

Az 1900-as évek elején *Oskar Hecker* professzor vezetésével német tudósok hajón gravitációs méréseket végeztek az Atlanti-, az Indiai- és a Csendes-óceánon. Eredményeikben egy, a mérési pontosságot meghaladó szórás jelent meg. Mivel a mérési körülményeket pontosan dokumentálva adták közre az adatokat tanulmányozva vette észre *Eötvös Loránd*, hogy a hajó mozgásának iránya és a mért gravitációs-tér-erősség értékeinek szisztematikus eltérései között kapcsolat van. Az értékek alacsonyabbak, illetve magasabbak voltak, amikor a hajó közben kelet, illetve nyugat felé mozgott. A ma Eötvös-effektusnak nevezett jelenség oka a forgó koordináta-rendszerben fellépő

$$\mathbf{F}^{Cor} = 2 m \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}_f \quad (1)$$

Coriolis-erő, ahol $\boldsymbol{\omega}_f$ a Föld szögsebességvektora, \mathbf{v} a test sebessége, m pedig a test tömege. A Coriolis-erő a tehetetlenségi erők egyike, amelyeket azért vezetünk be, hogy a gyorsuló koordináta-rendszerekben is formálisan érvényes maradjon Newton II., $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ törvénye.

Eötvös egész munkásságát alapvetően meghatározó hihetetlen pontosságra való törekvését jól mutatja, hogy az Egyenlítő mentén 100 km/h sebességgel mozogva a Coriolis- és a nehézségi erő aránya

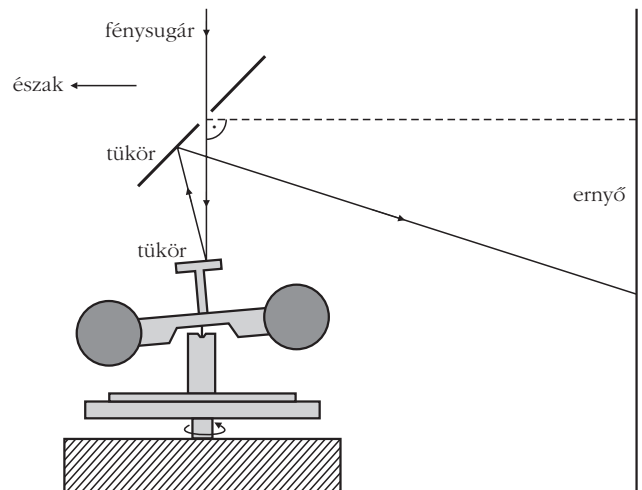
$$\frac{2 v \omega_f}{g} \approx 0,04\%. \quad (2)$$

Tehát a mozgó hajón való mérés „hibája” a 4., illetve inkább csak az 5. jegyben jelenik meg. Fontos megjegyezni, hogy Eötvös javaslatára Hecker a Fekete-tengeren megismételte a méréseket, és azok Eötvös számításait egyértelműen igazolták.

A jelenség demonstrálására Eötvös 1915-ben készítette el a ma Eötvös-mérlegnek nevezett berendezést. Az eszközt több előadásban személyesen is bemutatta, de a róla szóló publikáció csak halála után jelent meg [1, 2]. Ennek egy modern elektronika felhasználásával megvalósított változatán végeztek méréseket a 2019-es Fizika OKTV I. kategória III. kísérleti fordulójába bejutott tanulók. A cikkben először bemutatjuk a megépített berendezést, ezután részletesen



Groma István fizikus, egyetemi tanár, az ELTE Anyagfizikai Tanszékének vezetője. Kutatási területe a diszlokációszerkezet változásainak kísérleti vizsgálata és elméleti értelmezése. Az ELFT főtitkára, a fizika OKTV zsűri volt elnöke.



1. ábra. Az Eötvös-mérleg sematikus rajza.

levezetjük a forgó mérleg mozgását leíró mozgásegyenletet, majd meghatározzuk a rendszer rezonanciagörbéjét. Végül bemutatjuk és elemezzük a kapott kísérleti eredményeket.

