MESTERSÉGES HOLDAK ÉS AZ ÁLTALÁNOS RELATIVITÁSELMÉLET

Abonyi Iván
Eötvös Loránd Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézete

Az e hónapban 90. születésnapját ünneplő Abonyi Iván eddig 41 írással gazdagította folyóiratunkat. Első cikke 1959-ben, a 9. szám 273–277. oldalain jelent meg, ezen, ma is aktuális írása újraközlésével (és az akkori sajtóhibák kigyomlálásával) köszöntjük egyik legaktívabb szerzőnket.

1959-ben az általános relativitáselmélet az elméleti fizikának még meglehetősen marginális területe volt, kevesen foglalkoztak vele. Csak hat évvel később, a kozmikus háttérsugárzás felfedezésével került hirtelen – a kozmológiának köszönhetően – a kutatások középpontjába. Novobátzky Károly budapesti tanítványai azonban jól ismerték. Közöttük volt Abonyi Iván is, aki ebben a cikkben nagyon világosan foglalta össze az elmélet alapjait és azt is, hogy milyen következményekkel jár a műholdak mozgására nézve.

A GPS pontos működéséhez ma már az általános relativitáselmélet alapján figyelembe kell venni a műhold óráinál fellépő idődilatációt. Iván e cikke „Relativisztikus effektusok a mesterséges holdak mozgásában" fejezetének a) pontjában pont ezt a kérdést tárgyalja részletesen vöröseltolódás néven.

a szerkesztők

A mesterséges égitestekkel végzett kutatások eddigi sikerei a tudomány igen sok ágában teremtettek lehetőséget a természet eddig hozzáférhetetlen jelenségeinek vizsgálatára. Ezek a lehetőségek legtöbbször elvi szempontból is különböznek azoktól, amelyeket a tudomány eddig alkalmazott módszerei nyújtottak. Gondoljunk csak az égi mechanikára, s azonnal látjuk, hogy ebben a tudományban most végezzük lényegében az első kísérletet, mert eddig csak megfigyeltük a már „kész" égitestek mozgását. A bolygómozgás leírása a gravitációs erőtér tulajdonságainak ismeretére alapul. Ezért az égimechanika kijelentéseinek és a mesterséges égitestek mozgására vonatkozó tapasztalati anyag összehasonlítása jelentős mértékben viheti előre ismereteinket majd ezen a téren is. E kijelentés igazolására talán elegendő azt az egyetlen körülményt megemlíteni, hogy a mesterséges holdak segítségével sikerült eddig legpontosabban meghatározni a Föld alakját.[1]

A tudományos közvélemény napjaink legpontosabb és legkövetkezetesebb gravitációelméletének az általános relativitáselméletet tekinti. Az általános relativitáselmélet gravitációra vonatkozó kijelentéseit szeretnénk röviden összefoglalni és azután ismertetni azokat az elgondolásokat, amelyek e kijelentések mesterséges égitestek vizsgálatával történő bizonyítására irányulnak.

[1] *D. G. King-Hele* a Szputnyik II és a Vanguard I mesterséges holdak mozgásának megfigyeléséből a Föld lapultságára – a Föld egyenlítői és poláris sugarainak különbsége és az egyenlítői sugár hányadosára – az eddig elfogadott 1/298 helyett az 1/(298,20±0,03) értéket adta meg.

Az általános relativitáselmélet és a gravitáció

Az általános relativitáselmélet a súlyos és a tehetetlen tömeg *Eötvös Loránd* által igen nagy pontossággal megállapított azonossága alapján a gravitációt geometriai alapon magyarázza. Az anyag gravitációs hatása abban nyilvánul meg, hogy az anyag – az atomi részekben koncentrált tömeg és a sugárzások energiája egyaránt – a tér görbületét megváltoztatja. A szabad – tehát a régi beszédmód szerint kizárólagosan gravitációs hatásoknak alávetett – tömegpont mozgása a görbülettel rendelkező tér legrövidebb, úgynevezett geodetikus vonalain történik. A görbült teret a *Riemann-geometria* írja le. A tér – természetesen a geometriai tér és az idő együttese – jellemzésére, mint az a differenciálgeometriából ismeretes, azok a mennyiségek szolgálnak, amelyekkel két egymáshoz infinitezimálisan közelfekvő pont ds távolságának négyzetét, az ívelemnégyzetet

$$ds^2 = \sum_{i,\,k} dx^i dx^k \qquad (i,\ k = 1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

