} + M\left(h_{TKP} - H_{TKP0}\right)^2 + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4}\,m\,a^2 + \frac{1}{12}\,m\left(\frac{c}{N}\right)^2 + m\left(x_i - h_{TKP}\right)^2. \tag{32}$$

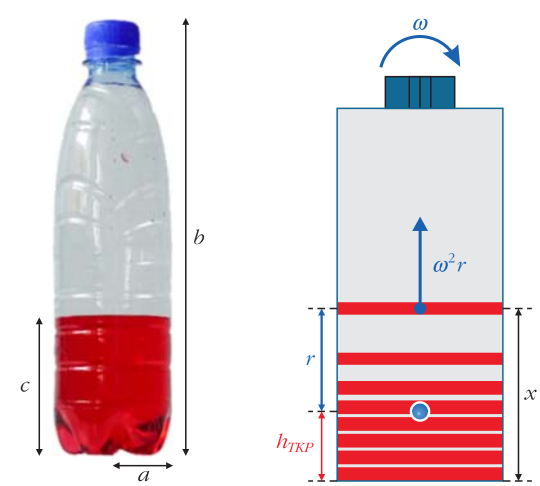
Ahol θ_{palack} az üres palack tehetetlenségi nyomatéka a tömegközéppontja körül.

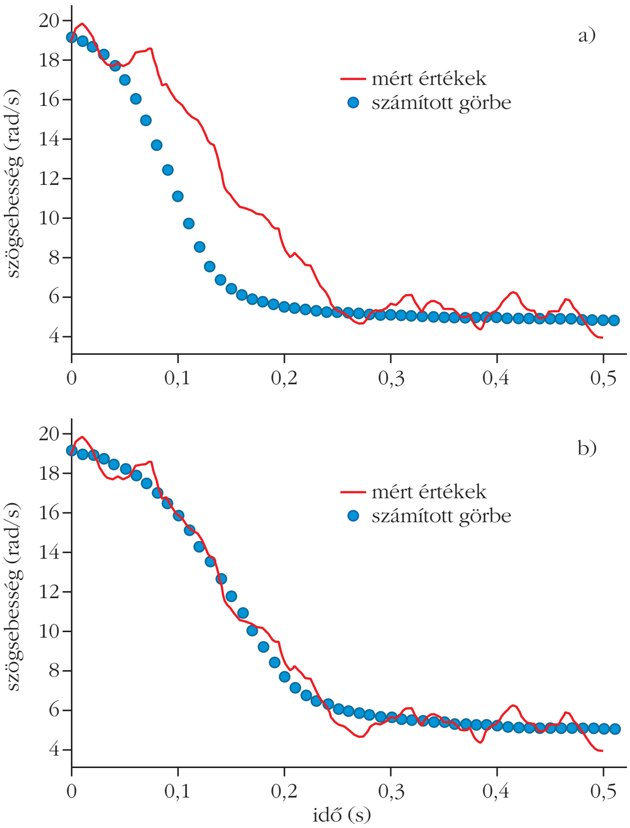
A (29)–(32) egyenleteket felhasználva megkapjuk a kiválasztott réteg gyorsulását adott vízréteg-elrendeződés esetén. Következő lépésként egy programot írtunk, amely kiszámolta minden réteg gyorsulását, és az Euler-módszer alapján a palack szögsebességének időfüggését is megadta (*27. ábra*)

Ez már egészen jó kvalitatív egyezést mutat a mérési eredményekkel, azonban a még jobb, kvantitatív eredmény eléréséért egy empirikus, mértékegység nélküli konstanst vezettünk be a (29) egyenletbe.

$$\ddot{x} = C\left(x - h_{TKP}\right)\omega^2. \tag{33}$$

26. ábra. (a) A palack méretének jelölései. (b) A számításoknál használt modell.



