

# MODELL KVANTUMMECHANIKA KÖZÉPISKOLÁBAN

Tóth Kristóf

Czuczor Gergely Bencés Gimnázium, Győr

A kvantummechanika matematikai apparátusa látszólag elvont, az egyetemisták számára is kihívást jelent. A cikkben bemutatom, hogyan tárgyalja a kvantummechanikát egy olaszországi<sup>1</sup> tananyag [1–4], amelynek elsődleges célja, hogy a középiskolás diákok kísérletezés révén fedezzék fel a kvantumvilág alaptörvényeit és matematikai formalizmusát kétállapotú rendszerekben (*Dirac* fotonpolarizációs megközelítése [5]). Ezt az egyszerűsített tárgyalást modell kvantummechanikának nevezem, arra utalva, hogy a fotonok leírását nagymértékben egyszerűsítettük, így segítve a felfedezést könnyebbé. <sup>2</sup> A tananyag a nem relativisztikus elektronra elvégzett Stern–Gerlach-kísérletet fordítja le fotonokra. A fény elemi részecskéinek két valódi spinsajátállapota a cirkuláris polarizációknak felel meg, ezért az anyag nem adja vissza a fotonok teljesen helyes leírását – pedagógiai okokból a függőleges és vízszintes polarizációs állapotokat használjuk –, de elsődleges célunk nem a foton, hanem a kvantummechanika, főként a spin matematikai leírásának kézzelfogható szemléltetése. Jövőbeli cél végiggondolni, hogy miként tárgyalhatnánk a cirkuláris polarizációt, amely fizikailag helyes írásmód mélyebb üzenetet is hordoz. Számos kvantummechanikára szakosodó középiskolás oktatási anyaghoz hasonlóan csak valós számokkal dolgozunk [6, 7]. Az eredeti anyagot tanítási tapasztalataim alapján számos helyen módosítottam, illetve saját ötleteimmel gazdagítottam. Tapasztalataim szerint az írás tartalma egy átlagos diák számára is érthető lehet, mert az anyag mindössze két egyszerű kísérletre épül, továbbá a matematikai ismeretek leszűkülnek a koszinuszfüggvény használatára. Ezt, a ma-

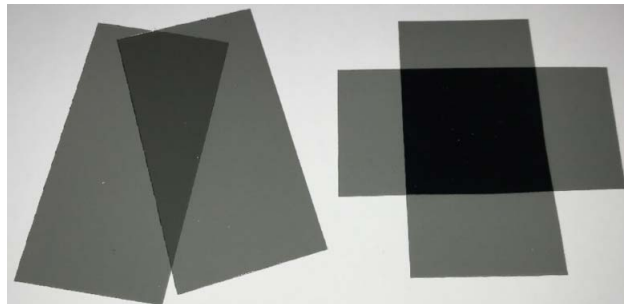
Köszönettel tartozom témavezetőimnek, *Cynolter Gábornak* és *Tél Tamásnak* támogatásukért és a hasznos eszmecsereért, ezen felül hálás vagyok a cikk alapjául szolgáló eredeti olasz tananyagot megalkotó udinei kutatócsoport tagjainak, főként *Marisa Michelíninek* és *Alberto Stefanének*. Köszönöm *Patkós Andrásnak*, *Zimborás Zoltának* és *Bakosné Novák Andreának* az írás átolvasását és ehhez fűzött kiváló megjegyzéseiket. A tanulmány elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Tantárgy-pedagógiai Kutatói Programja támogatta.

<sup>1</sup>Az udinei egyetem Physics Education Research Unit fejlesztésében.

<sup>2</sup>A „modell kvantummechanika” elnevezést *Tél Tamás* professzor úrtól vettem át.



Tóth Kristóf 2020-ban végzett az ELTE-n, mint középiskolai matematika- és fizikatanár. Jelenleg az ELTE Fizika Tanítása Program elsőéves doktorandusz hallgatója és a győri Czuczor Gergely Bencés Gimnázium fizikatanára. Kutatási területe a kvantummechanika és kvantuminformatika középiskolás tanítása.



1. ábra. A két polarizátorlemezen áthaladó fény intenzitása függ a polarizátorlemezek egymással bezárt szögétől.

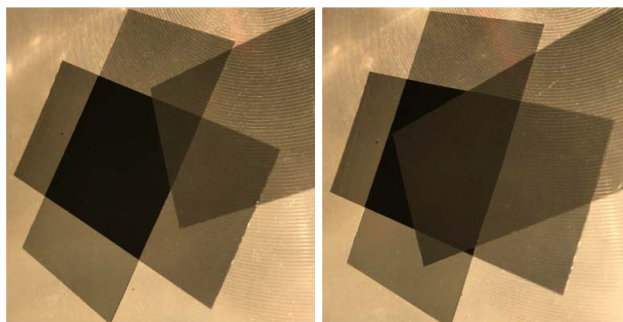
gyorsországi egyetemeken és középiskolákban szokatlan tananyagot többször kipróbáltam a közoktatásban [8], s a világjárvány miatt digitalizáltam [9] is. Az oktatási anyag az itt leírtakban nem ér véget, a témakör folytatásának lehetőségét tehetséges diákoknak ajánlom, az írás a [10] linken folytatódik a fotonok statisztikájára vonatkozó számításokkal és a kétállapotú rendszerek kvantumfizikájának formalizmusával.

