Kárpát József

Dobozba zárt részecske leírása.

A részecske az x tengely mentén $0 \leq x \leq a$ tartományban szabadon mozoghat, a potenciálja itt zérus, ezen kívül végtelen nagy.

Ezen tartományban az időtől független Schrödinger egyenletet kell megoldani:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0$$

Ha a részecske x irányba mozog, akkor a hozzá rendelhető anyaghullám:

$$\psi = C \,.\, e^{ikx} \quad \text{vagy más alakban: } \psi = C \,.\, \sin kx$$

Képezzük az x szerinti második parciális differenciálhányadost:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = i.k.C.e^{ikx} \qquad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = i^2 \,.\, k^2.C.e^{ikx} \quad \text{mivel } i^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1 \text{ és}$$

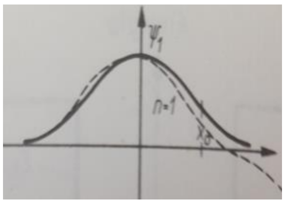
behelyettesítve a $\psi = C \,.\, e^{ikx}$ –t $\quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k^2.\psi$

Visszaírva a Schrödinger egyenletbe:

$$-k^2.\psi + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0$$

$$k^2.\psi = \frac{2m}{\hbar^2} E\psi \qquad (1)$$

ha x=a és $a = \frac{\lambda}{2}$



A hullámfüggvénynek a tartomány két végén el kell tűnni vagyis

$$\sin ka = 0 \text{ ha } k.a = \frac{2\pi}{\lambda} . \frac{\lambda}{2} = n.\pi \qquad \text{így } k = \frac{n.\pi}{a}$$

Beírva az (1) egyenletbe:

$$\frac{n^2\pi^2}{a^2} = \frac{2m}{\hbar^2}.E \qquad \mathbf{E = \frac{n^2\pi^2}{2m} . \frac{\hbar^2}{a^2}}$$

A C állandó értékének meghatározása.

Ha a részecske biztosan a 0$\leq x \leq a$ tartományban van akkor

$\int_0^a \psi^2(x)dx = 1 \qquad \psi(x) = C$. sin kx

$\int_0^a C^2 \sin^2 kx dx = 1$ **(2)**

A $sin^2 kx$átalakítása: $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \quad \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$

$1 - \sin^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$

$1 - 2\sin^2\alpha = \cos 2\alpha$

$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

Beírva a **(2)** egyenletbe:

$$\int_0^a C^2 . \frac{1-\cos 2\alpha}{2} dx = 1$$

$C^2 \int_0^a \frac{1}{2} dx - C^2 . \frac{1}{2} \int_0^a \cos 2kx dx = C^2 [x]_0^a - C^2 \frac{1}{2} [\frac{1}{2k} \sin 2kx]_0^a = 1$

k=$\frac{n.\pi}{a}$ helyettesítéssel

$C^2 . \frac{a}{2} - C^2 . \frac{1}{2} . \frac{a}{2n\pi} . \sin\frac{2n\pi a}{a} = 1$

A második tag nulla, mivel sin2$n\pi$=0 $\qquad C^2 . \frac{a}{2} = 1 \qquad$ C=$\sqrt{\frac{2}{a}}$

Behelyettesítve a $\psi(x) = C$. sin kx egyenletbe az n-edik energiaértékhez

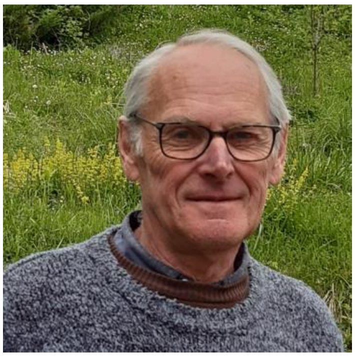
$\boldsymbol{\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} . \sin\frac{n.\pi}{a} . x}$ sajátfüggvény tartozik, ahol az **n** neve **főkvantumszám.**

A kvantumszám megadja, hogy az adott szakaszon az állapotfüggvénynek hány csomópontja van. Ha a kvantumszám „n” akkor a hullámfüggvénynek n-1 belső csomópontja van. Látjuk, tehát az ábránk az n=1 kvantumszámhoz tartozik ahol, a részecske energiája minimális.

Irodalom: 1. Holics L Fizika 2 Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986

2. Geszti T Kvantummechanika Typotex, 2014

A Szerzőről



Kárpát József fizika és mérnöktanári képesítéssel rendelkezik. Pécsett, a Zipernowsky Károly Műszaki Technikumban tanított és tanulmányi igazgatóhelyettesként is dolgozott. A technikus képzésben mechanika és elektrotechnika szakmai angol nyelvet tanított. A lehetőségekhez képest sokat használt digitális tananyagokat, animációkat. Rendszeresen részt vett konferenciákon.

Részt vett a kanadai-magyar szervezésű életpálya építési és élethosszig tartó tanulási programban. A magyar csoport vezetője volt.

Érdeklődési köre az atomfizika, kvantummechanika.

A szakmai nyelvoktatás részére angol nyelven elektrotechnika és nyomtatott áramkörök gyártása témában nyelvkönyvet írt.