

A TÉRIDŐ MINT HOLOGRAM 2.

Lévay Péter

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Fizikai Intézet, Elméleti Fizika Tanszék, Budapest

E-mail: levay.peter@ttk.bme.hu

Az utóbbi évek kutatásai során felmerült az a lehetőség, hogy az eddig alapvetőnek tekintett téridőstruktúrákat kvantum-információelméleti fogalmakból származtassuk. A cikk kísérletet tesz arra, hogy a hazai kutatás egyik eredményének ismertetésével feltárja bizonyos téridőstruktúrák lehetséges kvantum-információelméleti eredetét. Az első részében áttekintettük a klasszikus és kvantumtérelméletek fogalmait és szimmetriáit, különös tekintettel a konform térelméletekre. Az első részt a holografikus elv és a vákuum-összefonódottság elemi

tárgyalásával zártuk. A második részben egyre többet tudunk meg az úgynevezett AdS/CFT megfelelésről, mely a holografikus elv első, matematikai szempontból is precíz, fizikai realizációját adja. Megismerkedünk a megfelelés alapjául szolgáló hűrelmélet néhány fontos elemével. Végezetül a hazai kutatás egyik eredményeként feltárunk egy, az AdS-téridőben mozgó húrok és a téridő határán élő konform térelmélet (CFT) kauzális gyémántjai közötti holografikus kapcsolatot. A kapcsolatot fizikai jelentését a cikksorozat harmadik részében tisztázzuk.

1. Az előző rész összefoglalása

A cikksorozat első részében megbeszéltük, hogy klasszikusnak látszó világunk rejtett kvantumos sajátosságokat mutat. Ezért felmerült a kérdés, hogy a jól bevált klasszikus térelméleteinket hogyan öltöztethetjük kvantumköntösbe. Ez a klasszikus világot alapvetőnek tekintő szemlélet azonban a gravitáció esetében csődöt mond, hiszen Einstein gravitációt magyarázó klasszikus térelméletének naiv kvantálása működésképtelen. Ugyanakkor a fekete lyukak fizikájával és az Univerzum születésével kapcsolatos kérdések megválaszolásához igenis szükség van egy kvantumgravitációs elméletre. Ha pedig ennek megalkotása a szokásos módon nem megy, akkor más trükkök után kell kutatnunk. Az előző részben elmagyarázott holografikus elv egy működőképes trükknek bizonyult. Ezen elv szerint egy $D + 1$ dimenziós kvantumgravitációs elmélet szabadsági fokai egy D dimenziós nem gravitációs kvantumtérelmélet szabadsági fokainak feleltethetők meg.

Utaltunk arra, hogy a holografikus elv első, matematikai szempontból is precíz fizikai realizációját abban az esetben kapjuk, ha a D dimenziós gravitációmentes elméletnek egy konform térelméletet (CFT) választunk. Ekkor, hasonlóan ahhoz, ahogy a hologramok háromdimenziós képeket, a hanglemezek pedig zenét, a konform térelméletek speciális szerkezetű téridőgeometriákat kódolnak. A kódolás mechanizmusáról a konform

térelméletek kvantumállapotai tudósítanak. Ezek kvantumosan összefonódott állapotok. Bizonyos esetekben egy D dimenziós CFT-s kvantumállapot összefonódottsági szerkezete precíz matematikai kapcsolatba állítható egy $D + 1$ dimenziós klasszikus téridőgeometria szerkezetével. A legegyszerűb eset az, amikor az összefonódott CFT-s állapot az elmélet alapállapota: a vákuumállapot. Ekkor a megfelelés másik oldalán egy igen speciális téridő-geometria áll, az anti-de Sitter- (AdS-) geometria. A speciális esetünket magába foglaló sokkal általánosabb holografikus megfelelés neve pedig: AdS/CFT megfelelés.

2. Anti-de Sitter-tér

A D dimenziós CFT-s világok tehát igen speciálisak. Ezért várjuk, hogy ezek vákuumállapotának összefonódottsági szerkezete is igen speciális $D + 1$ dimenziós téridőgeometriás világokat kódol. Melyek ezek a geometriák? Itt az idő, hogy szemügyre vegyük őket!

Avalódi univerzumunk tágul. Ráadásul egyre gyorsulva tágul. A galaxisok egyre távolabb kerülnek egymástól. Most még a James Webb űrtávcsövön keresztül galaxisok milliárdjait pillanthatjuk meg. De sok milliárd év múlva, a gyorsuló tágulás következtében a galaxisok „szem elől tévesztik majd egymást”. Az eredmény egy matematikailag jóval egyszerűbben leírható de meglehetősen unalmas univerzum lesz. Ennek az univerzumnak a geometriáját egy L hosszúságdimenziójú adattal, illetve a benne lévő gravitációs tér erősségét az iskolából ismert gravitációs konstans G értékével jellemezhetjük. Ez a két adat: L és G fontos lesz később, ezért érdemes elraktározni ezeket az emlékezetünkben. A kialakuló téridőgeometriát Willem de Sitter tiszteletére de Sitter-geometriának nevezzük [1]. Rögzített időpillanatokban a de Sitter-tér egy háromdimenziós gömböt ír le. Pongyolán fogalmazva: az L a gömb sugarát jellemzi egy „kiinduló” időpillanatban. Az idő előrehaladtával, a gyorsuló tágulásnak megfelelően a sugár nő és a de Sitter-világ téridőgörbülete csökken. Az L hossz a tágulást gyorsító „sötét energiát” leíró úgy-



Lévay Péter okleveles fizikus az MTA doktora. 1986-ban végzett az ELTE-n. Munkáját a BME Kvantumelméleti Kutatócsoportjában és a bristoli HH Wills Physics Laboratoryban kezdte, majd a BME Fizikai Intézete Elméleti Fizika Tanszékének tudományos főmunkatársaként folytatta. Jelenleg is itt tanít és kutat. Kutatási területe a kvantumelmélet geometriai vonatkozásainak vizsgálata.

nevezett kozmologikus konstanssal is kifejezhető. A kozmologikus konstans gyorsuló tágulás esetén, mint amilyen a mi univerzumunk tágulása is, pozitív.

Am azok a modellvilágok, melyek holografikus kódolás révén kapcsolatban állnak a CFT-s világokkal, nem ilyenek. Ezek ugyan szintén egy hosszúságdimenziójú L mennyiséggel és a G állandóval jellemezhetők, de ebből az L paraméterből számolt kozmologikus konstans előjele a valódiénak épp az ellentettje. Ezért ezeket a negatív kozmologikus konstanssal rendelkező geometriákat anti-de Sitter- (AdS-) geometriáknak nevezik. Itt a sötét energia az Univerzum tágulását lassítaná.

A sors fintora, hogy a holografikus elvet matematikailag precízen egyelőre csak ilyen AdS-világok esetén értjük, azaz egy modellvilág esetén, mely a mi világunk jövőbeli sorsának bizonyos értelemben vett ellentettje.

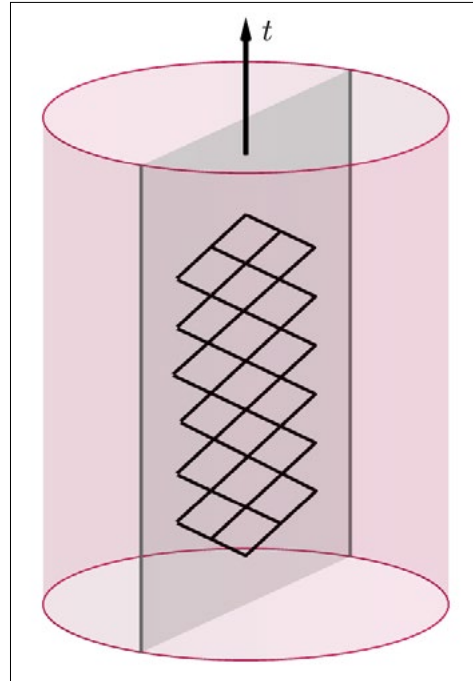
Persze ezeket a geometriákat nem csak négy téridődimenzióban értelmezhetjük. Van értelme tetszőleges dimenziós de Sitter-, illetve anti-de Sitter-világokról is beszélni. Ennek alapján azt mondhatjuk, hogy a D dimenziós lapos téridőkben élő CFT-s világok vákuumállapotának összefonódottsági szerkezete $D + 1$ dimenziós anti-de Sitter-világokat kódol. Ez a holografikus megfelelés a Juan Maldacena által 1997-ben felfedezett AdS/CFT megfelelés egyik igen speciális, összefonódottsággal illusztrált esete.