## A fénypolarizáció jelensége

Diákjainkkal lényeges megállapításokat tehetünk néhány polarizátorlemez segítségével. Kísérleteinkkel felfedezhetjük, hogy ha két polarizátorlemezt egymásra teszünk és a kettő egymással bezárt szögét változtatjuk, akkor az áthaladó fénynyaláb intenzitása változik (1. ábra).

Kísérleteinkből levonhatjuk a következtetést, hogy az áthaladó fény intenzitása akkor maximális, ha a két polarizátorlemez párhuzamos egymással, és akkor minimális (nulla), ha a két polarizátorlemez egymásra merőleges irányú. Azt is felfedezhetjük, hogy a polarizátorlemezek sorrendje nem hagyható figyelmen kívül, mert ha két egymásra merőleges polarizátorlemez közé egy harmadikat megfelelően beteszünk, akkor lesz áthaladó fény (2. ábra).

2. ábra. A polarizátorlemezek sorrendjének fontosságát bemutató kísérlet.





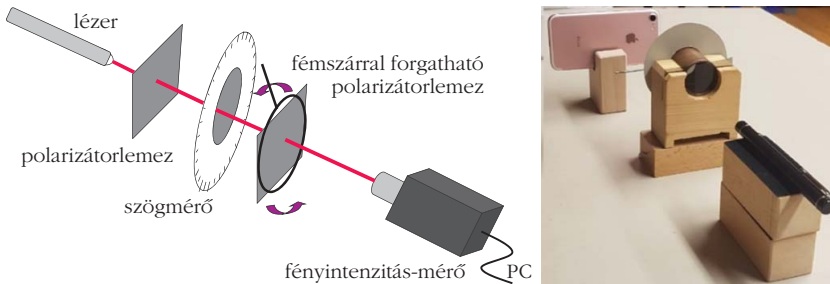
3. ábra. Paul Dirac arcképe egy számítógép monitorán [11]. A képernyőből kijövő fény polarizációs tulajdonságát egy polarizátorlemez segítségével vizsgáljuk. A polarizátorlemez különböző állásai esetén figyeljük az áthaladó fény intenzitását. Ha a fény polarizálatlan, akkor polarizátorlemezünk semmilyen állásban sem fogja elnyelni a fény teljes hányadát. Ha azonban a fény polarizált (ezt mutatja a fotó), akkor a teljes elnyelődésre merőleges állású polarizációs irány tulajdonságával rendelkezik a fény. A számítógépünk monitorja polarizált fényt bocsát ki, amelynek polarizációs irányát ellenőrizhetjük.

A kísérleteken keresztül diákjainkkal megismerhetjük a fény egy, a fényerősségtől eltérő tulajdonságát, amelyet *polarizációs tulajdonságnak* nevezünk. A fény ezen, emberi szemmel közvetlenül nem érzékelhető tulajdonságát mindig ellenőrizhetjük egy polarizátorlemezzel, amelyet a 3. ábra szemléltet.

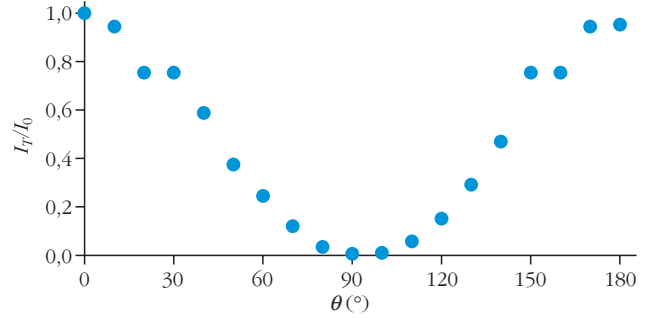
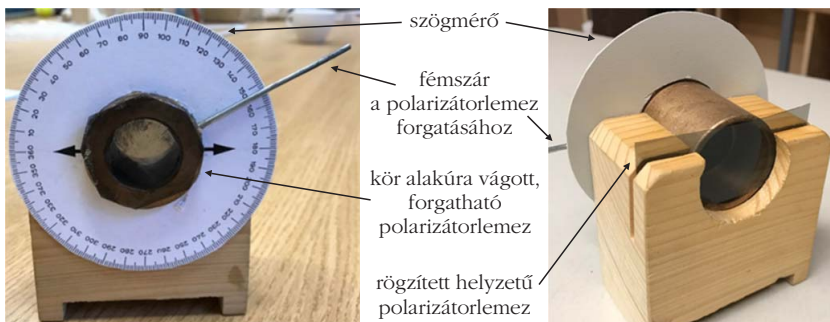
Vizsgáljuk meg, vajon miként függ a polarizátorlemezeken áthaladó fény intenzitása a polarizátorlemezek egymással bezárt szögétől? Erre egyszerű mérési kísérletet végezhetünk, amelynek összeállítását a 4. ábra és az 5. ábra mutatja be.

