

44. MIKOLA SÁNDOR ORSZÁGOS KÖZÉPISKOLAI TEHETSÉGGKUTATÓ FIZIKAVERSENY – BESZÁMOLÓ

Koncz Károly¹, Simon Péter^{2, @}

¹PTE Babits Gyakorló Gimnázium, Pécs

²PTE Fizikai Intézet, Pécsi Leőwey Klára Gimnázium, Pécs

@E-mail: sipet68@gmail.com

Nagy öröm, hogy a versenyre való jelentkezések száma idén elérte a járvány előtti szintet. 2025-ben 161 középiskola 3091 diákja próbálta megoldani a Mikola-verseny első fordulójának feladatlapját. (Tavalyi adatok: 158 iskola, 2796 diák. Tavalyelőtti adatok: 157 középiskola, 2572 diák.) A versenyt idén a Leőweyért Alapítvány és a Mikola Fizikaverseny Alapítvány együtt hirdette meg. Az utóbbi alapítói dr. Honyek Gyula és dr. Kotek László. A bírósági bejegyzés 2024. nyarán megtörtént, ekkor a két alapító átadta alapítói jogait az ELFT-nek. A 2026. évi versenyt már csak a Mikola Alapítvány fogja meghirdetni.

A verseny szakmai megvalósulásának háttérében a kb. húsztagú versenybizottság munkája áll. Az anyagi feltételek legfőbb biztosítói: Belügyminisztérium Köznevelési Helyettes Államtitkárság, Kulturális és Innovációs Minisztérium, Nemzeti Tehetségprogram, Eötvös Loránd Fizikai Társulat, Pécsi Tudományegyetem, Robert Bosch Kft., Z Elektronika Kft., Typotex Könyvkiadó, Pécs-Baranyai Kereskedelmi és Iparkamara, MVM, Paks2, Radioaktív Hulladékokat Kezelő Közhatal Nonprofit Kft., valamint sok-sok magánadományozó. A döntő két helyszíne idén is a Gyöngyösi Berze Nagy János Gimnázium, illetve a Pécsi Leőwey Klára Gimnázium.

Első forduló

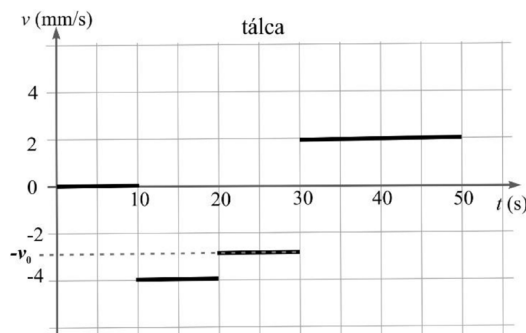
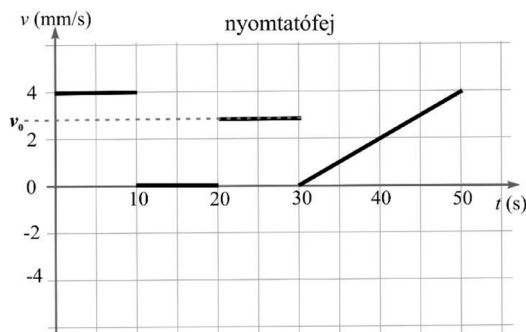
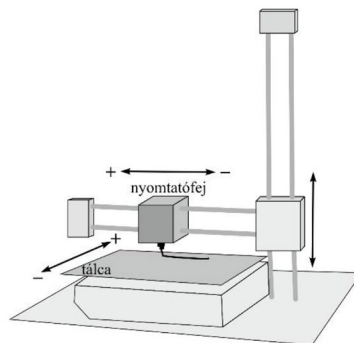
A 2025. február 11-én megrendezett első fordulóban a diákoknak 3 óra alatt kellett megoldaniuk 5 számításhoz feladatot. A négy kategóriában megjelent 20 feladat közül ismertetjük azt a kettőt, melyet a versenybizottság a legizgalmasabbnak tart.

Az I. kategória (gimnázium, 9. évfolyam)

2. feladata *Baranyai Klára* (Veresegyház) javaslata

A 3D-nyomtatók általában felforrósított műanyagot préselnek ki egy nyomtatófejből, ami egy tálcára érve meg-

szilárdul. A nyomtatófej jobbra-balra, a tálca előre-hátra mozoghat. A nyomtatófej tizedmilliméterről tizedmilliméterre emelkedve rétegeket nyomtat egymásra, így építi fel a kinyomtatandó tárgyat.



Koncz Károly 1982-től a pécsi Babits Gyakorló Gimnázium fizika szakos tanára. Szakvizsgázott, mesterpedagógus, vezetőtanár. 2002 óta a Mikola Sándor Tehetséggkutató Fizikaverseny feladatkitűző bizottságának tagja. Feladatokat tűz ki, javítja a második forduló dolgozatait, részt vesz a második forduló feladatsorának összeállításában, a 10. évfolyamos döntő zsűrijének tagja.



