NÉHÁNY GONDOLAT AZ ATOMFIZIKA KÖZÉPISKOLAI TANÍTÁSÁHOZ

Schramek Anikó
Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló
Általános Iskola és Gimnázium

A – 2012-es – NAT és kerettanterv alapján – atomfizika témában tanítandó tartalmakat a tankönyvek többnyire jól lefedik. Ezek leginkább a kvantummechanika előzményeiként számon tartott jelenségek, atommodellek, köztük a „kvantummechanikai atommodell” [1] és a kettős természet. Az „új NAT”-ban a kvantummechanikai atommodell nem szerepel, de az elektron hullámtermészete és az elektronmikroszkóp működése igen. A B kerettanterv ezen felül a kémiai kötések, az ion- és fémrács, a vezetési tulajdonságok tanítását követeli meg. Ezen belül a szupravezetést és a félvezetők szerkezetét, p-n átmenetet és a félvezetők gyakorlati alkalmazásait olvashatjuk [2]. Az emelt szintű érettséginél megkövetelik, hogy a diák tudja értelmezni Thomson- és Millikan-kísérletet, a Planck-állandó kísérleti meghatározását, tudjon számításokat végezni az atom által elnyelt energiamennyiségekkel kapcsolatban. Közép szinten is értelmeznie kell a fotoeffektust, ismernie kell a vele kapcsolatos formulákat. Meg kell fogalmaznia a fény kettős természetét. Ismernie kell a kvantumszámokat, emelt szinten ezek fizikai jelentését(!), és az elektron de Broglie-hullámhosszát. Emelt szinten kell, hogy alkalmazni tudja a Pauli-elvet és a Hund-szabályt az elektronpályák betöltési rendjére a periódusos rendszerben, valamint ismernie kell az atom kvantummechanikai modelljét, vagyis az elektron „tartózkodási helyének” modell szerinti jelentését [3].

Az elvontabb fogalmak – az elektron hullámtermészete, a „pszí-függvény” és annak valószínűségi értelmezése – átadása nem könnyű feladat, ezek bemutatásához kerestem eszközöket, ötleteket. Az alábbiakban ezen ötleteket igyekszem röviden megmutatni, továbbgondolásra átadni. A cikk célja természetesen nem a téma összefoglalása, megtanítása vagy újszerű megvilágítása néhány oldalon, hanem a tanításával kapcsolatos néhány gondolat megosztása. A szemléltetéshez, képek kialakításhoz igyekszem ötletet adni, amit az olvasó ízlés szerint alakíthat, fejleszthet, vagy azokat látva más ötletek juthatnak eszébe. Először három jelenséget emelek ki, amelyek a kvantummechanika és az atomfizika tanítása során előkerülhetnek, de már a mechanikai hullámok tanításakor bemutathatjuk őket. Ezután a valószínűségi leírás és az elektronszerkezet bemutatásának egy lehetséges módját írom le, illetve az interneten elérhető szimulációkat ajánlok hozzá. Ezt a részt csak a fizikát emelt szinten tanuló diákoknak ajánlom.

A tanulmány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Tantárgy-pedagógiai Kutatási Programja támogatta.

Schramek Anikó 2000-ben végzett az ELTE fizikatanári szakán. 2015 óta a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnáziumban tanít. Jelenleg az ELTE Fizika Tanítása Program doktori hallgatója.