Az 5. ábrának megfelelően egy fogantyúval forgatható fémcsőre polarizátorlemez rögzítünk. Az eszköz másik végére egy rögzített állású polarizátorlemez helyezünk. A két polarizátorlemez egymással bezárt szögét egy, az ábrán látható módon elhelye-

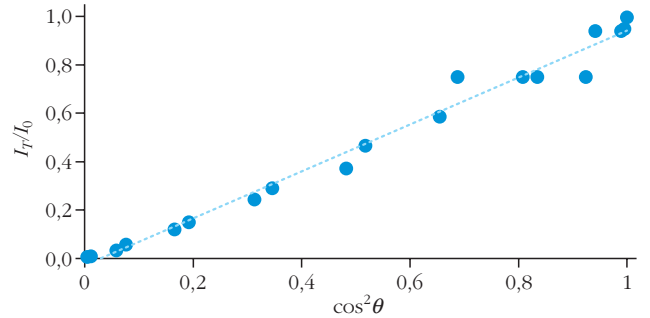
4. ábra. A mérés elvi elrendezése.



5. ábra. Az általunk használt eszköz (elöl- és hátulnézetből).



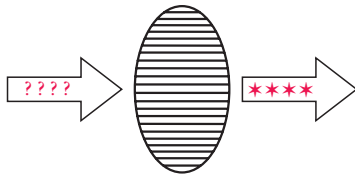
6. ábra. Az ábrán a telefonnal végzett egyik mérésünk eredménye látható. Megfigyelhető, hogy 90°-nál az áthaladó fény intenzitása zérus, azaz a fény nem halad át.



7. ábra. A mérési pontok közel egyenesre illeszkednek, vagyis a polarizátorlemezek által bezárt szög koszinuszának négyzete adja meg az áthaladó fény intenzitásának arányát.

zett szögmérővel mérjük. A polarizátorlemez forgatására használt fémcső mutatja a két lemez egymással bezárt szögét. A beállítás olyan, hogy a polarizátorlemezek maximális fényáteresztésnél 0°-os helyzetet mutatnak. A fényintenzitást telefonunk kamerájával is mérhetjük, ha letöltjük a *LightMeter* alkalmazást, de lehetőség van számítógépre köthető fényintenzitás-mérő készülék használatára is.

A mérési eredmény számszerűsítéséhez a diákok által is ismert *Microsoft Excel* programot használhatjuk. Jelöljük  $I_0$ -val a két polarizátorlemez egyirányú állásánál kapott fényintenzitás-értéket, azaz azt, amikor a fényáteresztés maximális (így a polarizátorlemezek fényszűrő hatását kiküszöböljük). Legyen  $I_T$  pedig az a fényintenzitás-érték, amelyet a forgatható polarizátorlemez különböző szögei esetén mérünk. Ha ábrázoljuk az  $I_T/I_0$  arányszámot a polarizátorlemezek fokban mért  $\theta$  szögének függvényében, akkor a 6. ábrának megfelelő grafikont kapunk, amiből megsejthetjük, hogy a két mennyiség közötti kapcsolatot a  $\cos^2 \theta$  függvény adja meg. Ezt úgy ellenőrizhetjük, hogy a  $\cos^2 \theta$  függvényében ábrázoljuk az  $I_T/I_0$ -t, s ha a kapott mérési pontok egyenesre illeszkednek akkor a két mennyiség között lineáris a kapcsolat (7. ábra).



8. ábra. A példán jól látjuk, hogy a kezdetben ismeretlen tulajdonságú beeső fotonok vízszintes (\*) polarizációs tulajdonsággal rendelkeztek, mert teljes hányadukban áthaladtak egy vízszintes polarizációs irányú polarizátorlemezre.

Kísérleteink alapján felírhatjuk a Malus-törvényt:

$$I_T = I_0 \cos^2 \theta,$$

amely törvényt többféleképpen értelmezhetjük.

- Essen egy tetszőleges fénynyaláb egy polarizátorlemezre, amelyen áthaladva a már polarizált fénynyaláb  $I_0$  fényintenzitású lesz. Ezt követően ez a fénynyaláb egy újabb polarizátorlemezre esik, amelyen áthaladva a fény intenzitása  $I_T = I_0 \cos^2 \theta$  lesz. A  $\theta$  szög itt a két polarizátorlemez egymáshoz viszonyított polarizációs szögét jelenti.

- Egy eredendően polarizált  $I_0$  fényintenzitású nyaláb esik egy polarizátorlemezre, amelyen áthaladva a fénynyaláb intenzitása  $I_T = I_0 \cos^2 \theta$  lesz, s ekkor  $\theta$  a fény polarizációs iránya és a polarizátorlemez által bezárt szöget adja meg. Ez az értelmezés hasonlít az előzőre, mert a polarizált fénynyalábot úgy is elképzelhetjük, mint ami egy számára megfelelően beállított polarizátorlemezre már áthaladt fénynyaláb.

