

## A STEM- ÉS STEAM-PEDAGÓGIA A FIZIKAOKTATÁSBAN

Oláh Éva Mária<sup>1,2</sup>, Stonawski Tamás<sup>3</sup>

<sup>1</sup>HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont, Budapest

<sup>2</sup>Bozzay Pál Német Nemzetiségi Nyelvtanító Általános Iskola, Zánka

<sup>3</sup>Nyíregyházi Egyetem Fizika Csoport, Nyíregyháza

### Bevezetés

A STEM- (Science, Technology, Engineering, Mathematics) pedagógia eredetileg kizárólag a reáltudományokra összpontosított, azonban idővel felismerték, hogy a kreativitás szempontjából valami hiányzik belőle. Észrevették, hogy bár a tudósok, mérnökök és matematikusok rendelkeznek kreatív képességekkel, a művészetek inspiráló ereje még hatékonyabbá teheti munkájukat. Ennek eredményeként alakult át a STEM-pedagógia STEAM-pedagógiává (A = Arts). Fontos hangsúlyozni, hogy a kreativitás nem kizárólag a művészetek privilégiuma. A természettudományokban is elengedhetetlen a kreativitás, például amikor komplex problémákat kell megoldani. A STEAM-megközelítés célja mind a művészetek, mind a tudományok területén felismerni és összekapcsolni a kreativitás különböző megnyilvánulásait, ezzel gazdagítva a tanulást és a fejlődést. A STEAM a Természettudomány, a Technológia, a Műszaki tudományok, a Művészet és Design és a Matematika összefoglalása. A STEAM egységgé szövi őket, az egyes tantárgyakat nem külön-külön tanítjuk.

A STEAM lényege a gyakorlatokon keresztül történő tanulás, amellyel felkeltjük a kíváncsiságot, az érdeklődést. A rácsodálkozás és a felfedeztetés segítségével érzük el a gyakorlati úton való tanulást. Nem elég csak elméleti ismereteket szerezni a természettudományokról vagy a matematikáról; afelé kell elmozdulni, hogy diákjaink értelmes módon, ténylegesen is tudják alkalmazni a tanultakat. A STEAM-tanulás középpontjában az együttműködés áll, miközben felkeltjük az érdeklődést és a kíváncsiságot.

A 21. században a legtöbb munkahely élethosszig tartó munkát, tanulást követel, ahol az egyének az al-

kalmazkodás mellett képesnek kell lennie az innovatív gondolkodásra is. Folyamatosan változó világunkban a STEAM-tevékenységek segítenek az igényeknek megfelelő alapvető készségek fejlesztésében. Ezek a kompetenciák kulcsfontosságúak az egyének felkészítése során, hogy később megállják helyüket munkahelyeiken, de a mindennapi életben is alapvető elvárás a kreativitás és az innováció. Bár nem tudjuk, hogy a diákok élete miként alakul a jövőben, a legfontosabb készségek megszerzésével segíthetjük őket az ismeretlen helyzetekben való boldogulásukban – miként alkalmazzák tudásukat és készségeiket a való világban [1]. Tanulmányunkban szeretnénk bemutatni pár ötlettel, miként lehet a mindennapos tanítás során ötvözni ezeket a STEAM-területeket. Az itt bemutatott jó gyakorlatok a STEAM-pedagógia módszertani, szemléleti és intézményesülési példái.

### Zenefizika

A hang az életünk része, és akkor is munkálkodik bennünk, ha nem vagyunk annak tudatában. Hangokat hallunk, amikor beszélünk, zenét hallgatunk vagy éppen a természetben sétálunk. A hangok különleges érzéseket keltenek bennünk, segítenek kommunikálni és az érzelmeinket kifejezni. Azonban a hang sokkal több, mint pusztán a hanghullámok szuperpozíciója. A hang kulturális, művészeti és tudományos jelentőséggel is bír. A zenei hangok kiváló hangszereken megszólaltatva az emberi kreativitás és művészeti kifejezőképesség csúcseit képviselik. A természetben élő állatok és növények képesek kommunikálni olyan hangok segítségével is, amelyet az emberi fül nem képes érzékelni. Cikkünkben bemutatjuk az emberi kreativitás és fenntarthatóság



Dr. Oláh Éva Mária 2018-ban sikeresen védte meg PhD-fokozatát a fizika tanítása témakörben. 2021 óta kutatótanári minősítéssel matematikát és fizikát tanít egy általános iskolában, és tehetséges középiskolásoknak szervez kutatási lehetőségeket a HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpontban. Egyik kutatási területe a STEM- és STEAM-pedagógia szakmódszertanának a fejlesztése.



Stonawski Tamás a Nyíregyházi Egyetemen főiskolai docens. Doktori címét 2016-ban az ELTE Fizika Tanítása doktori programjának keretében szerezte. Kutatási területe a digitális média alkalmazása a tanulói kreativitás, problémamegoldás és önálló kísérletezés fejlesztésére az általános és középiskolában.

összefüggéseit a hulladéktárgyak felhasználásával készült hangszerek példáján keresztül.

