HOLOGRÁFIA A KVANTUMTÉRELMÉLETBEN

Bajnok Zoltán
HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont, Részecske- és Magfizikai Intézet,
Elméleti Fizika Osztály, Holografikus Kvantumtérelmélet „Lendület” Kutatócsoport Budapest
E-mail: bajnok.zoltan@wigner.hu

Hány dimenziós a tér? Miből áll a világ? Mik az alapvető építőkövek és ezek hogyan hatnak kölcsön? Ilyen kérdésekre fogjuk most keresni a választ. A vizsgálatok során eljutunk egy olyan elmélethez, amely egy magasabb dimenziós modell hologramjának tekinthető.

A fenti kérdéseken már az ókori görögök is gondolkoztak. Annak idején árnyékszínházzal szórakoztatták magukat, amelyben egy fal előtt ülve figyelték, ahogy az előadók történeteket játszottak el úgy, hogy ők csak a tárgyak kétdimenziós árnyjátékát látták a falon. Innen jött Platónnak az a gondolata, hogy mi lenne, ha a mi világunk, amit érzékszerveinkkel tapasztalunk, egy bonyolultabb dimenziós világnak, az ideák világának csak a háromdimenziós árnyéka lenne. Hogyan lehetne ezt a kérdést eldönteni?

Honnan tudjuk, hogy hány dimenziós a tér? Ha felnézünk az égre, és követjük a csillagok mozgását, akkor azt láthatjuk, hogy az egész égbolt egyenletesen elfordul a sarkcsillag körül. Ha figyelmesebben megnézzük ezek mozgását, észrevehetjük, hogy egyes objektumok az állócsillag-háttérhez képest is változtatják helyüket. Ezek a bolygók, melyek mozgásának megértése és megjósolása mindig is foglalkoztatta az embereket. De honnan tudhatjuk, hogy az egész égbolt tényleg ott van, és nem csak egy égi planetáriumot nézünk? Ahhoz, hogy ezt a kérdést eldönthessük, a fizikát hívjuk segítségül. A bolygók mozgása tökéletesen leírható és megjósolható, ha feltételezzük, hogy a Föld forog a tengelye körül, kering a Nap körül, és a többi bolygó is a Nap körül kering, méghozzá úgy, hogy a háromdimenziós térben a Newton-egyenletek írják le mozgásukat a gravitációs potenciálon keresztül, mely csak a távolságuktól függ és azzal fordítottan arányos. Ha csak a planetáriumi kép két szögkoordinátáját használnánk, akkor nem tudnánk a bolygók képének mozgását egyértelműen megjósolni, szükségünk van a tőlünk mért távolságukra is, mely a vetítés során elvész.

A három Descartes-koordinátában felírt Newton-egyenlet, mely az x, y, z koordináták gyorsulását fejezik ki az ilyen irányú erőkkel, szimmetrikusan tartalmazza ezen koordinátákat. Ha valaki máshogy irányítaná tengelyeit, azaz elforgatná koordináta-rendszerét, akkor az új x', y', z' koordinátákban felírt Newton-egyenlet pontosan ugyanolyan alakot öltene, mint az eredeti, csak minden változót a vesszős változatára kéne cserélnünk. Azt mondjuk, hogy a Newton-egyenletek kovariánsak a forgatásokra. Ezek a forgatások, melyek a vektorok hosszát megtartják, folytonos csoportot alkotnak, és generálhatóak kettő rögzített (nem párhuzamos) tengely körüli forgatással. A világot leíró Newton-egyenletek kovarianciája a háromdimenziós tér fogatásaira azt jelenti, hogy a világunk háromdimenziós, nincs kitüntetett közepe és iránya, vagyis homogén és izotrop. Ezen a háttéren mozognak a csillagok és a bolygók, melyek gravitációsan hatnak kölcsön, és ezt láthatjuk ha felnézünk az égre.