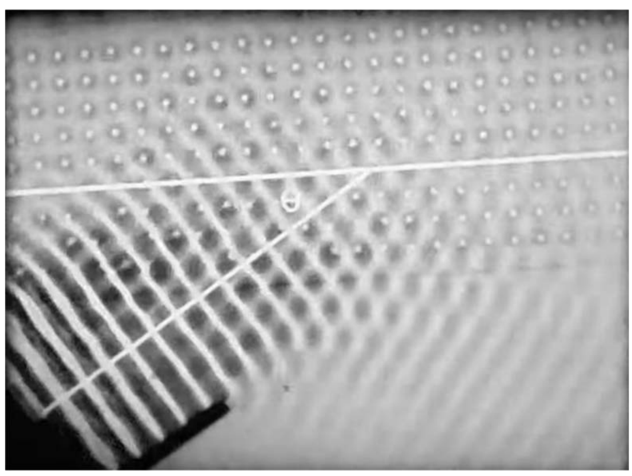
Mechanikaihullám-analógiák

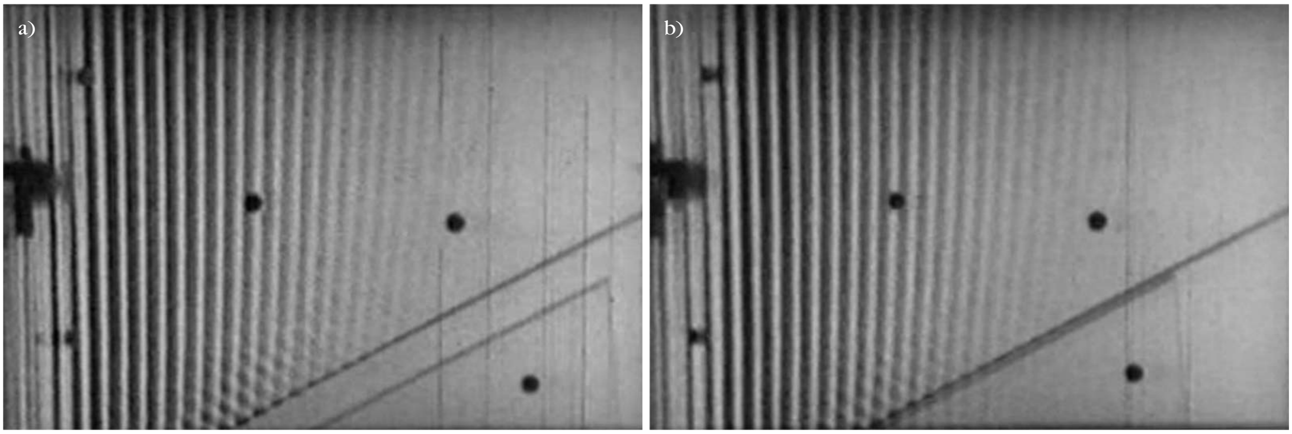
A hullámtermészet bemutatásához az alapokat a mechanikai hullámok tulajdonságai, a hullámjelenségek tanítása adja. Ezeket többek között hullámkádas kísérletekben mutatjuk be, vagy eszköz és idő hiányában erről készült filmeket használunk. Fizikaszertárakban „hurokfilm” néven ismert az 1950-es, ’60-as években az MIT-n felvett kísérletek gyűjteménye, aminek VHS-re mentett vagy digitalizált formája sok szertárban ma is megtalálható. Az internetes videomegosztó oldalakon részletei elérhetők, de az itt leírt részeket teljes egészében az interneten nem, csak az eredeti filmben találtam meg.

Bragg-féle visszaverődés

A film az elhajlás és interferencia rész után felületi hullámokon keresztül ismerteti a jelenséget. A kristályrácsot szabályos rendben elhelyezett akadályok

1. ábra. Bragg-reflexió szemléltetése vízhullámokkal. A képre kattintva régi hurokfilm nézhető meg a jelenségről, vagy megtekinthető a youtube videómegosztón [4].





2. ábra. a) Teljes visszaverődés, a hullám nem hatol be a 2-es közegbe (mélyebb víz). b) Ha a 2-es közeg megfelelően keskeny, a hullám ezen keresztül átjut a 3-as közegbe. A képre kattintva videó nézhető meg a jelenségről, vagy megtekinthető a youtube videómegosztón [5].

képviselik, ezen halad keresztül a felületi hullám. Adott hullámhossz mellett visszaverődő hullámokat látunk, majd a hullámhosszt változtatva a visszavert hullámok eltűnnek. További változtatás után a visszavert hullámok akkor jelennek meg újra, amikor a hullámhossz az első esetben megfigyelt hullámhossz fele. Az újra „elrontott” erősítést követően a beesési szög változik, így adott beesési szög mellett újra láthatóvá válnak a visszavert hullámok (*1. ábra*). Ez a rész teljes egészében megtalálható a világháló egyik videómegosztóján[4].

Alagúteffektus

Az alagúteffektus ugyan nem a kötelező tananyag része, de segítheti a valószínűségi leírás megértését, ha beszélünk róla, és több folyamat lejátszódásáért felelős, így kérdésként több terület tanítása során is felmerülhet. Tipikusan ilyen jelenség az alfa-bomlás, de már a mechanikai hullámok két közeg határán való viselkedése is jó példa. Itt a megtört hullám mellett van visszavert hullám is, hiszen a visszaverődés valószínűsége nem nulla. Ezenkívül a diákokat elérő információáradatban jó eséllyel felbukkan valamilyen formában, így előfordulhat, hogy egy diákunk maga kérdez rá a jelenségre.

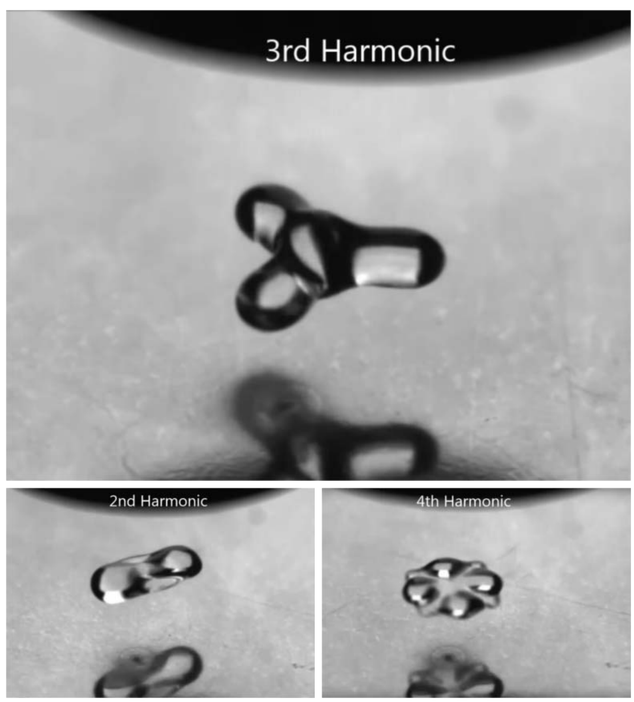
A fent említett filmben a törés, teljes visszaverődés résznél láthatjuk. A hullám sekély vízből mélyebb vízbe érkezéskor törik, a határszögnél nagyobb beesési szög esetén teljesen visszaverődik (*2.a ábra*). Ha a mélyebb víz után újra sekély vízréteget helyezünk el, és a két közeghatárt egymáshoz közelítjük, kellően keskeny mélyvízszakasz esetén a hullám a második sekély rétegben is megjelenik (*2.b ábra*) – e jelenségről is létezik hurokfilm a youtube-on [5]. Vagyis valamilyen amplitúdóval átjut azon a rétegen, amelybe – úgy tűnt – nem hatolhat be. Az átjutás után az amplitúdó annál nagyobb, minél keskenyebb a második, magasabb energiát jelentő réteg. Az alagúteffektus tárgyalásakor emlékeztethetjük a diákokat a jelenségre, és összeköthetjük a Born-féle értelmezéssel, megmutatva az amplitúdó szerepét a valószínűségi leírásban.