alakban fejezhetjük ki. A g_{ik} mennyiségeket a metrikus tenzor komponenseinek nevezzük, míg dx^i a használt koordináta-rendszerben a koordináták infinitezimális megváltozásai. A Riemann-geometriára jellemző, hogy ez a metrikus tenzor tartalmazza mindazt az információt, amit a tér szerkezetéről (például görbültségéről) szerezhetünk. Mármost az elmélet alapvető fontosságú kijelentése szerint a tér görbületét a jelenlevő anyag és energia okozza, vagyis a görbületre jellemző G_{ik} függvény mindenütt megegyezik a térben jelenlevő anyag- és energiaeloszlásra jellemző T_{ik} függvénnyel, az energia-impulzus tenzorral:

$$G_{ik} = T_{ik}.$$

Ezek az egyenletek – amelyek konkrét alakjának felírása messze vezetne céljainktól [1] – a gravitációs egyenletek. Adott anyageloszlást körülvevő tér szerkezetére jellemző g_{ik} tenzor ezekből az egyenletekből, mint parciális differenciálegyenletekből meghatározható. A mozgás, mint már említettük, a geodetikus vonalon történik, amelynek egyenlete:

$$\frac{d^2x^i}{d\tau} + \Gamma^i_{kl}\frac{dx^k}{d\tau}\frac{dx^l}{d\tau} = 0,$$

ahol $x^i = x^i(\tau)$ a világvonal koordinátái, mint a τ sajátidő függvényei, továbbá

$$\Gamma^i_{kl} = \frac{1}{2} g^{ri}\left(\frac{\partial g_{kr}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{lr}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^r}\right).$$

A gravitációs egyenletek közelítő megoldása azt mutatta, hogy az általános relativitáselmélet első közelítésben teljesen visszaadja a klasszikus newtoni elméletet. Az egyenletek pontosabb, esetleg egzakt megoldása olyan jelenségeket is megmagyarázhat, amelyek a klasszikus mechanika számára érthetetlenek voltak. Ha ezeknél a jelenségeknél az elmélet alapján számított és a kísérletileg mért adatok között jó egyezést találunk, akkor ezáltal egyszersmind az alapfeltevéseket is újabb érvekkel támogathatjuk.

Ezért igen fontos a *Schwarzschild* által 1916-ban talált egzakt megoldás, amely a gravitációs differenciálegyenleteknek az égi mechanika legfontosabb speciális esetére vonatkozó integrálja. Ezáltal Schwarzschild meghatározta egyetlen tömegpont esetében a tömegpont körül kialakuló gömbszimmetrikus térre jellemző metrikus tenzort. A megoldás segítségével az ívelemnégyzet

$$\mathrm{d}s^2 = \frac{1}{1-\frac{2m}{r}}(\mathrm{d}r)^2 + r^2(\mathrm{d}\Theta)^2 + \\ + r^2\sin^2\Theta\,(\mathrm{d}\varphi)^2 - \left(1-\frac{2m}{r}\right)c^2(\mathrm{d}t)^2 \tag{1}$$

alakban írható fel, ahol $m = kM/c^2$, k a gravitációs állandó, M pedig a kérdéses test tömege.

Most pedig térjünk rá azokra a következtetésekre, amelyeket az (1) egyenletből levonhatunk. Ismerkedjünk meg az általános relativitáselmélet legfőbb bizonyítékaival: a bolygók perihéliumának eltolódásával, a fénysugár elgörbülésével és a színképvonalak gravitáció okozta vöröseltolódásával.[2]

A bolygók perihéliumeltolódása

Tegyük fel, hogy a vizsgált tömegpont – például a Nap – körül még egy égitest mozog, és ezen égitest tömege olyan kicsi, hogy jelentős mértékben már nem befolyásolja a Nap által kialakított viszonyokat. Akkor e második égitest mozgását a geodetikus mozgásegyenlet adja, amelybe a Schwarzschild-megoldásból kiolvasható g_{ik} értékeket kell helyettesítenünk. A számítás eredménye szerint a bolygó ellipszispályán kering a Nap körül, azonban az ellipszispálya nagytengelye minden keringéskor

$$\Delta\varphi = \frac{6\,kM\pi}{a\,c^2\left(1-\varepsilon^2\right)} \text{ radián}$$

szögértékkel fordul el a körülhaladás irányában, ahol a az ellipszispálya fél nagytengelye, ε pedig az excentricitása. A Nap bolygóinál ezt a jelenséget perihéliumeltolódásnak, vagyis a pálya napközeli pontja eltolódásának nevezzük.