De milyen törvények írják le a fizikai jelenségeket a Földön? A gravitáció a Földön is jelen van. Sőt, ha egy ágyúból kilőtt ágyúgolyó pályáját próbáljuk megjósolni, akkor ugyanazon Newton-egyenlet és gravitációs potenciál fogja leírni a mozgást, mint a bolygómozgást. Ilyen értelemben Newton elmélete egyesítette a földi és égi fizikát, melyekről korábban azt gondolták, hogy különböző törvényeknek tesznek eleget. A Newton-egyenletek a gyorsulást az erőkkel hozzák kapcsolatba. De milyen erők léteznek? Ez függ attól is, hogy milyen anyagok közötti kölcsönhatást nézünk.

Ezzel eljutottunk másik alapvető kérdésünkhöz, miszerint miből is áll a világ. A görögök persze már ezen is gondolkoztak. Démokritosz szerint minden anyag elemi, tovább nem osztható atomokból épül fel, míg Arisztotelész szerint négy őselem, a föld, tűz, víz, levegő alkot mindent. A mai tudomány abban különbözik a korábbi filozófiai megfontolásokból, hogy a felvetett kérdésekre kísérletileg tud válaszolni. Nem kell mást tennünk, mint hogy veszünk egy nagy nagyítót, és belenézünk egy kiválasztott anyagdarabba. Attól függően, hogy milyen felbontással szeretnénk az anyagot vizsgálni, más és más eszközre van szükségünk. Használhatunk mikroszkópot, elektronmikroszkópot, szinkrotront, de ha tényleg nagyon mélyre szeretnénk nézni, akkor a Nagy Hadronütköztetőt kell bekapcsolnunk. Ráfókuszálva különböző anyagdarabokra azt láthatjuk, hogy miden anyag atomokból épül fel, melyeket a periódusos rendszerbe lehet belefoglalni. Egy-egy rubrika sok hasznos információt tartalmaz a vegyészek számára, melyből kiszámolható, hogyan hatnak ezen atomok egymással kölcsön, és a fizikusok feladata kiszámolni ezeket a jellemzőket. Ezt meg is lehet tenni pusztán abból a tényből kiindulva, hogy az atomok adott töltésű atommagokból és az őket körülvevő ellentétes töltésű elektronfelhőből állnak, melyek elektromosan hatnak kölcsön a gravitációval teljesen analóg,

Bajnok Zoltán fizikus szakon végzett 1992-ben az ELTE-n. 1993-94 között Cambridge-ben volt Széchenyi István-ösztöndíjjal, majd TMB-ösztöndíjjal az ELTE Elméleti Fizikai Tanszékén 1997-es kandidátusi fokozatának megszerzéséig. Ezután OTKA posztdoktorként, majd később tudományos főmunkatársként az MTA-ELTE Elméleti Fizikai Kutatócsoportban dolgozott 2011-ig. Akkor szerezte meg az MTA doktora címet és lett tudományos tanácsadó. 2012-ben egy Lendület-pályázat elnyerésével a Wigner Fizikai Kutatóközpontban alapította meg a Holografikus Kvantumtérelmélet Csoportját, melyet azóta is vezet. Szakterülete a kvantumtérelmélet, azon belül is az integrálható modellek vizsgálata.

a távolságukkal fordítottan arányos potenciál révén, a kvantummechanika törvényei szerint. Ezek az egyenletek is kovariánsak a forgáscsoportra, vagyis megőrzik alakjukat, ha valaki egy elforgatott koordináta-rendszerben írja fel azokat. Az egyenletek ilyen szimmetriájának tükröződniük, (szakszóval) ábrázolódniuk kell a megoldásokon is.