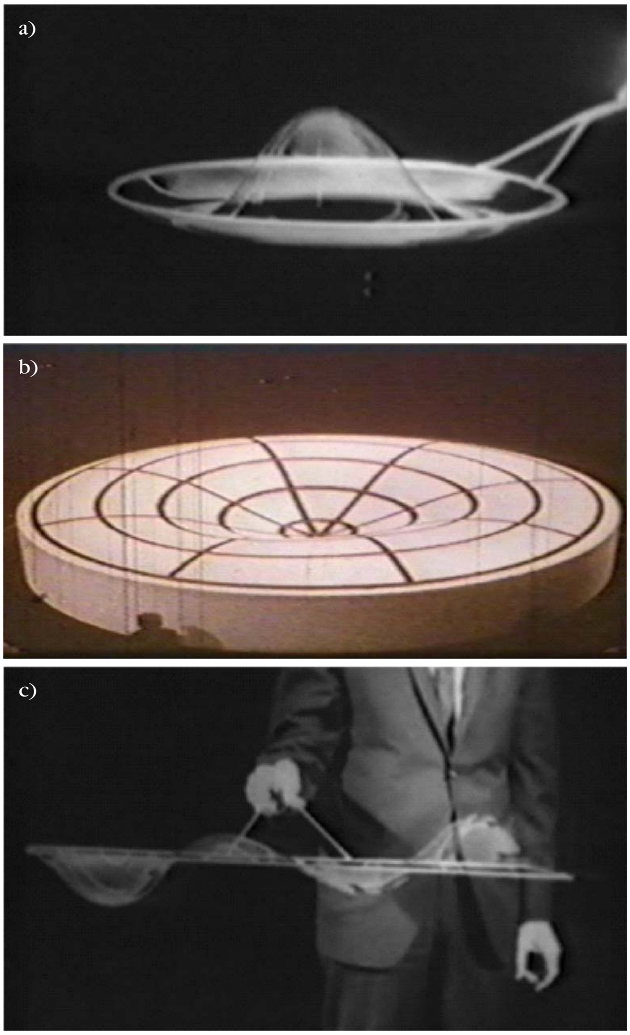
Állóhullámok, avagy dobozba zárt elektron

Az elektront kötött állapotban állóhullámként írjuk le. A síkon kialakuló állóhullámok bemutatását szintén megtaláljuk a felvételek között mind kör, mind téglalap alakú felületen. Utóbbit – egyik irány mentén – fél hullámtól két hullámhosszig minden fél hullámnyi változásnál láthatjuk. Ezeket – megfelelő drótkeretekkel és szappanos oldattal – még magunk is be tudjuk mutatni akár a fizikaórán, akár a tanulókkal közösen a szakkörön. A folyadékcseppen kialakuló térfogati állóhullámok keltése már sokkal bonyolultabb, de az egyik videomegosztón [6] ilyet is találunk (*3. ábra*).

A *4.a* és *4.b ábrán* látható állóhullámok jól szemléltetik a kémiaórán is felbukkanó, mellékkvantumszám által meghatározott pályák alakját, illetve a nulla

3. ábra. Folyadékcseppen kialakuló állóhullámok. A képre kattintva videó nézhető meg a jelenségről, vagy megtekinthető a youtube videómegosztón [6].





4. ábra. a) Felületi állóhullám körfelületen. b) Felületi állóhullám dobon. c) Felületi állóhullám.

valószínűségű helyeket – csomópontokat, csomógömböket. A *4.c ábra* a dobozba zárt elektron modelljét szemlélteti.

Hullámfüggvény és valószínűségi jelleg

A téma egy lehetséges bemutatására a diákjaim számára a [7] forrás alapján írt segédanyagomból [8] mutatok részletet. A matematikai leírást képekkel igyekszem helyettesíteni, hiszen a szükséges matematikai ismeretek messze túlmutatnak a középiskolai tananyagon.