Simon Péter 1992-ben végzett az ELTE matematika-fizika tanári szakán. 1997 óta a Pécsi Leőwey Klára Gimnáziumban tanít. 2005-től a PTE TTK Fizikai Intézetében tanárszakos hallgatókat oktat. A Fizika OKTV bizottságának a tagja, vezeti a Mikola Versenybizottságot. Több tankönyv, példatár társszerzője. 2018-ban Rátz Tanár Úr Életműdíjat kapott.

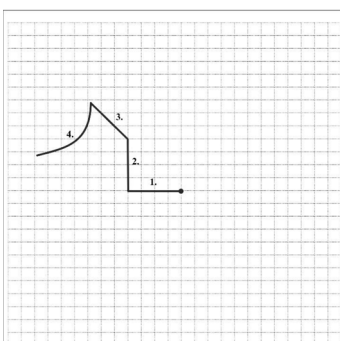
Egy alkalommal a nyomtatófej, illetve a tálca mozgását a mellékelt sebesség-idő grafikonok jellemezték (a fenti ábra mutatja a nyomtatófej és a tálca mozgásának pozitív, illetve negatív irányát).

Az első 30 másodpercben három egyforma hosszú szakaszból álló nyomot hagyott a nyomtatófej a tálcán. A nyomtatófej a tálca közepéről indult.

- Rajzold le az első 30 másodperc alatt a tálcára kinyomatott mintát!
- Mekkora a (grafikonról nem leolvasható) sebesség?
- Milyen alakú nyomot hagyott a nyomtatófej a tálcán a 30. és 50. másodperc között?
- Milyen messze volt a tálca közepétől a nyomtatófej az 50. másodperc végén?
- Rajzold le vázlatosan az utolsó 20 másodpercben a tálcára kinyomatott mintát is!

Megoldás:

A nyomtatófej és a tálca egymásra merőleges irányok mentén mozognak, legyen a nyomtatófejé az x , a tálcaé az y irány. Minthogy a nyomvonalat a nyomtatófejnek a tálcahoz képest történő mozgása határozza meg, ezt vizsgáljuk.



- A grafikonról leolvashatjuk, hogy az első 10 másodpercben csak x irányú mozgás van, a tálca áll. A nyomtatófej elmozdulása $4 \text{ mm/s} \cdot 10 \text{ s} = 40 \text{ mm}$, balra. Az ábrán ezt az 1. szakasz jelzi.

A második 10 másodpercben csak y irányú mozgás van, a tálca elmozdulása itt is $4 \text{ mm/s} \cdot 10 \text{ s} = 40 \text{ mm}$ előre, tehát hozzá képest a nyomtatófej 40 mm -t mozogul hátra. Az ábrán ezt a 2. szakasz jelzi.

A harmadik, szintén 40 mm hosszú szakaszon a nyomtatófej balra, a tálca előre mozog azonos sebességgel, tehát a tálcahoz képest a nyomtatófej balra és közben hátrafelé mozog $v_x = -v_y = v_0$ sebességgel.

Mivel mindkét mozgás azonos nagyságú, egyenletes, a nyomvonal 45° -os egyenes lesz. Ez a 3. szakasz.

- A nyomvonal megadott hosszát az x és az y irányú elmozdulás-összetevőkből Pithagorasz-tétellel fejezhetjük ki, és ebből a keresett sebességet meghatározhatjuk:

$$40 \text{ mm} = \sqrt{2(v_0 \cdot 10 \text{ s})^2}, \quad v_0 = \sqrt{8} \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 2,83 \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

- A 30. és 50. másodperc között a tálca y irányban állandó sebességgel mozgott hátrafelé, míg a nyomtatófej kezdősebesség nélkül, egyenletesen gyorsult balra. Tehát a nyomtatófej a tálcahoz viszonyítva állandó sebességgel mozgott előre, miközben nyugalomból egyenletesen gyorsult balra. Ez a mozgás hasonlít a

vízszintes hajításhoz, így a nyomvonal egy parabolaív. Ez a 4. szakasz.

- Eközben az x irányú elmozdulás:

$$\Delta x_4 = v_{\text{átlag}} \cdot t = 2 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \cdot 20 \text{ s} = 40 \text{ mm},$$

az y irányú elmozdulás:

$$\Delta y_4 = 2 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \cdot 20 \text{ s} = 40 \text{ mm}.$$

A kezdőponttól való elmozdulást megkaphatjuk, ha külön-külön összegezzük a nyomtatófej tálcahoz képest történt x és y irányú elmozdulásait, majd a Pithagorasz-tétellel kiszámítjuk az eredő elmozdulást.

$$\Delta x = 40 \text{ mm} + 0 + 28,3 \text{ mm} + 40 \text{ mm} = 108,3 \text{ mm},$$

$$\Delta y = 0 + 40 \text{ mm} + 28,3 \text{ mm} - 40 \text{ mm} = 28,3 \text{ mm}.$$

A keresett távolság:

$$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = 111,93 \approx 112 \text{ mm}.$$

- Ez a fázis egy lefelé induló fél-parabolaív rajza, $40\text{--}40 \text{ mm}$ -es x - y elmozdulással. Ez a 4. szakasz.