A megvalósított Eötvös-mérleg

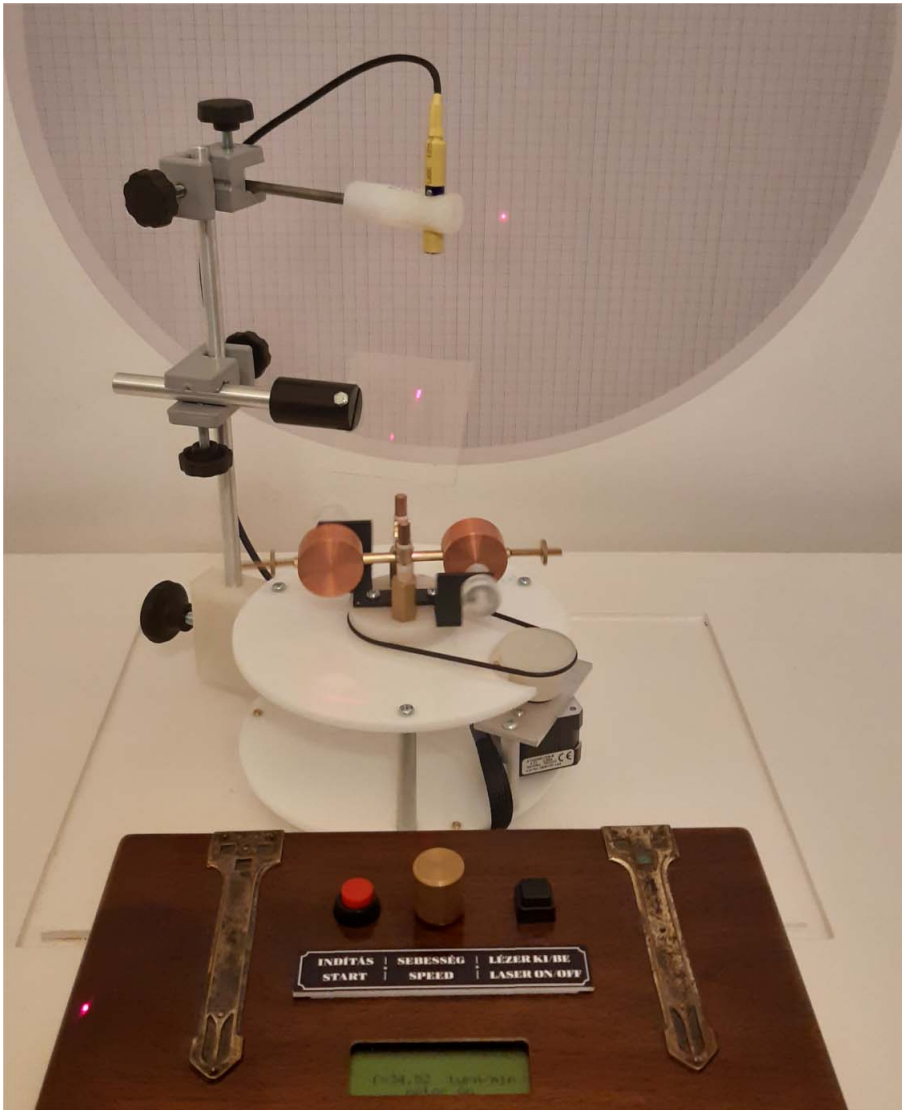
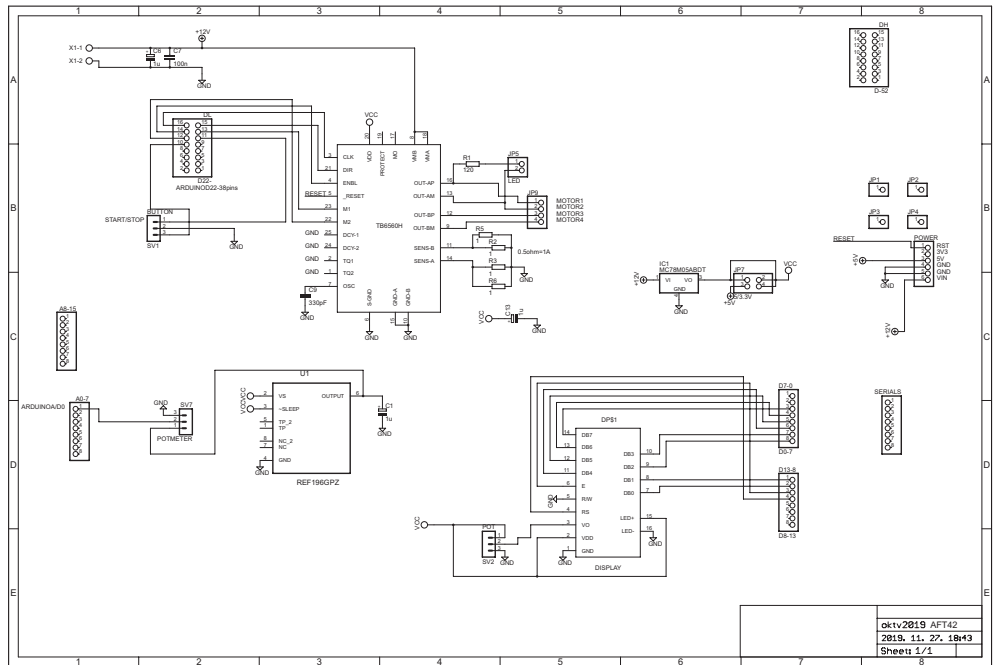
Az Eötvös által készített eszköz sematikus rajza az 1. ábrán, az Eötvös Loránd Emlékgyűjteményben található eredeti eszközről készült fénykép a címlapon látható.