## Bolygómozgás

A fizikai törvények tanításakor a diákok meglepődve fogadják, ha egy tanár énekel vagy valamilyen hangszeren játszik. Ezt a fajta érdeklődést sok esetben fel tudjuk használni újszerű tanulási folyamatok során. Zenei analógiákkal például be lehet mutatni azt is, hogy a Naprendszer bolygói Kepler törvényeinek megfelelően miként mozognak pályáikon. Az 1. ábrán látható zenei kotta 1619-ből származik, amelyen Johannes Kepler *Harmonice Mundi* című munkájából az általa ismert 6 bolygó kozmikus szimfóniájának részlete látható. A bolygók Naptól való távolsága, pályájuk mérete, alakja (excentricitása) és az ebből fakadó sebességváltozása meghatározza, hogy milyen hangok rendelhetők mozgásukhoz, így minimális zenei ismeretek birtokában is egy izgalmas módszerrel ismerhetjük meg és fedezhetjük fel azt a csodálatos rendszert, amelyben Földünk is található.



1. ábra. Kepler Harmonice Mundi című művének 5. könyvéből (1619)

A Naprendszer bolygói a körtől különböző mértékben eltérő ellipszispályákon keringenek a pálya egyik fókuszpontjában elhelyezkedő csillag körül, emiatt állandóan változik a Naptól mért távolságuk (kivéve a Vénuszt, aminek a pályaeccentricitása igen kicsi). Közben változik a rájuk ható gravitációs erő nagysága is, amit csak úgy tud a test kiegyenlíteni, ha a bolygó nagyobb vagy kisebb sebességgel mozog. Ennek eredményeképpen bolygóink különböző „dallamokat” játszanak le a Nap körüli keringésük során [2]. Egy ilyen példa során a diákok megérthetik azt, hogy a Vénusz, amely mindig azonos hangon „énekel”, egy körpályán mozog, így a sebessége napközben és naptávolban is azonos, és mivel a hangmagassága alacsonyabb, mint a Merkúr bolygóé, azt is kitalálhatjuk, hogy távolabb van a Naptól.

## Hangszerbarkácsolás

A diákok a hallott dolgokat könnyen elfelejtik. „Tell me and I will forget” (mondd, és én el fogom felejteni) – a látottakat talán kicsit jobban megértik: „show me and I may remember” (mutasd meg és jobban emlékezem). Sőt, igazából az úgynevezett „hands-on, mind-on” tanulással érhetünk el hosszú távú eredményeket. „Involve me and I will understand” (ha csinálhatom, akkor megértem). Nagysikerű projektfeladat a fiatalabb, de még az idősebb tanulók számára is, amikor hangszereket készítünk kis költségvetéssel, a háztartásban található tárgyakból, hulladékokból – a fenntarthatóságot is előtérbe helyezve. Ezeket a lakásokban megtalálható tárgyakat zenélésre is használhatjuk, és a művészi élményen túl a hangszerek tudományos háttérével is megismerkedhetünk. A fizika törvényei a gyakorlat során értelmet nyernek.

A zenei hangot a frekvencián kívül a hanghullám hosszúságával is jellemezhetjük. A hullámhossz és a frekvencia között a következő összefüggés adható meg:  $c = \lambda \cdot f$ , ahol  $c$  a hanghullám adott közegbeli terjedési sebessége,  $\lambda$  a hullámhosszúság,  $f$  pedig a hang frekvenciája. Elemi matematikai ismeretekkel is észrevehetjük, hogy állandó terjedési sebesség mellett a hullámhossz és a frekvencia között fordított arányosság van. Gyakorlatban ez azt jelenti, hogy nagyobb hullámhossznál (hosszabb a levegőoszlop vagy alacsonyabb a vízoszlop az üdítős flakonokban) kisebb a frekvencia, amely alacsonyabb zenei hanggal egyenértékű. A diákok a projekt során több saját készítésű hangszer megszólaltatásával megtapasztalják a frekvencia és a hangmagasság közötti kapcsolatot. Eltérő mennyiségű vízzel megtöltött üdítős üvegek fújással, illetve különböző méretre levágott műanyag csövek ütögetéssel szólaltathatók meg (2. ábra) [3]. A víz- és levegőoszlopok megmérésével meghatározhatók a hullámhosszok, a hangmagasság révén pedig a frekvenciák. A diákok cselekvő aktivitásán keresztül, művészeti kapcsolatok bevonásával élménytelibb és maradandóbb tudás birtokába juthatnak, ami a STEAM-pedagógia lényege.

Ha a zenei hangokhoz különböző színeket is rendelünk, akkor komolyabb zenei ismeretek nélkül is tudunk kottát olvasni, az úgynevezett „szivárványkották” segítségével. A dallamokban szereplő zenei hangokat színek



2. ábra. Üdítős flakonok meghatározott magasságokban vízzel megtöltve, valamint PVC csövek adott hosszúságokra levágva



3. ábra. Középszkolás diákokból álló zenekar

helyettesítik, amelyekkel a házi készítésű hangszereinket is megjelöljük [4].