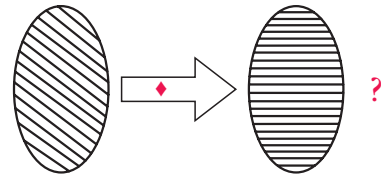
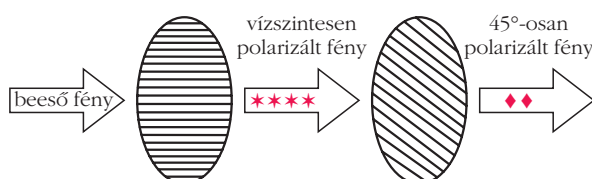
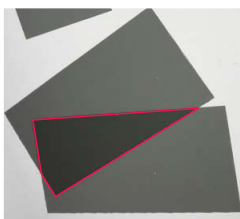
## Fotonkép

A tananyag ezen a ponton leszögezi: fogadjuk el azt a tényt, hogy a fény fotonokból áll, amelyek oszthatatlan, diszkrét egységek. Továbbá azt is, hogy monokromatikus fényben a fényintenzitás a fotonok számával arányos. Ekkor a fotonok számával is felírhatjuk a Malus-törvényt:

$$N_T = N_0 \cos^2 \theta.$$

A korábban felfedezett polarizációs tulajdonságot felidézve mondhatjuk, hogy e tulajdonsággal a fényt alkotó elemi egységeknek, a fotonoknak is rendelkezniük kell. *A fotonok mindig akkor rendelkeznek egy adott polarizációs tulajdonsággal, ha az annak megfelelő polarizátorlemezrel végrehajtott mérés során az azonos módon előkészített fotonok teljes hányada*

9. ábra. A bal oldali képen egy vízszintes polarizátorlemezre helyeztünk egy 45°-os polarizátorlemez, a jobb oldali képen pedig a kísérletet bemutató sematikus ábrát láthatjuk. A Malus-törvény szerint a 45° irányú polarizátorlemezre eső vízszintes polarizált fénynek a  $\cos^2 45^\circ = 1/2$ -ed része halad át, mert a vízszintes a 45°-os iránnyal 45°-os szöget zár be.



10. ábra. Ha csak egy foton érkezik egy polarizátorlemezre (jelen esetben a polarizátorlemez vízszintes, a beérkező foton pedig ♦ tulajdonságú, azaz 45°-osan polarizált), akkor a Malus-törvényben szereplő  $\cos^2 45^\circ = 1/2 = p(\theta)$  tényező a fotonok áthaladásának valószínűségét jelenti az ismételt kísérletek során.

dában áthalad (8. ábra). Annak érdekében, hogy ezeket az információkat rajzainkban is meg tudjuk jeleníteni, éljünk a következő jelölésekkel:

- \*: vízszintesen polarizált foton szimbóluma,
- ▲: függőlegesen polarizált foton szimbóluma,
- ♦: 45°-osan polarizált foton szimbóluma.

A fotonok számát, azaz a fénynyaláb intenzitását pedig a szimbólumok száma jelzi.

A Malus-törvény ebben az értelmezésben úgy fogalmazható meg, hogy a kilépő fotonok száma általában kisebb, mint a beesőké, s természetesen a kilépő fotonok polarizációja is általában más. A sematikus 9. ábra erre ad példát.

## A valószínűségi értelmezés

Izgalmas kérdés, hogy mi történne akkor, ha egy olyan gyenge intenzitású fénynyalábot bocsátanánk egy polarizátorlemezre, hogy egyszerre csak egy foton esne rá. Mivel a fotonok oszthatatlanok, ezért a polarizátorlemezrel történő mérés végeredménye vagy egy elnyelt vagy egy áthaladt foton (10. ábra). De akkor mit fejezhet ki a Malus-törvényben szereplő  $\cos^2$ ? Ez a szorzótényező ugyanis alacsony fényintenzitásnál a fotonok oszthatatlanságát sértheti. Diákjaink rövid elmélkedés után megadhatják erre a helyes választ: ha a kísérletet sokszor ismétljük, akkor az egyes fotonok áthaladásának  $p$  valószínűsége jelenik meg a Malus-törvényben, azaz  $p(\theta) = \cos^2 \theta$ .

## Egymást kizáró tulajdonságok, kvantumhatározatlanság

A fotonok polarizációs tulajdonságát már értjük: egy foton akkor rendelkezik az adott polarizációs tulajdonsággal, ha az azonos módon előkészített fotonok minden elemi egysége 100%-os valószínűséggel halad át a polarizációs tulajdonságának megfelelő polarizátorlemezre (8. ábra), illetve egy foton akkor *nem* rendelkezik egy adott polarizációs tulajdonsággal, ha az azonos módon előkészített fotonok 0%-os valószínűséggel halad át a polarizációs tulajdonságának megfelelő polarizátorlemezre.

Tapasztaltuk, hogy a függőlegesen polarizált foton sokaság nem képes áthaladni a vízszintes polarizátorlemezen (és fordítva). Ekkor azt mondjuk, hogy a függőleges és vízszintes polarizációs tulajdonságok egymást kizáró tulajdonságok. Ezzel azt fejezzük ki, hogy ha egy foton rendelkezik a függőleges polarizációs tulajdonsággal, akkor a vízszintes polarizációs tulajdonsággal biztosan nem rendelkezik (és fordítva). Általánosabban, ha egy foton rendelkezik egy adott polarizációs tulajdonsággal, akkor a rá merőleges polarizációs tulajdonsággal már biztosan nem rendelkezik.