A berendezés alapja a két tűsapágyon billegni képes rúd két végén elhelyezett két nagyobb, henger alakú tömeg. Az így kialakított „mérleget” a billegési tengelyre merőleges tengely körül meghatározott szögsebességgel forgatjuk. Ekkor a Coriolis-erő következtében a mérlegre egy periodikus, gerjesztő forgatónyomaték hat. Ennek következtében – egy átmeneti transziens szakasz után – a forgatás szögsebességétől függő állandó amplitúdójú rezgés jön létre (a részletes elméletet a következő fejezetben ismertetjük). A mérleg mozgását a rúdra helyezett tükörről visszaverődő fénysugár elmozdulásával detektáljuk.

Az eredeti berendezésben Eötvös a forgatást precíziós óraszerkezettel oldotta meg. Az általunk épített eszközben a forgatást – gumigyűrűs áttétlen keresztül – egy léptetőmotorral valósítottuk meg. Ennek vezérlését egy TB6560-H típusú léptetőmotor meghajtó IC biztosítja, amelyet egy Arduino Due mikrokontroller vezérel. A pontos forgatási sebesség eléréséhez a mikrokontroller „Timer Interrupt”-ját használjuk. Az 50 és 140 fordulat/perc között változtatható fordulatszám potencióméterrel állítható, aktuális értékét pedig a mikrokontroller méri és egy általa meghajtott LED-es kijelzőn jeleníti meg. A forgatás egy nyomógombbal indítható, illetve állítható meg. Az mikrokontrollerre épített áramkör sematikus rajza a 2. ábrán látható.

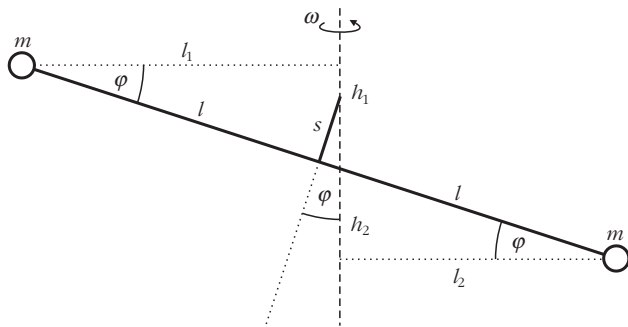
2. ábra. Az Arduino Due mikrokontrollerre épített áramkör.

A berendezés kritikus része a tücsapágy. A célból, hogy a mérleg lengésének amplitúdója nagy legyen, a csapágyat úgy kell kialakítani, hogy az itt fellépő súrlódás a lehető legkisebb legyen. Ezért a tücsapágyat igen kemény csapágyacélből, köszörléssel készítettük el. A tű hegye egy körülbelül 0,1 mm rádiuszú félgömb, amely egy 1 mm sugarú, szintén csapágyacélből készült fészkekben tud forogni.



Eszközünket – az eredeti, Eötvös-féle berendezéshez képest – a két henger közelében elhelyezett erős mágnessel egészítettük ki úgy, hogy a mágnesek hengerektől való távolsága változtatható legyen. Ez a mozgó hengerekben fellépő örvényáram hatására a henger sebességével arányos csillapítást eredményez. Erre a szabályozható mértékű csillapításra azért van szükség, mert – a tapasztalat szerint – ennek hiányában a mérleg igen nagy amplitúdójú (körülbelül 30°) rezgésbe jön. Ekkor azonban a mérleg mozgásában, a szögelfordulásban a nemlineáris tagok már jelentőssé válnak. Ennek következtében a nemlineáris kényszerrezgések elméletében ismert jelenségek lépnek fel, amelyek a mérések egyszerű kiértékelését nagyban megnehezítik. A mágnesek távolságának megfelelő beállításával a rezgést a lineáris tartományban tudjuk tartani. A megvalósított eszköz a 3. ábrán látható.

3. ábra. Az OKTV-re megépített mérleg. A <http://fizikaiszemle.hu/extra/groma1912> webhelyen, vagy a képre kattintva videó mutatja működését.



4. ábra. A mérleg geometriája.

A mérleg mozgásának elméleti leírása

A mérleg geometriája

Az egyszerűség kedvéért először tételezzük fel, hogy a mérleg egy $2l$ hosszúságú, elhanyagolható tömegű rúd két végén elhelyezett két, pontszerű, m tömegből áll (4. ábra). A rúd és a „billegési” tengely közötti távolság legyen s .