További, a háztartásban is megtalálható hulladékok (petpalackok, üvegek stb.) segítségével akár vizet töltve beléjük, akár a bennük lévő levegőt használva, igen olcsó és környezetbarát hangszereket tudnak a gyerekek készíteni. A diákok a saját készítésű hangszerek által értő tanulási folyamaton mennek keresztül, amely során nemcsak a tananyagot sajátítják el sokkal mélyebben, hanem maguk is innovatív ötletekkel állhatnak elő; társaikkal, tanáraikkal együtt fejleszthetik a projektet. Az attitűd, az érdeklődés és a motiváció jelentősen növekszik, a zene által kifejtett hatás az elmére és az érzelmekre is kihat. Egy diákokból összeállított zenekarnak csapatépítő hatása is van. Látható, hogy milyen jókedvűen, örömmel zenélnék egyszerű hangszereiken (3. ábra).

A hangszerek készítésének első lépcsője az, hogy ismerjék meg a tanulók a hangképzés különféle módszereit, például fúvós hangszereknél az ék, tölcsér vagy rezgőnyelves típusokat. A rezgőnyelveknél a nyelvek periodikus mozgása kelti a hangot. Az ilyen elven működő könnyen elkészíthető hangszer a „szívószálharsona”. A rezgőnyelveket ollóval és fogóval alakítottuk ki, majd egy vastagabb szívószál segítségével a harsonához hasonlóan tudtuk a hangszer csövének hosszát változtatni, ezzel értük el a különböző frekvenciákat, így a dallamokat. Az ék típusú hangszer a befúvott légáramot osztja ketté, melynek során periodikus örvényáramok keletkeznek. A KPE-cső-



4. ábra. Saját készítésű tölcsér és ék típusú hangszerek

vekből kitűnő furulya és ti-linkó készíthető. A megfelelő helyre fűrt lyukak alkalmassá teszik a hangszereket a jól hangolt együttesben való játékhoz, az oktáváltató alsó lyuk helyett a légáram növelésével tudjuk a frekvenciát duplázni.

A 4. ábrán látható tölcsér típusú hangszerek fúvókáját 3D nyomtató segítségével készítettük, amihez közönséges slagot és petpalack-tölcsért illesztettünk. Itt az ajkak rezgése

se keltezték a hangot, amit a hangszer teste felerősített. A legnagyobb hangteljesítményt ezekkel az eszközökkel sikerült elérni.

A hang inter- és transzdiszciplináris lényege az emberi kultúra szerves részét képezi, különböző területeken megtalálható és befolyásolja az életünket. Fizikai alapjai az akusztika területén gyökereznek, ahol a hanghullámok terjedése és tulajdonságai vizsgálhatók. A zene területén a hangok a zenei skálákban és a ritmusban kapnak kifejezést. A technológia révén a hangtechnika és hangrögzítés lehetővé teszi az élőzenei élmények rögzítését és megosztását. Pszichológiai szempontból a hangok mély hatást gyakorolnak az érzelmeinkre. A matematika által a hangmagasság és a ritmus megragadható és analizálható. A festészetben és az irodalomban is megjelenik a hangnak az inspiráló és kifejező ereje, amely az ihlet egyik forrása lehet.

## Részecskefizika

A modern fizika részecskefizika fejezete a mikrovilág felfedezésével, tulajdonságaival és az erről szerzett ismereteink alkalmazási területeivel foglalkozik, de ez a diákok és a hétköznapi emberek számára is szinte felfoghatatlan, hiszen alkotóelemei szemmel nem láthatók, mérettartománya tipikusan  $10^{-18}$  m alatti. Emiatt az iskolában a tanárnak is nagyon nehéz feladata van; a folyamatokat nem tudja szemléltetni, pedig a 21. században a szubatomi részecskék ismerete már elengedhetetlen, mivel az ezekhez kapcsolódó felfedezésekről már több évtizede tudunk.

A részecskefizika Standard Modellje az alapvető kölcsönhatásokat, valamint az elemi részecskéket leíró elmélet. Az eddigi kísérletek igazolták a fizikusok korábbi jóslatait. Mengyelejev periódusos rendszeréhez hasonlóan a Standard Modell táblázata is áttekinthető, rendezett formában foglalja össze az alapvető elemi részecskéket (5. ábra).

## Kvarkkockák

Az a legnehezebb tehát ebben a témakörben, hogy egy láthatatlan mikrovilág rejtelmibe szeretnénk bepillantást nyerni, és az ott zajló folyamatokat megérteni. A



Az anyagi részecskék három családja (fermionok)

	I	II	III	
tömeg	2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV	0
töltés	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
név	u up	c charm	t top	γ foton
Kvarkok	4.8 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ d down	104 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ s strange	4.2 GeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ b bottom	0 0 1 g gluon
	<2.2 eV 0 $\frac{1}{2}$ ν <sub>e</sub> elektron-neutrínó	<0.17 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν <sub>μ</sub> műon-neutrínó	<15.5 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν <sub>τ</sub> tau-neutrínó	91.2 GeV 0 1 Z Z-bozon
	0.511 MeV -1 $\frac{1}{2}$ e elektron	105.7 MeV -1 $\frac{1}{2}$ μ műon	1.777 GeV -1 $\frac{1}{2}$ τ tau	80.4 GeV ±1 1 W W bozon
Leptonok				Bozonok (kölsönhatások)