3. Húrcsempék

Az AdS/CFT megfelelés $D = 2$ esetét némi csalás árán vizualizálni is tudjuk. $D + 1 = 3$ dimenzióban ugyanis az AdS-geometriát egy végtelenbe vesző Pick szálamiként képzelhetjük el. Ekkor a szálami héján él a gravitációt nem tartalmazó, skálaválasztásra érzéketlen konform térelmélet (1. ábra). A három dimenziós hús (AdS) gravitál, a két dimenziós héj (CFT) kódol. Pontosan úgy, ahogy a kétdimenziós lemezke a hologramban a háromdimenziós képet kódolja.

A felszeletelt szálami az AdS-téridő különböző időpillanatokban vett pillanatfelvételeinek egy lehetséges gyűjteménye. Egy szálamiszelet csak két dimenziós. Ez a szelet az egyidejűleg történő események halmazának geometriai megjelenítése egy rögzített vonatkoztatási rendszerhez viszonyítva. (Itt jegyezzük meg, hogy a szálamit sokféleképpen, „különböző ferdeséggel” szeletelhetjük.) A szeleteken minden pont egy esemény. Ezen események halmazának geometriája a szeleten belül a kétdimenziós hiperbolikus geometriával egyezik meg. Ezt meglehetősen nehéz elképzelni.

Maurits Cornelis Escher festőművész sokat tett azért, hogy ezt mégis megtehessük. „Circle limit” című képei körlapokat ábrázolnak különböző ismétlődő mintákkal. Escher nem volt ugyan a hiperbolikus geometria szerelmese, de mindent megtett azért, hogy a matematikusok geometria iránti rajongását a műalkotásaiba beépítse. Az egyik ilyen alkotásán (Circle Limit IV, Heaven and Hell) angyalokat és ördögöket láthatunk. Érdemes a ne-



1. ábra. A három dimenziós AdS-téridő szálamiszerű szemléltetése. Egy vízszintes két dimenziós szálamiszelet két független térszerű iránnyal rendelkezik. Az idő (t) iránya a függőleges. Az ábra erősen torzít. A szálami héja az AdS-geometria szerkezete miatt, a középponttól végtelen távolságra van. Egy szálamiszelet átmérője egy egyenes, végtelen hosszú húrnak felel meg egy rögzített időpillanatban. A húr világlepedője a függőleges sík. A sík mintázata több húrcsempét ábrázol. A CFT a szálamirúd héján él

ten a művet megtekinteni. A szálamiszelet kör alakú határa felé haladva az angyalok és ördögök egyre kisebbek lesznek. Ez azt az illúziót kelti, hogy a körlap határa felé haladva ezek száma a végtelenhez tart. Ennek a művészi trükknek a segítségével az az érzésünk támad, hogy a véges sugarú körlapra rajzolt kétdimenziós világ egy olyan végtelen világ leképezése, ahol az angyalok és ördögök mérete valójában mindenhol ugyanakkora. Ekkor a végtelen világot egy véges méretű tartományba kíséreljük meg beleprésselni. Ez pedig torzítás nélkül nem megy.

Ez a jelenség ahhoz hasonlatos, amikor a gömbi geometriával rendelkező Földünk felszínét egy sík világatlasz térképeivel próbáljuk ábrázolni. Itt is torzítás lép fel. Ez például abban nyilvánul meg, hogy egyes térképeken Grönland és Afrika ugyanakkorának tűnik, pedig valójában Afrika jóval nagyobb. A torzítás itt is abból adódik, hogy a gömbi geometriát a síkgeometriába próbáljuk belekényszeríteni. Az anti-de Sitter-téridő rögzített időpillanatban vett szálamiszeleteinek angyalokkal és ördögökkel történő benépesítésével a nem euklideszi hiperbolikus geometriát kíséreljük meg a szokásos, Euklidesztől megtanult módon ábrázolni.

A szálamigeometriának létezik másfajta ábrázolása is. Ez a mondandónk illusztrálásának szempontjából sokkal kényelmesebb lesz. Érdemes tehát ezzel alaposabban is megismerkedni. Ebben az ábrázolásban a szálamigeometriát felvágjuk, és kiterítjük oly módon, hogy a szálami héját, akár egy térképet, egy tér- és egy idő-

koordinátával jellemzett függőleges síkként ábrázoljuk (2. ábra).

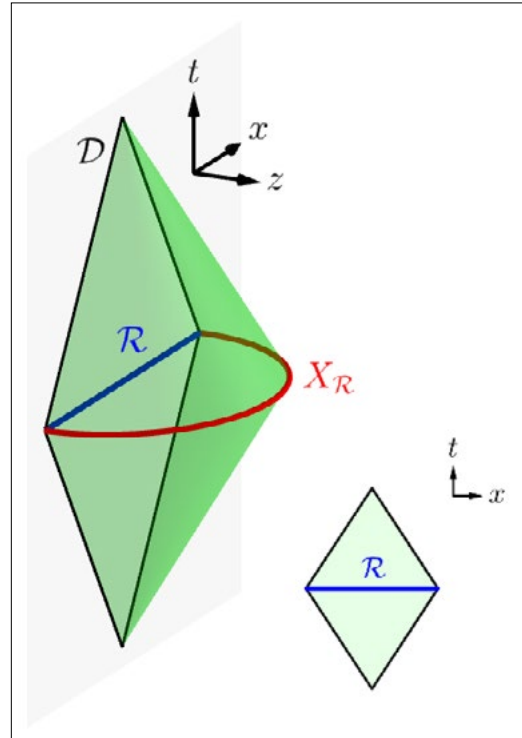
Ahhoz, hogy ezt megértsük, gondoljuk meg, hogy a végtelenbe vesző szálamirúd héját egy olyan téglalapba teríthetjük ki, melynek egyik oldala végtelen hosszú (idő), a másik oldalának (tér) hossza pedig megegyezik a szálamirúd metszetét alkotó kör kerületével, azaz egy szálamiszelet héjának hosszával. Ne felejtszünk meg azonban a fentebb tárgyalt torzításról! Ebben az ábrázolásban a véges hossz csak a könnyebb vizualizálás miatt jelent meg. Ha ezt hajlandóak vagyunk feladni, akkor a körlap sugara és így kerülete is végtelenhez tart. Ekkor a kiterítés során keletkező téglalapunk térszerű oldalának hossza is végtelenhez tart. Ebben a valóságot jobban megközelítő ábrázolásban tehát a szálami héját már egy kétdimenziós végtelen sík jeleníti meg. Ennek a síknak egy véges darabját a 2. ábra bal oldali részén látható halványszürke sík jeleníti meg. Az egyetlen trükk itt csak az, hogy ennek a vízszintes iránya térszerű, a függőleges pedig időszzerű. A halványszürke sík így egy két téridő-dimenziós lapos téridő egy darabját ábrázolja.