A II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam)

3. feladata Kis Tamás (Heves) javaslata

Egy 80 méter hosszúságú személyvonat 108 km/h -val közeledett a debreceni vasútállomáshoz. A vasúti jelzésnek megfelelően a mozdonyvezető fékezni kezdett, és a szerelvény $2,25 \text{ km}$ -en egyenletesen lassulva megállt a peron mellett. A fékezés megkezdésétől számítva 25 másodperccel a személyvonat utolért egy vele párhuzamos vágányon, szintén Debrecen felé haladó, 200 méter hosszúságú tehervonatot. Ez utóbbi 54 km/h állandó sebességgel robogott át az állomáson.

- Mekkora volt a személyvonat sebessége, amikor utolérte a tehervonatot?
- Melyik vonat ért be először az állomásra?
- Mennyi ideig haladt egymás mellett (takarásban) a két szerelvény?

Megoldás:

Adatok: a személyvonat kezdősebessége: $v_0 = 30 \text{ m/s}$; hossza: $h_1 = 80 \text{ m}$; a tehervonat sebessége: $v_t = 15 \text{ m/s}$; hossza: $h_2 = 200 \text{ m}$; a személyvonat fékútja: $s_0 = 2250 \text{ m}$; a tehervonat utoléréséig eltelt idő: $t_1 = 25 \text{ s}$.

- A személyvonat megállásáig eltelt idő: $t_0 = 2s_0/v_0 = 150 \text{ s}$. A személyvonat gyorsulása: $a = (0 - v_0)/t_0 = -0,2 \text{ m/s}^2$. A személyvonat sebessége a tehervonat utolérésekor: $v_1 = v_0 + at_1 = 25 \text{ m/s}$.
- A személyvonat attól a pillanattól számítva, hogy utoléri a tehervonatot, $t_{sz} = t_0 - t_1 = 125 \text{ s}$ múlva ér be az állomásra. Az utolérés pillanatában tehát a személyvonat távolsága az állomástól:

$$s_1 = s_0 - \frac{v_0 + v_1}{2} t_1 = 1562,5 \text{ m}.$$

Ugyanebben a pillanatban a tehervonat távolsága az állomástól $s_t = 1362,5$ m. A tehervonat eleje pedig $t_t = s_t/v_t = 90,8$ s múlva ér az állomás azon pontjára, ahol a személyvonat eleje majd megáll. *Tehát a tehervonat ér előbb az állomásra.*

- c) A személyvonat a t_1 pillanattól kezdve előzni kezdi a teherszerelvényt (ekkor kerülnek takarásba). Az előzés addig tart, amíg a személyvonat sebessége a tehervonat sebességére csökken. Az utolérésétől a sebességegyenlőségig eltelt idő

$$t_2 = \frac{v_t - v_1}{a} = 50 \text{ s.}$$

Eközben a személyvonat elejének elmozdulása a tehervonat végéhez képest

$$x = \frac{v_1 - v_t}{2} t_2 = 250 \text{ m.}$$

Mivel $x < (h_1 + h_2)$, a két szerelvény a sebességegyenlőségig (sőt még utána is) folyamatosan egymás mellett, „takarásban” mozog. A sebességegyenlőség pillanatában a szerelvények egymás mellett lévő részének hossza: $h_1 + h_2 - x = 30$ m.

A személyvonat tovább lassul a megállásig, és közben a tehervonat kezd előzésbe. A két szerelvény addig marad takarásban, amíg a tehervonat vége el nem halad a személyvonat eleje mellett. Ehhez a tehervonatnak x -szel hosszabb utat kell megtennie a személyvonathoz képest:

$$x = v_t t_3 - \left(v_t t_3 + \frac{1}{2} a t_3^2 \right),$$

amiből

$$t_3 = \sqrt{-\frac{2x}{a}} = 50 \text{ s.}$$

Tehát a két szerelvény $t_2 + t_3 = 100$ s-ig lesz takarásban.

Megjegyzés: A sebességegyenlőségtől a személyvonat megállásáig eltelt idő $t_4 = (0 - v_t)/a = 75 \text{ s} > t_3$, ami azt jelenti, hogy a személyvonat még mozgásban volt, amikor a tehervonat elhaladt mellette.

Második forduló

Az első fordulóban legalább 50%-os teljesítményt elérő diákok jutottak a második fordulóba. Idén ez 105 iskola 538 diákjának sikerült. Az újabb megméréstetésre március 11-én került sor. A második fordulóban megjelent 16 feladat közül a bizottság döntése alapján a következő kettőt ismertetjük.

A II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam)

3. feladata *Simon Péter* (Pécs) javaslata:

A Szaturnusz Titán nevű holdjának sugara 2575 km, tömege $1,35 \cdot 10^{23}$ kg, forgási periódusideje 382 óra (15 földi nap és 22 óra), a felszíni hőmérséklet -180 °C. A Titán

az egyetlen hold a Naprendszerben, amelynek jelentős légköre van. A légkör tömegének kerekítve 97%-a nitrogén, 3%-a metán (továbbá igen kis mennyiségben egyéb gázokat is tartalmaz). A hold felszínén a légköri nyomás 147 kPa.

- Mekkora a nehézségi gyorsulás értéke a hold északi sarkának közelében?
- Mennyivel kisebb vagy nagyobb a nehézségi gyorsulás értéke a hold egyenlítője mentén?
- Becsüljük meg a Titán légkörének a tömegét!
- Becsüljük meg a Titán légkörének a sűrűségét a felszíne közelében!