Vegyük fel egy, a mérleghez rögzített K koordináta-rendszert, úgy hogy annak z tengelye legyen a forgástengely, míg y tengelye legyen a két tűcsapágó által meghatározott „billegési” tengely. Ekkor a mérleget a vízszinteshez képest φ szöggel kitérítve az alábbi alakban adhatjuk meg a tömegek koordinátáit (lásd 4. ábrán bevezetett jelöléseket):

$$\mathbf{r}_1 = (-l_1, 0, h_1), \quad (3)$$

$$\mathbf{r}_2 = (l_2, 0, -h_2). \quad (4)$$

Az ábra alapján

$$l_1 = (l + s \operatorname{tg} \varphi) \cos \varphi, \quad (5)$$

$$h_1 = (l + s \operatorname{tg} \varphi) \sin \varphi - \frac{s}{\cos \varphi}, \quad (6)$$

$$l_2 = 2l \cos \varphi - l_1, \quad (7)$$

$$h_2 = 2l \sin \varphi - h_1 \quad (8)$$

adódik. A továbbiakban csak a kis elfordulások esetével foglalkozunk, ezért φ -ben lineáris tagokig sorfejtéssel azt kapjuk, hogy

$$l_1 \approx l + s \varphi, \quad (9)$$

$$h_1 \approx l \varphi - s, \quad (10)$$

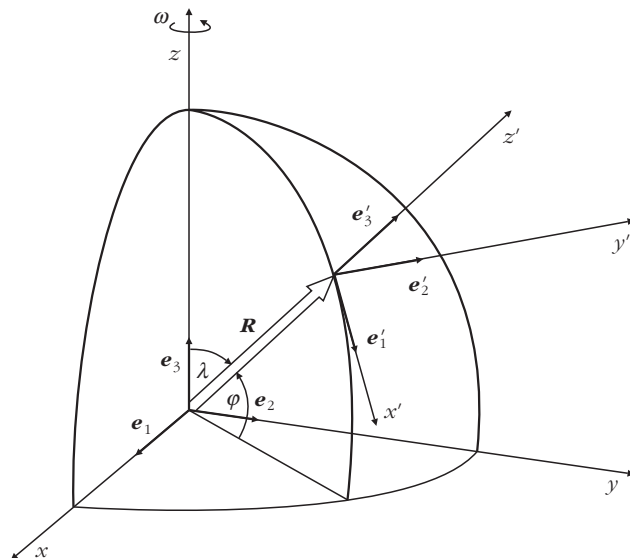
$$l_2 \approx l - s \varphi, \quad (11)$$

$$h_2 \approx l \varphi + s. \quad (12)$$

Tehát

$$\mathbf{r}_1 = (-l - s \varphi, 0, l \varphi - s), \quad (13)$$

$$\mathbf{r}_2 = (l - s \varphi, 0, -l \varphi - s).$$



5. ábra. A Földhöz rögzített koordináta-rendszer.

A mérlegre ható Coriolis-erő

A Coriolis-erő forgatónyomatékának meghatározásához tekintsük az 5. ábrán látható, Földhöz rögzített K' koordináta-rendszert. A z' tengely mutasson a Föld középpontjából kifelé. Az y' tengely essen a kísérlet helyének megfelelő hosszúsági kör érintőjébe, irányítása a Föld forgásának irányába mutasson. Az x' tengelyt pedig úgy vegyük fel, hogy jobbsodrású koordináta-rendszert kapjunk. A z' tengely Föld forgástengelyével bezárt szögét jelöljük λ -val.

A forgó Földön a forgatott mérleg egyik tömegére ható Coriolis-erő

$$\mathbf{F}_{1,2}^{\text{Cor}} = 2m\mathbf{v}'_{1,2} \times \boldsymbol{\omega}_f, \quad (14)$$

ahol $\boldsymbol{\omega}_f$ a Föld szögsebességvektora, $\mathbf{v}'_{1,2}$ pedig ebben a koordináta-rendszerben az 1-es, illetve a 2-es test sebessége. Mivel a test koordinátáit a K testhez rögzített rendszerben a (13) kifejezés adja meg, a K' rendszerben a megfelelő koordinátákat a

$$\hat{\mathbf{O}} = \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) & 0 \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

elforgatási operátorral való szorzással kapjuk meg, ahol ω a forgatás szögsebessége. Ezzel

$$\mathbf{r}'_{1,2} = \begin{pmatrix} x'_{1,2} \\ y'_{1,2} \\ z'_{1,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mp l - s \varphi) \cos(\omega t) \\ -(\mp l - s \varphi) \sin(\omega t) \\ \pm l \varphi - s \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Innen az idő szerinti deriválás után a sebesség

$$\mathbf{v}'_{1,2} = (\pm l \omega \sin(\omega t), \pm l \omega \cos(\omega t), 0), \quad (17)$$

ahol az egyszerűség kedvéért csak a vezető, φ -tól független tagokat, tartottuk meg.