Egt teljes lapos téridőben él tehát a kétdimenziós konform térelmélet (CFT), mely a hús háromdimenziós (AdS) geometriáját kódolja. Az új modellünkben az AdS-téridőt a halványszürke sík jobb oldalán lévő háromdimenziós féltér rész jeleníti meg. Ahogy a CFT-s síktól fokozatosan egyre inkább jobbra haladunk, úgy kerülünk beljebb az AdS-téridőbe. Escher angyalai és ördögei a CFT-s sík tőszomszédságában még parányiak. De ahogy egyre beljebb hatolunk az AdS-világba, ezek mérete egyre nő. A torzítást tehát most sem úsztuk meg. De ezt nem is várhatjuk, hiszen pont a torzítás segítségével válik lehetővé az, hogy a hiperbolikus geometriát vizualizáljuk.

Ez mind nagyon szép, de eddig itt csak a tiszta AdS-geometriát szemléltettük. Lehetséges valami képet kialakítanunk arról is, hogy a héjon lévő CFT-s vákuumállapot összefonódottsága hogyan jelenik meg ebben a geometriában? Azt mondják: a puding próbája az evés. S így ahhoz, hogy a vákuum összefonódottságát holografikusan megjelenítsük, az AdS geometriai szerkezetet alkalmas próbának kellene alávetnünk. Hogyan?

Ha egy mágnes erőterét láthatóvá akarjuk tenni, akkor egy felette lévő üveglapra vasreszeléket kell szórunk. A vasreszelék-darabkák a mágneses tér erővonalai mentén elhelyezkedve rendeződnek. Ha a Nap által keltett gravitációs teret akarjuk feltérképezni, akkor bolygókat kell a téridőbe szórni, és meg kell figyelni azok mozgását. Ezek ellipszis alakú pályákon kezdenek keringeni a Nap körül. Ha fel akarjuk tární a három dimenziós AdS-téridőt kódoló holografikus mikroállapotok természetét, akkor a téridőbe szórt parányi hurok rezgési mintázatait kell tanulmányoznunk. MSc-hallgatómmal, Boldis Berccel ilyen mintázatokat vizsgáltunk [2].

A hurok a téridőt sokkal változatosabban tesztelik mint a részecskék. A részecskék a téridőben kondenzcsíkszerű világvonalat, a hurok világlepédőket rajzol-



2. ábra. Az AdS-geometria egy másik szemléltetése, melyet a szálami felvágásával és kiterítésével kapunk. A héj most a bal oldalon lévő sík. Ennek csak egy kis (halványszürke) része látszik. A függőleges tengely az idő (t), a vízszintes a tér (x). A hús most a jobb oldali féltér, melyből a héj a $z = 0$ esetben adódik. A z koordináta növekedtével egyre mélyebben hatolunk be az AdS-geometriába. Az ábra jobb oldalán, a héjon lévő D kauzális gyémánt (értelmezését lásd a 6. fejezetben) az ábra síkjába beforgatva külön is látható. Ez a 6. fejezetben említett fagyitölcséres kép két dimenziós változata. Az AdS-geometriába behatoló X_R piros félkör a héjbéli R tartományra illeszkedő Ryu–Takayanagi-görbe (értelmezését lásd a 8. fejezetben). A piros félkör „hossza”, a héjon lévő R kék egyenes mikroállapotainak héjbéli környezetével való kvantumos összefonódottságával (a fogalmat illetően lásd cikksorozatunk első részének 7. fejezetét) arányos. Az arányossági tényező az első rész 5. fejezetében értelmezett anomália

nak ki. Ahogy a kondenzcsíkszerű világvonalat kis darabkákból, a lepedőket is össze tudjuk fércelni parányi csempékből. Ezeket húrccsempéknek hívjuk. Az 1. ábrán látható szálami legalsó szeletén a szálamikörlap átmérője egy ilyen (végtelen hosszú) húr ábrázol. Ahogyan telik az idő, az AdS-téridőben az átmérő egy világlepédőt seper be. Ezt az ábrán egy függőleges síkként jelenítettük meg. A síkon látható mintázatot a húrccsempék hozzák létre.

A húrccsempék nagyobb felületekké történő összetapadása matematikailag meghatározott. Ha az életterület képező téridő szerkezete ismert, akkor a benne izgó-mozgó csempék változó területe is kiszámolható. Munkánk során megmutattuk, hogy az AdS-téridőbeli húrccsempék területe és a CFT-s vákuum bizonyos összefonódottsági mennyiségei között precíz matematikai összefüggés áll fenn.

A továbbiakban egy kis kitérő után ezt az összefüggést vesszük szemügyre.

4. Létrejön a téridő

Már említettük, hogy az AdS/CFT megfelelés a fenti kapcsolatnál lényegesen többet állít. Mi ez a több? Először is figyeljünk fel arra a fontos tényre, hogy az előbb vizualizált esetben egy speciális kvantumállapot (a kétdimenziós CFT-vákuum) egy speciális klasszikus geometriát (háromdimenziós AdS-téridő) kódolt. Lassan két évtizede azonban rájöttünk arra, hogy az AdS/CFT megfelelést az összefonódottsággal kapcsolatos tudásunk révén sokkal általánosabb esetekben is meg tudjuk valósítani.

A szalámis hasonlatnál maradványra ugyanis kiderült, hogy ahogy változnak a héj CFT-s kvantumállapotai, úgy változnak a geometriák a hús belsejében. A CFT-vákuumnak már jól tudjuk, hogy a tiszta AdS-geometria felel meg. Rájöttünk azonban arra, hogy a CFT tetszőleges állapotainak olyan geometriák felelnek meg, melyek a húsban csak a héjhoz közeli régiókban hasonlítanak az AdS-geometriára. Tudjuk már, hogy a hiperbolikus geometria szabályainak értelmében a héj végtelen távolságra van a szelet bármelyik pontjától. Gondoljunk csak Escher egyre csökkenő méretű angyaljaira és ördögeire. A héj tőszomszédságában, a végtelen távolban (idegen szóval aszimptotikusan) már a megszokott AdS-geometriát találjuk. De belül a húsban a geometria vadul különbözhet ettől. Például fekete lyukaknak is otthont adhat. Azaz: az általánosabb CFT-s állapotok általánosabb AdS-szerű geometriákat kódolnak. Úgy, ahogy a különböző holografikus filmek különböző képeket. Az AdS-szerű világok tudományos neve: aszimptotikusan AdS téridő-geometriák.

Ezek szerint a klasszikus aszimptotikusan AdS téridők szerkezete CFT-s kvantumállapotokba kódolt. Ebben az értelemben Einstein klasszikusnak tűnő elmélete már „gyárilag” kvantált. A gravitációs összefüggésben a klasszikus-kvantumos felosztás igazából értelmetlen, hiszen az AdS/CFT megfeleltetés olvasatában a klasszikus téridő szövetét a kvantumösszefonódottság szálai tartják össze.

Azonban ezzel a felismeréssel eddig csak egy bizonyos fajta téridő klasszikus geometriai szerkezetét sikerült megértenünk. Azt valahogy még csak meg tudjuk emésztetni, hogy első tétova lépésként nem tudunk holografikus módon minden téridőszerkezetet megmagyarázni. Emlékezzünk azonban arra, hogy igazából a célunk a kvantumgravitáció elméletének megalkotása volt. A kvantumgravitáció pedig a téridő klasszikus geometriai szerkezetének megértésén túl sokkal többet jelent. Mi ez az első hallásra emészthetetlennek tűnő „több”?

A kvantumelmélet egy másik fontos felismerése az, hogy a kvantumvilágban a megfigyelhető mennyiségek nem vesznek fel határozott értékeket. Ezek egy várható érték körül ide-oda imbolyognak, idegen szóval fluktuálnak. A fluktuációk természetét először Werner Heisenbergnek sikerült tisztáznia. A fluktuációkat kifejező matematikai összefüggések neve: Heisenberg-féle határozatlansági relációk. A téridő szerkezetét mi (benne élő lények) megfi-

gyeljük. Tehát a kvantumgravitáció birodalmában a téridő megfigyelt szerkezetének is fluktuálnia kell.