Segítség: Egy gázkeverék p nyomása megegyezik az egyes komponensek külön-külön kialakított p_1 , illetve p_2 nyomásának összegével. Tehát a gázkeverék nyomása $p = p_1 + p_2$. Az R sugarú gömb felszíne $4R^2\pi$.

Megoldás:

- A hold északi sarkának közelében egyedül a gravitációs erő okozza a nehézségi gyorsulást:

$$F_{\text{gr}} = m \cdot g, \quad \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} = m \cdot g,$$

$$g_s = \gamma \cdot \frac{M}{R^2} = 1,358 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1,36 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

- A nehézségi gyorsulás értékét az egyenlítő közelében a gravitációs erő és a forgásból eredő tehetetlenségi erő együtt alakítja ki:

$$F_{\text{gr}} - m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot g,$$

$$\gamma \frac{M \cdot m}{R^2} - m \cdot \omega^2 \cdot R = m \cdot g,$$

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} - m \cdot \omega^2 \cdot R = 1,358 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 0,000054 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,35795 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1,36 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Megállapítható, hogy a két helyen mérhető nehézségi gyorsulás relatív eltérése kisebb, mint $4/100\,000$ (0,004%).

- A Titán felszínén lévő nyomást a légkör tömegére ható nehézségi erő okozza:

$$p = \frac{F_{\text{ny}}}{A} = \frac{m \cdot g}{4R^2\pi}.$$

A légkör tömege:

$$m = \frac{F_{\text{ny}}}{g} = \frac{p \cdot 4R^2\pi}{g} = \frac{147\,000 \text{ Pa} \cdot 4(2,575 \cdot 10^6 \text{ m})^2\pi}{1,36 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 9 \cdot 10^{18} \text{ kg.}$$

- A Titán felszínén a légkör nyomása a metán és a nitrogén parciális nyomásainak az összege. A nyomás fogalma alapján:

$$p_{\text{metán}} = \frac{0,03mg}{4R^2\pi} = 4410 \text{ Pa},$$

$$p_{\text{nitrogén}} = \frac{0,97mg}{4R^2\pi} = 142590 \text{ Pa}.$$

A nyomások aránya megegyezik a nitrogén és a metán tömegének arányával.

Az ideális gázok állapotegyenletét kifejezhetjük a sűrűséggel is:

$$pV = nRT = \frac{m}{M}RT \rightarrow \frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M} \rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}.$$

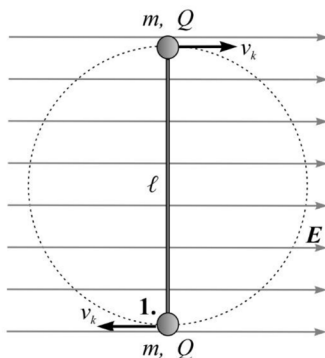
A parciális nyomások mintájára kiszámíthatjuk a metán és a nitrogén részleges sűrűségét is, ezek összege adja a légkör felszíni sűrűségét:

$$\rho = \rho_{\text{metán}} + \rho_{\text{nitrogén}} = \frac{p_{\text{metán}}M_{\text{metán}}}{RT} + \frac{p_{\text{nitrogén}}M_{\text{nitrogén}}}{RT} = 5,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

A II. kategória (gimnázium, 10. évfolyam)

4. feladata *Koncz Károly* (Kozármisleny) javaslata

Két pontszerű testet szigetelő, elhanyagolható tömegű, merev pálcát köt össze. A testek tömege $m = 20 \text{ g}$, töltésük $Q = +10^{-6} \text{ C}$, a pálcák hossza $\ell = 20 \text{ cm}$. A rendszer vízszintes, súrlódásmentes, szigetelő felületen található, és a testek $v_k = \pi/10 \text{ m/s}$ kerületi sebességgel egyenletes körmozgást végeznek a rendszer tömegközéppontja körül. A teret $t = 0$ -kor pillanatszerűen homogén, vízszintes térerősségű elektromos mező tölti ki, amelynek térerőssége, $E = 10^4 \text{ N/C}$ nagyságú, és ebben a pillanatban a pálcára merőleges. Ezt a pillanatot mutatja az ábra. A továbbiakban a mező változatlan marad.



- Mekkora az 1-es jelű test (az ábrán alul lévő) elmozdulása a pálcák 270°-os elfordulása során, és mekkora az elfordulás utolsó pillanatában a sebessége?
- Az előző időintervallumban mekkora munkát végez az elektromos mező a rendszeren?
- Mekkora az előző folyamatban az 1-es jelű testen a pálcában ébredő erő munkavégzése?