A Coriolis-erő kiszámításához szükségünk van még az ω_f komponenseire a K' rendszerben. Az 5. ábra alapján

$$\omega_f = \omega_f(-\sin\lambda, 0, \cos\lambda). \quad (18)$$

Ezt felhasználva az $\mathbf{F}'_{1,2}{}^{Cor} = 2m\mathbf{v}'_{1,2} \times \omega_f$ Coriolis-erő:

$$\mathbf{F}'_{1,2}{}^{Cor} = 2ml\omega_f \begin{pmatrix} \pm\cos(\lambda)\cos(\omega t) \\ +\cos(\lambda)\sin(\omega t) \\ \pm\sin(\lambda)\cos(\omega t) \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Mivel nekünk a Coriolis-erőre a K koordináta-rendszerben van szükségünk $\mathbf{F}'_{1,2}{}^{Cor}$ -t meg kell szorozni $\hat{\mathbf{O}}$ transzponáltjával, amely K' -ből K -ba transzformál egy vektort:

$$\mathbf{F}_{1,2}{}^{Cor} = 2ml\omega\omega_f \begin{pmatrix} \pm\cos(\lambda)(\cos^2(\omega t) - \sin^2(\omega t)) \\ 0 \\ \pm\sin(\lambda)\cos(\omega t) \end{pmatrix}. \quad (20)$$

A mérleg mozgásegyenletében (lásd alább) ezen erő forgatónyomatékának y komponensére van szükség, amely a (13) és (20) egyenletek felhasználásával:

$$M_{1,2,y}{}^{Cor} = -2ml\omega\omega_f\sin(\lambda)(l\pm s\varphi)\cos(\omega t) + 2m\omega\omega_f\cos(\lambda)(l\varphi+s)(\cos^2(\omega t) - \sin^2(\omega t)). \quad (21)$$

A mérlegre ható két forgatónyomaték összege:

$$M_{Cor} = -4ml^2\omega\omega_f\sin(\lambda)\cos(\omega t), \quad (22)$$

ahol a φ -vel arányos tagot ismét elhanyagoltuk. Bevezetve az $\omega_f^* = \omega_f\sin(\lambda)$ jelölést

$$M_{Cor} = -4ml^2\omega\omega_f^*\cos(\omega t). \quad (23)$$

A mérleg mozgásegyenlete

A forgatott mérleg mozgásegyenletének felírásához a mérleghez rögzített forgó koordináta-rendszerben vizsgáljuk a mozgást! E rendszerben a mérleg csak a két tűcsapágy által meghatározott tengely körül végez billegő mozgást. Így a probléma egy rögzített tengely körüli forgásnak felel meg. Ekkor a mérleg elbillenését megadó φ szögre a

$$\Theta_{22}\ddot{\varphi} = M_2 \quad (24)$$

mozgásegyenletet írhatjuk fel, ahol M_2 a testre ható külső erők forgatónyomatékának y komponense és Θ_{ij} a Θ tehetetlenséginyomaték-tenzor ij -ik komponense.

A Coriolis-erőn kívül még a nehézségi erő és a K mérleghez rögzített rendszerben a centrifugális erő, valamint a levegő sűrűlódása és a beépített mágnesek

miatt megjelenő örvényáramok következtében fellépő fékező erő hat a rendszerre. Ez jó közelítéssel a test sebességével, így $\dot{\varphi}$ -tal arányos. Tehát a mérleg mozgásegyenlete

$$\Theta_{22}\ddot{\varphi} = M_{grav} + M_{centrifugális} + M_{Cor} + M_{sűrűlódás}. \quad (25)$$

A mérleg geometriájából látható, hogy a tehetetlenségi nyomaték

$$\Theta_{22} = 2m(l^2 + s^2), \quad (26)$$

a gravitációs erő forgatónyomatéka

$$M_{grav} = -mg(l_1 - l_2) \approx -2mgs\varphi, \quad (27)$$

a centrifugális erő forgatónyomatéka

$$M_{centrifugális} = -m\omega^2(l_1h_1 + l_2h_2) \approx -2m\omega^2(l^2 - s^2)\varphi \quad (28)$$