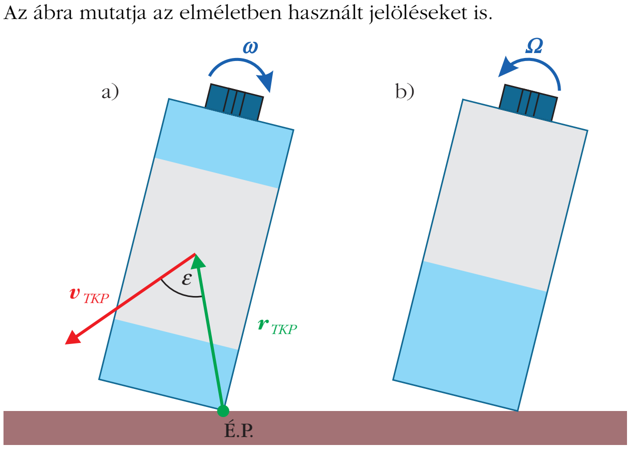


27. ábra. A mért (folytonos vonal) és számolt (pontok) szögsebesség az idő függvényében (a) korrekció előtt és (b) után.

Ennek oka az, hogy a víz nem teljesen úgy rendeződik át, mint ahogy azt modellünk feltételezi. A víz a palack falához nyomódik, a fallal viszkózusan súrlódik, ezért és egyéb keveredési jelenségek miatt a víz lassabban rendeződik át. *C* paraméter helyes megválasztásával jól illeszkedő eredményeket kapunk (*27.b ábra*).

Kísérleteink alapján azt kaptuk, hogy a *C* paraméter csak a palacktól függő állandó. A *28. ábrán* az általunk használt palackok és alattuk a hozzájuk tartozó *C* konstansok szerepelnek. Látható, hogy minél vékonyabb a palack, *C* értéke annál kisebb, hiszen annál jobban akadályozza a víz átrendeződését.

29. ábra. A palack mozgása (a) ütközés előtt és (b) ütközés után. Az ábra mutatja az elméletben használt jelöléseket is.



28. ábra. A kísérleteinkben használt palackok és a *C* paraméter értékei.

A probléma második fontos része a talajjal való ütközés. A kísérletet elvégezve észrevehetjük, hogy a palack (ha nincs teljesen tele, vagy nem teljesen üres) nem pattan vissza földről. Ennek megfelelően az ütközést tökéletesen rugalmatlannak tekintettük. Érdemes kihangsúlyozni, hogy ez csak a részben töltött palackok esetén áll fenn, hisz a víz energiát nyel el az ütközéskor. Kísérleteink alapján feltevésünk a palack 10%-os és 90%-os töltöttsége között helytálló.

Tegyük fel, hogy a palack $\boldsymbol{v}_{TKP}$ transzlációs és $\boldsymbol{\omega}$ rotációs sebességgel ér földet (*29. ábra*).

Ütközéskor a víz lecsapódik a flakon aljára, majd az érintkezési pont körül $\boldsymbol{\Omega}$ szögsebességgel forogni kezd. Az *ÉP* érintkezési pont körül felírható a impulzusmomentum-megmaradás tétele:

$$\boldsymbol{N}_{előtte} = \boldsymbol{N}_{utána}, \tag{34}$$

$$\boldsymbol{N}_{transzláció} + \boldsymbol{N}_{rotáció} = I_{ÉP}\,\boldsymbol{\Omega}, \tag{35}$$

$$\boldsymbol{r}_{TKP} \times (M+m)\,\boldsymbol{v}_{TKP} + \theta_{TKP}\,\boldsymbol{\omega} = \theta_{ÉP}\,\boldsymbol{\Omega}, \tag{36}$$

ahol $\boldsymbol{r}_{TKP}$ az *ÉP*-ből a *TKP*-ba mutató vektor, θ_{TKP} a rendszer tehetetlenségi nyomatéka a *TKP*, és $\theta_{ÉP}$ a rendszer tehetetlenségi nyomatéka az érintési pont körül.