Megoldás:

- A tér bekapcsolása után a rendszerre vízszintes irányban $2QE = 0,02 \text{ N}$ erő fog hatni, és ezért a rendszer tömegközéppontja a tér irányába fog gyorsulni, $a = 2QE/(2m) = 0,5 \text{ m/s}^2$ gyorsulással. A pálcák állandó szögsebessége $\omega = v_k/r = \pi(1/s)$, ami azt jelenti,

hogy 1 s alatt $\pi = 180^\circ$ -os szöggel fordul el. Tehát a 270° -os ($1,5 \pi$ radián) elfordulás 1,5 s alatt következik be. Ennyi idő alatt a tömegközéppont $x = (a/2)t^2 = 0,5625 \text{ m}$ -rel kerül előre, és ehhez a 270° miatt $r = 0,1 \text{ m}$ jön még hozzá. A kérdéses elmozdulás nagyságát Pitagorasz-tétellel határozhatjuk meg:

$$\Delta r = \sqrt{0,1^2 + 0,5625^2} = 0,57 \text{ m}.$$

Ekkor a tömegközéppont sebessége $v = at = 0,75 \text{ (m/s)}$, és erre merőleges a kerületi sebesség. Az eredő sebesség:

$$v_1 = \sqrt{v^2 + v_k^2} = 0,81 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- A rendszer forgási energiája nem változott, a haladási mozgási energiája nulláról $(1/2) \cdot 2m v^2 = 11,25 \text{ mJ}$ értékre nőtt. Ekkora az elektromos mező munkavégzése. (A munkatétel szerint a mozgási energia megváltozása egyenlő az eredő erő munkájával. Az eredő erő $2QE$, mert a súlytalan pálcák két végén ható belső erők kioltja egymást, azokat nem kell figyelembe venni.)
- Alkalmazzuk a munkatételt az (1)-es jelű testre olyan formában, hogy összeadjuk az (1)-es testre ható erők munkáit:

$$W(QE) + W(F_{\text{pálcák}}) = \Delta E_{\text{mozg}}.$$

A mozgási energia megváltozása:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{mozg}} &= \frac{1}{2}m(v_1^2 - v_k^2) = \frac{1}{2}m(v^2 + v_k^2 - v_k^2) \\ &= \frac{1}{2}mv^2 = 5,625 \text{ mJ}. \end{aligned}$$

Megnyugtató módon észrevehetjük, hogy ez a mozgásienergia-változás éppen a fele az egész rendszerének. Nézzük az elektromos erő munkáját az erő és az erő irányába eső elmozdulás szorzataként:

$$W(QE) = QE \left(x + \frac{\ell}{2} \right) = 6,625 \text{ mJ},$$

ami meglehetősen nyugtalanító módon nagyobb, mint a mozgási energia megváltozása. Észrevehetjük, hogy ez azért van így, mert a pálcában ébredő és az (1)-es testre ható erő munkája negatív: $W(F_{\text{pálcák}}) = -1 \text{ mJ}$.

Megjegyezzük, hogy a (2)-es testre is hat pálcában ébredő erő (a pálcák súlytalansága miatt a pálcák két végén F és $-F$ erők hatnak, melyek pálcáirányú hatásvonaluk közös, vagyis a pálcák helyett akár fonalat is használhatnánk). A (2)-es testre az elektromos erő munkája $QE(x - (\ell/2)) = 5,625 \text{ mJ}$, tehát a (2)-es testre a pálcában ébredő erő munkája pozitív: $W(F_{\text{pálcák}}) = +1 \text{ mJ}$.

Harmadik forduló

A döntőbe jutáshoz az elérhető 40-ből 24 pontra volt szükség az I. kategóriában, 25-re a II.-ban, 23-ra a

III.-ban, 15-re a IV.-ben. A gimnazisták közül 44-45 diák jutott a döntőbe, a technikumban tanulók közül csak 4-4 fő.

A kilencedikesek hagyományosan Gyöngyösön, a tizedikesek Pécsen vetélkedtek a fináléban május 4-étől 6-áig.

Gyöngyösön az I. és a III. kategória döntője volt. A gyöngyösi elméleti feladatlapot szerkesztette, valamint a zsűri elnöke *Szász Krisztián* volt. A zsűri további tagjai: Baranyai Klára, *Pántyáné Kuzder Mária*, *Tófalusi Péter*. A szervezési feladatokat harmadik éve *Horváthné Zörög Anikó* és *Csordás Ágnes* végzi.

Pécsen a II. és IV. kategória döntője volt. A feladatlapot a zsűri elnöke, *Pálfalvi László* szerkesztette. A zsűri további tagjai: Honyek Gyula, Koncz Károly, Kotek László, *Szkladányi András*. A harmadik fordulóban megjelent 16 feladat közül a bizottság döntése alapján a következő kettőt ismertetjük.

Az I. kategória (gimnázium, 9. évfolyam)

3. feladata *Szkladányi András* (Baja) javaslata

Vízszintes, súrlódásmentes talajon egy 1 m hosszú, nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű fonálhoz erősített 0,1 kg tömegű, apró test egyenletes körmozgást végez. A kezdetben vízszintes helyzetű fonálnak a kör középpontjában lévő végét nagyon lassan emelni kezdjük függőlegesen felfelé. Közben a test sebessége a körpálya sugarával fordított arányban változik. Amikor a fonál felső vége 60 cm magasra van, a test elválik a talajtól.

- Mekkora a test kezdeti sebessége?
- Mennyi munkát végzünk, mire a fonál felső vége 1 m magasra kerül?
- Mekkora erőt kell kifejtenünk ebben a helyzetben?