A Naprendszer bolygói közül különösen fontos ez a jelenség a Merkúr esetében, mert legjobban a Merkúr közelíti meg a Napot. Már a klasszikus mechanikában is lehetőség nyílt arra, hogy a bolygók egymásra gyakorolt zavaró hatását a perturbációszámítással figyelembe vegyék. Így a Merkúr megfigyelt perihéliumeltolódásából, az évszázadonkénti 574,1 ± 0,4”-ből sikerült klasszikus okokra visszavezetni 531,5 ± 1,0”-et. A számított és tapasztalati úton meghatározott értékek közti különbség (43,4”) sokkal nagyobb, mint a teljes érték hibája, és ezért ez kétségtelenül valamilyen új jelenségnek tulajdonítható. A relativitáselmélet alapján a Merkúr perihéliumeltolódása 43” évszázadonként. Ez tehát minden kétséget kizáróan a tapasztalattal igen jó egyezést mutat.

A perihéliumeltolódás elvben minden bolygónál fellép. Azonban észlelését megnehezíti, hogy a Naptól távolabb mozgó bolygóknál az effektus egyre kisebb lesz, és így esetleg kisebb is lehet, mint a szóban forgó bolygó teljes klasszikus perihéliumeltolódásának hibája. Különben a csökkenő pályaexcentricitás is kedvezőtlenül befolyásolja a megfigyelhetőséget.

A fénysugár elgörbülése

Ismét a Schwarzschild-megoldás felhasználásával meghatározhatjuk, hogy milyen vonal mentén terjed a fény, miközben például a Nap közelében halad el. Minthogy a fénysebességgel végbemenő mozgásnak a zérus ívelem felel meg a négydimenziós térben, a fény pályagörbéjének differenciálegyenletét megkapjuk, ha a Schwarzschild-ívelemnégyzet kifejezését zérussal tesszük egyenlővé. A geodetikus mozgásegyenletek felhasználásával ebből kiadódik, hogy a pályagörbe két végtelen távoli pontjának iránya π-nél nagyobb szöget zár be, a többlet:

$$\Delta\Phi = \frac{4\,m}{R} \text{ radián.}$$

(R a fénypálya és a tömegpont legkisebb távolsága.) Ha egyszerűség kedvéért olyan fénysugarat tekintünk, amely a napfelszín közvetlen közelében halad el, akkor R a Nap sugarával egyenlő. Ebben az esetben az elméletileg várható eltérés

$$\Delta\Phi_0 = 1{,}75\text{”}.$$

Szemléletes félklasszikus magyarázatot is adhatunk e jelenségekre. A fény elektromágneses hullámok formájában energiát hordoz, amelynek a tömegenergia egyenértékűség törvénye szerint tömege is van. Erre a tömegre a Nap gravitációs erőhatást fejt ki, és maga felé téríti el az egyenes pályájáról. Ily módon utólag a newtoni gravitációelmélet alapján is kiszámították egy tömegpont mellett elhaladó fény-

[2] E bizonyítékok részletesebb elemzése *Marx György* tanulmányában [2] található.

sugár pályáját, azonban az elgörbülésre így nyert eredmény fele akkorának adódott, mint a relativisztikus számítás alapján.

A kísérleti vizsgálat a következőképpen jár el. Megmérik az állatöv két C_1 és C_2 csillagának szögtávolságát akkor, amikor nincs a két csillag között a Nap. Majd egy alkalmas napfogyatkozáskor megmérik úgy is, hogy a Nap közöttük van. 1919 óta csaknem valamennyi napfogyatkozást felhasználtak a jelenség vizsgálatára. Az elmélet alapján várt értéknél körülbelül 25%-kal nagyobbat figyeltek meg, bár az is igaz, hogy a két adat különbségénél nagyobb mérési hibával. Ezen a téren lényeges javulást jelentett *van Biesbroeck* Szudánban végrehajtott méréssorozata [3], amelynek eredményeként az elgörbülés mértéke 1,70” ± 0,10”.