Ennek a fluktuációnak a szemléltetése az alábbi módon történhet. Térjünk vissza ahhoz a hasonlathoz, ahol a téridő szövetét egy olyan ágyhoz hasonlítottuk, mely a benne lévő anyag hatására különbözőképpen horpad be. A túlsúlyos emberünk által keltett horpadás makroszkopikus. A fluktuációk azonban spontán mikroszkopikus horpadásokat is kelthetnek. Valahogy úgy képzelhetjük ezt el, hogy amennyiben az ágy szövetét egy mikroszkóppal tanulmányozzuk, akkor kiderül, hogy az ágy szerkezete olyasmi, mint a habos fürdővíz. A fürdővíz ugyanis telis-tele van keletkező és kipukkanó buborékokkal. Ebben a hasonlatban a téridő-geometria fluktuációjának a buborékképződés és megsemmisülés felel meg. A sima ágyfelület képe tehát csak makroszkopikus illúzió.

A kvantumgravitáció birodalmában azonban még ennél vadabb dolgok is megeshetnek. Ha a téridőt egy mosogatószeres vízzel teli tartálynak képzeljük el, melyből egy kisgyerek szívárványszínű buborékokat ereget, akkor egy érdekes megfigyelést tehetünk. A fluktuációk során a téridő szövetéről a buborékok leszakadhatnak, és önálló életre kelve tovalibbenhetnek. Sőt! Mivel a keletkezés „spontán”, a buborékeregetéshez nem is kell kisgyerek. A fluktuációk során tehát a téridő szerkezetében „csak úgy magától is” alapvető változások történhetnek. Ezek a változások olyan elszakadással járó változások, melyekben a téridő-geometria nem folytonosan változik. Azt mondjuk, ilyenkor a téridő topológiája is megváltozik. A geometria lokális, a topológia globális tulajdonságokat ír le. A kunklúzióknak tehát az, hogy a kvantumgravitáció világában vadul különböző és változó téridőgeometriák és téridő-topológiák egymás mellett élése is hétköznapi dolog. Számot ad-e erről az AdS/CFT megfelelés?

A válasz: igen! 1997-es felfedezése óta ismert az, hogy ez a holografikus megfelelés igazából két kvantumelmélet között áll fenn. A kvantálás minden furcsa csodája tehát ebben a megfelelésben szőröstül-bőröstül benne foglaltatik. Mi ez a két kvantumelmélet? Egy AdS-szerű kvantumgravitációs elmélet és egy a gravitációt nem tartalmazó konform kvantumtérelmélet. A megfelelés tehát lényegét tekintve kvantumösszefonódottsági.

Itt azonban van egy kis bökkenő. Mi ez az „AdS-szerű kvantumgravitációs elmélet”? Ezek szerint mégis ismerünk már valamiféle matematikailag is precízen megfogalmazott kvantumgravitációs elméleteket? Igen. Ezek az úgynevezett húrelméletek. A húrelméletek ismertetése nem tárgya ennek a cikknek. Elégedjünk meg itt és most annyival, hogy ezek öt különböző típusba sorolhatók [3], és úgy tűnik, hogy mindegyikük egy közös anyaelméletből származik [4]. A húrelméletek ugyan konzisztens kvantumgravitációs elméletek, azonban jóslataikat kísérletileg mindeközéig nem sikerült igazolni. Ezért aztán sok fizikus ezeket mint „va-

lói” kvantumgravitációs elméleteket diszkvalifikálja. Két igen fontos eredményük azonban van. Az első az, hogy a klasszikus Einstein-féle gravitációs elmélet a húrelméletek elkerülhetetlen következménye [3]. A másik az, hogy bizonyos típusú húrelméleti fekete lyukak esetén a lyukat alkotó mikroállapotok természetét sikerült tisztázni, és a Bekenstein–Hawking-entrópiaformulát levezetni [5]. Ezek nyilván igen fontos eredmények, melyek felett nem lehet csak úgy elsiklani.

Ami számunkra itt fontos, az az, hogy amennyiben az AdS/CFT holografikus megfelelést nem csak arra próbáljuk használni, hogy a klasszikus AdS-szerű világokról számot adjunk, akkor elkerülhetetlen, hogy a téridőt mint parányi rezgő húrok szötteését képzeljük el.

Ezen a ponton térhetünk vissza az előző fejezet húrcsompáihoz. Emlékeztetünk arra, hogy az előző fejezetben már utaltunk arra, hogy az AdS-világ rejtett holografikus szerkezetét húrokkal tesztelhetjük. Most már látjuk, hogy ezen nem kell meglepődnünk, hiszen az AdS/CFT megfelelés kvantumozás szépsége teljes pompájában csak mint egy húrelmélet és egy CFT közötti kapcsolat tárulhat fel.

Ezután már elkezdhetjük annak feltárását, hogy a húrcsompék területének nagysága hogyan, és milyen fajta kvantuminformációt kódol.

5. AdS/CFT szótár

A CFT-s világ tehát D téridő-dimenziós: kódol, és tér ideje „lapos”. Az aszimptotikusan AdS világ $D + 1$ dimenziós: kódolt, és tér ideje „görbült”. A CFT-s lapos tér idejű világot egy konform kvantumtérelmélet írja le. A görbült tér idejű AdS-szerű világot pedig az itt vibráló, izgó-mozgó húrok kvantumgravitációs elmélete.

A kódoló és kódolt felosztás azonban csak számunkra jelentőségteli. Számunkra, akik egy gravitáló világ lakói vagyunk, és akik ehhez a világhoz hozzászoktunk. A kódoló világ azonban nekünk meglehetősen szokatlan és bonyolult. Helyesebb lenne evolúciós beidegződéseinktől elvonatkoztatni, és a két elméletet egyazon valóság két különböző értelmezésének tekinteni. Idegen szóval: duális elméleteknek. Szemléletes támpontok híján erre az átlényegülésre érthető módon képtelenek vagyunk. Marad tehát a matematika: a duális értelmezéseket összeolvasztó AdS/CFT megfelelés, mely azt mondja, hogy egy kvantumgravitációs elmélet duális egy nem gravitációs kvantumelmélettel egygel alacsonyabb dimenzióban.

A matematika ott siet segítségünkre, ahol egy kvantumgravitációs természetű kérdést szeretnénk megválaszolni. Például megkérdezhetjük azt, hogy mi történik a fekete lyukba hulló információval. Vagy egy érthetőbb példánál maradva: mi történik akkor, ha néhai apánk (számunkra oly fontos eszmei értékkel rendelkező, eddig elolvasatlan) naplóját valaki a lyukba dobja? Apánk gondolatai ekkor számunkra már mindörökké elérhetetlenek maradnak? Vagy a lyukon kívül valamilyen formában viszontláthatjuk még őket? Ennek a kérdésnek a

megválaszolásához az AdS/CFT megfelelés szerint első lépésként át kell szótáraznunk a kérdést a duális CFT-s nyelvbe. Második lépésként a megfelelő számolásokat a CFT birodalmában kell elvégeznünk. Meglepő, de bizonyos esetekben ezek a számolások egyszerűbbek. A harmadik lépésként a CFT-s eredményt vissza kell szótáraznunk a gravitációs (fekete lyukas) kontextusba. És ezzel a kvantumgravitációs kérdéseinkre választ is kaptunk.

Sajnos a fenti, apánk naplójával kapcsolatos kérdésre mindeztáig nem kaptunk kielégítő választ. Az ilyen és hasonló kérdések megválaszolásához egy minél több szóból álló precíz AdS/CFT-s szótárra van szükségünk. Ezért aztán a kutatás egyik fontos területe az, hogy megtaláljuk az egyik oldalon használatos kifejezések másik oldalon érvényben lévő duális párját. Ilyen például a megfelelés azon része, mely a CFT-s oldalon vett bizonyos kvantumállapotokat az AdS-oldal klasszikus geometriáival hozza kapcsolatba. Például a fenti kérdésben szereplő fekete lyuk téridőszerkezetével. Ennek a szótárazásdinak a szellemében a továbbiakban arra az előző fejezet végén felmerült kérdésre fogunk koncentrálni, hogy az AdS-beli húrcsompék területének nagysága milyen CFT-s mennyiségnek felel meg. A húrcsompéket ugyanis kis téridőszemcséknek is tekinthetjük. Olyan tartományoknak, melyek térben és időben is parányiak. Egy kép pixeljeire is gondolhatunk; kis szemcsékre melyekből az egész kép összeáll. A pixelek dinamikáját a húrelmélet formalizmusa írja le. A kérdés tehát az, hogy a pixelek szemcséiben milyen CFT-s információmorzsák tükröződnek vissza.