és a sebességgel arányos sűrűlódási erő forgatónyomatéka

$$M_{sűrűlódás} = -2\lambda l^2\dot{\varphi}. \quad (29)$$

A fentiek alapján a mozgásegyenlet komplex alakban

$$(l^2 + s^2)\ddot{\varphi} = -gs\varphi - \omega^2(l^2 - s^2)\varphi - 2\beta l^2\dot{\varphi} - 2l^2\omega\omega_f^*e^{i\omega t}, \quad (30)$$

ahol

$$2\beta = \frac{\lambda}{m}. \quad (31)$$

Abban az esetben, ha a mérleg végére elhelyezett testek nem pontszerűek, a (30) egyenletet kell általánosítani. A kiterjedt testet felfoghatjuk mint sok, megfelelő s_i és l_i távolságokkal megadott, 1. ábra szerinti m_i tömeggel rendelkező konfiguráció összességét, amelyekre egyenként igaz az

$$m_i(l_i^2 + s_i^2)\ddot{\varphi} = -m_i g s_i \varphi - m_i \omega^2 (l_i^2 - s_i^2) \varphi - 2m_i \beta l_i^2 \dot{\varphi} - 2m_i l_i^2 \omega \omega_f^* e^{i\omega t} + M_i^b \quad (32)$$

egyenlet, ahol M_i^b a merev testben fellépő belső kényszererők forgatónyomatéka. Ezek biztosítják, hogy mindegyik részrendszer ugyanannyit forduljon el. A fenti egyenlet azt fejezi ki, hogy az i -edik alrendszer impulzusmomentuma forgástengely irányú vetületének idő szerint deriváltja egyenlő a rá ható erők forgatónyomatékának ugyanilyen irányú vetületével.

A teljes rendszer mozgásegyenletét a fenti egyenletek összegezésével kapjuk. A belső erők forgatónyo-

matékának összege nulla, mivel a kényszererők virtuális munkája

$$\delta W = \sum_{i=1}^N M_i \delta \varphi = 0. \quad (33)$$

Ezek alapján a mozgásegyenlet

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N m_i (l_i^2 + s_i^2) \ddot{\varphi} = \sum_{i=1}^N m_i [-g s_i \varphi - \\ - \omega^2 (l_i^2 - s_i^2) \varphi - \\ - 2 \beta' l_i^2 \dot{\varphi} - \\ - 2 l_i^2 \omega \omega_f^* e^{i\omega t}]. \end{aligned} \quad (34)$$

Fontos megjegyezni, hogy a φ -tal arányos teljes súrlódási erőt, mint az egyes pontokra ható súrlódási erők összegét nem lehet megadni. Ezt egy β' bevezetésével vettük figyelembe.

Célszerű bevezetni a következő mennyiségeket:

$$l = \frac{\sum_{i=1}^N m_i l_i}{M} \quad (35)$$

és

$$s = \frac{\sum_{i=1}^N m_i s_i}{M}, \quad (36)$$

valamint

$$\Delta l^2 = \frac{\sum_{i=1}^N m_i (l_i - l)^2}{M} \quad (37)$$

és

$$\Delta s^2 = \frac{\sum_{i=1}^N m_i (s_i - s)^2}{M}, \quad (38)$$

ahol

$$M = \sum_{i=1}^N m_i. \quad (39)$$

Érdemes megjegyezni, hogy s és l a szimmetriasík egyik felére eső rész súlypontjának két koordinátája $\varphi = 0$ esetén. Ezzel a (34) egyenlet az alábbi alakú:

$$\begin{aligned} (l^2 + \Delta l^2 + s^2 + \Delta s^2) \ddot{\varphi} = g s \varphi - \\ - \omega^2 (l^2 + \Delta l^2 - s^2 - \Delta s^2) \varphi - \\ - 2 \beta' (l^2 + \Delta l^2) \dot{\varphi} - \\ - 2 (l^2 + \Delta l^2) \omega \omega_f^* e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (40)$$

A megoldást

$$\varphi(t) = A e^{i\omega t} \quad (41)$$

alakban keressük. Behelyettesítés után adódik, hogy

$$\begin{aligned} -\omega^2 (l^2 + \Delta l^2 + s^2 + \Delta s^2) A = -g s A - \\ - \omega^2 (l^2 + \Delta l^2 - s^2 - \Delta s^2) A - \\ - 2 i \omega \beta' (l^2 + \Delta l^2) A + \\ + 2 (l^2 + \Delta l^2) \omega \omega_f^*. \end{aligned} \quad (42)$$

Ahonnán

$$A = \frac{-2 l^2 \omega \omega_f^*}{-2 \omega^2 (s^2 + \Delta s^2) + g s + 2 i \omega \beta' l^2}, \quad (43)$$

ahol – az egyszerűség kedvéért – feltételeztük, hogy $l^2 \gg \Delta l^2$, amely a valódi megvalósításnál jó közelítésnek tekinthető. Minket a rezgés amplitúdója érdekel, ami

$$|A| = \frac{2 \omega \omega_f^* l^2}{\sqrt{(g s - 2 \omega^2 (s^2 + \Delta s^2))^2 + 4 \omega^2 (\beta' l^2)^2}}. \quad (44)$$