A vöröseltolódás

A vöröseltolódás érdekes és paradox jelenség. Első pillanatra ugyan természetesnek tarthatjuk, hogy mondjuk a Nap vagy a Sirius felületén az intenzív gravitációs erőtér az ott elhelyezett órák járását, nevezetesen a sugárzó atomokban az elektronok mozgását megváltoztatja. Valójában erről szó sincsen. A Nap felületén az atomok (gázatomok!) az időről időre bekövetkező ütközésektől eltekintve, teljesen szabadon esnek, a nehézségi erőtér jelenlétéről egyáltalán nem vesznek tudomást. Ezért a fényt is természetes ütemben sugározzák. Az elmélet szerint hullámaik mégis a természetesnél ritkább ütemben érkeznek a Földre. Valami olyasmit kell tehát elfogadnunk, hogy „ugyanannyi idő alatt a Napon kevesebb idő telik el, mint a Földön”. A speciális relativitáselméletben már találkoztunk hasonló furcsasággal. Képzeljünk el például két Na-gőz lámpát, amelyek kezdetben egymás mellett nyugszanak. Frekvenciájuk természetesen azonos, például ν_0. Ha az egyik eltávolodik, majd visszatér, frekvenciáját előbb kisebbnek, majd nagyobbnak észleljük a természetesnél a visszamaradt lámpa helyén (*Doppler-effektus*). Azt várnánk azonban, hogy az elindulás pillanatától a visszaérkezés pillanatáig kibocsátott összes hullámok száma a két lámpára nézve megegyezik, s így a változó frekvencia átlagértéke az egész utazásra vonatkoztatva a nyugvó lámpa helyén ugyancsak ν_0. Valójában ez az átlagérték kisebb mint ν_0: az utazás alatt a mozgó lámpa számára kevesebb idő telt el. A speciális relativitáselmélet *görbületlen* terében e paradox jelenség felléptéhez az egyik fényforrásnak mozognia kell a másikhoz képest. Görbült térben akkor is létrejöhet ilyen eltolódás, ha a két sugárforrás egymáshoz képest nyugszik. Szemeljünk ki például a Nap felületén, az origótól r_N távolságban az N pontban egy olyan világító gázatomot, amelynek sebessége a Schwarzschild-féle koordináta-rendszerben éppen zérus. A sajátidőt, amely két egymásra következő hullám kibocsátása közt eltelik, jelölje $\Delta\tau_0$. Az ehhez tartozó koordináta-időtartamot (1) alapján a

$$-c^2(\Delta\tau_0)^2 = \Delta s^2 = -c^2\left(1-\frac{2m}{r_N}\right)(\Delta t_0)^2$$

egyenlet adja meg:

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1-\dfrac{2m}{r_N}}}. \qquad (2)$$

Szemeljünk ki továbbá egy nyugvó F pontot a Naptól igen nagy, például r_F távolságban, s itt figyeljük meg a két hullám érkezését. A szóbanforgó gravitációs tér, illetőleg a Schwarzschild-féle koordináta-rendszer *statikus,* az időtengelynek nincs kitüntetett pontja. Ezért az a T időintervallum, amire a fénynek szüksége van, hogy az $r_F - r_N$ koordinátatávolságot megtegye, nem függ a fénykibocsátás időpontjától. Legyen ez az időpont a két hullámra nézve t_0, illetve $t_0+\Delta t_0$, akkor a megérkezés időpontja t_0+T, illetve $t_0+\Delta t_0+T$, más szóval a koordinátaidő-különbség a két fényjel között az F pontban is Δt_0. Ez a látszólag természetes eredmény csalóka, tartalma valójában éppen az, hogy a két fényjel az N és F pontok között a görbült téren áthaladva egymáshoz képest időbelileg eltolódik, a köztük levő „valóságos” (azaz saját) időbeli távolság megnő. Helyezzünk ugyanis az F pontba is egy sugárzó atomot. Ha ez a Napon levőnek másodpéldánya, akkor a két rezgése között eltelt sajátideje is ugyanakkora, tudniillik $\Delta\tau_0$.

A megfelelő Δt_0^F koordinátaidő-különbség (1) alapján, nyugvó atomról lévén szó, a

$$-c^2(\Delta\tau_0)^2 = \Delta s_0^2 = -c^2\left(1-\frac{2m}{r_F}\right)\left(\Delta t_0^F\right)^2$$

egyenletből:

$$\Delta t_0^F = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1-\dfrac{2m}{r_F}}}. \qquad (3)$$

Az N pontbeli atom hullámai tehát más ütemben, azaz más frekvenciával érkeznek az F pontba, mint amilyen ütemben az ott elhelyezett atom sugároz.