5. ábra. A Standard Modell „periódusos rendszere”

könnyebb megértés céljából jelent meg egy oktatási segédanyag, amely a fizika tantárgyon belül, a részecskefizika fejezethez lett tervezve, de több más témakörrel, tudományterülettel, tantárggyal is szoros kapcsolatban áll [5]. A XXI. században már köztudott, hogy a proton és a neutron nem elemi részecske, hiszen van belső szerkezetük. Ennek bemutatására egy nagyon ötletes és szemléletes módszer a részecskék papír vagy fakockákkal való modellezése. A kvarkkockák készítésével és használatával a mikrovilágban zajló folyamatok megértését növeljük az önálló, tevékeny tanuláson keresztül [6]. A kvarkkocka játék előtt már foglalkoztak a téma játékos feldolgozásával 2008-ban Csörgő Tamás, Csörgő Judit és Török Csaba által tervezett részecskés kártyajáték keretein belül is. A kártyapakli lapjai kvarkokat és leptonokat ábrázolnak, és többféle játék is játszható velük, figyelembe véve a fizika jelenleg ismert törvényszerűségeit.

A részecskefizikában a fizikusok három csoportba sorolják a részecskéket, csoportonként négy részecskével, ahogyan az 5. ábra is mutatja. A csoportok – a nyelvünkön családok – négyesével függőle-

sen állnak, de valójában a hatos a bűvös szám, hiszen hat kvarkot, antikvarkot, leptont vagy antilepont ismerünk. Kézenfekvő volt tehát egy kockát készíteni, amelynek mind a hat oldalára különböző fogalmakat tüntethetünk fel, és ezekkel játékos feladatok során ismerhetjük meg a részecskefizika alapvető, középiskolában is tanítható fejezeteit. A legfontosabb valójában a játék, a kreativitás és az úgynevezett „hands-on, mind-on” módszer, amely szerint nemcsak elméleti úton tanulnak a diákok, hanem maguk is alkotó részesei lesznek a folyamatnak – így az elkészítéssel járó hosszabb időtartam alatt mélyebben rögzülnek a fogalmak, összefüggések. A kockakészlet elkészítése nagyon egyszerű és kis költségvetésű. Csúpan színes kartonpapírokra, (hungarocell) töltőanyagra, ollóra, ragasztóra, festékre és filctollra van szükségünk. A diákok a sok-sok elemből álló modellkészlet készítése során játszva tanulják meg a fogalmakat, rögzítik a törvényszerűségeket (6. ábra).

### Részecskefizika-szakkör

Először mindenképpen a Démokritosz által kimondott *atomos* (oszthatatlan) fogalmat érdemes a modellkockák segítségével eloszlatni, és azt, hogy a proton és a neutron elemi részecske, mint ahogy még ma is több tankönyvben így szerepel [7]. Elemi részecske alatt azt értjük, hogy nincs belső szerkezete, nem bontható fel kisebb összetevőkre. Az RGB (piros, zöld, kék) kockák a nukleonokat alkotó valenciakvarkok lesznek, az angol elnevezésüknek megfelelő kezdőbetűket az oldalakra írjuk (tetszőleges szín-név, azaz szín-íz kombinációk előfordulhatnak). A hungarocell-kukacok modellezik az erős kölcsönhatás közvetítő részecskéit, amelyek összetartják az azonos töltésű nukleonokat, és a kvarkok között is hatnak; tulajdonképpen olyanok, mint egy szuperragasztó.



6. ábra. Készülnek a kvarkkockák

Azt illetően, hogy miért éppen olyan színűek a kockáink amilyenek, elég csak az alapösszefüggéseket megemlíteni a tanulók számára. A kvantum-szindinamika nagyon nehéz fejezet, magasabb szintű matematikai ismeretekre lenne szükség a megértéséhez, ezért a középiskolában elég csak a legegyszerűbb szabályokat rögzítenünk. A természetben csak fehér színű hadron létezik, amely előállítható három alapszínből vagy két színből is, de akkor egy színhez a részecske saját antiszínét kell párosítani. Ehhez használhatjuk az optikában tanult aditív színkeverés analógiáját – ahogy magának a kvantum-szindinamikának a megalkotói is tették. Egy másik, későbbi feladathoz a már feltüntetett kvarkízék mellé a kvarkok elektromos (tört) töltéseit is ráírjuk a kockákra. Újabb szabályt fogalmazunk meg, miszerint, ha három kvarkból áll egy részecske, barionnak, ha egy kvarkból és egy antikvarkból, akkor viszont mezonnak nevezzük.

Következő lépésként a színtöltést is figyelembe kell venni, hiszen a Pauli-elvnek itt is teljesülnie kell. Eszerint két részecske nem lehet azonos kvantumállapotban, és ha mégis egyeznek a kvantumszámok, akkor legalább színtöltésükben kell különbözniük. Csoportos, tevékeny feladatok során a diákok sokkal könnyebben, játszva jegyzik meg ezeknek a nehéz, szokatlan fogalmaknak a nevét és jelentését. További érdekes feladat lehet a kvarkok elektromos töltésének megtanulása után a barionok és a mezonok elektromos töltésének meghatározása is. De akár az antianyagok világába is betekintést nyerhetünk azáltal, hogy az antirészecske fogalmát is elmagyarázzuk a kockák segítségével. Ekkor speciális, úgynevezett antikvark kockákat készítünk és használunk a modellezéshez.