Az ütközés utáni szögsebességre átrendezve:

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{\boldsymbol{r}_{TKP} \times (M+m)\,\boldsymbol{v}_{TKP} + \theta_{TKP}\,\boldsymbol{\omega}}{\theta_{ÉP}}. \tag{37}$$

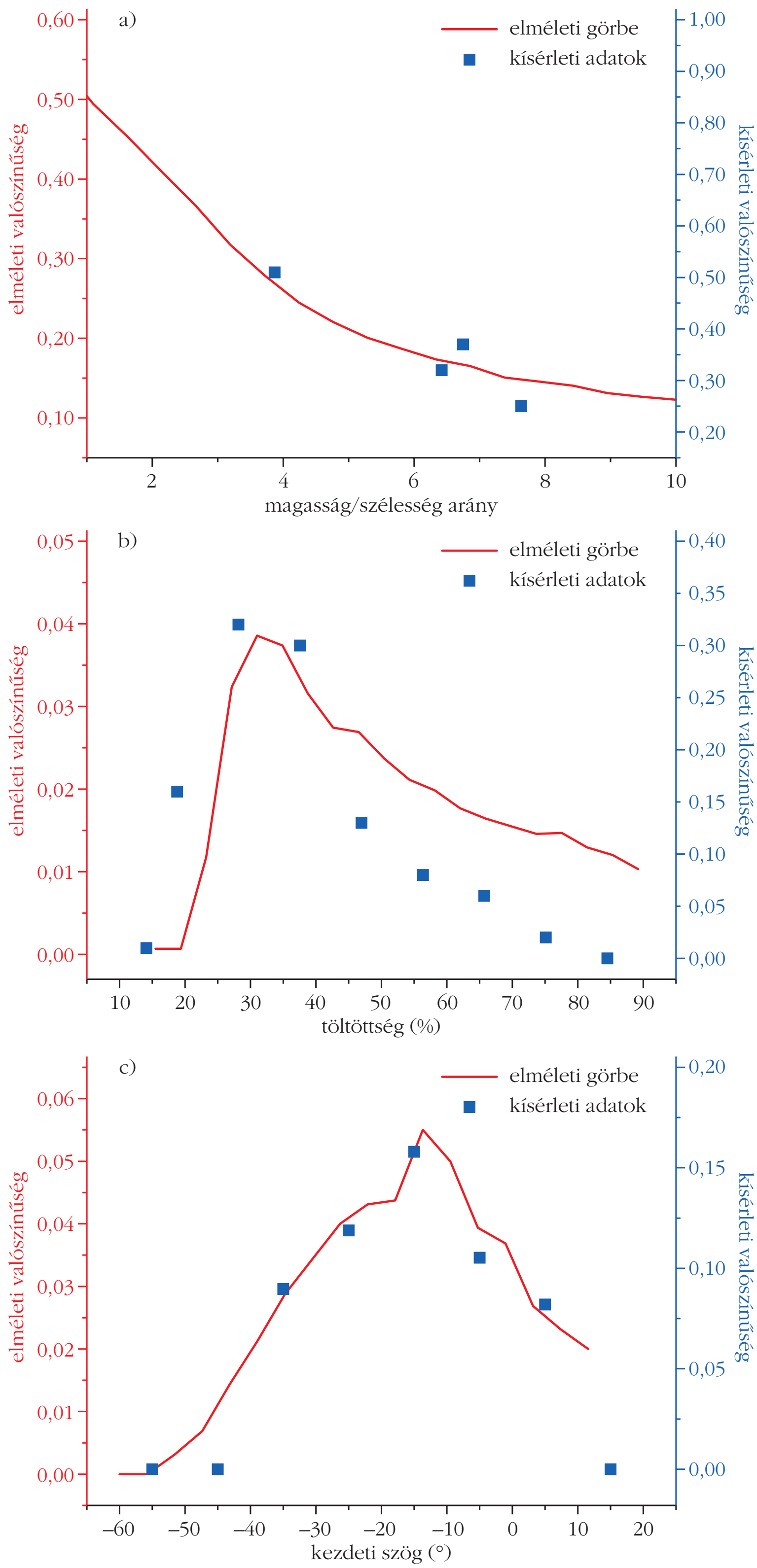
Különböző esetek léteznek attól függően, hogy a palack milyen szögben ér földet. Ha a *TKP* a talpa felé esik, és ha nincs túl nagy forgási energiája, akkor talpon is marad. Ha a *TKP* nem esik a talpa felé, de elegendően nagy forgási energiával rendelkezik, a talpára állhat a palack. Az első esetre a feltétel (a második esetben fordulna a reláció):