Az m/r_N, illetve az m/r_F-ben magasabb rendű tagok elhanyagolásával (2)-ből és (3)-ból:

$$\Delta t_0 = \Delta t_0^F\left(1+m\left[\frac{1}{r_N}-\frac{1}{r_F}\right]\right).$$

Bevezetjük a

$$\varphi(r) = \frac{kM}{r} = c^2\frac{m}{r} \qquad (4)$$

gravitációs potenciált. Ezt behelyettesítve kapjuk:

$$\Delta t_0 = \Delta t_0^F\left(1+\frac{1}{c^2}\left[\varphi(r_N)-\varphi(r_F)\right]\right), \qquad (5)$$

vagy rezgésidők helyett frekvenciákkal kifejezve

$$\nu^F = \nu\left(1 + \frac{1}{c^2}\left[\varphi(r_N) - \varphi(r_F)\right]\right).$$

A relatív frekvenciaeltolódásra tehát

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu^F - \nu}{\nu} = \frac{1}{c^2}\left[\varphi(r_N) - \varphi(r_F)\right] \qquad (6)$$

adódik. Látható, hogy például a Napon kibocsátott sugárzás színképvonalai a földi eredetű sugárzások színképvonalaihoz képest a kisebb frekvenciák, vagyis a vörös szín felé tolódnak el.

Ismételjük, a vöröseltolódás nem a „Napon” jön létre! Nem arról van szó, hogy a Napon levő atomra a gravitációs tér valamilyen módosítást fejt ki, hanem arról, hogy az atomból kiinduló fényjelek kezdetben párhuzamos, állandó időbeli távolságú világvonalai a görbült téridő-kontinuumban eltávolodnak egymástól olyasféleképpen, ahogy például egy közönséges földgömbön az egyenlítőből párhuzamosan kiinduló meridiánok távolsága sem marad állandó.

Természetesen a gravitáció okozta színképvonaleltolódás kísérleti vizsgálata is folyik. Ezt igen megnehezíti, hogy a vizsgált égitestek felszíne nagyon heves mozgásban van, ezért a sugárzások színképét a mindenféle mozgás miatt fellépő Doppler-jelenség meglehetősen bonyolulttá teszi. Nehéz objektív módon leválasztani e hatásokat. Mégis bizonyos jelek arra engednek következtetni, hogy ez a jelenség is létezik a természetben, azonban a számszerű egyezést a jelenlegi mérési eljárásokkal nem lehet megállapítani. Ezért döntő fontosságúnak ígérkezik minden olyan eljárás, ami lehetővé teszi e jelenség pontosabb vizsgálatát, annál is inkább, mert itt nem a gravitáció szemléletes eltérítő szerepéről, hanem a Riemann-tér „időbeli” görbületének következményéről van szó.

Az elmélet kísérleti bizonyításával kapcsolatos kérdések

Leszögezhetjük tehát, hogy az általános relativitáselmélet alapján várt jelenségek mindegyikét megtalálták a természetben. A három jelenségcsoport közül kettőben az elméleti és a kísérleti eredmények igen kielégítően megegyeznek. Ezen kívül az általános relativitáselmélet mellett szól az az egyáltalán nem jelentéktelen körülmény is, hogy mindhárom jelenséget egységes elvi alapon tárgyalja. Ez az egységes alap a tér és az idő, a négydimenziós világ Riemann-geometriája, amelyben a téridő görbületét az anyageloszlás határozza meg. A logikai egyszerűség – a kevés feltétel – természetesen matematikailag teszi bonyolulttá az elméletet.