Könnyen látható, hogy a rezonanciafrekvencia (ahol $|A(\omega)|$ -nak maximuma van)

$$\omega_r = \sqrt{\frac{g s}{2 (s^2 + \Delta s^2)}}. \quad (45)$$

Míg az amplitúdó a rezonancián

$$A_r = \frac{\omega_f}{\beta'}. \quad (46)$$

Ezzel a rezonanciagörbe az alábbi alakra rendezhető:

$$|A| = \frac{A_r \alpha \omega}{\sqrt{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \alpha^2}}, \quad (47)$$

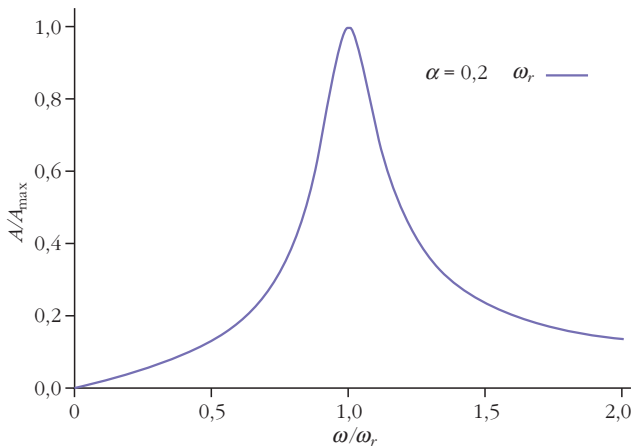
ahol $\alpha = 2\beta' l^2$. A görbe a 6. ábrán látható. Megjegyezzük, hogy a rezonanciafrekvenciában fellépő

$$2 (s^2 + \Delta s^2) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i l_i^2 \quad (48)$$

mennyiség megadható a rendszer Θ tehetetlenségi nyomaték-tenzorának diagonális komponenseivel. A K rendszerben a korábban bevezetett jelölésekkel

$$\Theta_{11} = \sum_{i=1}^N m_i (s_i^2 + y_i^2), \quad (49)$$

$$\Theta_{22} = \sum_{i=1}^N m_i (l_i^2 + s_i^2), \quad (50)$$



6. ábra. A rezonanciagörbe.

$$\Theta_{33} = \sum_{i=1}^N m_i (l_i^2 + y_i^2), \quad (51)$$

ahol y_i a kérdéses pont y koordinátája. Látható, hogy

$$2(s^2 + \Delta s^2) = \frac{1}{M} (\Theta_{22} + \Theta_{11} - \Theta_{33}). \quad (52)$$

A gyakorlatban megvalósuló esetre érvényes még, hogy $s^2 \ll \Delta s^2$, így

$$\omega_r = \sqrt{\frac{g s}{2 \Delta s^2}}. \quad (53)$$

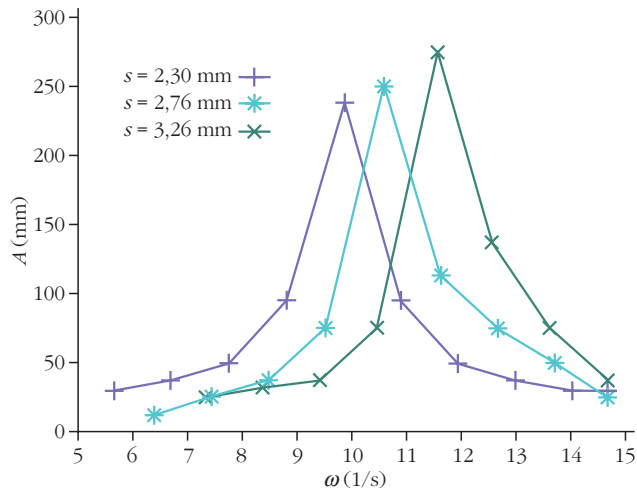
Megjegyezzük, hogy forgatás nélkül a rezgés frekvenciája

$$\omega_{rezgés} = \sqrt{\frac{M g s}{\Theta_{22}}} = \sqrt{\frac{g s}{l^2 + \Delta l^2 + s^2 + \Delta s^2}}, \quad (54)$$

ami kis s/l aránynál jelentősen eltér, (még kicsi Δs^2 , tehát közel pontszerű, tömegek esetén is) ω_r -tól. Azaz a rezonanciafrekvencia nem a forgatás nélküli eset rezgési frekvenciájánál van. A mozgásegyenletet analizálva megállapítható, hogy az eltérés oka a forgó rendszerben fellépő centrifugális erő.