Az alábbiakban ψ-vel jelölöm a hullámfüggvény helyfüggő részét (is), vagyis nem használom a ϕ jelölést a helyfüggő tag megkülönböztetésére. Ennek szintén az az oka, hogy középiskolában megoldhatatlannak gondolom a téma matematikai leírásának részletezését, de a valószínűségi értelmezés kapcsán minden forrásban a ψ jelölés szerepel, így azt elhagyhatatlannak érzem. Természetesen, adott esetben, a diákok kérdései mentén eljuthatunk a függvény néhány tulajdonságának leírásához, de ez a matematikában az átlagnál jártasabb diákot feltételez.

Bármi is az, amit hullámként keresünk, ha hullám, akkor térben és időben periodikus, vagyis hullámfüggvénnyel leírható. Az egyszerűség kedvéért térbeli helyvektor helyett csak egy x koordinátával dolgozunk. Így a hullámfüggvény:

$$\psi = A \sin(k x + \omega t + \varphi_0),$$

ahol a k hullámszám $(2\pi/\lambda)$ a térbeli periodicitást mutatja, az ω körfrekvencia $(2\pi/T)$ pedig az időbeli periodicitás hordozója.

A Schrödinger-egyenlet stacionárius alakját is csak a fizikát és matematikát emelt szinten tanuló diákoknak írjuk fel, mert a deriválás fogalmát ők ismerik. Azonban ennél bonyolultabb matematikai ismereteket nem igényel az alábbi tartalom, a matematikai leíráson keresztül a képi megjelenítéshez szeretnék eljutni. Tapasztalataim alapján a matematikában jártas, azt szerető diákok e nélkül úgy érzik, a közlés „a levegőben lóg”, alapok nélkül kapják az információt. Nekik segít a megértésben az egyenlet felírása. A hullámfüggvény Born-féle értelmezése az egyenletet tartalmazó részt kihagyva is bemutatható. További matematikai részletek a [9] forrásban találhatók.

Schrödinger – anélkül, hogy a hullámfüggvénynek szemléletes tartalmat tulajdonított volna – egy olyan egyenletre jutott, ami az anyaghullámok alakját és helyzetét, annak időbeli változását jól leírta. Mi ezen egyenlet időtől független – egy adott pillanatban jellemző értékeket tartalmazó – változatát fogjuk vizsgálni, amihez a hullámfüggvény időtől független részére van szükségünk:

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\,\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\,\psi(x) + V(x)\,\psi = E\,\psi(x).$$

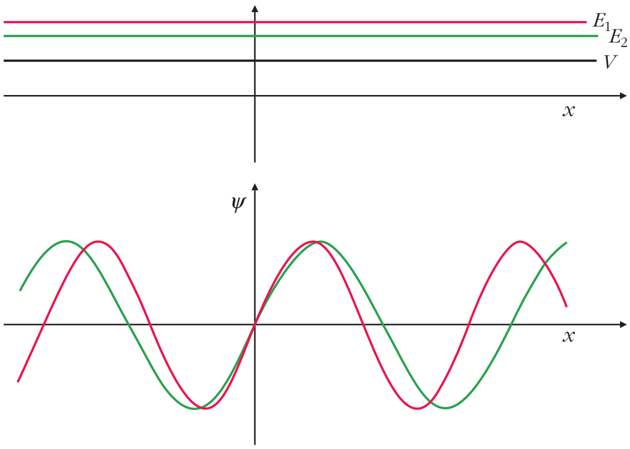
$\psi(x)$ a fent leírt hullámfüggvény helytől függő része, $V(x)$ a részecske potenciális energiája a hely függvényében, E pedig az összes energiája.

Az egyenlet megszületése után röviddel, *Max Born* adott szemléletes tartalmat a függvénynek. Born szerint a hullámfüggvény amplitúdójának négyzete a részecske adott x hely kicsiny környezetében való tartózkodásának valószínűségével arányos. Vagyis, ha egy adott helyen – x értéknél – a függvény négyzetének értékét vesszük, az 0 és 1 közé esik, és azt mutatja, ha valahogyan detektálnánk a részecskét, akkor az esetek hány százalékában találnánk a vizsgált x helyen.

Az egyenlet teljes megoldása nem célunk, a függvény jellegét, a görbe milyenségét keressük, ebből már következtetéseket tudunk levonni. Az egyenlet kis átrendezése,

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\,\psi(x) = \frac{2\,m}{\hbar^2}\bigl(V(x) - E\bigr)\,\psi(x)$$

után kiderül, hogy – a hely függvényében – állandó potenciális energia esetén a hullámfüggvénynek olyan alakúnak kell lennie, hogy az x hely szerinti kétszeres deriváltja csak egy együtthatóban különböz-



5. ábra. Különböző energiaszintekhez tartozó hullámfüggvény konstans potenciális energia mellett.

zék az eredeti függvénytől. Ez az együttható előjelétől függően valamilyen harmonikus függvény, vagy (*e* alapú) exponenciális függvény. Ha az adott helyen a $V(x)$ potenciális energia nagyobb, mint a részecske E energiája, akkor a függvény exponenciális, ha kisebb, akkor „szinuszszerű” (harmonikusszerű). Az alábbiakban egy példán keresztül igyekszem érthetőbbé tenni a függvény jelentését.