Fokozatosan lépegetve a periódusos rendszer atomjain egyenként töltjük fel az elektronhéjakat. Az, hogy a bórtól a neonig hat elemet találunk, azért van, mert az x, y, z tengelyeknek megfelelően három darab p pályára helyezhetjük el az elektronokat, és minden elektron kétféle spinnel létezhet. Ez egyrészt mutatja ismét, hogy a világ háromdimenziós. Másrészt egy érdekes jelenséget világít meg. Az elektron kétféle spinje annak a következménye, hogy a kvantumos egyenletek komplexek, így a forgáscsoportnak komplex ábrázolásai is megjelenthetnek. A legegyszerűbb ilyen ábrázolás kétdimenziós. Ez a kétdimenziós komplex spinállapotokat *forgatja* úgy, hogy azok komplex hossza ne változzon. Ezen csoportot $SU(2)$-vel jelöljük – a (2) a két spinbeállással áll kapcsolatban. Ha egy komplex N komponensű vektort forgatnánk hossztartóan, akkor a hozzá tartozó csoport az $SU(N)$ lenne. Az $SU(2)$ csoport és a háromdimenziós forgáscsoport a kvantumelmélet szempontjából (majdnem) egyenértékű.

Az elektromos kölcsönhatás mellett az elektronok és az atommagok mágnesesen is kölcsönhatnak. Maxwell világított rá, hogy az elektromos és mágneses kölcsönhatás egyesíthető egy közös elméletté. Mindkét kölcsönhatás úgy írható le, hogy a töltött részecske – mondjuk az elektron – létrehoz egy elektromos, vagy ha mozog, akkor mágneses teret is. Aztán ezen terek terjednek és hatnak kölcsön a többi töltött részecskével. Ezután jött a nagy felismerés, hogy az elektromos és mágneses tér, melyek minden egyes térpontban jelen vannak, önálló életre kelhetnek, és egymást támogatva terjedhetnek. A Maxwell-egyenletek az elektromos és mágneses terek keletkezését és egymásra hatását fogalmazzák meg. Mindennapi életünk már elképzelhetetlen az elektromágneses kölcsönhatás kiaknázása nélkül. Utólagosan megkérdezhetjük, hogy mik a Maxwell-egyenleteket szimmetriái, vagyis mik azon koordinátatranszformációk, melyekre az egyenletek alakja nem változik. Meglepő módon ezek a szokásos forgatásokon kívül még tartalmaznak olyan transzformációkat is, melyek a hely- és időkoordinátákat összekeverik. Ezek az úgynevezett Lorentz-transzformációk azt a koordinátaváltást írják le, amikor áttérünk az eredetihez képest egyenes vonalú, egyenletesen mozgó koordináta-rendszerre. Ezek a (hiperbolikus) forgatások, melyek a hely- és időkoordinátákat összekeverik, és eközben a téridővektorok hosszát nem változtatják meg, garantálják azt is, hogy a fénysebesség minden rendszerben ugyanakkora legyen. Einstein felismerése az volt, hogy nemcsak az elektrodinamika egyenletei, hanem a mechanika egyenletei is a Lorentz-transzformációkra kovariánsak, ami lényegében azt jelenti, hogy ezen szimmetriák a téridő szerkezetéből adódnak. A „Hány dimenziós a tér?” kérdésre tehát a helyes válasz nem az, hogy három, hanem hogy a tér és idő nem különíthető el, és a téridő négydimenziós. Az, hogy mi tér és mi idő, pedig függ attól, hogy ki hogyan nézi, és az egyenértékű megfigyelőket téridőforgatások kapcsolják össze.

Ha elfogadjuk, hogy a téridő négydimenziós, homogén és izotrop, akkor csak olyan elméleteket gyárthatunk, melyek a Lorentz-transzformációkra kovariánsan viselkednek, vagyis az egyenértékű megfigyelők ugyanolyan alakú egyenletekkel írják le a fizikai törvényeket. Ez a relativitáselmélet, és lehetőséget teremt a konzisztens elméletek osztályozására. Amikor egy elméletről beszélünk, a benne lévő részecskéket és azok kölcsönhatásait értjük alatta. Már a részecskék osztályozásánál figyelembe kell vennünk, hogy a téridőforgatásoknak ábrázolódnia kell rajtuk. Ezek alapján beszélhetünk skalár, spinor vagy vektor típusú részecskékről. Ezek kölcsönhatását is megszorítja a kovariancia, habár végtelen sok lehetőséget megengedve. Ezen elméletek között kitüntetett helyet foglalnak el az úgynevezett mértékelméletek, melyek a téridőforgatásokon túl még végtelen nagy extra szimmetriával is rendelkeznek. Ez a végtelen nagy szimmetria egy folytonos csoportból származtatható, mely tipikusan $SU(N)$ csoportok szorzata különböző N-ekre.