Felmerülhet bennünk a kérdés, mi a helyzet akkor, ha a fotonnak van esélye egy adott polarizátorlemezen áthaladni, de ez az áthaladás nem 100%-osan biztos? Például vajon rendelkezik-e egy  $\star$  (vízszintes) tulajdonságú foton a  $\blacklozenge$  ( $45^\circ$ ) tulajdonsággal is? Ekkor a kvantumvilág egyik meglepő tapasztalati tényét fedezhetjük fel: további tulajdonságokat nem társíthatunk a fotonokhoz, mert ha ezt megtennénk, azzal biztos jóslatot tehetnénk a polarizátorlemezen való áthaladására. Jelen példában ez azt jelenti, hogy egy  $\star$  (vízszintes) tulajdonságú foton nem lehet egyben  $\blacklozenge$  ( $45^\circ$ ) tulajdonságú is, mert akkor előzetesen tudnám, hogy a  $\star$  tulajdonságú foton biztosan áthalad egy  $45^\circ$ -os polarizációs irányú polarizátorlemezen. Azonban azt sem mondhatom, hogy egy  $\star$  tulajdonságú foton nem rendelkezik a  $\blacklozenge$  tulajdonsággal, mert ezzel pedig az elnyelődésre tennék biztos jóslatot. *A kvantummechanika egyik meglepő törvénye éppen az, hogy képes vagyok olyan tulajdonságok mérésére, amelyekkel a részecskék eredetileg nem is rendelkeztek.*

Ezt a gondolatmenetet folytatva azt is mondhatjuk, hogy ha egy foton rendelkezik egy polarizációs tulajdonsággal, akkor az azt kizáró tulajdonságpárján kívül az összes más polarizációs tulajdonság megfigyelése mérésel lehetséges, azonban azt, előzetesen még elvi szinten sem társíthatjuk hozzá a fotonokhoz, ugyanis azzal sérülne a valószínűségi értelmezés. Ha pedig elvégzek egy tulajdonságra vonatkozó mérést, akkor azzal már megváltoztatom a fotonok polarizációs tulajdonságát. Ezért kimondhatjuk, hogy *bizonyos tulajdonságpárokat nem lehet együtt megfigyelni, s ezt kvantumhatározatlanságnak nevezünk.*<sup>3</sup> A kvantumhatározatlanságot kétféle szemlélettel is kimondhatjuk, megvilágíthatjuk a mikrovilág „hiányosságát” és „gazdagságát” is a klasszikus világunkhoz képest:

- A makroszkopikus világból szemlélve korlátozottan érezhetjük, hogy bizonyos tulajdonságokat nem társíthatok a rendszerhez, azaz általában nem tudok konkrétan „igennel” vagy „nemmel” felelni a „rendelkezik-e a részecske egy adott tulajdonsággal?” kérdésre. Azaz a felfedező diák könnyen érezheti azt, hogy a mikrovilág a természet megismerésére korlátot szab.

<sup>3</sup>Ezt részletesebben kifejtem a [12] cikkben is, amelyben a határozatlansági reláción elmélkedek.

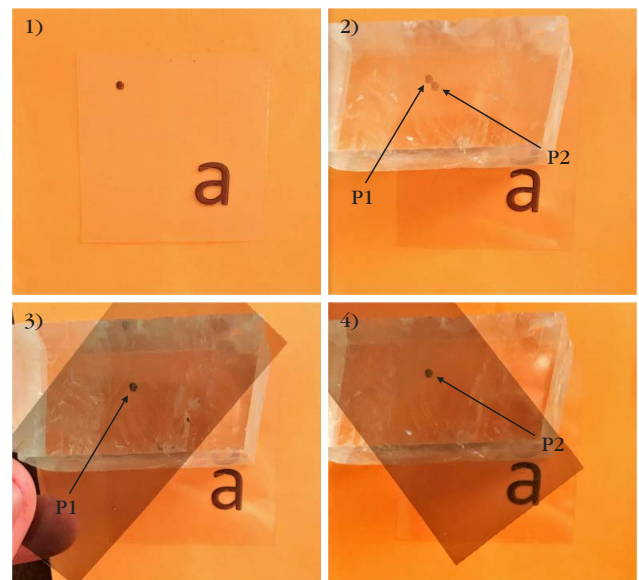
- Azonban fordítva is megközelíthetjük a kvantumhatározatlanságot, ugyanis a kvantumvilágból szemlélve unalmasnak és korlátozottan tűnhet mindaz, amit a klasszikus fizikában tapasztaltunk. A klasszikus fizikában csakis azokat a tulajdonságokat mérhetem, amelyekkel a részecske már eredetileg is rendelkezett. Ellenben a kvantummechanika lehetőséget teremt azon tulajdonságok mérésére is, amelyekkel a részecske nem határozottan rendelkezik. Innen vizsgálva a kvantummechanika egy sokkal gazdagabb világ felfedezésének élményét adhatja számunkra.