Megoldás:

- A fordulatszám addig növekszik, amíg a test el nem válik a talajtól. Az elválás pillanatában a talaj által kifejtett kényszererő nullára csökken. A test ettől kezdve a nehézségi és a fonálerő hatására állandó nyílásszögű kúpingaként emelkedik tovább. Jelölje v a test sebességét, R a kúpinga sugarát, H pedig a fonál felső végének magasságát a test elválásának pillanatában. Az egyenletes körmozgás dinamikai feltétele alapján

$$F_e = m \frac{v^2}{R}.$$

Az eredő erő a körpálya középpontja felé mutat, és a nagysága hasonlóság alapján

$$\frac{F_e}{mg} = \frac{R}{H} \rightarrow F_e = \frac{mgR}{H}.$$

Behelyettesítve

$$\frac{g}{H} = \left(\frac{v}{R} \right)^2.$$

A sebességre vonatkozó feltétel (perdületmegmaradás) szerint

$$R \cdot v = L \cdot v_0 \rightarrow v = \frac{L}{R} v_0.$$

A körpálya sugara

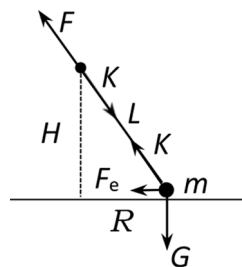
$$R = \sqrt{L^2 - H^2}.$$

Behelyettesítések után

$$H = \frac{gR^4}{L^2 v_0^2} = g \left(\frac{L^2 - H^2}{Lv_0} \right)^2.$$

A test kezdeti sebessége

$$v_0 = \frac{L^2 - H^2}{L} \sqrt{\frac{g}{H}} \approx 2,61 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



- A test sebessége ebben a helyzetben:

$$v = \frac{L}{R} v_0 = \frac{L}{\sqrt{L^2 - H^2}} v_0 \approx 3,27 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A végzett munka a helyzeti és a mozgási energia változásából határozható meg:

$$W = mg(h - H) + \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2) \approx 0,6 \text{ J}.$$

- A pálya sugara:

$$R = \sqrt{L^2 - H^2} = 0,8 \text{ m}.$$

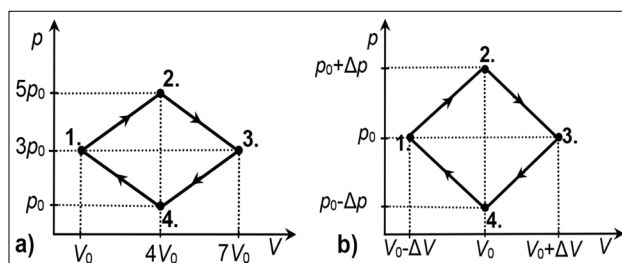
A kifejtendő erő egyenlő a fonalat feszítő erővel:

$$F = K = \sqrt{G^2 + F_e^2} = \sqrt{(mg)^2 + \left(m \frac{v^2}{R} \right)^2} \\ = \sqrt{(mg)^2 + \left(m \frac{v^2}{R} \right)^2} \approx 1,67 \text{ N}.$$

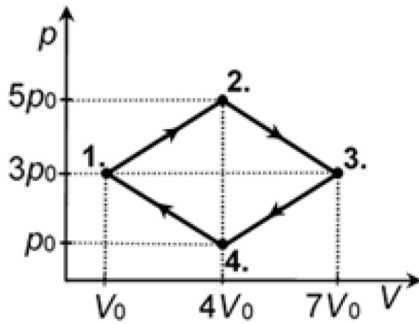
A II. kategória 2. feladata *Kotek László* (Pécs) javaslata

Egy egyatomos ideális gáz az ábrán látható körfolyamatot végzi. A körfolyamat egy ciklusa alatt nyert hasznos munka W^* . A gáz az 1. $\rightarrow$ 2. részfolyamatban Q_{12} hőt vesz fel, a 3. $\rightarrow$ 4. részfolyamatban $|Q_{34}|$ hőt ad le.

- Adjuk meg a $W^*/(Q_{12} - |Q_{34}|)$ arányt (*a. ábra*)!
- Mutassuk meg, hogy ez az arány minden ilyen rombusz alakú körfolyamat esetén ugyanennyi (*b. ábra*)!



Megoldás:



- a) Az ábra alapján határozzuk meg az egyes mennyiségeket!

$$W^* = \frac{1}{2} \cdot 4 p_0 \cdot 6 V_0 = 12 p_0 V_0.$$

A termodinamika első főtétele alapján,

$$Q_{12} = E_2 - E_1 + W_{12}^*,$$

$$|Q_{34}| = \frac{3}{2} (21 p_0 V_0 - 4 p_0 V_0) + \frac{p_0 + 3 p_0}{2} (7 V_0 - 4 V_0),$$

$$Q_{12} = (75/2) p_0 V_0.$$

A 3. → 4. folyamatban a gáz belső energiája csökken, és munkát is végzünk a gázon. A leadott hő, azaz $|Q_{34}|$, a két mennyiség abszolút értékének összege lesz.