Ha egy mértékelméletet szeretnénk konstruálni, akkor először is választanunk kell egy mértékcsoportot. Ez rögtön rögzíti is az elméletben jelen lévő vektor típusú részecskéket és azok kölcsönhatásait. Ezután adhatunk még a modellhez skalár és spinor részecskéket, de a mértékcsoportnak ezeken is ábrázolódnia kell. Az ábrázolás rögzítése már egyértelműen meghatározza a vektor részecskékkel a kölcsönhatásokat. A maradék szabadságunk abban rejlik, hogy a skalár részecskék önkölcsönhatását és a spinorokkal való kölcsönhatások erősségét (csatolását) előírjuk. Végtelen sok ilyen konzisztens mértékelmélet létezik, és nem zárható ki, hogy esetleg más világokban azok meg is valósulnak. A mi világunkban azonban eddig csak az elektromágneses, a gyenge, az erős és a gravitációs kölcsönhatást láttuk. Meglepő módon a gravitáció kivételével ezek mind kvantumos mértékelmélettel írhatóak le.

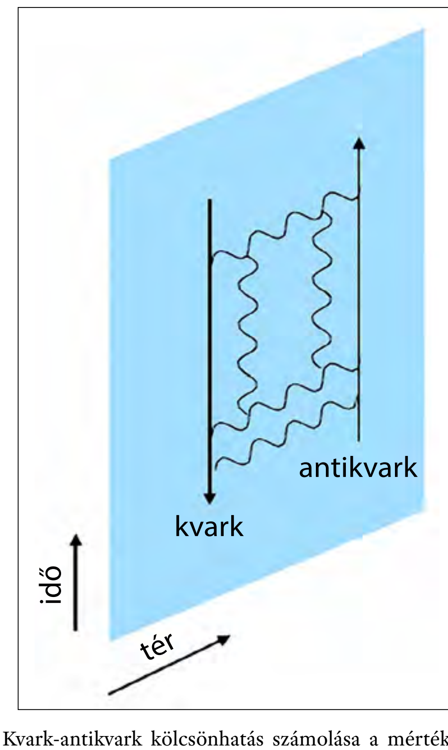
A legegyszerűbb mértékelméletben a mértékcsoport $U(1)$. Ezen csoport elemei az egydimenziós komplex vektorokat egységnyi hosszúságú komplex számokkal szorozzák. A mértékelmélet egyetlen vektorrészecskéje a foton. Ha egyetlen spinort és annak antirészecskéjét teszszük még hozzá, akkor ezek az elektronnak felelnek meg, és az egyértelműen kapott elmélet az elektromágneses kölcsönhatás elmélete: a kvantum-elektrodinamika. Az erős kölcsönhatás elméletéhez az $SU(3)$ csoportot kell választanunk, és hat spinor részecskét (a hat kvarkot) kell hozzáadnunk. Ezen elmélet a kvantumszíndinamika, melynek vektorrészecskéi a nyolc gluon. Az elektromágneses és gyenge kölcsönhatás egyesítéséhez a mértékcsoport az $U(1) \times SU(2)$, és a kvarkok mellé még be kell építenünk a leptonokat: az elektront, müont, taut és neutrínópárjaikat is. A kölcsönhatás vektorrészecskéi a fotonok mellett a Z és W bozonok. Ebben az elméletben egy skalár részecske is van, a Higgs-bozon, amely kölcsönhatásai révén tömeget ad a részecskéknek. A részecskefizika standard modellje, mely mindezen részecskéket és kölcsönhatásokat tartalmazza, az $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$ mértékcsoporthoz tartozik. Jelen tudásunk szerint ezen elmélet minden gyorsítóbeli kísérletet leír. A gravitációs kölcsönhatás kilóg ebből a sorból, máig sincs konzisztens kvantumelmélete.