Ha a kétszeres derivált együtthatója negatív, a függvényt szinuszos alakban keressük. A

$$\psi = A\sin(\varphi_0 + kx)$$

függvény x szerinti kétszeres deriváltja:

$$\psi'' = -k^2 A\sin(\varphi_0 + kx) = -k^2\,\psi.$$

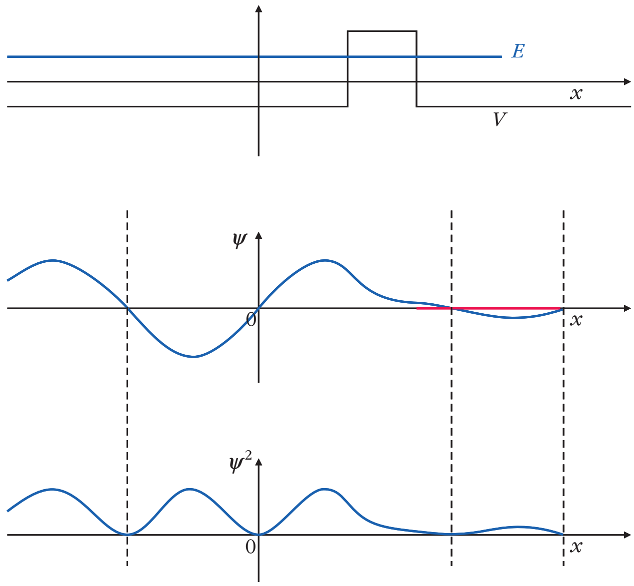
Ebből a $k = 2\pi/\lambda$ hullámszám:

$$k = \sqrt{\frac{2\,m}{\hbar^2}\big(E - V(x)\big)}\ .$$

Grafikusan látható, hogy a hullámhosszt befolyásolja az, hogy a részecske összes energiája mennyivel nagyobb, mint az adott hely potenciális energiája. Nagyobb energiakülönbség nagyobb hullámszámot, azaz kisebb hullámhosszt eredményez. Ha a potenciális energia változik, az energiák különbsége és így a hullámhossz is változni fog (*5. ábra*).

Potenciálgát, alagúteffektus

Ha a potenciális energia egy $(a_1;\ a_2)$ tartományban nagyobb, mint a részecske összes energiája, a Schrödinger-egyenlet alapján ψ exponenciális függvény lesz. Egy a potenciálgáthoz „balról érkező” elektron esetén ez azt jelenti, hogy a szinuszos függvény a gát határán exponenciális függvénybe megy át, majd a gát túloldalán újra szinuszos, kisebb amplitúdóval. Az adott helyen tartózkodás valószínűsége tehát a gát tartományában csökken, de sem itt, sem a gát túloldalán nem nulla (*6. ábra*). Az áthaladás – illetve a gát túloldalán tartózkodás – valószínűsége a gát szélességétől és magasságától függ.



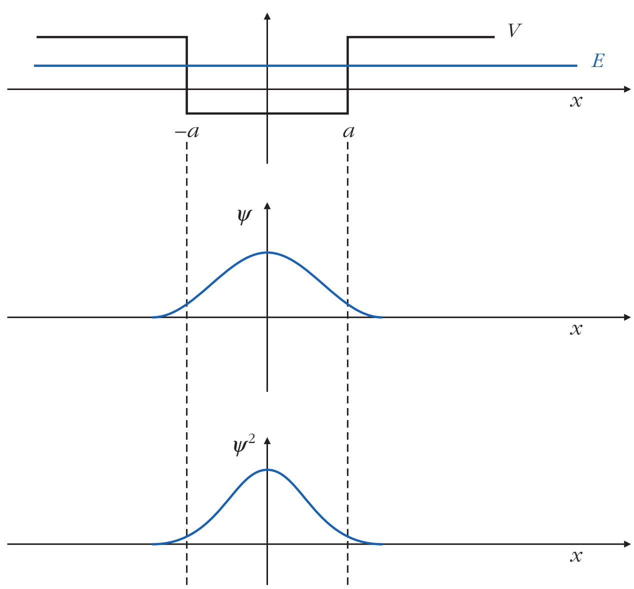
6. ábra. A hullámfüggvény alakulása potenciálgát esetén.