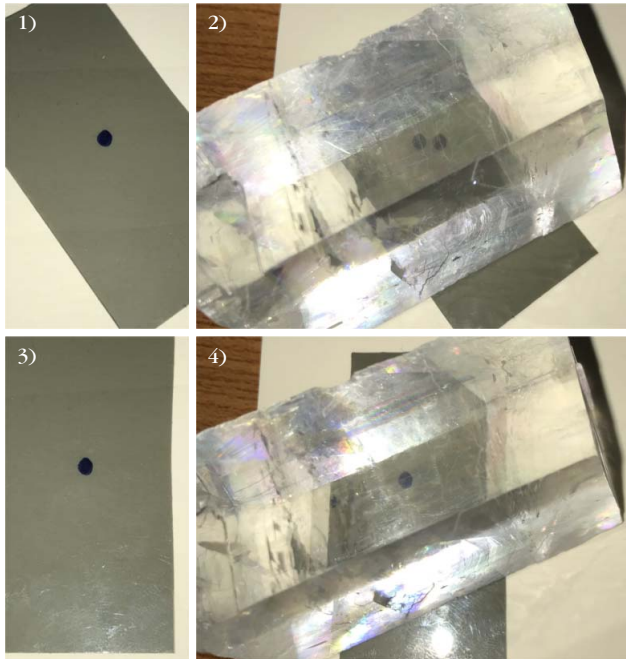
Tapasztalataim alapján a kvantumvilág felfedezése során sokszor az első, negatívabb szemléletet hordozzuk, hiszen a megszokott, klasszikus fizikán kialakult intuíciónkra hallgatunk. Azonban fontosnak tartom, hogy diákjainkkal érezzük át: a kvantummechanika egy gazdag és izgalmas világot tárhat elénk, amelyet felfedezve, a rajta alapuló mérnöki tudományok új eszközökkel ruházhatják fel az emberiséget.

## A fotonok megkülönböztethetetlenek

A korábbi gondolatmenetből azt a következtetést is leszűrhetjük, hogy az azonos módon előkészített foton sokaság esetén egy polarizátorlemezzel való mérés során a fotonokra vonatkozó jóslataink teljes mértékben azonos valószínűségűek. Ez megerősíti, hogy a fotonok *megkülönböztethetetlenek*, ugyanis a megkülönböztethetőség éppen a fizikai tulajdonságokban való eltérés alapján volna lehetséges.

11. ábra. Diákjainkkal narancssárga háttérre helyeztünk egy fóliát, amelyen egy sötét pont (és egy „a” betű) látható (1. kép). Ha a sötét pontra egy kettőtörő kalcitkristályt helyezünk, akkor a sötét pont elhalványodik és megkettőződik (P1 és P2), azaz a beeső fénynyalábot a kristály kettéválasztja (2. kép). A 3. és 4. képen a két sötét pont fénynének polarizációs tulajdonsága polarizátorlemezekkel ellenőrizhető. Azt tapasztaljuk, hogy a két fénynyaláb polarizációs tulajdonsága egymást kizáró, mert a polarizátorlemezek helyzete ilyenkor egymásra merőleges.





12. ábra. Polarizált beeső fénynyaláb esetén a kalcitkristály több esetet is adhat. A  $\blacklozenge$  tulajdonságú ( $45^\circ$ -osan polarizált) fénynyalábot két halványabb fénynyalábra bontja a kristály (1. és 2. kép). Ezen kilépő két nyaláb polarizációs tulajdonsága ellenőrizhető,  $\star$  (vízszintes) és  $\blacktriangle$  (függőleges), azaz egymást kizáró tulajdonságúak. Azonban, ha a kalcitkristály éppen olyan polarizációs tulajdonságú (például  $\blacktriangle$ ) fénynyalábbal találkozik, amely a rajta kilépő sugárnyalábok polarizációs tulajdonságának megfelelők, akkor a kristály hatástalan (3. és 4. kép).

## A pályafogalom hiánya

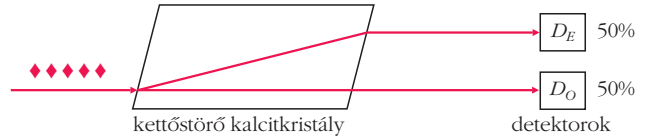
Az alábbiakban az a megdöbbentő felfedezés tárul a tisztelt Olvasó elé, hogy a mikrovilág leírásában nem használható a pálya fogalma. A felfedezéshez mindekelőtt egy új kísérleti eszközt kell megismernünk, a kettőtörő kalcitkristályt, amelynek különlegessége, hogy a beeső fénynyalábot általában két olyan halványabb fénynyalábbá bontja szét, amelyek polarizációs tulajdonságai egymást kizárók. Ezt kísérletileg is ellenőrizhetjük (11. ábra és 12. ábra).

A beérkező fénysugár útvonalának meghosszabbítását ordinárius sugárnak, a másikat extraordinárius sugárnak nevezzük (13. ábra).

A kísérletek megmutatják, hogy a foton pályája és polarizációja között szoros kapcsolat áll fent. Helyezzünk a 12. ábrának megfelelően egy  $\blacklozenge$  ( $45^\circ$ ) tulajdonságú fotonnyaláb útjába egy kalcitkristályt, majd az ordinárius és extraordinárius sugarak irányába egy-egy detektort ( $D_O$  és  $D_E$ ), amelyek képesek érzékelni a beeső fotonokat (14. ábra). Legyen az ordinárius nyaláb polarizációs tulajdonsága  $\blacktriangle$  (függőleges), az extraordináriusé pedig  $\star$  (vízszintes), így ezek éppen egymást kizáró tulajdonságok. Ilyen összeállítás esetén a



13. ábra. Sematikus rajz a kalcitkristály fénytöréséről.