Ismételten hangsúlyozzuk azt, hogy ez a kódoló, skálaszimmetriával rendelkező CFT-s világ számunkra igen szokatlan. Azonban azért ez mégis csak egy közönséges, lapos D dimenziós téridőstruktúrával rendelkező világ. Van értelme tehát ebben a világban fényjelekről, részecskékről, múlttól, jelenről és jövőről gondolkodni. Hiszen ez a világ, akárcsak a miénk, eseményekből áll, melyek közül bizonyosak ok-okozati kapcsolatban állnak egymással. A jobb érthetőség kedvéért tehát népesítsük be ezt a CFT-s világot képzeletbeli lényekkel, akik furcsa világukban élve megfigyeléseket tesznek!

6. Gyémántok

„Shine on you crazy diamond!”
(Pink Floyd)

Legyen először a CFT-s világ lapos tér idejének dimenziószáma három. Ekkor a világ két tér- és egy idődimenzióval rendelkezik. Képzeljünk most el egy a CFT-s világban élő lényt, aki gyermeke születésekor örömben egy fényjelet bocsát ki. A fény egy egyre növekvő sugarú kör mentén indul útjára. Azért csak kör, és nem egy gömb, mert a három téridő-dimenziós világ csak két térszerű dimenziót tartalmaz. A kibocsátott fény a téridőben egy üres, egyre hosszabbra növekedő fagyitölcsérre emlékeztető kúpot határoz meg.

A kúp elképzeléséhez egy irányadó hasonlat lehet az alábbi. Követ dobunk egy tükörsima vízfelületű tóba. A kétdimenziós vízfelületen a zavar az idő múlásával egyre növekvő sugarú, koncentrikus köröket formáló hullámban terjed tova. Készítsünk egyenlő időközönként a növekvő sugarú körökről pillanatfelvételeket! Ha az idő múlását egy felfelé mutató tengely szimbolizálja, és a pillanatfelvételeket az idő múlása szerint rendezve egymás fölé helyezzük, akkor egy kúpot kapunk. A kúp nyílásszögét a hullám terjedési sebessége határozza meg.

Térjünk most vissza a szülinapi fényjel vizsgálatához! Válasszunk egy olyan vonatkoztatási rendszert, ahol a térkoordinátákat méterben, az időt pedig olyan speciális egységekben mérjük [6], hogy a fény terjedését ábrázoló fagyitölcsér fél nyílásszöge 45° legyen! Az így kapott tölcseért a születési esemény jövőbeli fénykúpjának nevezzük. Mindazokat az eseményeket, melyek a tölcseren belüli pontoknak felelnek meg, a születési esemény befolyásolhatja. Például egy ilyen esemény a születés tényét közlő távirat átvétele. A tölcseren belüli eseményeket a születési eseménytől „időszerűen szeparált” eseményeknek nevezzük.

Képzeld most el a fénykibocsátós folyamatnak az időbeli megfordítottját is! Például azt, ahol a növekvő sugarú körök a lény életének végét jelző eseményt megjelölő pontból a múlt irányába haladnak. Az így kapott, feje tetejére állított fagyitölcsér a megfelelő esemény múltbeli fénykúpját alkotja.

Így a lény életének kezdetével és végével kapcsolatos két olyan kúpot kaptunk, melyek együtt két egymás felé fordított fagyitölcsérré emlékeztetnek. A két kúp a lény életének félidején egy körben metszi egymást. Ez a kör egy körlapot határol. Jelöljük ezt a körlapot $\mathcal{R}$ -rel! Ezen körlap pontjai a lény életének félidején egyidejűleg történő eseményeket reprezentálják. Azt a $\mathcal{D}$ tartományt pedig, melyet a fénysugarak alkotta kúpok határolnak (a tölcseréket és a tölcserék belsejét is), kauzális gyémántnak nevezzük.

A fagyitölcsérek két téridő-dimenziós illusztrációjához lásd a 2. ábrát. Itt már csak egyetlen téridimenzió van. Ekkor a kauzális gyémánt egy hegyére állított négyzetre emlékeztet. Az egyidejű események $\mathcal{R}$ tartománya, ahol a két kúp találkozik, itt már csak egy egyenes szakasz.

Természetesen egy ilyen $\mathcal{D}$ kauzális gyémántot tetőszöleges téridődimenzióban is értelmezhetünk. Ilyen gyémántok vizualizálásához magasabb dimenziós kúpot kellene tudnunk elképzelni. Ekkor két ilyen magasabb dimenziós fagyitölcsérkúp metszete egy magasabb dimenziós $\mathcal{R}$ gömböt, nem pedig csak egy körlapot, vagy egy egyenest határolna.

Négy téridő-dimenzió esetén például a CFT három téridimenzióval rendelkezik. Ekkor $\mathcal{R}$ -re mint egy közönséges háromdimenziós tömör gömbre gondolhatunk. Az $\mathcal{R}$ gömb sugara pedig az a távolság, ameddig a fény a lény születésétől az élete deléig eljut. Például egy 80 évig élő lény esetében ez az $\mathcal{R}$ tartomány egy 40 fényév sugarú gömb. Visszatérve egy pillanatra a CFT-s világból a

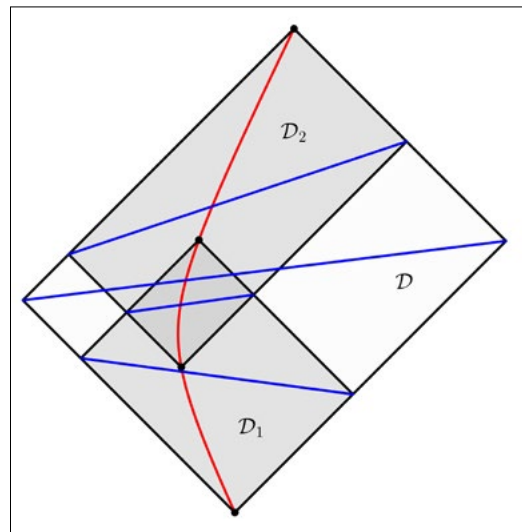
mi világunkba, itt gondolhatunk például a Göncölszekér egyik (kettős) csillagára, mely nagyjából 40 fényév távol van tőlünk. Itt $\mathcal{R}$ elképzeléséhez egy ekkora sugarú gömböt kellene vizualizálni. Az $\mathcal{R}$ tartományon belül mindazon eseményeket reprezentáló pontok foglalnak helyet, melyek a 40. szülinapját ünneplő lényvel egy időben történnek, ahol az egyidejűség fogalma a választott vonatkoztatási rendszer koordinátaideje szerint értelmezendő.

Az $\mathcal{R}$ tartomány pontjaival kapcsolatos eseményekre a 40. szülinapját ünneplő lény nem lehet hatással. Ezeket az ünnepléssel egyidőben, de különböző helyeken történő eseményeket az ünneplés eseményétől „téryszerűen szeparáltaknak” szokás hívni. Az $\mathcal{R}$ gömbünk így térszerűen szeparált események egy halmazát adja. A fentiek két dimenziós illusztrációjához lásd ismét a 2. ábra jobb oldali részének kék színű $\mathcal{R}$ egyenesen ábrázolt tartományát.