A kvantumos mértékelméletekben az egyetlen univerzális analitikus számolási módszer a perturbációszámítás. Ebben a megközelítésben a kvantumos effektusokat a kölcsönhatások számában iteratív módon, rendről rendre vesszük figyelembe. Vezető rendben egy kétrészecskés szórásfolyamatban egy vektorbozon cseréje történik, következő rendben kettő, és így tovább, más bonyolultabb folyamatokat is megengedve. A számolás eredménye egy sor, melynek az n-edik tagja a csatolás n-edik hatványával arányos. Kis csatolás esetén, mint például az elektrogyenge elméletben, a sokrészecskecserés folyamatok elhanyagolhatóak, és az első pár rendnél megállva nagyon pontos, a kísérletekkel tetszőlegesen egyező eredményeket kaphatunk. Erősen csatolt elméletek esetén – ilyen például a kvantumszíndinamika kis energiákon – a csatolás nem elhanyagolható, és minden tagot meg kellene tartanunk a sorban. Ez egy lehetetlen feladat. Ebben az elméletben tehát csak numerikusan, például egy diszkretizált rácsvilágban tudunk számolni, és a kísérletekre jóslatokat mondani. Az erősen kölcsönható mértékelméletek analitikus leírása az elméleti részecskefizika legnagyobb kihívása, melynek részbeni megoldására is egy egymillió dolláros díj van kitűzve.

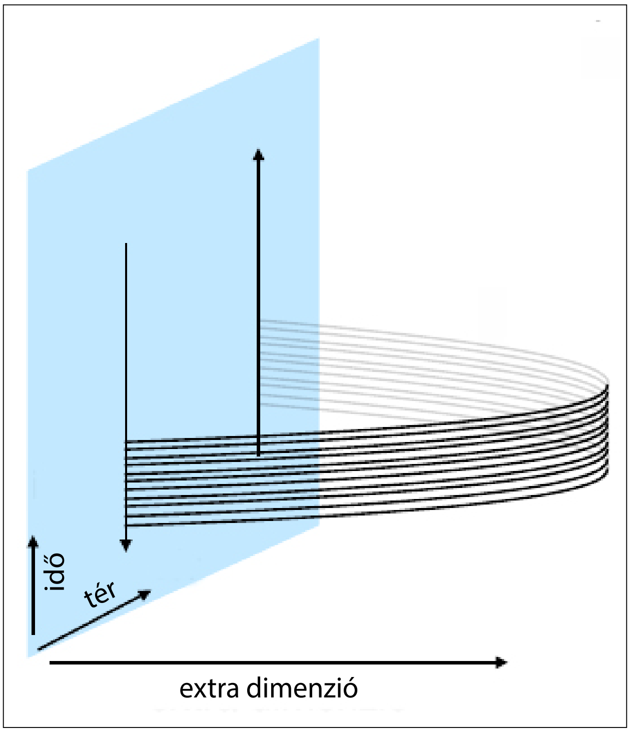
Ahhoz, hogy ebben a nagyon bonyolult kérdésben előreléphessünk, a közösség a legszimmetrikusabb, így a legegyszerűbb, de azért még kölcsönható mértékelméletet kezdte vizsgálni. Ekkor a mértékcsoport $SU(N)$, tehát $N^2 - 1$ vektorrészecskénk van. A nagy szimmetria eléréshez négyszer ennyi spinort és hatszor ennyi skalárrészecskét rakunk az elméletbe úgy, hogy a skalár-spinor és spinor-vektor csere is legyen szimmetria. Ezt a szimmetriát szuperszimmetriának nevezik, és a maximálisan létező legnagyobb szuperszimmetria miatt ennek az elméletnek csak egy csatolási állandója van, melyet tetszőlegesen hangolhatunk. Ha a csatolást kicsinek választjuk, akkor a korábban említett perturbációszámítás működik, és analitikus számolásokkal tetszőleges pontosságot érhetünk el. Ha viszont nagy a csatolás, akkor más megközelítéshez kell folyamodnunk.