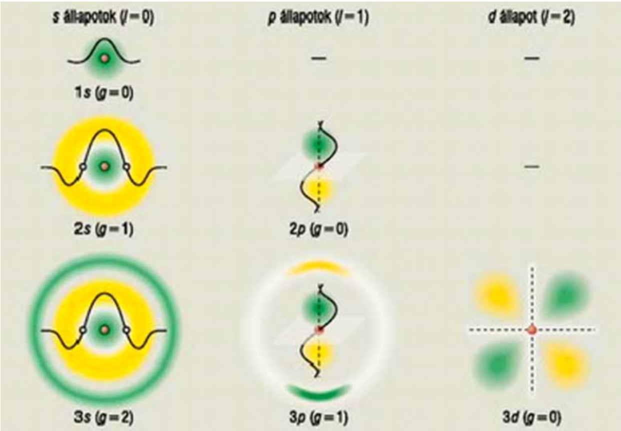
Potenciálgödör vagy dobozba zárt részecske

Ha a potenciális energia egy $(-a;\ a)$ tartományban érzékelhetően kisebb, mint a környezetében, potenciálgödörről beszélünk. Ha a vizsgált részecske összes energiája a potenciálgödörben nagyobb, mint a potenciális energia, azon kívül pedig kisebb, a fent leírt okokból a ψ függvény a potenciálgödör tartományában szinuszos, azon kívül exponenciális lesz. Mivel a ψ^2 valószínűségsűrűség teljes térre vett integrálja 1, ezek az exponenciális függvények a potenciálgödrön kívül a „nullába simulnak”. A vizsgált részecske tehát nagy valószínűséggel a kisebb potenciális energiájú helyen tartózkodik, de kis valószínűséggel azon kívül is megtalálható (*7. ábra*).

A fenti modell szemléltetheti az elektron alapállapotú helyzetét a hidrogénatomban. Az *s* pálya gömb-

7. ábra. A hullámfüggvény alakulása „négyszög” potenciálgödör esetén.





8. ábra. Hullámfüggvény és mellékkvantumszám.

szimmetrikus volta a valószínűségsűrűség-függvény alakjából következik. Fentiekben a hullámfüggvényt egy dimenzióban értelmeztük, de az atommag terében a potenciális energia függvénye gömbszimmetrikus, így a tőle való távolság függvényében az adott helyen való tartózkodás valószínűsége is. Ha az elektron gerjesztett állapotban van, vagyis összes energiája nagyobb, hullámhossza kisebb lesz. Ekkor a ψ függvény a $(-a;\ a)$ tartományban nem egy „fél hullámot”, hanem „egész hullámot” tartalmaz. Ha az origó az atommag, akkor ebből a *p* pálya alakja rajzolódik ki. Ezt szemlélteti a [11] forrásból származó *8. ábra*. A színek, illetve satírozás szerepére az alábbiakban még visszatérünk. Ezzel együtt válik érthetővé a *4. ábra* elektronpályákkal való kapcsolata is. A *4.a ábrán* látható szappanhártya a 2*s* pályát szemlélteti. Térben „megforgatva” a hullámfüggvényt, a zérus valószínűségű helyek egy gömböt – csomógömböt – rajzolnak ki. A *4.b ábra* dobján két félhullám kialakulása modellezi a 2*p* pályát, a zérus valószínűségű helyek itt – a *8. ábrán* fehérrel jelölt – csomósíkot adnak. Ehhez az alábbi bekezdésben leírt „dobozba zárt elektron” modell ad még információt.

Ha a potenciálgát végtelen magas, a hely $-a$, illetve a értékein az ott-tartózkodás valószínűsége 0, vagyis a „gödör” szélességében a félhullámhossz egész számú többszöröse fér el. Ez a kötött állapotok állóhullám-analógiával leírt modelljéhez vezet. A modellben az elektron valamilyen valószínűséggel megtalálható azokon a helyeken ahol a potenciális energia 0, de zéró valószínűséggel található meg ott, ahol a potenciális energia végtelen nagy. Legyen egydimenzióban L hosszúságú tartományban 0 a potenciális energia, ekkor a modell szerint az elektron itt állóhullámként van jelen, vagyis

$$L = n\frac{\lambda}{2},$$

ahol n pozitív egész. Mivel itt a potenciális energia 0, az elektron energiáját a mozgási energia adja. A részecske- és hullámtulajdonságokat összekötő

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

és a mozgási energiára vonatkozó

$$E = \frac{p^2}{2\,m}$$

összefüggések felhasználásával adódik, hogy az elektron energiája itt

$$E = n^2\frac{h^2}{8\,m\,L^2},$$

ami a kötött állapotú energia kvantáltságát igazolja, és aminek felhasználásával a vonalas színképre vonatkozó Rydberg-formula igazolható. A modellt 2 vagy 3 dimenzióba kiterjesztve az elektron megtalálási valószínűségét egy megengedett felületen vagy térrészben leíró „hullámfüggvényhez”, illetve az itt tartózkodó elektron megengedett energiaszintjeihez jutunk. A megtalálási valószínűségre a hullám adott helyen vett amplitúdójának négyzetéből következtetünk. Ezekben az esetekben a különböző tengelyek mentén az állóhullámokat egymástól függetlenül vizsgáljuk, bevezetve az n_x, n_y és n_z változókat. Az elektron energiáját a két, illetve három dimenzióra felírt E_x, E_z és E_z energiák összege adja:

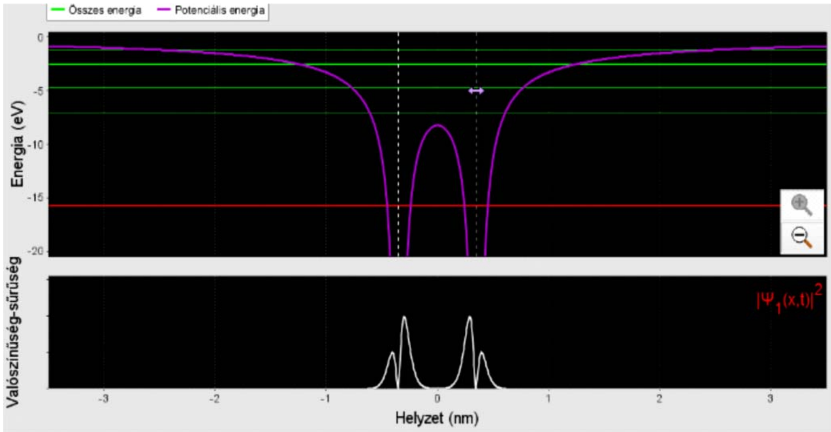
$$E = \frac{h^2}{8\,m\,L^2}\left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right).$$

A megengedett felület például egy vékony fémlemezben „delokalizált” elektront modellezhet. A *4.c ábra* egy ilyen $n_x = 4$, $n_y = 1$ hullámot szemléltet. Ha n_x =

9. ábra. Iskolai szemléltető eszköz. Az 1*s*, 2*s* és 2*p* elektronpályákon az elektron adott helyen tartózkodásának valószínűségét láthatjuk a pályák egy metszetén.

$n_y = n_z = 1$, az 1*s* pálya gömbszimmetrikus modelljéhez jutunk, ha n_x, n_y és n_z közül kettő értéke 1, a harmadiké 2, akkor a 2*p* pálya három lehetséges elhelyezkedéseinek modelljét kapjuk.

Három dimenzióban a valószínűség hely függvényében való ábrázolása nem oldható meg a megszokott függvényábrázolással, hiszen ehhez négy tengelyre lenne szükség. Erre megoldás, ha adott helyen az ott tartózkodás valószínűségét satírozással jelezzük. Sűrűbb satírozás nagyobb valószínűséget jelent, kétféle szín használata a „váltakozásra”, az állóhullám jellegre utal. Ez látható a *8. ábrán*. Szintén satírozással szemléltetik az adott helyen való tartózkodást a *9. ábrán* látható iskolai eszközök, amelyeken 1*s,* 2*s* és 2*p* pályák elektronpályáit, illetve azok egy metszetét láthatjuk.



10. ábra. Az alapállapotú energiához tartozó valószínűségsűrűség két, Coulomb-potenciállal leírható gödör esetén, a Coloradói Egyetem szimulációja alapján.

Lehetséges továbbgondolások

A fenti gondolatmenet folytatható, a potenciálisenergia-függvény különböző alakjai mellett vizsgálható, illetve több atommag esetére (molekula, atomrács) továbbgondolható. A következőkben az általam követett logikát írom le röviden.

Atomok, molekulák, rácsok

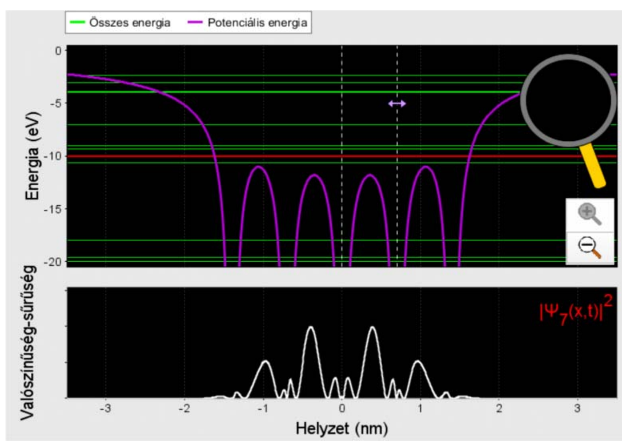
Nem konstans potenciálisenergia-függvény azt eredményezi, hogy az elektronenergia és potenciális energia különbsége a hely függvényében változik, ennek megfelelően a ψ függvény és második deriváltjának együtthatója is. Szemléletesen ez azt jelenti, hogy a függvény nem egy periodikus, állandó a hullámhossz segítségével jellemezhető függvény, de a görbe jellegét nem kell teljesen elvetnünk. Ez a helyzet áll elő egy ponttöltés (például: hidrogénatommag) terében is, ahol a potenciális energia a töltéstől vett távolsággal fordítottan arányos. Ez a fenti potenciálgödör-közelítésen annyit módosít, hogy hullámfüggvényünk hullámhossza a hely függvényében nem állandó. Két gödör kétatomos molekulát modellezhet (*10. ábra*).