7. Gyémánttávolság

Mi a fizikai jelentése azoknak az eseményeknek, melyeket a $\mathcal{D}$ gyémánt pontjai reprezentálnak? Az előző fejezet alapján könnyen belátható, hogy $\mathcal{D}$ a lény életével kapcsolatos azon események halmaza, melyekhez a lény információt hordozó üzeneteket küldhet úgy, hogy ezekből az eseményekből még életében választ is kaphat. Bontsuk ki ezt részletesebben!

CFT-s lényünk életét eddig egy olyan vonatkoztatási rendszerben írtuk le, melyben a lény nyugalomban van. Mivel az időtengelyünk függőleges irányba mutat, ebben a rendszerben a lény életének világvonala egy függőleges



3. ábra. A „héjon” elhelyezkedő két általánosabb helyzetű, egymást metsző kauzális gyémánt egy nyugvó vonatkoztatási rendszerből szemlélve. $\mathcal{D}_1$ az apa, $\mathcal{D}_2$ a fia. A mindkettőt magába foglaló legkisebb $\mathcal{D}$ gyémánt adja a kauzális kiterjesztést. Az ábrán a négy jellemző esemény egy piros hiperbola mentén helyezkedik el. Ekkor apa és fia ugyanabban az állandó gyorsulással mozgó űrhajóban éli le az életét. A gyorsulásmentes életben a négy esemény egy függőleges helyzetű egyenes mentén helyezkedne el. Egy ilyen egyenes a 4. ábra szaggatott függőleges egyenese

egyenes. Hiszen lényünk csak öregszik, de közben nem megy sehová. Az egy helyben üldögélő lények élete meglehetősen unalmas, és egy ilyen élet a fizikailag valóságos életektől meglehetősen távol esik. Hogyan lehet leírni a mozgó lények életét?

Tekinthetünk például egy olyan lényt is, aki a fenti nyugvó vonatkoztatási rendszerhez képest állandó gyorsulással mozog. Megmutatható, hogy egy ilyen lény életének eseményeit reprezentáló pontok a nyugvó rendszerben ábrázolva már nem egy egyenesen, hanem egy hiperbolán fekszenek. Fizikai szempontból ezt az új lényt úgy képzelhetjük el, mint aki egy állandó gyorsulással mozgó űrhajó fedélzetén éli életét. Ha a lény helyett mi utaznánk egy ilyen űrhajón, mely (tegyük fel, hogy) állandó „egy g -s” gyorsulással mozogna, akkor a gyorsulás miatt a mozgás irányára merőleges sík fedélzetén a földi körülmények között megszokott súlyunknak megfelelő erőhatást éreznénk. Egy ilyen, állandó gyorsulással mozgó lény világvonalát a 3. ábrán látható piros hiperbola ábrázolja.

Legyen a lény (apa) életének egyik eseménye a (fiú) gyermekének az űrhajó fedélzetén történő születése. Természetesen a gyermek életének eseményei egy újabb kauzális gyémántot adnak. Az apa és a fia együttlétezésével kapcsolatos események pedig a két gyémánt metszetét, harmadik gyémántunkat alkotják. Van még egy negyedik gyémántunk is, mely az apa és a fia életének úgynevezett kauzális kiterjesztése [7]. Ez egy olyan gyémánt, mely mindegyik gyémántunkat tartalmazza. A gyémántok elhelyezkedése két téridő-dimenzióban a 3. ábrán látható.

Tekintsük a fiú életének delén történő születési ünnepelés eseményét. Ezt az eseményt a 3. ábrán látható legfelső kék egyenes és a piros hiperbola metszéspontja reprezentálja. Ezt az eseményt sajnos az apa már nem érthette meg. Az ünnepelés eseményével egyidejű események halmaza most az ábrán látható legfelső kék egyenes pontjainak felel meg. Ezeket a kék tartományokat a származtatott gyémántok esetén is feltüntettük.

Megjegyezzük, hogy magasabb dimenziókban a kék szakaszok helyett gömböket („tömör labdákat”) kapnánk. A középiskolából tudjuk, hogy egy gömb határa azon pontok mértani helye, melyek egy rögzített középponttól egyenlő távolságra vannak. Ezt a szabályt kell minden térdimenzióban alkalmazni. Ennek megfelelően egy háromdimenziós labda és annak kétdimenziós határa az lesz, amit megszoktunk. Kicsit furcsább már egy „kétdimenziós labda”, ami egy körlap, melynek határa az egydimenziós kör. Ennek megfelelően az „egydimenziós labda” nem más, mint egy egyenes szakasz (például a 3. ábra egyik kék egyenes szakasza), melynek határa egy „nulla dimenziós” kör. Ez pedig csupán két pontból áll (lásd az egyik kék szakasz két végpontját).

Nyilván a kauzális gyémántokat a születés és a halál eseményeinek koordinátái egyértelműen meghatározzák. Ezt a négy eseményt a 3. ábrán a piros hiperbolán lévő négy fekete pont jeleníti meg. A négy esemény ért-

ető módon időrendezett. Először megszületik az apa, majd a fia, ezután ér véget az apa, majd végül a fia élete.

A középiskolában azt is megtanulhattuk, hogy hogyan számolhatjuk ki két különböző térbeli pont távolságát. A két pont távolságára megtanult formula egy zérusnál nagyobb pozitív valós számot szolgáltatott. Lehet-e értelmezni két kauzális gyémánt távolságát? Ez egy meglehetősen furcsa kérdés, hiszen akár a $\mathcal{D}_1$, akár a $\mathcal{D}_2$ gyémántot tekintjük, ezek nem pontok, hanem eseményeket reprezentáló ponthalmazok. Azonban a kérdés értelmes, és a távolság fogalma, hála a matematikusoknak ilyen furcsa esetekre is általánosítható. Kiderül, hogy két, időrendezett eseményekkel definiált kauzális gyémánt távolsága értelmezhető, és az a fekete pontok koordinátái segítségével egy formula segítségével megadható. Két időrendezett kauzális gyémánt ilyen távolságát a továbbiakban gyémánttávolságnak fogjuk nevezni.

Hogyan gondoljunk a gyémánttávolságra? Ez egy fogós kérdés. A józan ész itt semmilyen szemléletes hasonlatba nem kapaszkodhat. Hiszen már a kauzális gyémánt fogalma is igénybe veszi a képzelőerőnket, hát még két ilyen objektum távolságának elképzelése. Az eddig vizsgált esetekben a kauzális gyémántot alkotó események a lények világvonalain (itt egyenesek és hiperbolák mentén) zajló életükkel kapcsolatos azon eseményekből álltak, melyekre a lények hatást gyakorolhattak, és ezen hatás következményeiről tudomást is szerezhettek. Első közelítésben lehetne a világvonal mentén történő eseményeket „sors”-nak nevezni. A sorsunk azonban összefonódik azon eseményekkel, melyekre hatást gyakorolunk, és melyek ránk visszahatnak. Helyesebb lenne tehát a lények „sorsát” a kauzális gyémántjaik eseményhalmazával azonosítani. Ekkor a gyémánttávolságot poetikus üzem módban valamiféle „sorstávolságnak” képzelhetjük el.

Nyilván ezt a távolságot csak akkor értelmezhetjük, ha a megfelelő kauzális gyémántok átfednek. Petőfi Sándor és ezen sorok írójának sorstávolsága például nem értelmezhető [8], hiszen kettőnk kauzális gyémántjainak nincs közös része. Petőfi Sándor ugyanis hatást tudott ugyan gyakorolni rám (például azzal, hogy óvodásként elszavalhattam az „Anyám tyúkját”), de erről a hatásról ő már semmiféle visszajelzést nem kaphatott.