## Gasztro-részecskefizika

Az absztrakt matematikai formalizmusra épülő részecskefizikai ismereteket „emészthető formában” is találhatjuk az érdeklődő diákok számára. Akár gasztronómiai alkotásokkal is felkelthetjük diákjaink érdeklődését a mikrovilágban zajló folyamatok iránt. Ismét STEAMPedagógiai módszerek segítségével próbáljuk megközelíteni az elvont, nehezen megérthető részecskefizikai ismereteket.

Miért ne lehetne egy játékos és egyben „jóízű” projekttel közelebb vinni a diákokhoz e témakört? Több esetben is kipróbált és nagy sikernek örvendő módon, a mikrovilág láthatatlan részecskéit nemcsak papírkockák-



7. ábra. Az elkészített hadronok ehető kvarkokkal és gluonokkal

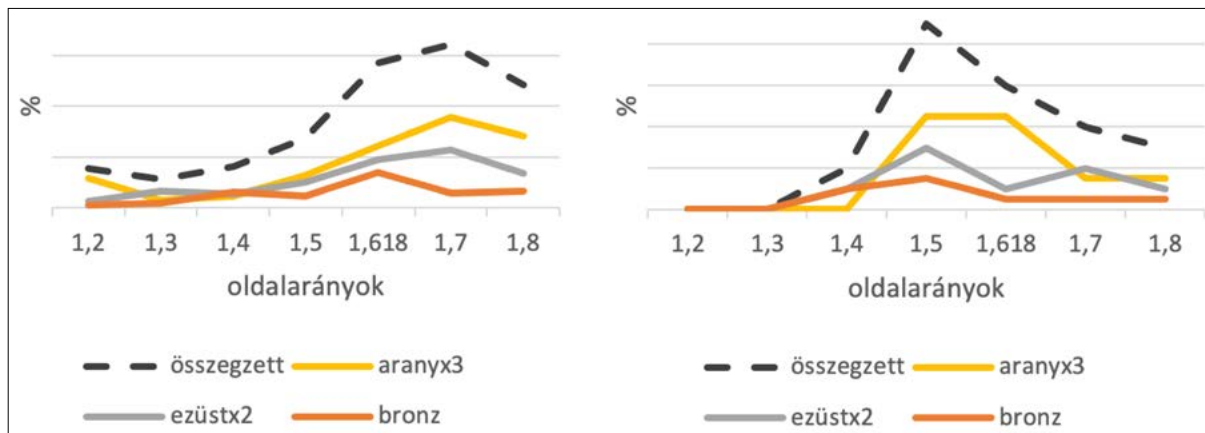
kal modellezhetjük, hanem édes, ehető összetevőkből is készíthetünk például hadronokat. Ehhez a gasztronómiai mint művészeti projekthez muffinokat állíthatnak össze a résztvevők, amelyeket a tanulási folyamat végén közösen el is fogyasztanak. Itt is lényeges szerepet kap az aktív tanulás, az attitűd kialakítása, a szemléletesség és a kreativitás. A 7. ábrán látható hadronmuffinokon a kvarkok ízeinek helyesen megválasztott típusai mellett az őket összetartó erős kölcsönhatás részecskéinek, a gluonoknak is megfelelőek a szín-antiszín kombinációik.

## Aranymetszés

Az aranymetszés (arany- vagy isteni arány) az egyszerű arányokkal ellentétben igen nagy utat járt be a kultúrtörténetben az ókortól kezdve napjainkig. Helye van nemcsak a matematikában, hanem a természettel kapcsolatos tudományokban és a művészetekben is [8]. A természet tanulmányozása során gyakran bukkantak erre az arányra mint az egész és a részek harmóniájának jellemzőjére, a művészetekben pedig a profán szimmetria harmonikus megbontásának eszköze volt. Az aranymetszés a hithez és a vallásokhoz kapcsolódva ezoterikus írásokban is megjelenik, ahol a tudomány módszerei már nem kívánatosak. Az aranyarány sokszínű előfordulása miatt felmerül a kérdés, hogyan is vezessük be a fenti arányt az iskolában. Hogyan találkozhatnak először diákjaink ezzel a temérdek irodalommal rendelkező kérdéskörrel?

Mint felfoghatatlan, de követendő isteni arányt, vagy inkább egy megközelíthető, kiszámítható, de ugyanakkor környezetünkben, sőt testünkön is tetten érhető szükségszerűséget? A téma egy lehetséges kísérleti feldolgozása során a tanulók átélhették az aranymetszés esztétikával való kapcsolatát. A  $\Phi$ -vel jelölt arány első írásbeli nyoma Euklidesz *Elemek* című művében (kb. i.e. 300) szerepel, ahol a szerző az ötszög szerkesztésének egyik lépéseként említi. Különösebb jelentőséget csak jóval később nyer az addig szélső és közbülső arányként ismert probléma: a XV. század végén Luca Pacioli *Divina proportione* műve alapján. Teóriája alapján az egzakt matematikai formulában általános természeti törvényt látat meg. Írásában a világ teremtett rendje és a művészi szépség matematikai szabálya látszik megfogalmazódni. Gondolatmenetéből világosan körvonalazódik: az arány alapján biztosított a lehetőség a műalkotások és a művészek objektív „osztályozására” is.