A Riemann-geometriával leírható görbült téridő feltevését – az elmélet sikerei ellenére – nem mindenki fogadta el. Már 1922-ben napvilágot látott egy próbálkozás, amely a téridő görbültségének feltevése nélkül kísérelte meg a gravitációelmélet és a speciális relativitáselmélet követelményeinek összehangolását. Igaz ugyan, hogy *A. N. Whitehead* angol matematikusnak ez az elmélete [5] az általános relativitáselmélet célkitűzéseinek csak egy részét valósította meg, sikerült a speciális relativitáselmélet szempontjából invariáns gravitációs törvényeket megadnia, azonban a mindenféle vonatkoztatási rendszertől független természettörvények megfogalmazásának problémáját nem oldotta meg. Érdekes körülményre mutatott rá *J. L. Synge* 1952-ben, amikor megállapította, hogy a Whitehead-féle Lorentz-invariáns gravitációelmélet a perihéliumeltolódásra és a fénysugár elgörbülésére igen jó közelítésben ugyanazt a képletet szolgáltatja, mint *Einstein* általános relativitáselmélete [6]. Az előbbi két kísérlet alapján tehát nem lehet dönteni a két elmélet között. Így nagyon fontossá válhatnak azon bizonyítékok, amelyek alapján a két elmélet között választani lehet. Mivel a Whitehead-féle elmélet – akkori tudásunk szerint – a vöröseltolódásról nem adott számot, egy ideig azt remélték, hogy éppen a vöröseltolódás pontosabb vizsgálata közben nyert eredmények fogják megmutatni, melyik elmélet tökéletesebb. Ma már *H. Nariai* és *Y. Ueno* vizsgálatai [7] nyomán világos, hogy a vöröseltolódás alapján sem lehet majd dönteni, ugyanis Whitehead elméletéből mindhárom jelenségcsoportra levezethetők az általános relativitáselmélet által megadott formulák. Mint kimutatják, statikus gravitációs erőtérben nem találunk olyan jelenséget, amelynek alapján különbséget tehetnénk az elméletek között. Csak a kozmológiai vizsgálatok vezethetnek különböző kijelentésekre, s ezek tapasztalati ellenőrzése útján lehet döntést remélni.

Bár ezt a problémát a mesterséges holdakkal és bolygókkal végzett kutatómunka nem világíthatja meg, mégis sokat várunk ettől az új módszertől, mert a színképvonalak eltolódásának és a bolygómozgás relativisztikus jelenségeinek pontosabb tapasztalati vizsgálatát jelentősen megkönnyítheti.

Relativisztikus effektusok a mesterséges holdak mozgásában

La Paz már 1954-ben rámutatott [8] arra, hogy a mesterséges holdakkal végzett kísérletek az általános relativitáselméletnek nemcsak a már meglevő kísérleti bizonyítékait tehetik pontosabbá, hanem új relativisztikus jelenségeket is felfedhetnek a bolygók mozgásában.

A Föld körül keringő mesterséges hold mozgásának leírása lényegében ugyanolyan probléma, mint amilyet a Naprendszer bolygóinak esetében már megoldottunk. Egyetlen különbség, hogy a vonzócentrum a Föld, s ugyanakkor a Nap gravitációs hatása még egyáltalán nem jelentéktelen. Ezen kívül a mesterséges hold mozgását még sok más körülmény is befolyásolja.

a) Tekintsük a Földet tökéletesen gömb alakúnak, és forgását pillanatnyilag ne vegyük figyelembe. Ebben az esetben, mint La Paz kiszámította [8], egy mesterséges hold két óra keringési idejű pályájának perigeum (földközeli) pontja évente 8,54”-cel tolódik el.[3] Az irodalomban nem találtunk arra utalást, hogy a mesterséges hold perigeumpontjának más perturbációkból származó előrevándorlását mekkora pontossággal lehet kiszámítani. E hibának ugyanis döntő szerepe van abban, hogy a relativisztikus perigeumeltolódást egyáltalán meg lehet-e figyelni. Meggyőződésünk szerint egészen más esettel állunk szemben itt, mint a Merkúrnál. A Merkúrnál a klasszikus perturbációkat pontosan, vagyis a relativisztikus effektus nagyságánál sokkal kisebb hibával lehetett kiszámítani. A Föld mesterséges holdjainak mozgását azonban sok, kellő pontossággal figyelembe nem vehető körülmény – elsősorban a Föld lapultsága, a Föld anyageloszlásának rendellenességei, a földsugár értékében a domborzati viszonyok következtében fellépő bizonytalanság stb. – befolyásolja. Ezért a perigeumeltolódás eredő értékét nem lehet olyan pontosan kiszámítani, hogy a hiba kisebb legyen, mint a kimutatni kívánt relativisztikus effektus. Ehhez a súlyos problémához képest jelentéktelennek látszik az az önmagában is fogas kérdés, hogy miként lehetne egy ekkora perigeumeltolódást pontosan mérni, hiszen a mesterséges holdak élettartama, s így a mozgás megfigyelésére rendelkezésünkre álló idő viszonylag rövid.

A mesterséges holdon elvben észlelhetnénk a fénysugár Föld gravitációs terében való elgörbülését. De ebben az esetben a fénysugár elgörbülése olyan kisméretű, hogy kísérleti vizsgálatára egyelőre gondolni sem lehet.