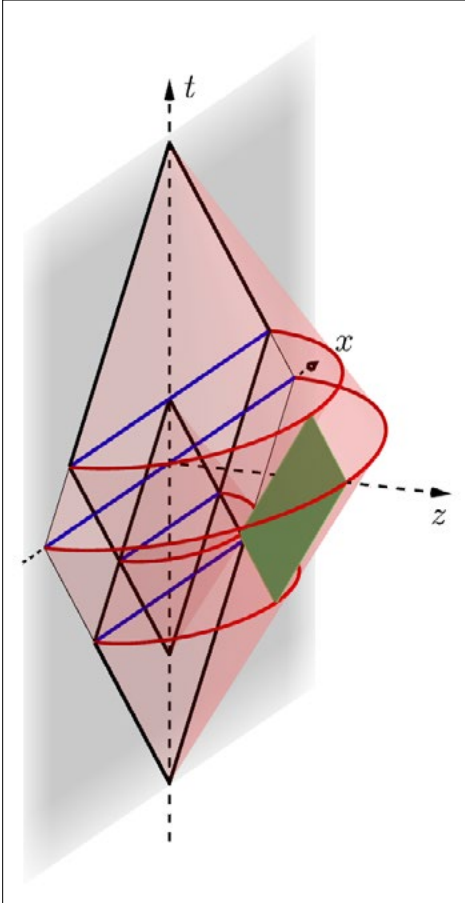
Ha a két gyémánt csak kicsit fed át, akkor kevés közös esemény van, és ekkor a két gyémánt közötti távolság nagy. Ha azonban nagy az átfedés, akkor sok közös esemény van, és így a gyémánttávolság kisebb. Egy közel azonos ideig élő ikerpár kauzális gyémántjai jelentősen átfednek, ekkor a gyémánttávolság zérusnál csak egy kicsikét nagyobb. Apa és fia élete már sajnos kevesebb közös eseménnyel rendelkezik, ezért „sorstávolságuk” nagyobb.

8. A Ryu–Takayanagi-formula

Tehát a szalámi kiterített héján foglalnak helyet a CFT-s kauzális gyémántok, az ADS szalámi húsában pedig az izzó-mozgó húrok által kifeszített húrsempék. A héj

gyémántjait már tudjuk egymáshoz viszonyítani. Mi az összekötő kapocs a gyémántok és a hűrcsempék között?

A szemléletesség kedvéért a továbbiakban maradjunk két téridő-dimenzióban, és szedjük le a CFT-s világban élő apát és fiát a gyorsuló űrhajóról! Éljük életüket ezek csak egy nyugvó vonatkoztatási rendszerben! Ekkor két, időben rendezett eseményekkel kapcsolatos kiindulási gyémántunk van: $\mathcal{D}_1$ (apa) és $\mathcal{D}_2$ (fia). Ezek a gyémántok a 2. ábrán megjelenített kiterített szálamihéjon a 4. ábrán látható módon helyezkednek el.



4. ábra. A hűrcsempes területe és a kvantumos komplexitás közötti kapcsolat három dimenzióban illusztrálva. A héjon lévő két kauzális gyémánt, a metszetük, és a kiterjesztésük négy kék tartományt határoz meg. Az ezekre illeszkedő AdS-beli piros minimális félköröket (Ryu-Takayanagi-félkörök) is berajzoltuk. A kauzális gyémántok ismeretében egyértelműen megadható az a négy AdS-beli félkörökön fekvő pont, mely a zöld hűrcsempes négy sarkának felel meg. Ha a két kiindulási gyémánt szinte teljesen egybevágó, akkor a zöld hűrcsempes területe kicsi. Ekkor a G és L egységeiben mért hűrcsempeterület (AdS) pontosan egyenlő a gyémánttávolság és az anomália szorzatával (CFT). Az utóbbi szorzat épp a kvantumos komplexitás

Tekintsük most a héjon a 2. ábra bal oldali részén látható kauzális gyémántot, és benne a kék egyenessel ábrázolt térszerűen szeparált eseményeket reprezentáló $\mathcal{R}$ tartományt. Megmutatható, hogy ehhez a tartományhoz egyértelműen megadható egy olyan speciális piros $X_{\mathcal{R}}$ tartomány, mely az alábbi három fontos tulajdonsággal rendelkezik.

Az első: $X_{\mathcal{R}}$ az $\mathcal{R}$ -hez csatlakozik oly módon, hogy együtt egy AdS-ben fekvő tartományt határolnak (2. ábra). Ekkor azt mondjuk, hogy $X_{\mathcal{R}}$ és $\mathcal{R}$ homológok. Nyilván $\mathcal{R}$ -re illeszkedő és vele homológ görbéből végtelen sokat találhatunk. Megjegyezzük, hogy általában az AdS/CFT megfelelésben aszimptotikusan AdS téridőket vizsgálunk. Ezekben a téridőkben azonban lehetnek „lyukak” is. Ez történik például a fekete lyukakat tartalmazó téridők esetén. Ilyenkor a lehetséges görbék közül csak azok homológok, melyek nem fogják közre a lyukat. Esetünkben ez a komplikáció nem lép fel, mivel a tiszta AdS-téridő nem „lyukas”.

Sejtjük, hogy a végtelen sok lehetséges homológ görbéből $X_{\mathcal{R}}$ speciális tulajdonságú. Mi ez a specifikum? Mivel $X_{\mathcal{R}}$ a kiterített szálami húsában van, ahol az AdS-geometria szabályai vannak érvényben, itt értelmes az $\mathcal{R}$ -rel homológ görbék adott geometriában vett hosszáról beszélni. A második tulajdonság azt mondja, hogy az $\mathcal{R}$ -re illeszkedő végtelen sok lehetséges görbéből azt az $X_{\mathcal{R}}$ görbét kell választani, mely minimális hosszal rendelkezik. Esetünkben $X_{\mathcal{R}}$ egy félkör lesz. Megmutatható, hogy ez az $X_{\mathcal{R}}$ a megfelelő szálamiszeleten lévő hiperbolikus geometria egy „egyenese”. Szokás mondani, hogy „két pont között a legrövidebb távolság az egyenes”. Ezért aztán furcsa, hogy itt egy félkör az „egyenese”.

A harmadik tulajdonság a legizgalmasabb. Tudjuk már, hogy az AdS-geometria a határon lévő CFT-s vákuum kvantumállapotába van kódolva. Hosszabítsuk meg képzeletben a 2. ábra kauzális gyémántjának kék egyenesét a gyémánton túlra is! Láttuk, hogy a vákuumállapot egy összefonódott állapot. Korábban azt is megbeszéltük már, hogy a vákuum egy kiterjedt állapot. Ez azt jelenti, hogy a vákuum a teljes meghosszabított (egyidejűségi) egyenes mentén elhelyezkedő kvantumos mikroállapotok összefonódottságával kapcsolatos információt tartalmaz. Értelmes tehát feltennünk azt a kérdést, hogy a kitüntetett kék $\mathcal{R}$ tartományon belüli kvantumos mikroállapotok mennyire vannak összefonódva az egyenes $\mathcal{R}$ -en kívüli részének mikroállapotaival. Ezt az $\mathcal{R}$ tartomány $S(\mathcal{R})$ Neumann-féle összefonódási entrópiája méri, amiről az első rész 7. fejezetében volt szó. Ennek a mennyiségnek a matematikai alakja CFT-s matematikai trükkökkel meghatározható.

Kiderült, hogy amennyiben az AdS-térbeli gravitáció erősségét jellemző G Newton-konstans nagyon kicsi, akkor a CFT-s $S(\mathcal{R})$ összefonódottsági entrópia az $X_{\mathcal{R}}$ görbe $\ell(X_{\mathcal{R}})$ minimális hosszával kapcsolható össze. Képletben:

$$S(\mathcal{R}) = \frac{\ell(X_{\mathcal{R}})}{4G}.$$

A formula a vákuumállapot „hébelsi” $\mathcal{R}$ tartományra számolt kvantumos összefonódottságát egy, a tartományra illeszkedő „húsbeli” $X_{\mathcal{R}}$ minimális görbe $\ell(X_{\mathcal{R}})$ hosszával kapcsolja össze. Az $\mathcal{R}$ -re illeszkedő $X_{\mathcal{R}}$ félkörök neve Ryu-Takayanagi-görbék [9]. A formula a 2006-ban felfedezett, és sokkal általánosabb kontextusban is működ-

dőképes úgynevezett Ryu–Takayanagi- (RT-) formula [10]. Pontosabban a fenti formula egy sokkal általánosabb kontextusban is működőképes formula egy speciális esete.