A világ harmóniájának képletét Kepler is lelkesen kereste. Ő úgy hitte, hogy az akkor ismert hat bolygót (Merkúr, Vénusz, Föld, Mars, Jupiter, Szaturnusz) hordozó szférák (gömbök) közé a szabályos testek illeszthetők be sorban. Kepler az aranymetszésben a végtelen folyamatú újjánemzést látta: „ez a mértani arány lehetett, úgy vélem, a Teremtő ideája a hasonló hasonlóból való nemződésének bevezetésére”. Ennek az elvnek felelnek meg a kristályok fejlődésének egyes szakaszai is, amikor az elemi kristálycellák arányai megegyeznek a makroszkopikus kristálytest arányaival. A kristálycellát



8. ábra. Balra a 375 elemű, jobbra a 8 elemű mintás szavazás súlyozott eredményei

kialakító fizikai törvényszerűségek a makroszkopikus test nemcsak formai, de egyéb fizikai-kémiai tulajdonságait (anyagi minőségét) is meghatározzák, míg a kristályhibák a környezet befolyásoló hatását mutatják.

A növényvilágban is találunk önhasonló fajokat (pl. murok), vagy a Fibonacci-sorozatnak megfelelő levél-, szírom- és terméselhelyezkedést (pl. napraforgó, pagodakarfiol), de a növények esetében nyilvánvalóan még jelentősebb a környezet hatása, így az ideálistól való eltérés; a hibák száma lényegesen nagyobb, mint a kristályoknál. Az állatvilágban leggyakrabban emlegetett példa az aranymetszés kapcsán a nautiluspolip és az ötkarú csillag. Növekedésükre jellemző a nem szigorú értelemben vett aránytartás, de az állatvilág meglehetősen erős környezeti befolyásoltsága sokkal mélyebb nyomokat hagy az egyes fajok fejlődésénél, mint a növénypopulációkban. A nautilus-héjforma és annak matematikai leírása Descartes érdeklődését is felkeltette. Dirac szerint a fizikai törvénynek matematikailag is szépnek kell lennie, Leibniz szerint pedig a világunk minden világok legjobbika.

## Az emberi testről és a téglalapok arányairól

Az emberi faj sokféleségét a genetika és a történeti tényezők sorozatai határozták meg napjainkig. Az emberi test igen bonyolult felépítésű, ebből következően az arányítások lehetőségének száma is rendkívül nagy. A testalkat sokfélesége főként genetikai okokra vezethető vissza.

A harmonikus testarány és a szépség fogalma már az ókori görög szobrászoknál is összekapcsolódott, hiszen nem teljesen valóságos modellek után, hanem bizonyos képletek alapján is alkották az ideális férfiakat és nőket ábrázoló szobraikat. Természetesen egy matematikai arány önmagában nem lehet szép, inkább valamiféle megnyilvánulása okán nevezhetjük annak. Talán oly módon keresendő, hogy az említett arány elsőbbséget élvez más arányokkal szemben, például praktikussági szempontok alapján mérlegelve éppen az egyszerűségéből fakadóan: „kevesebb utasítással adható meg”, „kevesebb kiindulási adat szükséges hozzá”. Az aranymetszésre ez igaz, hiszen nem kell konkretizálni az arányt, mint

mondjuk, 1:2, hanem a két rész viszonyát az egészre vonatkoztatja.

A természet sok esetben választja a kevesebb utasítással kivitelezhető folyamatokat, de ez semmiképpen sem bizonyító erejű arra nézve, hogy csak az aranymetszés lehet a szépség kiemelt aránya. Az a gondolat, hogy az aranyarány esztétikai jelentéssel bír, Adolf Zeisingtől (1854) származik, Gustav Fechner pedig 1876-ban elvégzett kísérletében az „aranymetszés” pszichológiai jelentőségét célozza meg. Fechner kísérletében nem emberi testrészeket tanulmányozott, hanem egyszerű síkidomokat: téglalapokat, melyek látványukban is hordozzák az oldalaik arányát. Fechner azt vizsgálta és összegezte, hogy a kísérleti személyek bizonyos téglalapok közül melyiket találják a legtetszetősebbnek (empirikus igazolás).

### Téglalap-szépségverseny a középiskolában

A feladat leírása: *Vágj ki papírból olyan téglalapokat, amelyek egyik oldala rendre 5 cm, a másik pedig 6, 6,5, 7, 7,5, 8, 09 ≈ 8,1, 8,5, 9! Jelöld meg ezeket A, B, C, D, E, F, G betűkkel! Tedd bele egy borítékba, majd a borítékot add át a társadnak, és kérd meg, hogy vegyen részt a játékban, azaz alaposan figyelje meg a téglalapokat, és rangsorolja szépségük szerint 1., 2. és 3. helyezéssel! Próbáld meg minél több társaddal lezsűrítettini a téglalapokat! Az adatok alapján számolj átlagot és szórást, illetve ábrázold grafikonon a kapott értékeket!*

A tanulók kézhez kapták egy borítékban a „versenyzőket” (a feladatleírásnak megfelelően előre elkészített téglalapokat), és mindenki kiválasztotta a dobogósait. A borítékokban egyszínű, fehér téglalapok voltak, melyet sötétbarna asztalon terítettek szét, és kedvükre rendezték a tanulók. A zsűrizés végeztével az adatokat Excel-táblázatban kiértékeltek és ábrázoltuk. Az interneten egy nagyobb mintás felmérést is végeztünk.