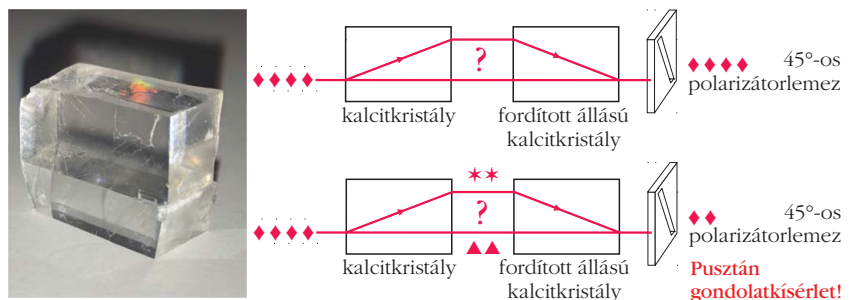
14. ábra. Az egyes fotonokat a detektorok 50%-os valószínűséggel találják meg (Malus-törvény).

két kilépő fénynyaláb intenzitását a Malus-törvény adja meg. Mivel a beeső fotonok polarizációs iránya  $45^\circ$ -os szöveget zár be mindkét kilépő sugárnyaláb polarizációs irányával, ezért a Malus-törvény értelmében a két kilépő fénynyaláb egyenlő fényintenzitású ( $\cos^2 45^\circ = 1/2$ ). Azaz 50-50%-ban osztoznak a beeső fénynyaláb intenzitásán.

Képzeld el, hogy egyszerre csak egy foton érkezik a kalcitkristályra. Mivel a pálya és a polarizációs tulajdonság szoros kapcsolatban áll, a Malus-törvény valószínűségi értelmében 50%-os valószínűséggel mértem a fotonokat az egyes detektorokkal (14. ábra). A detektor jelzése információt ad a beeső foton polarizációs tulajdonságáról, hasonlóan a polarizátorlemezrel való méréshez. *Azonban a valószínűségi értelmezés miatt nem tudom megmondani, hogy az egyes fotonok melyik útvonalon fognak haladni.* Ha előzetesen tudnék pályát rendelni a fotonokhoz, akkor a kalcitkristályra beeső fotonok polarizációs tulajdonságához előzetesen egy másik polarizációs tulajdonságot is rendelnék. Ez azonban ellentmond a kvantumhatározatlanságnak és így a valószínűségi értelmezésnek is.

A kalcitkristály mögé – képzeletben – tegyünk egy ugyanolyan, de azzal fordított állásút. Fogadjuk el, hogy e kísérletben a második kristály hatására a két szétvált fotonnyaláb újra egyesül, ahogy azt a 15. ábrán látjuk. Ha nem végzek mérést a két kalcitkristály között, akkor a fotonok pályájáról nincs információnk, ezért egyik útvonalat sem követik. Éppen ezért, amikor a fotonok a második kristályon áthaladnak, akkor

15. ábra. A bal oldali képen két, egymásra fordított állású kalcitkristályt látunk, a jobb oldali ábrán pedig a két kalcitkristállyal történő egyik kísérlet sematikus rajzát. Ha feltételezhetjük (jobb alsó ábra), hogy egy foton polarizációs tulajdonsága meghatározott a két kristály között, akkor pályájukat is meg tudjuk mondani. Azonban ekkor olyan eredményt kapnánk, amelyről tudjuk, hogy téves.



◆ tulajdonságúak lesznek. Ezért a  $45^\circ$ -os polarizációs irányú polarizátorlemezén teljes hányadukban áthaladnak. Ha valamiképpen kiderítem, hogy az egyes fotonok melyik pályán haladnak, akkor e tudással megváltoztatom a mérés kimenetelét, ugyanis ekkor az egyesült fénynyaláb a \* és ▲ tulajdonságú fotonokra bomlik szét. Mivel a kalcitkristály – a 12. ábra 3. és 4. képen bemutatott kísérletek szellemében – ezen tulajdonságokat nem változtatja meg, ezért ezek keveréke fog ráesni a  $45^\circ$ -os polarizátorlemezre, amelyen azonban csak e fotonok fele jutna át. Az eredeti kísérlet szerint viszont mindannyian átjutnak. Azaz, ha valahogyan kiderítjük (vagy akár csak feltételezzük), hogy a fotonok egy konkrét útvonalon haladnak, akkor a mérés eredménye megváltozik. Így a pálya feltételezése téves eredményre vezet. El kell fogadnunk, hogy a pálya rossz fogalom a mikrovilágban.

Összefoglalva, *gondolatmenetünk megmutatta, hogy a pálya fogalma a fotonok esetén nem alkalmazható. A mikrovilágban ezért nem használhatjuk a pálya fogalmát.* Ha én akármilyen módon is, de információt szerzek a két kalcitkristály között a fotonok helyéről, azzal már megváltoztatom a részecskék tulajdonságát, így a mérés kimenetelét is. *A kvantummechanikai mérés ezért általánosabban egy a részecskére vonatkozó információ megismerését jelenti.*

## A tananyag Magyarországon

Az eredeti tananyagot eddig két csoportban próbáltam ki. A tapasztalataim alapján módosított verziót további oktatási kísérletekben tervezem kipróbálni. Véleményem szerint a cikkben megfogalmazott anyag a közoktatásban megállja helyét. A diákok a kísérleteket élvezik, a számításos feladatok mérsékelt matematikai ismereteket igényelnek, azonban mély fizikai mondanivalót rejtenek magukban. A diákok érdeklődését fokozza, hogy a modern fizikának egy különösen szép és innovatív fejezetét ismerhetik meg, a kvantummechanikai világ „csodái” pedig a humán érdeklődésű diákok számára is érdekesítő kérdéseket emelhet be a tanórákra, hiszen a világról alkotott képünkre is jelentős hatással van. A konkrét tanítási tapasztalatokból egy angol nyelvű cikkben írok részletesebben [8].