Mérési eredmények

Amikor a forgatás elindítása után körülbelül 1 perc elteltével beáll a fentiekben tárgyalt, állandó amplitúdójú, ω frekvenciájú rezgés, a mérlegre szerelt tükörről visszaverődött fénysugár egy kört ír le. Jól megfigyelhető, hogy a kör sugara a forgatás szögsebességének függvényében változik. A kör sugarának mérésével elvben fel lehet venni a rezgés amplitúdójának szögsebességfüggését, de a mérés könnyebben kivitelezhető úgy, hogy a stacionárius állapot elérése után hirtelen megállítjuk a forgatást. Ekkor a mérleg lengésének amplitúdóját megmérve fel tudjuk venni a rezonancia-görbét. A berendezés úgy van kialakítva, hogy a súlypont-forgástengely távolság változtatható, így a rezonanciafrekvencia ettől való függése kimérhető.



7. ábra. Rezonanciagörbe 3 különböző s mellett.

Három különböző súlyponttávolságnál a fordulatszám függvényében mért fordulatszám-rezgési amplitúdó görbék láthatók a 7. ábrán.

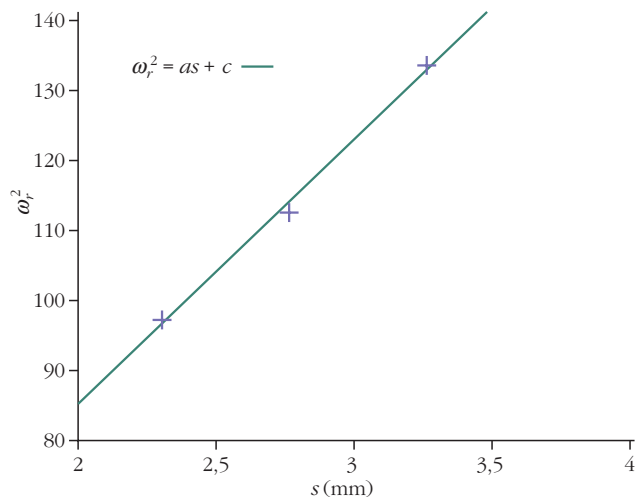
Az elméleti várakozásnak megfelelően éles rezonanciagörbe alakul ki. A három mérésből kapott $\omega_r^2 - s$ összefüggés a 8. ábrán látható. Megállapítható, hogy a mért adatok megfelelnek az elméleti várakozásnak, ω_r^2 arányos s -sel.

A 2019-es Fizika OKTV III., kísérleti fordulójában kitűzött feladatok és a hivatalos megoldási útmutató megtalálható a https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/tanulmanyi_versenyek/oktv/oktv2018_2019_donto/fiz1_javut_d_oktv_1819.pdf weblapon.

Összefoglalás

1851-ben *Foucault* híres ingakísérletével bizonyította a Föld forgását. Az inga lengési síkjának elfordulását ugyanúgy a Coriolis-erő okozza, mint az Eötvös-mérleg esetében a lengést. Ugyanakkor a Foucault-inga a mi szélességi körünkön 11,5°-ot fordul el óránként. Tehát ahhoz, hogy a jelenség megfigyelhető legyen

8. ábra. A mért $\omega_r^2 - s$ összefüggés.



minimum 10 percre van szükség. Ezenkívül, azért, hogy az inga minimum több 10 percig lengeni tudjon egy 10 métert meghaladó hosszúságú ingára van szükség. Ugyan az elfordulás mértéke független az inga hosszától, de hosszú inga esetén a végén elhelyezett golyó lassan mozog, így a levegő sebességgel arányos fékezése kisebb. Mindez azt eredményezi, hogy az inga felállítása és a jelenség megfigyelése igen speciális feltételeket igényel. Ugyanakkor az Eötvös-féle mérleg könnyedén elfér egy asztalon és a jelenség megfigyelése pillanatok alatt lehetséges. Így ez egy igen hatékony, könnyen bemutatható eszköz a Föld forgásának bizonyítására. Érdemes megjegyezni, hogy a Foucault- és az Eötvös-féle mérés között alap-

vető különbség, hogy Eötvös rezonancián alapuló mérést alkalmaz, amely képes arra, hogy „statikusan” mérve kis effektusokat „felerősítsen”. Nem véletlen, hogy a fizikatörténet számos meghatározó kísérletében is rezonanciamódszert használtak.

Irodalom

1. Eötvös, R.: Experimenteller Nachweis der Schwereänderung die ein auf normal geformter Erdoberfläche in östlicher oder westlicher Richtung bewegter Körper durch diese Bewegung erleidet. *Annalen der Physik* 59 (1919) 743–752.
2. Eötvös Loránd: Kísérleti kimutatása annak a nehézségi változásnak, amelyet valamely, a szabályos alakúnak felvett földfelületen keleti vagy nyugati irányban mozgó test e mozgás által szenved. *Matematikai és Természettudományi Értesítő XXXVII/1* (1920) 1–28.