Fémrácsokban a potenciál a hely függvényében ilyen – az atomtörzstől mért távolsággal fordítottan arányos – potenciálok ismétlődésével közelíthető. A fent leírtak gyors szemléltetésében segíthet a Coloradói Egyetem szimulációi [10] között megtalálható *Kvantált kötött állapotok* című, amelyben egy, kettő, illetve több potenciálgödörhöz tartozó energiaszinteket és valószínűségsűrűség-függvényeket találunk. Egy gödör esetén a potenciálgödör alakja több lehetőség közül választható ki a programban: négyszög, aszimmetrikus, Coulomb- és harmonikus nevű görbéket találunk. Az ilyen potenciálok mellett kvantált energiaszintek közül egyet kattintással kiválasztva, a hozzá tartozó ψ vagy ψ^2 függvény jelenik meg. Ez utóbbit előreválasztással dönthetjük el. Több gödör esetén csak a négyszög- és a Coulomb-potenciálok választhatók. A gödrök száma 1 és 10 között változtatható, a lehetséges energiaszintek elrendeződése nagymértékben függ ettől a választástól, illetve a gödrök távolságától. A *11. ábrán* is látható a valencia- és vezetési sávok szétválása. Ez a távolság eV egységben leolvasható az ábráról, emellett elektromos teret is létrehozhatunk, ezzel módosítva a potenciális energia alakulását, ezzel együtt a megtalálási valószínűség hely szerinti alakulását. Ezek a lehetőségek alkalmat adnak arra, hogy vezetési tulajdonságokról beszéljünk. Például 10 egymáshoz közeli gödör (atomtörzs) választásával fémrácsot, míg 4 gödörrel félvezetők elektronjainak energiaszintjeit szemléltethetjük.

Egy gödör és a legördülő sávból a „harmonikus” lehetőség választása, a molekulák kötései mentén kialakuló – lineáris, a kötésszög változásával járó, illetve torziós – rezgéseket modellezheti. A harmonikus oszcillátor – vagyis a kitérés négyzetével arányos potenciális energiával leírható modell – alapállapotú energiája

$$\frac{1}{2}\hbar\omega,$$

11. ábra. Több gödör esetén, a *9. ábrán* pirossal látható energiaszinthez tartozó valószínűségsűrűség-függvény.



a magasabb energiájú állapotokba való gerjesztéshez $\hbar\omega$ energiaadagok szükségesek. A kötések mentén kialakuló rezgések esetén ezek a látható fény tartományába eshetnek, az egyes anyagok színe ezzel magyarázható. A leírt

$$\frac{1}{2}\hbar\omega + \hbar\omega$$

energia-sajátértékek középiskolában is bemutatható „levezetésére” találunk példát a [12] forrásban.

A [10] szimuláció a kívánt lehetőségek kiválasztásával mutatja a ψ függvény valós és képzetes részét, abszolút értékét és fázisát is. A diákok valószínűleg hallották a „Schrödinger macskája” néven elterjedt történetet, amiben az elektron egyszerre van több lehetséges sajátállapotban, illetve a sajátállapotok szuperpozíciójaként leírható állapotban van. Ilyen kevert állapotot is létrehozhatunk a szimulációban, ahol a lineáris kombinációban a különböző energiaszintekhez tartozó sajátfüggvények együtthatóinak értékét adhatjuk meg, amit a normálás következtében kissé módosítva, de az új együtthatókat láthatóvá téve jelenít meg a program.

Összegzés

A megértés szempontjából fontos a modell mögé helyezett kép, a vizuális megjelenítés. A szemmel nem látható részecskék viselkedése ráadásul eltér azon testek viselkedésétől, amelyeket születésünktől látunk, tapasztalunk magunk körül. Mind a mechanikaihullám-analógiák, mind a leírt szimuláció abban segíthet, hogy a diákok képet alkothassanak elvont, nehezen érthető fogalmakról, az „anyaghullámoknak” a látható mérettartományba eső testekétől eltérő viselkedéséről, és annak – a korábbi leírásokkal összevetve – szintén újszerű leírásáról. Természetesen, ha a szertárban található eszközök megengedik, a kísérleteket szerencsésebb a valóságban bemutatni. A szappanhártyához keret készíthető, diákok szorgalmi feladata is lehet. A filmek ehhez adhatnak ötletet, vagy hiányzó eszközök esetén pótolhatják azokat.

Irodalom

1. https://docplayer.hu/57164-Magyar-kozlony-66-szam-magyarorszag-hivatalos-lapja-2012-junius-4-hetfo-tartalomjegyzek.html
2. http://kerettanterv.ofi.hu/03_melleklet_9-12/index_4_gimn.html
3. https://www.oktatas.hu/kozneveles/erettsegi/erettsegi_vizsgatargyak\#1
4. https://www.youtube.com/watch?v=fiULOzi3Xrk
5. https://www.youtube.com/watch?v=g8AOQU7_LiI
6. https://www.youtube.com/watch?v=4z4QdiqP-q8
7. Gnädig Péter *Szemléletes kvantummechanika* előadásai, Fizika tanítása program.
8. https://drive.google.com/file/d/1Y0-DK5nAX7V-asGaaMHdjSzXaH3BSyj4/view
9. Juhász Tibor: *A Schrödinger-egyenlet és egyszerű alkalmazásai.* http://www.zmgzeg.sulinet.hu/tantargy/fizika/files/Schrodinger.pdf
10. https://phet.colorado.edu/hu/simulation/legacy/bound-states
11. Jurisits József, Szűcs József, Halász Tibor: *Fizika 11–12. Közép- és emelt szintű érettségire készülőknek.* Mozaik Kiadó, Szeged
12. Holics László (szerk.): *Fizika*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.