A gravitáció okozta színképvonal-eltolódás a Föld körül keringő mesterséges hold esetében a hold mozgása miatt fellépő Doppler-effektussal együtt jelenik meg.

A jelenség vizsgálatára spektroszkópiai módszereink nem alkalmasak. A mikrohullámú spektroszkópiában azonban ma már olyan pontos frekvenciaetalonok, speciális órák készíthetők, amelyekkel az e vizsgálatnál megkívánt pontosság az igen közeli jövőben elérhető. E speciális órákban, a *maserekben,* a kvarckristály rezgését az az elektromágneses sugárzás stabilizálja, amely egy üregrezonátoron átbocsátott ionizált NH_3-molekulák rekombinációjakor emittálódik. Két azonosan konstruált maser között a relatív frekvenciakülönbség 30 cm hullámhosszúságú mikrohullámoknál nagyságrendben 10^{-10}-nél nem nagyobb. Ezért úgy látszik, hogy a frekvenciaeltolódás mérése a maserek segítségével lehetővé válik.

A jelenség mennyiségi viszonyaira vonatkozó meggondolás az álló órák esetére megadott gondolatmenethez hasonló (lásd *F. Winterberg* [9, 10] és *S. F. Singer* [11] cikkeit).

Keringjen a mesterséges hold a $\Theta = \pi/2$ síkban, az $r = R + h$ sugarú körpályán, ω szögsebességgel. Legyen a kvarckristály két egymásra következő rezgésének időpontja t_0, illetve $t_0 + \Delta t_0$, a megfelelő azimutszögek φ és $\varphi + \Delta\varphi_0 = \varphi + \omega\Delta t_0$. A sajátidőtartam (1) alapján

$$-c^2(\Delta\tau_0)^2 = \Delta s_0^2 =$$

$$= -c^2\left(1 - \frac{2m}{R+h}\right)(\Delta t_0)^2 + (R+h)^2(\Delta\varphi_0)^2.$$

Ebből:

$$(\Delta t_0)^2 = \frac{(\Delta\tau_0)^2 + \left(\frac{R+h}{c}\right)^2(\Delta\varphi_0)^2}{1 - \frac{2m}{R+h}}. \tag{7}$$

Egyenletes körmozgásról lévén szó, a hullámoknak a holdról a földfelszínre érkezéséhez szükséges T koordinátaidő-tartama állandó. A Földön nyugvó megfigyelő számára tehát két olyan hullám megérkezésének koordinátaidő-különbsége, amelyek az éppen a megfigyelő felett elhaladó mesterséges holdról indultak ki, ugyancsak Δt_0. A maser ugyanitt elhelyezett nyugvó másodpéldánya két rezgése között eltelt Δt_0^F koordinátaidő viszont (1) alapján a

$$-c^2(\Delta\tau_0)^2 = \Delta s_0^2 = -c^2\left(1 - \frac{2m}{R}\right)(\Delta t_0^F)^2$$

egyenletből:

$$\Delta t_0^F = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{2m}{R}}}. \tag{8}$$

(8) segítségével kiküszöböljük a $\Delta\tau_0$-t (7)-ből:

$$\frac{\left(1 - \frac{2m}{R}\right)(\Delta t_0^F)^2 + \left(\frac{R+h}{c}\right)^2(\Delta\varphi_0)^2}{1 - \frac{2m}{R+h}} = (\Delta t_0)^2.$$

m/r szerint történő binomiális sorfejtéssel és a magasabb rendű tagok elhanyagolásával:

$$\left(1 - \frac{m}{R}\right)\left[\left(1 + \frac{m}{R+h}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{R+h}{c}\right)^2\omega^2\right] = \frac{\Delta t_0}{\Delta t_0^F}.$$

A szögsebesség számértékét jó közelítéssel megadja a mesterséges hold Newton-féle mozgásegyenlete a radiális erőkomponensre:

$$(R+h)\,\omega^2 = \frac{kM}{(R+h)^2},$$

tehát

$$(R+h)^2\,\omega^2 = \frac{kM}{R+h} = \frac{c^2 m}{R+h}.$$

[3] A kétórás ellipszispálya fél nagytengelye 8060 km hosszú, tehát a földfelszíntől mért maximális magasság 1690 km.