A hatalmas szuperszimmetria miatt az elmélet nemcsak a Lorentz-transzformációkkal szemben viselkedik kovariáns módon, hanem ez a szimmetria kiegészül a téridő összes szögtartó leképezésével is. Ezek a transzformációk interpretálhatóak olyan téridő-szimmetriaként, ahol a térelméletet hordozó téridő nem négy-, hanem ötdimenziós, melynek állandó negatív görbülete van. Ez a Bolyai-féle negatív állandó görbületű tér magasabb dimenziós megfelelője, melynek anti-de Sitter-tér a neve. Ez a tér paraméterezhető úgy, hogy a négydimenziós téridő minden pontjához, egy extra félvégtelen egyenest teszünk hozzá. A konstrukció eredménye, hogy az anti-de Sitter-tér határa a négydimenziós téridő. Ezek és még hasonló analógiák alapján sejtette meg Juan Maldacena [1], hogy a maximálisan szuperszimmetrikus mértékelmélet egy magasabb dimenziós elméletnek a hologramja. A magasabb dimenziós elmélet az ötdimenziós anti-de Sitter-térnek és az ötdimenziós gömbnek a szorzatán van értelmezve, melynek a pereme a négydimenziós téridő.

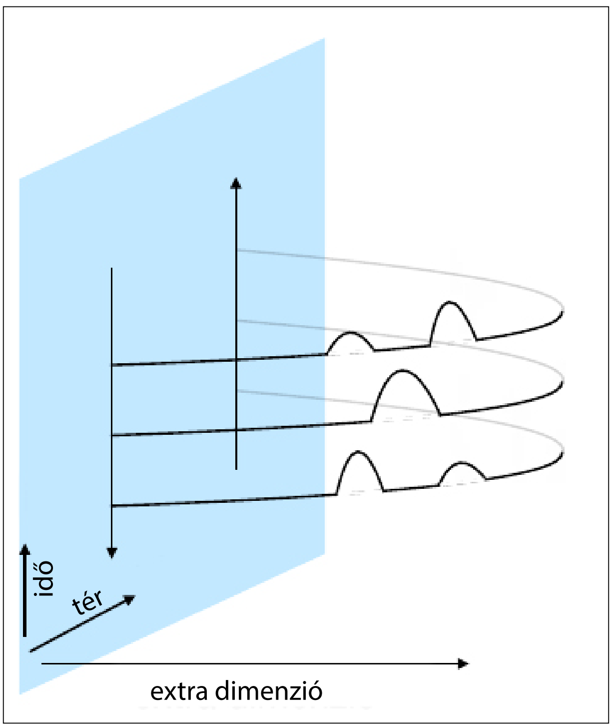
A magasabb dimenziós elmélet a húrelmélet, amely pontszerű részecskék helyett egydimenziós kiterjedt objektumokat tartalmaz, és azok dinamikáját fogalmazza meg. Ezen dinamika szerint a húr úgy mozog, hogy a mozgása során a kisöpört felületet a görbült téren minimalizálja. A négydimenziós tér minden részecskéje a magasabb dimenziós húrok kezdő vagy végpontja. A sejtés szerint két pontszerű részecske – mondjuk egy kvark és antikvark – kölcsönhatását a négydimenziós téridőben úgy is kiszámolhatjuk, hogy a mértékelmélet kölcsönhatásait perturbatíven felösszegezzük *(1. ábra)*; vagy ennek alternatívájaként a két pont között az extra dimenziókban kifeszülő húrnak a kvantumos dinamikáját az anti-de Sitter-háttéren meghatározzuk *(2. ábra)*. Maldacena sejtését azért nehéz ellenőrizni, mert amikor a mértékelmélet gyengén csatolt, tehát perturbatíven számolható, akkor a (gravitációt is tartalmazó) húrelmélet kvantumos, amit senki sem ismer. Másrészt amikor a húrelmélet klasszikus és számolható, akkor a mértékelmélet erősen csatolt.