Az új 2020-as Nemzeti alaptanterv [13] egyik hatása éppen az, hogy a hullámtan tárgyalási lehetősége beszűkült, ezért a kvantummechanika hullám-részecske kettősségen történő tanítása is nehezebbé válik. Mivel a koszinusz derékszögű háromszögekre vonatkozóan továbbra is tananyag matematikából, a Malus-törvény és így a tananyag sem tartalmaz olyan matematikai ismereteket, amelyek kihívást jelentenének a diákoknak.

## Összefoglalás és a továbbhaladás útja

A bemutatott tananyag itt nem ér véget, további felfedezésre is lehetőség van. A következő fejezetek elvontabbak, ezért a tehetséges és érdeklődő diákok számára ajánlottak, így ezeket e cikkben sem közlöm. Azonban, ha a tisztelt Olvasó érdeklődik aziránt, hogyan lehet a kvantummechanika e területén várható értéket és szórást számolni, érdeklí a kvantumhatározatlanság megnyilvánulása a fotonok szórásában, szeretné megtudni, hogy a klasszikus törvények miként jelennek meg a mikrovilág átlagaként, továbbá szeretné a diákokkal együtt felfedezni a mikrovilágra jellemző matematikai struktúrát, amelynek megkoronázása a sajátérték-egyenlet felírása, akkor ajánlom a honlapomon az itt leírtak folytatását [10].

Zárszóként pedig szeretném a diákok által a fentiek során felfedezett ismereteket pontokba szedni:

- Bizonyos mérések sorrendje nem cserélhető fel.
- A mikrovilág egyik alaptörvénye a valószínűségi értelmezés.
- A részecskékhez bizonyos fizikai tulajdonságok nem társíthatók, amelynek következménye a kvantumhatározatlanság.
- A fotonok megkülönböztethetetlenek.
- A kvantumrészecskékhez nem rendelhető pálya.
- A mérés jelentése és hatása a kvantummechanikában a megszokottaktól eltérő.

## Irodalom

1. M. Micheleni, A. Stefanel: *Fisica Quantistica, una proposta per la didattica*. Università di Udine, Litho Stampa, Udine (2004) [http://fiztan.phd.elte.hu/pdf/QM\\_Marisa\\_Micheleni.pdf](http://fiztan.phd.elte.hu/pdf/QM_Marisa_Micheleni.pdf)
2. A. Stefanel: *Physics didactic innovation materials to support initial and in-service teacher education*. (2006) [http://www.fisica.uniud.it/URDF/interreg/quanto/schede\\_stu/schede\\_stu\\_it.htm](http://www.fisica.uniud.it/URDF/interreg/quanto/schede_stu/schede_stu_it.htm)
3. M. Micheleni, R. Ragazzon, L. Santi, A. Stefanel: Proposal for quantum physics in secondary school. *Physics Education* 35/6 (2000) 406–410.
4. Tóth Kristóf: *Kvantummechanika a középiskolában*. TDK dolgozat (2019) <https://physics.elte.hu/content/fizikatanar-kepzes.t.3002?m=1516>
5. P. A. M. Dirac: *The Principles of Quantum Mechanics*. Clarendon Press, Oxford (1958).
6. Quiskit Bronz fokozat: <https://qworld.net/workshop-bronze> (2021. 04. 27.)
7. Tóth Eszter: *Fizika IV*. Tankönyvkiadó, Budapest (1984).
8. M. Micheleni, A. Stefanel, K. Tóth: *Joint effort in teaching/learning quantum mechanics through light polarization in secondary school*. (2021) Beküldött cikk, <https://kvantummechanikus.files.wordpress.com/2021/03/qm-paper-2.pdf>
9. <https://kvantummechanikus.wordpress.com/> (2021. 05. 02.)
10. Tóth Kristóf: *Modell kvantummechanika a középiskolában, 2. rész*. <https://kvantummechanikus.files.wordpress.com/2021/05/toth-kristof-modell-qm-2.pdf>
11. <https://youtu.be/Et8-gg6XNDY> (2021. 03. 31.)
12. Tóth Kristóf: A kvantum-határozatlanság a kvantummechanika fénypolarizációs modelljében. *Fizikai Szemle*, megjelenés előtt.
13. [https://www.oktatas.hu/koznevelas/kerettantervek/2020\\_nat](https://www.oktatas.hu/koznevelas/kerettantervek/2020_nat) (2021. 04. 27.)

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacíme: [elft@elft.hu](mailto:elft@elft.hu)

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős kiadó Groma István főtítkár, felelős szerkesztő Lendvai János főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.

Megjelenik havonta (nyáron duplaszámmal), egyes szám ára: 1000.- Ft (duplaszámú 2000.- Ft) + postaköltség.

HU ISSN 0015–3257 (nyomtatott) és HU ISSN 1588–0540 (online)