Végül bevezetjük a δ relatív eltérést a következő definícióval:

$$\delta = \frac{\Delta t_0 - \Delta t_0^F}{\Delta t_0^F}.$$

Behelyettesítve:

$$\delta = \frac{m}{R}\left(\frac{3}{2}\frac{1}{1+\frac{h}{R}} - 1\right).$$

A számadatok beírása után megkapjuk a relatív eltérést a Földön nyugvó és a mesterséges holddal együtt mozgó órák között:

$$\delta \cong 7\cdot 10^{-10}\left(\frac{3}{2}\frac{1}{1+x} - 1\right),$$

ahol $x = h/R$ a hold tengerszint feletti magassága földsugáregységekben. Az eredő effektusban pozitív δ vöröseltolódásnak, negatív δ pedig ibolyaeltolódásnak felel meg. Az eltérés $h = 2R$-nél zérusnak adódik. Itt a két effektus kompenzálja egymást.

b) A Föld lapultságának hatása. A Föld lapultsága, mint már említettük, nagymértékben befolyásolja a mesterséges hold mozgását. *F. Winterberg* [9] és *B. Hoffmann* [16] adatai szerint az egyenlítő síkjában kétórás pályán keringő hold perigeumeltolódása a lapultság miatt körülfordulásonként 0,294°. Ebből az egyetlen effektusból már egy körülfordulás alatt is közel százszor akkora eltolódás származik, mint a relativisztikus eltolódás évente. Ez is alátámasztja azt a megállapításunkat, hogy az a)-ban említett perigeumeltolódás észlelésének elvi akadályai vannak.

c) A Föld forgásának hatása. *H. Thirring* [13] és *J. Lense* [14] 1918-ban kiszámították, hogy egy bolygó pályája milyen természetű és mekkora perturbációnak van kitéve, ha a vonzócentrum forog. Azt találták, hogy a szokásos gravitációs erő mellett a Coriolis-erőhöz és a centrifugális erőhöz hasonló járulék is fellép abban a rendszerben, amelyik a csillagokhoz képest nyugszik és amelyben a tömeg forog. Ez a perturbáció a Jupiter holdjainál igen jelentéktelen, gyakorlatilag megfigyelhetetlen. Mint *W. L. Ginzburg* [15] kimutatta, valamivel jobb a helyzet a Föld mesterséges holdjainak esetében. A számítások szerint a kétórás pályán a Föld forgásából eredő perigeumeltolódás évente 0,13".

Ezen – Föld forgásából származó – relativisztikus perigeumeltolódás kísérleti vizsgálatára ugyanaz vonatkozik, mint az egyszerű perigeumeltolódás esetére. Ez a sokkal kisebb effektus még inkább elvész az egyéb okokból eredő eltolódás hibájába, ezért észlelése nem lehetséges.

Látjuk tehát, hogy a relativisztikus effektusok kísérleti vizsgálata a mesterséges holdaknál általában megkerülhetetlen nehézségekbe ütközik. Csak egy jelenség, a Doppler-effektussal kombinált gravitációs színképvonal-eltolódás vizsgálata kecsegtet reményekkel. Ezt az egy lehetőséget a technika mai színvonalán már-már módunkban van kihasználni. Kíváncsian várjuk, hogy milyen eredmények születnek ezen effektus kísérleti vizsgálatában.

Irodalom

1. Novobátzky Károly: *A relativitás elmélete*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1961.
2. Marx György, *Fizikai Szemle 4* (1954) 84.
3. G. van Biesbroeck, *Astronomical Journal 58* (1953) 87.
4. A. Papapetrou, *Annalen der Physik 17* (1956) 214.
5. A. N. Whitehead: *The Principle of Relativity*. Cambridge, 1922.
6. J. L. Synge, *Proc. Roy. Soc. (A) 211* (1952) 303.
7. H. Nariai, Y. Ueno, *Progr. Theor. Phys. 20* (1958) 703.
8. L. LaPaz, *Publ. Astron. Soc. Pacific. 66* (1954) 13.
9. F. Winterberg, *Astronautica Acta 2* (1956) 25.
10. F. Winterberg, *Il Nuovo Cimento X/8* (1958) 17.
11. S. F. Singer, *Phys. Rev. 104* (1956) 11.
12. C. Möller, *Il Nuovo Cimento, Suppl. X/6* (1957) 381.
13. H. Thirring, *Physikalische Zeitschrift 19* (1918) 33.
14. H. Thirring, J. Lense, *Physikalische Zeitschrift 19* (1918) 156.
15. W. L. Ginzburg, *Forschritte der Physik 5* (1957) 16.
16. B. Hoffmann, *Phys. Rev. 106* (1957) 358.