1. ábra. Kvark-antikvark kölcsönhatás számolása a mértékelméletben részecskék kicserélődéseinek perturbatív felösszegzésével. A négydimenziós téridő a kék kétdimenziós téridőre van egyszerűsítve



2. ábra. Kvark-antikvark kölcsönhatás számolása a húrelméletben. A kvark és antikvark közötti potenciál, az extra dimenzióban kifeszülő húrfelület minimalizálásával és az a körüli fluktuációk felösszegzésével számolható



3. ábra. A húrfelület fluktuációinak összessége lokalizált gerjesztések szórásaként interpretálható. Ez a szórás integrálható abban az értelemben, hogy nem keletkeznek újabb gerjesztések, a bejövők alakjukat megtartják

Ebben a problémában az áttörést annak felismerése jelentette, hogy a húrok felületének elmélete egy kétdimenziós integrálható kvantumtérelmélettel írható le [2]. A húr téridőfelületének fluktuációit részecskék szórásaként interpretálhatjuk. Ez azt jelenti, hogy ha egy időpillanatban rápillantottunk a kvark és antikvark között kifeszülő húrra, akkor annak a minimális hossztól való eltéréseit, vagyis a lokalizált véges energiás gerjesztéseit részecskéknek lehet tekinteni. Ezek a részecskék az időfejlődés során megtartják alakjukat, energiájukat, és csak kvantummechanikai fázistolást szenvednek, melyek a nagy szimmetria miatt egzaktul meghatározhatóak. Ennek segítségével a húrfelület fluktuációira és így a kvark-antikvark potenciálra végtelen sok csatolt integrálegyenletet lehetett származtatni [3, 4]. Ezeket az egyenleteket analitikusan ki lehet fejteni kis és nagy csatolásokra is. Kis csatolásokra visszakapjuk a mértékelméletet, míg nagy csatolásokra a húrelméletet, ezzel alátámasztva a holografikus sejtést. A Holografikus Kvantumtérelmélet „Lendület” Kutatócsoport úttörő eredményeket ért el a kétféle leírás összekapcsolása során [2, 4, 5].

Összefoglalva tehát, a természet kölcsönhatásait mind mértékelmélettel írhatjuk le, de az erősen csatolt tartományuk analitikus leírása még várat magára. Ennek jobb megértésére egy egyszerűsített, a természetben meg nem valósuló modellt kezdtünk vizsgálni, melynek a lehető legnagyobb szimmetriája van. Ez a négydimenziós mértékelmélet egy magasabb dimenziós húrelméletnek volt a hologramja, realizálva Platón ideákra vonatkozó elképzeléseit a kvantumtérelméletben. A modellvilág a húrelmélet integrálhatóságát felhasználva egzaktul megoldható. Az itt kapott eredményeket aztán gyümölcsözően lehet felhasználni egyes valós fizikai folyamatok számolása során.

Irodalom

1. J. Maldacena: The illusion of gravity. *Scientific American,* 2007.04, https://www.scientificamerican.com/article/the-illusion-of-gravity-2007-04/
2. N. Beisert, C. Ahn, L. F. Alday, Z. Bajnok, et al. (2012): Review of AdS/CFT integrability: An overview. *Lett. Math. Phys.*, 99, 3–32.
3. D. Correa, J. Maldacena, A. Sever (2012): The quark anti-quark potential and the cusp anomalous dimension from a TBA equation. *JHEP,* 08, 134.; N. Drukker (2013): Integrable Wilson loops. *JHEP,* 10, 135.; N. Drukker, V. Forini (2011): Generalized quark-antiquark potential at weak and strong coupling. *JHEP,* 06, 131.
4. Z. Bajnok, J. Balog, D. H. Correa, Á. Hegedűs, F. I. Schaposnik Massolo (2014): Reformulating the TBA equations for the quark anti-quark potential and their two loop expansion. *JHEP,* 03, 056.
5. Z. Bajnok, R. A. Janik (2009): Four-loop perturbative Konishi from strings and finite size effects for multiparticle states. *Nucl. Phys., B* 807, 625–650.