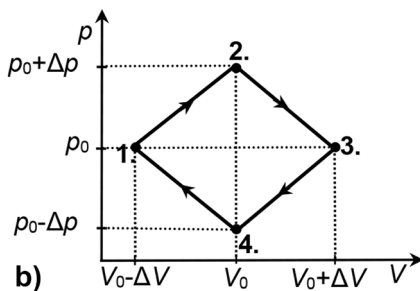
$$|Q_{34}| = Q_{43} = E_3 - E_4 + W_{43}^*,$$

$$|Q_{34}| = \frac{3}{2} (21 p_0 V_0 - 4 p_0 V_0) + \frac{p_0 + 3 p_0}{2} (7 V_0 - 4 V_0),$$

A keresett arány:

$$x = \frac{W^*}{Q_{12} - |Q_{34}|} = \frac{12 p_0 V_0}{\frac{75}{2} p_0 V_0 - \frac{63}{2} p_0 V_0} = 2.$$

- b)



Foglalkozzunk a feladattal általánosan! Legyenek a gáz állapotjelzői a rombusz középpontjához tartozó állapotban p_0 és V_0 ! Az ábra alapján a körfolyamat közben a gáz legkisebb és legnagyobb nyomása:

$$p_{\min} = p_0 - \Delta p, \quad p_{\max} = p_0 + \Delta p.$$

A legkisebb és legnagyobb térfogat pedig:

$$V_{\min} = V_0 - \Delta V, \quad V_{\max} = V_0 + \Delta V.$$

Határozzuk meg az 1. → 2. részfolyamatban a belső energia megváltozását!

$$E_2 - E_1 = (3/2) [(p_0 + \Delta p) V_0 - p_0 (V_0 - \Delta V)],$$

$$E_2 - E_1 = (3/2) (\Delta p V_0 + p_0 \Delta V).$$

A gáz által végzett munka egyenlő az 1. → 2. grafikon alatti területtel, a trapéz területével, ami legyen W_{12}^* !

A termodinamika első főtétele alapján az ebben a folyamatban felvett hő:

$$Q_{12} = E_2 - E_1 + W_{12}^*,$$

$$Q_{12} = (3/2) (\Delta p V_0 + p_0 \Delta V) + W_{12}^*.$$

A 3. → 4. részfolyamatban leadott hő, $|Q_{34}|$ egyenlő a 4. → 3. folyamatban felvett hővel, $|Q_{34}| = Q_{43}$. Határozzuk meg az előzőhöz hasonlóan Q_{43} értékét!

$$E_3 - E_4 = (3/2) [p_0 (V_0 + \Delta V) - (p_0 - \Delta p) V_0],$$

$$E_3 - E_4 = (3/2) (\Delta p V_0 + p_0 \Delta V).$$

Beláttuk, hogy

$$E_2 - E_1 = E_3 - E_4.$$

A 3. → 4. részfolyamatban leadott hő

$$|Q_{34}| = Q_{43} = E_2 - E_1 + W_{43}^*.$$

A keresett arány

$$x = \frac{W^*}{Q_{12} - Q_{43}} = \frac{W^*}{E_2 - E_1 + W_{12}^* - (E_2 - E_1 + W_{43}^*)},$$

$$x = \frac{W^*}{W_{12}^* - W_{43}^*}.$$

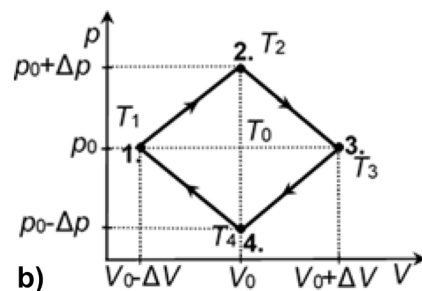
A $p - V$ diagram alapján könnyű belátni, hogy

$$W_{12}^* - W_{43}^* = (1/2) W^*.$$

Ezzel bebizonyítottuk, hogy

$$x = \frac{W^*}{(1/2) W^*} = 2.$$

Második megoldás:



Legyen a rombusz középpontjához tartozó állapotban a gáz hőmérséklete T_0 ! A GayLussac-törvényekből ismert, illetve könnyű belátni, hogy

$$T_0 = \frac{T_1 + T_3}{2}, \quad T_0 = \frac{T_2 + T_4}{2}.$$

Ebből:

$$T_2 - T_1 = T_3 - T_4, \quad E_2 - E_1 = E_3 - E_4.$$

A keresett arány:

$$x = \frac{W^*}{Q_{12} - Q_{43}} = \frac{W^*}{E_2 - E_1 + W_{12}^* - (E_2 - E_1 + W_{43}^*)},$$

$$x = \frac{W^*}{W_{12}^* - W_{43}^*}.$$

A $p - V$ diagram alapján könnyű belátni, hogy

$$W_{12}^* - W_{43}^* = (1/2)W^*.$$

Ezzel bebizonyítottuk, hogy

$$x = \frac{W^*}{(1/2)W^*} = 2.$$

Kis Tamás volt felelős Gyöngyösön a mérési feladat kidolgozásáért és megvalósításáért. Cinkelt kockát hozhatunk létre, ha megváltoztatjuk az egyenletes tömegeloszlást. A versenyző diákok asztalán lévő dobókocka egyik lapjához belülről vasnehezéket rögzítettek. Mágnes segítségével kellett megkeresni ezt a lapot! A Bunsen-állvány diójába befogott szögre cérnával alumíniumcsövet függesztettünk. Alkalmos tömegű nehezék felkötésével a csövet vízszintes egyensúlyi helyzetbe le-