### Téglalapplasztika

A feladat leírása: *Két papírnégyzetet csúsztass el egymáson úgy, hogy a neked legtetszetősebb téglalapot*



kapd, majd rögzítsd gemkapoccsal vagy ragasztószalaggal! Mérd meg a téglalapod oldalainak a hosszát és számítsd ki az oldalak arányát! Számítsátok az osztályban az egyénileg kapott értékekből az átlagot és szórást!

A tanulók elkészítették az általuk ideálisnak vélt téglalapot, majd megmérték a kapott téglalap oldalait és kiszámolták az arányukat. Az így kapott értékeket összehasonlítottuk az előző mérés eredményével (8. ábra).

### Köldökarány

A feladat leírása: Egy gumiszalag egyik végére olyan hurkot kötünk, hogy a lábfejük kényelmesen beleférjen, a másik végére pedig egy egyenes vonalzót illesztünk. A gumiszalag hossza 140 centiméteres legyen. Tegyük a lábunkat a hurokba, egyenesítsük ki a szalagot (nem szükséges megnyújtani) és jelöljük meg filctollal a talajtól számítva  $140 \text{ cm} \cdot 0,618 \approx 86,5 \text{ cm}$ -nél!

Lépj bele a hurokba, és az egyik társad húzza ki a szalagot a fejed tetejéig úgy, hogy a vonalzót vízszintesen érintse! Helyezd a mutatóujjad a köldökhöz a hasadra merőlegesen, majd egy másik társad mérje meg vonalzóval az ujjad és a szalag jelölésének (korábban filctollal) előjeles különbségét! (Ha a vonal

az ujjad fölött pl. 2 cm-re helyezkedik el, akkor  $d = -2 \text{ cm}$ , átlagolva, szórással.)

Az eredmények nagyon szórtaak, de tulajdonképpen itt a testünk arányait vizsgáltuk, és arra kerestük a választ, hogy aranymetszés szerint tökéletesek vagyunk-e. Az eredményeket kiértékelve azt tapasztaltuk, hogy bár az aranymetszéshez közeli értékeket kaptunk, mégsem vagyunk „tökéletesek”.

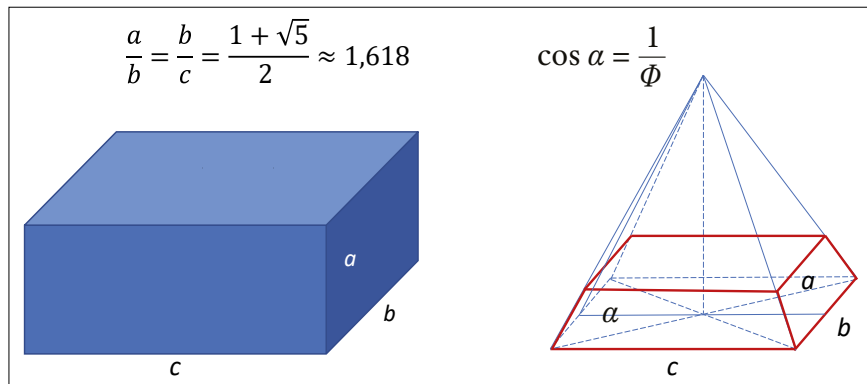
### A gyakorlati tapasztalatok összegzése

Összességében elmondható, hogy a feladatok gyorsan felkeltették a tanulók kíváncsiságát, és a munka során konstruktív hozzáállás volt tapasztalható. A témával kapcsolatos tapasztalataink és az elvégzett foglalkozások alapján vélelmezhető, hogy egy átlagos osztályban is kipróbálható a téma adaptációja előre elkészített Excel-sablonokkal, mivel a szépség mérhetősége könnyen megmozgatja a tanulókat, és a válaszok keresése újabb kérdéseket hoz magával. Ilyen módon a feladatok alkalmasak arra, hogy felkeltsék az érdeklődést a természettudományok iránt a tanulóknál, sőt a kidolgozásuk a matematika tantárgy keretein belül is érdekes lehetőségeket rejt magában.

A téma feldolgozásánál vetődött fel, hogy a téglalapok mellett lehetne olyan térbeli alakzatokat is készíteni, amelyek tartalmazzák az isteni arányt, azaz „aranytesteket”. Az aranytéglatestet és az aranycsonkagulát 3D nyomtatóval elkészítettük további felmérések céljából (9. ábra).

### Összefoglalás

Az első megközelítés alapján a STEAM-pedagógia kreatív, innovatív és pragmatikus módszertant nyújt, amely hatékony választ kínál a gyorsan változó világ és a tudásgazdaság kihívásaira. Ez a pedagógiai megközelítés átalakítja a tervezési, fejlesztési és értékelési kultúrát, kiemelve a transzdiszciplinaritás jelentőségét. A STEAM fókuszában a korábbi tantárgyakra fragmentált gyakorlat helyett a komplex, strukturált, kollaboratív tanulásközpontú tervezés áll. A STEAM-pedagógia a kompetenciaalapú fejlesztést hangsúlyozza, különös figyelmet fordítva a cselekvéses tanulásra. Gyakorlati példái közé tartoznak a probléma-



9. ábra. Az alakzatokra érvényes összefüggések



10. ábra. 3D nyomtatóval készült testek, közöttük megbújva aranytéglatestek és aranycsonkagulák

megoldó, a projektalapú és a felfedezettő tanulási módszerek, amelyek erősítik a tanulói és tanári kreativitást.