$$\frac{1}{2}\,\theta_{ÉP}\,\Omega^2 < \frac{1}{2}\,(M+m)\,\Delta h, \tag{38}$$

$$\Omega < \sqrt{\frac{(M+m)\,g}{\theta_{ÉP}}\sqrt{a^2+\left(\frac{c}{2}\right)^2}\left[1-\cos(\varphi'-\alpha_1)\right]}. \tag{39}$$

Ahol φ' és α_1 a leérkezési szög és a palack paramétereinek függvénye. Ezek alapján, ha ismerjük a földet érés paramétereit (szögsebesség, leérkezés szöge, transzlációs sebesség stb.), akkor el tudjuk dönteni megáll-e a lábán vagy sem.

30. ábra. A sikeres dobások valószínűsége különböző paraméterek mellett, elmélet és kísérlet.



Az elméleti végeredmény meghatározásához a fent leírt modellt egy Python programmal számítottuk ki, amely a kezdeti paraméterek alapján kiszámolta a palack mozgását a levegőben, valamint az ütközés után. Ezek alapján eldöntötte, hogy a dobás sikeres vagy sikertelen lesz, azaz a palack talpon marad vagy sem.

Elméleti modellünk pontosságát több száz felvételt kielemezve határoztuk meg. Azt tapasztaltuk, hogy 92%-os pontossággal egy sikeres dobást sikeresnek és egy sikertelen dobást valóban sikertelennek jósolt a program.

A feladatunk az volt, hogy a vizsgálataink alapján határozzuk meg azokat a paramétereket, amelyek növelik a sikeres dobás valószínűségét.

A *30. ábra* eredményeink közül mutat be néhányat. A grafikonokon a pontok a kísérleti eredményeket – amelyek mindegyike 100 dobásból megállapított valószínűséget jelent – jelölik. Különböző magasság-szélesség arányú palackokkal dobva (*30.a ábra*) intuícióinkkal megegyező trendet figyeltünk meg, nevezetesen, hogy minél laposabb a palack, annál valószínűbb a sikeres dobás. Érdekesebb, hogy a tapasztalat és az elméleti jóslás is azt mutatja, hogy a valószínűségnek a töltöttség függvényében – körülbelül az 1/3-ig töltött palacknál – maximuma van (*30.b ábra*). Végül a palack elengedési szögében is találtunk kedvező értéket (*30.c ábra*), a vízszintesnél körülbelül 15°-kal lejjebb. Láthatóan ugyanaz a trend figyelhető meg a mért és elméleti értékek között, amely igazolja a modellünk helyességét.

Összefoglalva néhány javaslat a sikeresebb dobások eléréséhez:

1. Minél laposabb a palack, annál jobb!
2. Körülbelül 1/3-ig töltsük meg a palackot vízzel!
3. Lendítéskor kicsit a vízszintes előtt engedjük el a palackot (–15°)!

Gyulai Márton

Irodalom

6. N. Tesla: *Valvular conduit.* U.S. Patent No. 1,329,559, 1920.
7. R. L. Bardell: *The Diodicity Mechanism of Tesla-type No-Noving-Parts Valves.* PhD dissertation, Univ. of Washington, 2000.
8. https://en.wikipedia.org/wiki/Reynolds_number
9. M. Vavrik: Tesla-szelep visszafelé folyás – videó, https://goo.gl/RZST4w
10. Lassított videófelvétel a palackdobás („Bottle flip") mutatványról: https://youtu.be/jP0wcQQKz-0