hetett hozni, majd egyetlen méréssel kellett meghatározni a cső tömegét! Ezt követően a csövet kétoldali mérleg rúdjaként használva, egy műanyag foglalatban lévő mágnes tömegét kellett meghatározni egy nehezék segítségével. Majd a mágneshez kellett tapasztani az inhomogén eloszlású kockát, újabb egyensúlyi helyzetet kellett létrehozni, és meghatározni a kocka tömegét. A kockába rejtett nehezék tömegét két módon kellett meghatározni, először a testet pontszerűnek feltételezve, majd a méreteinek ismeretében.

Simon Péter volt felelős Pécsen a helyi szervezésért, valamint a mérési feladat kidolgozásáért. Idén egyensúlyi helyzetet kellett vizsgálni kötél súrlódás segítségével. Egy Bunsen-állvány befogójába vízszintesen elhelyeztünk egy fahengert. Egy nagyon rövid és egy nagyon hosszú fonalat vetettünk át a fahengeren. A fonál hurkolt végeire egy-egy gémkapcsot bűjtattunk. A jobb oldali hurokra egyesével további gémkapcsokat kellett helyezni addig, amíg az egyensúly éppen fennmarad. A következő gémkapocs felhelyezésekor az egyensúly már felborulna. Ekkor még egy gémkapcsot kellett a bal oldali hurokra helyezni, majd a jobb oldalra ismét annyit, hogy az egyensúly éppen megmaradjon. Ezt a lépést kellett még legalább négyszer ismételni. A két fonál esetében gyűjtött adatokat kellett táblázatba rendezni, grafikont készíteni, majd azt jellemezni. Feladat volt meghatározni a rúd két oldalán a rúdra ható fonálerők arányát maximális tapadó súrlódási erő esetén, valamint a hosszabb fonál tömegét gémkapocs-tömegegységben.



1. kép. A gyöngyösi döntő mérésének eszközei (készítette Kis Tamás)



2. kép. A pécsi döntő mérésének eszközei (készítette Simon Péter)

2025-ben a következő diákok érték el a legjobb helyezéseket:

I. kategória (Gimnázium, 9. évfolyam):

1. helyezett: *Bense Tamás István* (Budapest V. kerületi Eötvös József Gimnázium, tanárai: *Feke Zsolt, Gyertyán Attila*)
2. helyezett: *Kossár Benedek Balázs* (Pécsi Leőwey Klára Gimnázium, tanára: *Hegedüs János*)
3. helyezett: *Mészáros Máté* (Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium, tanára: *Mike Péter*)

II. kategória (Gimnázium 10. évfolyam):

1. helyezett: *Ákosfai Imre* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium, tanárai: *Schramek Anikó, dr. Nagy Piroska Mária*)
2. helyezett: *Varga Vivien* (Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium, tanára: *Mike Péter, Gutai Árpád Tamás*)
3. helyezett: *Elek János* (Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium, tanára: *Mike Péter*)

III. kategória (akik első évben tanulnak technikumban):

1. helyezett: *Buda Bálint* (Győri SzC Jedlik Ányos Technikum, tanára: *Banáné Nagy Mónika*)

IV. kategória (akik második évben tanulnak technikumban):

1. helyezett: *Szöllősi Dániel* (Energetikai Technikum és Kollégium, Paks, tanára: *Nagyné Lakos Mária*)

A Robert Bosch Kft. által szponzorált díjat 2025-ben a következők kapták.

A legjobb elméleti dolgozat:

Gyöngyös: *Bense Tamás István* (Budapest V. kerületi Eötvös József Gimnázium, tanárai: *Feke Zsolt, Gyertyán Attila*)

Pécs: *Ákosfai Imre* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium, tanárai: *Schramek Anikó, Dr. Nagy Piroska Mária*)

A legjobb mérési jegyzőkönyv:

Gyöngyös: *Bense Tamás István* (Budapest V. kerületi Eötvös József Gimnázium, tanárai: *Feke Zsolt, Gyertyán Attila*)

Pécs: *Sánta Gergely* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium, tanára: *Schramek Anikó*)

A döntőn minden versenyző kapott oklevelet, ajándékkönyvet, pendrive-ot, valamint egyéb ajándékot (toll, hátizsák, ...) is. Mind a négy kategória győztese Mikola-éremmel tért haza. Gyöngyösön és Pécsen is minden felkészítő tanár kapott emléklapot. A visszajelzések alapján a résztvevők (diákok, felkészítő tanárok, zsűri, szülők) elégedetten, élményekkel, ismeretekkel gazdagodva tértek haza a verseny döntőjéről. A Mikola-verseny Magyarország egyik legnépszerűbb fizikaversenye. A sikerért sok ember munkálkodott együtt. Az egyes fordulók feladatlapjai, megoldásai, eredménylistái olvashatóak a verseny honlapján – www.mikolaverseny.hu –, ezzel is gazdagítva a hazai fizikaoktatás kultúráját.