A második megközelítés szerint a STEAM-pedagógia egy olyan szemléletet képvisel, amely áthatja a tanulási-tanítási folyamatot, és jelentős hatást gyakorol a belső motivációra, valamint a tanulói, valamint a tanári attitűdökre egyaránt. Ennek a szemléletnek köszönhetően a STEAM-pedagógia valóban integrálódik az oktatási rendszerbe, elkerülve a fragmentált innovációt, és válik a szervezeti kultúra szerves részévé. A tanulmányban vizsgált komplexitás és transzverzalitás így a pedagógiai gyakorlatban is sikeresen megvalósul. A STEAM támogatja az innovációt és elősegíti a gondolkodás fejlődését. Az így kialakult képességek biztosítják, hogy a diákok az életükhöz kapcsolódó kihívásokkal is hatékonyan szembeszálljanak. A STEAM-tanulás során szerzett gyakorlat jelentős mértékben hozzájárulnak a világ megértéséhez és a problémák sikeres megoldásához.

#### Köszönetnyilvánítás

Köszönetet mondunk *dr. Beszeda Imrének* javaslataiért, ötleteiért, *Mészáros Péternek* az aranytestekkel kapcsolatos beszélgetésekért, *Beszeda Gábornak* az aranytestek nyomtatásának megtervezéséért, megvalósításáért, *Balla Csabának* a téma tantermi megvalósításáért, az Országos Fizikatanári Ankét hallgatóságának a feltett sok-sok kérdéséért.

#### Irodalom

1. Sarah Hillyard: Experiences, A Pocket Guide to STEAM (Pearson) <https://www.pearson.com/content/dam/one-dot-com/one-dot-com/english/SupportingDocs/1233547%20-%20Experiences%20STEAM%20-%20Pocket%20Guide%20To%20STEAM.pdf>
2. Kepler's Harmonices [sic!] Mundi. [https://youtu.be/rWjcP0qN-L9U?si=bsLcJBippvBILC\\_w](https://youtu.be/rWjcP0qN-L9U?si=bsLcJBippvBILC_w). Kepler Johannes: Harmonice Mundi. English translation from Latin by E. J. Aiton, A. M. Duncan, J. V. Field, *American Philosophical Society*, (1997) 209.
3. Dr. Nagy Anett: Hangszerek a semmiből, *Nukleon*, III. (2010) 56. [https://nuklearis.hu/sites/default/files/nukleon/Nukleon\\_3\\_1\\_56\\_Nagy.pdf](https://nuklearis.hu/sites/default/files/nukleon/Nukleon_3_1_56_Nagy.pdf); Nagy Anett, Papp katalin, Hangszerek a semmiből. *Fizikai Szemle*, 2009/2, 64.
4. Gyermekek dalok színes kottával. Zenetanulás színekkel. Zeneműkiadó koncert 1234 Kft., Budapest, Cikkszám: 6154060
5. Oláh Éva Mária: A részecskefizika játékos tanítása. CERN HUTP (2023). [https://indico.cern.ch/event/1294242/contributions/5462975/attachments/2698022/4682625/R%C3%A9szecskefizika%20j%C3%A1t%C3%A9kos%20tan%C3%ADt%C3%A1sa\\_HUTP2023\\_O%C3%89M.pdf](https://indico.cern.ch/event/1294242/contributions/5462975/attachments/2698022/4682625/R%C3%A9szecskefizika%20j%C3%A1t%C3%A9kos%20tan%C3%ADt%C3%A1sa_HUTP2023_O%C3%89M.pdf)
6. Oláh Éva Mária: Játsszunk részecskefizikát! A pszichológia gyakorlata, ISSN 2630-8207. Innováció az oktatásban. Polonyi T., Abari K., Szabó F. (szerk.) Oriold és Társai, 2019. ISBN: 978-615-5443-94-7, pp 375–382.
7. Oláh Éva Mária: Részecskefizika-szakkör kockákkal, CERN HUTP (2023). [https://indico.cern.ch/event/1294242/contributions/5444184/attachments/2698023/4682626/R%C3%A9szecskefizika-szakk%C3%B6r\\_HUTP2023.pdf](https://indico.cern.ch/event/1294242/contributions/5444184/attachments/2698023/4682626/R%C3%A9szecskefizika-szakk%C3%B6r_HUTP2023.pdf)
8. Stonawski Tamás: Az aranymetszés az európai festészetben. In: Juhász András, Tél Tamás (szerk.) A fizika, matematika és művészet találkozási az oktatásban, kutatásban: Nemzetközi konferencia magyarul tanító tanárok számára. 351 p. Marosvásárhely/Târgu Mureș, Románia, 2012.08.15–2012.08.18. Budapest, ELTE TTK, 2013, pp. 89–96. (ISBN:978-963-284-346-9)