9. Kauzális gyémántok és húrcsempék

Hát, itt aztán elég sokminden további magyarázatra szorul! Először is azt mondtuk, hogy a fenti formula csak a „ G nagyon kicsi” esetben érvényes. Az iskolában pedig azt tanultuk, hogy a G Newton-konstans egy konstans, azaz egy állandó. Ha valami pedig állandó, akkor hogyan játszadhatsz vele oly módon, hogy ezt kicsinek választjuk?

A gravitációs kölcsönhatás hétköznapi jelenlétével uralja életünket. Ennek alapján azt gondolhatnánk, hogy a létező kölcsönhatások közül ez a legerősebb. A helyzet azonban az, hogy a négy ismert kölcsönhatás közül a gravitáció pont a leggyengébb. G tehát, a többi kölcsönhatás erősségével összevetve, kicsi.

Persze most egy elképzelt AdS-világot tanulmányozunk, amely nagyon másképp néz ki mint a mi Univerzumunk. AdS-modellvilágunk ugyanis csak három téridő-dimenziós, ráadásul a végletekig leegyszerűsített. Az itteni kölcsönhatások erősségét két alapvető fizikai állandó értéke határozza meg: a 2. fejezetben megbeszélt AdS-hossz L és a G . Megmutatható, hogy három téridő-dimenzióban alkalmas egységeket választva [11] a G hosszúságdimenziójú, akár csak az L . Két hosszúságdimenziójú mennyiséget már össze tudunk hasonlítani. Ekkor az L/G hányados egy dimenziótlan szám. Ebben a képben tehát a „ G nagyon kicsi” kifejezést úgy is értelmezhetjük, hogy G az L -hez képest kicsi. Vagy ha úgy tesszük, az L/G hányados egy óriási nagy szám. Akárhogy áll is a dolog: az L/G hányados aktuális értéke az AdS-világot jellemzi. A pontosabb analízis kimutatja, hogy az L/G arány helyett a $C = 3L/2G$ arány az érdekes, mert ennek az AdS-es aránynak az AdS/CFT szótárban duális CFT-s jelentése van [12]. A C mennyiség a két téridő-dimenziós CFT-kből ismeretes úgynevezett „centrális töltés”. Kiderül továbbá az is, hogy a $C/12$ szám épp az első rész 6. és 7. fejezetében megbeszélt skálaanomália értékével egyezik meg, mely mint tudjuk, a CFT-s mikroállapotok számáról tudósít.

Ezen összefüggések felismerésével nemcsak a „ G nagyon kicsi” kijelentésnek adtunk értelmet, hanem azt is megtanultuk, hogy ennek a kijelentésnek fontos duális értelme is létezik. Ez pedig úgy szól, hogy a CFT-s mikroállapotok száma igen nagy. Megmutatható, hogy ez a tény szorosan összekapcsolódik azzal a duális AdS-es kijelentéssel, hogy a megfelelő gravitáló világ egy klaszikus világ – azaz egy olyan világ, ahol a 4. fejezetben megbeszélt kvantumgravitációs részletek jó közelítéssel elhanyagolhatók.

Vizsgálataink során kiderítettük, hogy egy húrcsempé és két egymást metsző kauzális gyémánt között egy-egyértelmű megfelelés áll fenn ($D = 2$ esetén lásd a 4. ábrát). A megfelelés lelke az a tény, hogy a két egymást

metsző kauzális gyémánt két másik gyémántot is meghatároz: a metszetüket és a kauzális kiterjesztésüket. Ez a négy gyémánt négy kék tartományt tartalmaz. A kék tartományokra négy különböző X_R Ryu–Takayanagi-görbét illeszthetünk. Belátható, hogy a négy kauzális gyémánt múltbeli és jövőbeli csúcsainak koordinátái egyértelmű módon meghatároznak négy olyan pontot, melyek a megfelelő Ryu–Takayanagi-görbéken fekszenek. Ez a négy pont pedig egyértelműen meghatározza a szóban forgó húrcsempét.

A gyémántok pontjai időrendezettek, ezért ekkor a gyémántok távolsága is értelmezhető. Ha a gyémántok csaknem egybevágók, akkor a távolságuk kicsi, és a megfelelő húrcsempé területe is kicsi. Ekkor a dolgozatunk fő eredménye az alábbi módon fogalmazható meg. *A húrcsempé G és L egységeiben mért területe egyenlő az anomáliával szorzott gyémánttávolsággal.* Az első rész 6. fejezetében ismertetett skálaanomália egy szám, mely kvantumos jelentést hordoz, így eredményünk a húrcsempé területét egy kvantumos mennyiséggel hozza kapcsolatba. Ezzel az AdS/CFT-s szótár egy fontos új elemmel gazdagodott. Ez mind nagyon szép, de mind az anomália, mind a gyémánttávolság fizikai szempontból nagyon nehezen emészthető fogalmak. Továbbá a szorzatuk fizikai jelentése sem világos. Lehet, hogy ez a szorzat valamilyen mélyebb fizikai értelmet hordoz? Erre a kérdésre a cikksorozat harmadik részében adunk választ.

Irodalom

1. W. de Sitter (1917): On the curvature of space. *Proceedings of the Royal Netherlands Academy of Arts and Sciences*, 20, 229–243.
2. B. Boldis, P. Lévy (2024): Segmented strings and holography. *Physical Review*, D109, 046002.
3. K. Becker, M. Becker, J. H. Schwarz (2006): String Theory and M-Theory: A Modern Introduction. Cambridge University Press, Cambridge
4. M-elmélet. Az M-betű jelentése az elmélet különböző vicces elnevezéseit tükrözi. Ezek: Mother, Mysterious és Matrix.
5. A. Strominger, C. Vafa (1996): Microscopic origin of the Bekenstein–Hawking entropy. *Physics Letters B*, 379, 99–104.
6. Azaz az időt is mérjük méterekben. Egy „méter idő” egyenlő azzal az idővel, mely alatt a fény egy méter utat megtesz. Ez a másodperc kb. 3 milliárdod része.
7. Az erősebb idegzetűek számára íme a definíció! Legyen S egy téridőtartomány! S „kauzális kiegészítőjének” azt a legbővebb nyílt halmazt nevezzük, melynek minden pontja S minden belső pontjától térszerűen szeparált. Ekkor S kauzális kiegészítőjének kauzális kiegészítőjét S „kauzális kiterjesztésének” nevezzük. Amennyiben S az apa + fia gyémántok egyesítése ($S = \mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2$) belátható, hogy S kauzális kiterjesztése a 3. ábra legnagyobb gyémántja.
8. Matematikai szempontból precízebb lenne azt mondani, hogy a távolság ebben az esetben végtelen.
9. A magasabb dimenziós esetekben a görbék helyett Ryu–Takayanagi-felületek értendők. Magasabb dimenzióban ugyanis $\mathcal{R}$ már nem egy egyenes, és ekkor X_R már nem egy görbe, hanem egy olyan minimális felület, mely $\mathcal{R}$ -rel homológ.
10. S. Ryu, T. Takayanagi (2006): Holographic derivation of entanglement entropy from AdS/CFT. *Physical Review Letters*, 96, 181602.
11. A $\hbar = c = 1$ egységrendszerben dolgozva. Itt c a fénysebesség $\hbar = h/2\pi$, ahol h a kvantumállandó.
12. J. D. Brown, M. Henneaux (1986): Central charges in the canonical realization of asymptotic symmetries. *Communications in Mathematical Physics*, 104, 207–226.